

# 破壊力学に基づくコンクリートはりの せん断強度寸法効果解析

二羽淳一郎<sup>1</sup>・Nasra ZAREEN<sup>2</sup>・田辺忠顕<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科 (〒464-01 名古屋市千種区不老町)

<sup>2</sup>学生会員 工修 名古屋大学大学院 工学研究科 (〒464-01 名古屋市千種区不老町)

<sup>3</sup>正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科 (〒464-01 名古屋市千種区不老町)

せん断補強されていないRCはりの斜め引張破壊は、コンクリート構造における重要な研究テーマである。斜め引張破壊における寸法効果は、従来からも確認されているところであり、コンクリート標準示方書にも寸法効果を考慮した設計式が規定されている。しかしながら、コンクリート構造物の大型化に伴い、設計式の適用限界を超え、実験的な検討が事実上不可能となる事態が発生することが十分に予想される。本研究は、破壊力学の適用により、数値解析的にせん断強度の寸法効果を明らかにしようとするものである。

**Key Words:** fracture mechanics, shear strength, size effect, finite element analysis, design code

## 1. 序 論

せん断補強されていないRCはりの斜め引張破壊強度を予測するために、過去内外において膨大な数の実験的な研究が行われてきた。延性的な破壊性状を示す曲げ破壊とは異なり、斜めひび割れの発生により急激に脆性破壊するその特性が、多くの研究者や設計実務者の興味や関心を集めてきたのである。せん断破壊を純粹に理論的に取り扱うことは、現在においてもかなり困難であると思われる。せん断破壊直前の段階において、斜めひび割れ発生後のはりのフリーボディを考え、せん断耐荷機構を、(1)斜めひび割れ面における骨材の噛み合わせ機構、(2)主鉄筋のダウエルアクション、(3)斜めひび割れの進展していない圧縮部コンクリートの直接せん断抵抗機構に区分し、それらに対する定性的で、入念な検討結果に基づいて、1980年にOkamuraとHigaiは、マクロ的なせん断強度予測式を提案した<sup>1)</sup>。いわゆる岡村・楡貝の式と呼ばれるこの式において、特筆すべきことは、公称せん断強度ははり寸法の増加に伴い、低下していくという；せん断強度の寸法効果が組み込まれていることである。コンクリート構造物に対する大型化の要請により、この後塩屋らにより、高さ3mのせん断補強のない等分布荷重を受けるはりの実験が行われた<sup>2)</sup>。また、横沢らにより、高さ2mのせん断補強のない集中荷重を受けるはりの実験も行われた<sup>3)</sup>。これらの新たな実験結果を踏まえて、岡村・楡貝式は寸法効果をより直接的に取り込む形に修正された<sup>3)</sup>。この修正された式がコンクリート標準示方書のせん断設計式のベースとなって

いる。

ACIのBuilding Code (ACI 318)では、これに対して、1989年版においてもせん断強度の寸法効果はなんら考慮されていない<sup>4)</sup>。

一方、CEB-FIP Model Codeでは1978年版においても1990年版においても、せん断強度の寸法効果が考慮されている<sup>5),6)</sup>。

はりの高さが3mを超える場合、せん断強度の寸法効果はどの程度のもとなるのであろうか。寸法効果は際限なく存在し続けるのであろうか。現行の設計式を外挿して適用していくことには問題がないのだろうか。今後予想されるコンクリート構造物の更なる大型化を考えると、その解答を実験的に明らかにすることは事実上不可能であると思われるのである。また、設計上は安全係数で対処可能であるとしても、寸法効果が適切に評価されていなければ、安全性のマージンはコンクリート構造物の大型化に伴い、危険側に変化していく可能性もある。

したがって、実験に代わる解析的な検討手法が強く求められるのであるが、コンクリートの破壊力学は、この種の問題の解決に利用可能な非常に有望な分野であると考えられる。著者らは、Hillerborgによって提唱された仮想ひび割れモデル<sup>7)</sup>を基礎にして、コンクリートの破壊エネルギーを組み込んだロッド要素を仮想ひび割れ面に沿って配置し、数値解析によって、RCはりのせん断強度の寸法効果を予測した。その結果、せん断強度の寸法効果は、高さ3mを超えるような巨大なはりでは急速に消失していくことが示されたのである。

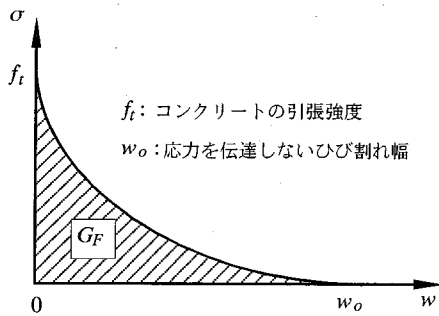


図-1 引張軟化曲線と破壊エネルギー

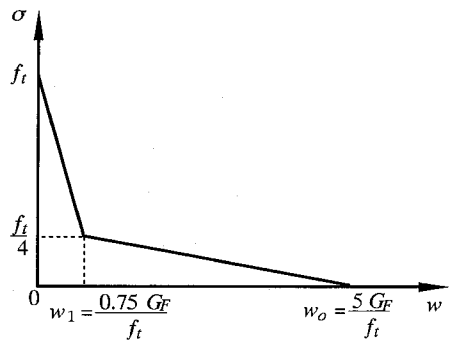


図-2 1/4モデル

## 2. 破壊力学の適用

### (1) ひび割れのモデル化

ひび割れの発生を考慮した従来の有限要素解析では、強度基準に基づいたひび割れ判定が一般に行われてきた。しかし、ひび割れ形成に関する詳細な検討の結果、ひび割れ先端のプロセスゾーンにおけるマイクロクラックの発生とマクロなひび割れへの成長過程を適切にモデル化し、解析に取り入れていく必要があることが明らかとなった。すなわち、コンクリートの引張軟化特性と破壊エネルギーを考慮しなければならないということである。

破壊力学におけるひび割れのモデル化手法は、一連のひび割れ形成過程を、局所的に捉えた仮想のマクロなひび割れにより、あらかじめモデル化しておく「仮想ひび割れモデル」と、ひび割れ位置を特定せず、ひび割れ形成過程において、引張軟化特性と破壊エネルギーを考慮していく「ひび割れ帯モデル」に大別できる。両者はそれぞれ特徴を有している。仮想ひび割れモデルは、ひび割れを1つの不連続面として捉えるものであり、概念的には明快であるが、その反面ひび割れ位置を適切に決定するための配慮が必要となる。一方、ひび割れ帯モデルは、要素内に様なひび割れが発生すると仮定するものである。この場合はひび割れ位置をあらかじめ決めておく必要はないが、ひび割れが局所化する体積と破壊エネルギーとの関係が統一的に配慮される必要がある。

本研究では、この内、ひび割れを1つの不連続面として離散的に捉える仮想ひび割れモデルを使用することにした。これは、現実には、ひび割れの発生進展現象をかなり簡易にモデル化するものであるが、概念的には前述の通り明快であり、また数値解析的にも比較的容易な手法である。

### (2) 仮想ひび割れモデル

仮想ひび割れモデルは、Hillerborgにより提唱されたものである<sup>7)</sup>。引張応力を受けてコンクリートにマイク

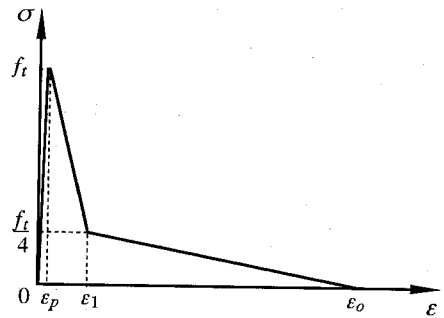


図-3 ロッド要素の応力-ひずみ関係

ロクラックが発生し、これらが凝集して引張力を伝達しないマクロなひび割れへと成長していく一連の過程を、引張応力がコンクリートの引張強度に到達した以降、マクロ的な仮想ひび割れ幅の拡大に伴い、伝達されるコンクリート応力が低下していく引張軟化挙動により表現するものである。このときの軟化曲線、すなわち応力-ひび割れ幅曲線下の面積が、いわゆる破壊エネルギーである(図-1)。破壊エネルギーは単位面積の完全な、すなわち応力を全く伝達しないひび割れを形成するのに要するエネルギーとして定義される(式(1))。

$$G_F = \int_0^{w_0} \sigma dw \quad (1)$$

### (3) 非線形ロッド要素の使用

一般的な仮想ひび割れモデルでは、応力とひび割れ幅の関係が直接用いられる。例えば、JCIの破壊力学研究委員会が示した方法<sup>8)</sup>は、仮想ひび割れ位置に二つの節点を設けておき、仮想ひび割れに沿ったひび割れ位置の先端を入力データとして割線解析を行うものである。

しかしながら、通常の増分解析を行っていくためには、より一般的にモデル化しておいた方が便利である。そこで、本研究では、仮想ひび割れ位置に設けた二つの節点間に、コンクリートの引張軟化挙動とコンクリートの破壊エネルギーを代表する非線形のロッド要素を配置

することとした<sup>9)</sup>。

仮想ひび割れ位置にこのロッド要素を配置しておけば、通常の増分解析が可能となる。また、曲げひび割れとせん断ひび割れが共存する場合へも拡張していくことができる。

引張軟化曲線は、各種の方法で実験的に求められている<sup>10)</sup>。また、解析上の数値モデルにも各種の提案があるが、ここでは標準的なモデルとして一般に用いられている、2直線モデルの内の1/4モデル(図-2)を用いることにした。

ひび割れ幅  $w$  は、ロッド要素の長さ  $l$  を介して、ひずみに変換される ( $\varepsilon = w/l$ ) ので、応力-ひび割れ幅関係は、以下のように応力-ひずみ関係に変換できる。

(1)  $0 \leq \varepsilon < \varepsilon_p$  のとき

$$\sigma = E_R \cdot \varepsilon \quad (2)$$

$$E_i = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E_R \quad (3)$$

(2)  $\varepsilon_p \leq \varepsilon < \varepsilon_i$  のとき

$$\sigma = f_i - \frac{0.75f_i(\varepsilon - \varepsilon_p)}{\varepsilon_i - \varepsilon_p} \quad (4)$$

$$E_i = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = -\frac{0.75f_i}{\varepsilon_i - \varepsilon_p} \quad (5)$$

(3)  $\varepsilon_i \leq \varepsilon < \varepsilon_0$  のとき

$$\sigma = 0.25f_i - \frac{0.25f_i(\varepsilon - \varepsilon_i)}{\varepsilon_0 - \varepsilon_i} \quad (6)$$

$$E_i = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = -\frac{0.25f_i}{\varepsilon_0 - \varepsilon_i} \quad (7)$$

(4)  $\varepsilon_0 \leq \varepsilon$  のとき

$$\sigma = E_i = 0 \quad (8)$$

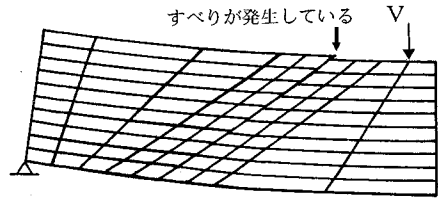
ただし、 $\varepsilon_i = \frac{0.75G_F}{f_i \cdot l}$ 、 $\varepsilon_0 = \frac{5G_F}{f_i \cdot l}$

なお、ロッド要素の長さ  $l$  は計算上は単位長さとしている。

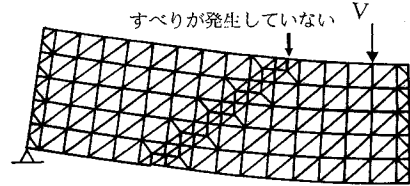
引張強度到達前の弾性領域 ( $\sigma < f_i$ ,  $\varepsilon < \varepsilon_p$ ) に対しては、ひび割れ発生以前であり、ロッド要素の伸び(すなわち、ひび割れ幅に相当する)をできるだけ抑制しておくという観点から、意図的に大きな剛性  $E_R = 100E_c$  ( $E_c$  はコンクリートの弾性係数) を与えている。このようにして定式化されたロッド要素の接線剛性を全体剛性マトリクスに組み込んで数値解析を実施した。

#### (4) 直交ロッド要素の適用

本研究で主として対象としているひび割れは、斜め引張破壊を誘発するせん断ひび割れである。せん断ひび割れは、いわゆる Mode I 型の曲げひび割れとは異なって、Mode II 型の破壊特性を有するとも考えられるが、現在までの研究によれば、部材中に発生するひび割れ位置を適切に仮定すれば、Mode I 型のひび割れとして



(a) ひび割れ面に直角なロッド要素のみを配置



(b) ひび割れ面に直角及び平行なロッド要素を配置

図-4 仮想ひび割れ面に沿ったすべりの発生とその抑制

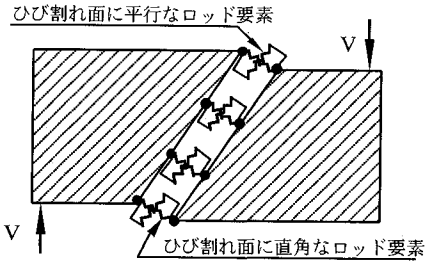


図-5 仮想ひび割れ面における直交ロッド要素配置の模式図

扱ってもよいとする意見が支配的である<sup>11)</sup>。これは、斜めひび割れであっても、なんら開くことなくすべりは物理的に不可能であるためと思われる。したがって、本研究においても斜めひび割れの破壊特性は、曲げひび割れと区別せずに取り扱うことにした。

仮定したせん断ひび割れ面に、垂直なロッド要素のみを配置した解析の結果、図-4 (a) に示されるように、载荷のごく初期の段階から、せん断ひび割れに沿ったすべりが発生することが明らかとなった。図-4 に示すはりの変形図は载荷第1ステップにおけるものであり、このときの作用せん断力はせん断耐力の10%以下である。なお、目視による比較を容易にするため、節点変位量は意図的に増幅させている。

図-4 (a) に現れる斜めひび割れ面に沿ったすべりは、ひび割れ面のせん断剛性を全く無視しているために発生したものである。したがって、载荷当初からの、この仮想ひび割れ面に沿ったすべりの発生を抑制するために、ひび割れと平行な方向にも、垂直方向と同様に剛性を与えておかなければならない。

ひび割れ面に平行な剛性の値としては、すべりに対応したコンクリートの破壊特性を用いればよいわけであるが、ひび割れ界面でのすべり破壊特性に関する実験的な情報はほとんど得られていないのが現状である。

本研究では、ひび割れ発生前のせん断ひび割れに沿ったすべりを抑制するため、ひび割れ面に平行なロッド要素を追加することとしたが、このひび割れ面に平行なロッド要素の剛性は、ひび割れが発生していない段階では弾性のせん断剛性とし、ひび割れ発生後は完全に0とした。これはできるだけ簡単なモデル化を行うことを目的としたものであって、Mode II型のひび割れに関する実験的な知見が蓄積されれば当然変更されることになる。

結局、せん断ひび割れ面には、ひび割れ面に垂直なロッド要素と平行なロッド要素を配置した(図-5)。この直交するロッド要素をひび割れ面に沿って配置することにより、荷重初期段階のひび割れ面に沿ったすべりは完全に抑制されることが確認される(図-4 (b))。

### 3. 数値計算の要領

#### (1) 解析手法

計算の対象としたコンクリートはり、いずれもせん断補強されていないものである。単純支持されたコンクリートはりに2点集中荷重が載荷した状態を想定した。対称性を考慮して、はりの1/2のみを解析する。有限要素解析において、仮想ひび割れ面以外のコンクリートはすべて弾性体であるとし、3節点の三角形要素によりモデル化した。主鉄筋は弾塑性体とし、2節点のトラス要素で表現した。コンクリートの非線形性はロッド要素においてのみ考慮している。解析方法は、荷重点に強制変位を与えていく変位制御型の増分解析であり、Newton-Raphson法を用いて各イタレーション毎に剛性値を更新した。

#### (2) 軟化曲線における除荷・再載荷パス

せん断力を受けて斜め引張破壊するコンクリートはりには破壊時に大きな斜めひび割れが発生する。しかし、実際には、この破壊の原因となる斜めひび割れの他に、複数の曲げひび割れも存在している。したがって、解析をより現実的なものとするためには、せん断ひび割れと曲げひび割れが共存しているようなモデルを考えていく必要がある。

複数個の仮想ひび割れを解析モデルに組み込むことは容易であるが、解析上は、ひび割れの開閉が表現できなければならない。例えば、せん断ひび割れの発生に先立って曲げひび割れが発生するものの、せん断ひび割れの拡大進展に伴い、曲げひび割れ幅が減少していくといったような状況を表しうるものでなければならない。

このためには、コンクリートの引張軟化モデルにおいて、除荷・再載荷のパスを与えておくことが必要となる。図-6は、本研究で用いた除荷・再載荷パスを示し

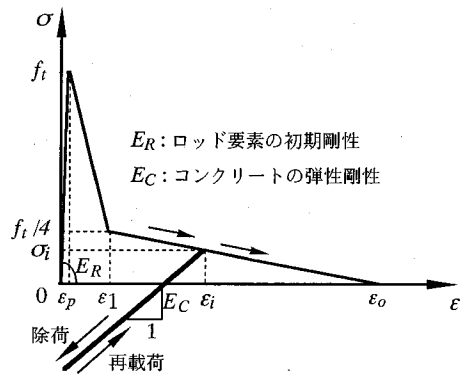


図-6 引張軟化モデルにおける除荷・再載荷パス

ている。ここでは、除荷時、再載荷時の接線剛性はコンクリートの弾性剛性に一致し、一定であると仮定している。したがって、除荷開始点における応力を $\sigma_i$ 、ひずみを $\epsilon_i$ とすれば、応力-ひずみ関係は次式ようになる。

$$\sigma = \sigma_i + E_c (\epsilon - \epsilon_i) \quad (9)$$

$$E_i = \frac{d\sigma}{d\epsilon} = E_c \quad (10)$$

### 4. せん断強度の数値解析

#### (1) 基本手順

仮想ひび割れモデルを適用する場合に、最も重要な点は、ひび割れ位置を適切に定めておくことである。実際に発生する斜めひび割れの位置は、分布荷重、集中荷重といった荷重の載荷状態、はりの支持方法、主鉄筋の付着特性や定着状態、コンクリート強度等、各種の要因の影響を受けて変動する。結果的にこれがせん断強度の実験的なバラツキとなって現れてくるものと思われる。しかしながら、その位置、角度、および形状が、おおよその程度の範囲にあるかを予測することは、既往の実験結果を参照すれば、それほど困難なことではない。

そこで、おおよその範囲を定めて、斜めひび割れの位置と角度を変化させた解析を実施し、解析的に最も低いせん断耐力が得られる斜めひび割れの位置と角度を定めることにした。

また、斜めひび割れの形状は、基本的には直線とするが、曲げ圧縮部へと進展した斜めひび割れがよりフラットとなる実際の現象を表現するために、2つの直線で近似した斜めひび割れについても、考えていくことにした。

なお、解析をより現実的なものとするため、斜めひび割れを2直線でモデル化したケースでは、斜めひび割れに加えて、3.(2)で述べたように、曲げひび割れも解析に取り入れることにした。曲げひび割れの位置はスパン

表一 解析したはりの諸元, 斜めひび割れのパラメータならびに解析結果

$\theta = 40$ 度		$x/d = 1.0$	
$x/d$	せん断強度 $v_c$ MPa	$\theta$ (度)	せん断強度 $v_c$ MPa
0.50	1.78	35	1.98
0.80	1.75	38	1.70
1.00	1.62	40	1.62
1.30	1.80	43	1.86
1.50	2.18	45	2.54

$b_w = 10 \text{ cm}$ ,  $h = 12.5 \text{ cm}$ ,  $d = 10 \text{ cm}$ ,  $f_t = 3.0 \text{ MPa}$ ,  $G_F = 100 \text{ N/m}$   
 $E_C = 0.3 \times 10^5 \text{ MPa}$ ,  $v_c = 0.2$ ,  $\rho_w = 2.0 \%$ ,  $f_y = 400 \text{ MPa}$   
 $E_S = 2.0 \times 10^5 \text{ MPa}$

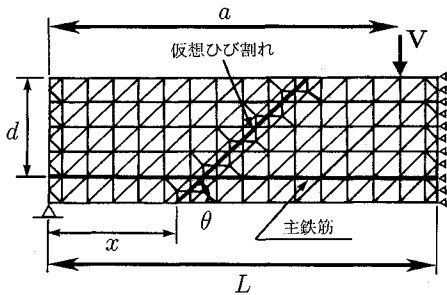
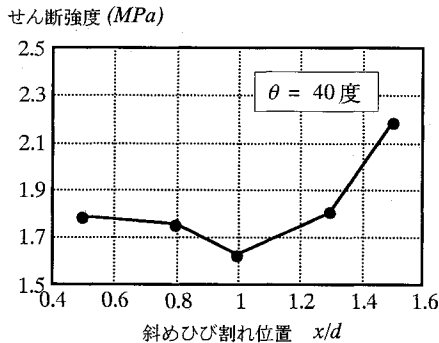
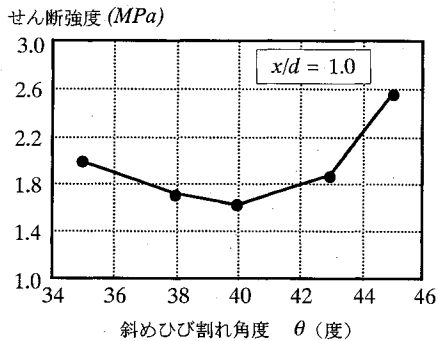


図-7 要素分割図



(a) 斜めひび割れ位置によるせん断強度の変化 ( $\theta=40$ 度)



(b) 斜めひび割れ角度によるせん断強度の変化 ( $x/d=1.0$ )

図-8 斜めひび割れの仮定に伴うせん断強度の変化

作用せん断応力 (MPa)

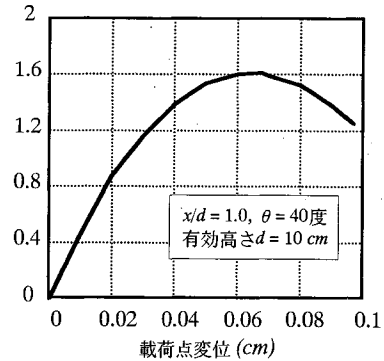


図-9 作用せん断応力-載荷点変位関係

中央とし、はり軸に直交する曲げひび割れ面を考慮した。この曲げひび割れについては、形状等は変化させていない。

## (2) 1直線斜めひび割れを用いた解析結果

解析に用いた基本的な要素分割を図-7に示す。

解析におけるせん断スパンと有効高さの比  $a/d$  は 3.0 とした。はり幅は 10cm, はり高さは 12.5cm, 有効高さは 10cm である。また、鉄筋比は 2.0% とした。コンクリートの引張強度は 3.0MPa, ヤング係数は  $0.3 \times 10^5$  MPa, 破壊エネルギーは 100N/m とした。その他、主鉄筋の降伏強度は 400MPa, ヤング係数は  $2.0 \times 10^5$  MPa とした。これらの値は、以下の解析において変化させていない。

解析に用いたコンクリートはりの諸元, 斜めひび割れのパラメータ, および解析結果を表-1に示す。

斜めひび割れを1直線でモデル化した場合、解析上のパラメータは、斜めひび割れの位置と角度だけになる。

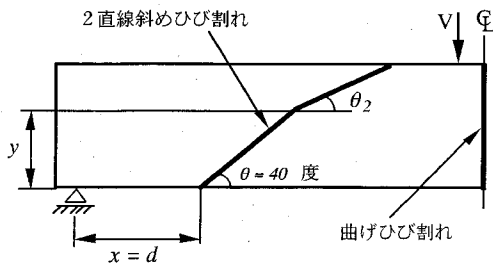
斜めひび割れ位置は、斜めひび割れがはりの下縁と交わる位置の支点からの距離で表すこととし、距離  $x$  と有効高さ  $d$  との比  $x/d$  を 0.5 から 1.5 まで変化させた。

また、角度については、斜めひび割れが部材軸となす角度を  $\theta$  とし、これを 35度~45度まで変化させた。

解析から得られたせん断強度の変化を図-8 (a), (b) に示す。これらの結果より、直線の斜めひび割れのみを仮定した場合は、 $x/d=1.0$  で、 $\theta=40$  度するとき、せん断強度  $v_c$  が最も小さくなることが認められる。

図-9は、 $x/d=1.0$  で、 $\theta=40$  度するときの作用せん断応力 (= 公称せん断応力  $= V / (b_w d)$ ) と載荷点変位の関係を示したものである。この場合は、有効高さが 10cm と小さいため、ピーク後も安定した下降域が得られていることがわかる。

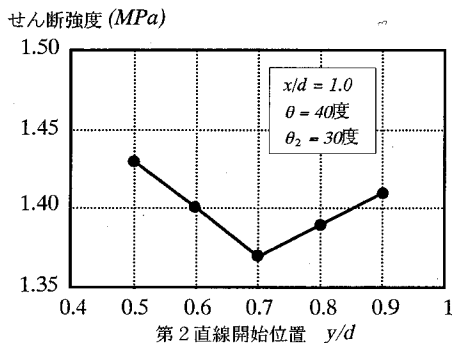
このパラメトリックスタディーの対象としたはりの曲げ引張破壊荷重に対応する公称せん断応力は、等価応力



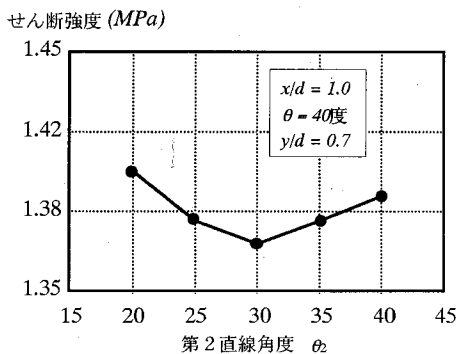
図—10 2直線斜めひび割れモデル

表—2 解析に用いた斜めひび割れのパラメータならびに解析結果

$x/d = 1.0, \theta = 40$ 度			
$\theta_2 = 30$ 度		$y/d = 0.7$	
$y/d$	せん断強度 $V_c$ MPa	$\theta_2$ (度)	せん断強度 $V_c$ MPa
0.5	1.43	20	1.40
0.6	1.40	25	1.38
0.7	1.37	30	1.37
0.8	1.39	35	1.38
0.9	1.41	40	1.39



(a) 第2直線開始位置によるせん断強度の変化



(b) 第2直線角度によるせん断強度の変化

図—11 斜めひび割れの仮定に伴うせん断強度の変化

ブロックを用いた試算の結果、2.28MPaであった。したがって、解析的に得られた破壊モードは、 $x/d=1.0$ で $\theta=45$ 度の場合を除き、すべて主鉄筋降伏以前のせん断破壊となったものと考えられる。

$x/d=1.0$ で、 $\theta=40$ 度の場合、解析的に得られたせん断強度は1.62MPaであったが、マクロ的なせん断強度の算定式(後述の式(11))によれば1.48MPaとなり、数値解析結果はマクロ式と比較して、やや大きめ(1.09倍)のせん断強度を与えることが認められた。

この相違の原因としては、解析上、斜めひび割れのみを考慮していることや、斜めひび割れを一つの直線として簡略化していることが挙げられる。しかしながら、その予測値はマクロ式による算定値とそれほどかけ離れたものとはなっていない。ここに示した解析結果は材料の非線形性をひび割れ面のみで考慮した簡易な解析手法ではあるが、一つの支配的なひび割れの発生と進展が構造全体の破壊を支配する斜め引張破壊モードに対しては、結果的に見て、この程度の簡略化でも、強度の予測はそれほど困難ではないものとする。

### (3) 2直線斜めひび割れと曲げひび割れを併用した解析結果

1直線で斜めひび割れをモデル化した結果、マクロ式と比較して、やや大きめのせん断強度を予測することが示された。実際に発生する斜めひび割れは曲げ圧縮部への進展に際して、湾曲し、よりフラットになっていくことが知られている。そこで、解析をより現実的なものとするために、斜めひび割れを2つの直線でモデル化することを試みた。さらに、同様の観点から、斜めひび割れに加えてスパン中央の曲げひび割れも考慮することとした。

図—10に示すように、はり下縁からの直線部分は $x/d=1.0$ で $\theta=40$ 度とするが、曲げ圧縮部では別の直線によりモデル化した。この際のパラメータは、第2直線の開始位置(これははり下縁からの高さ $y$ で表すこととした)とその角度 $\theta_2$ である。第2直線の開始位置は $0.5d \sim 0.9d$ の間で変化させた。またその角度 $\theta_2$ は20度~40度まで変化させた。

この結果を表—2および図—11に示す。これらの結果より、高さ $0.7d$ から第2直線とし、その角度を30度とした場合に、せん断強度が最も小さくなることが認められる。

このときに得られたせん断強度は1.37MPaであり、斜めひび割れを1直線モデルとし、曲げひび割れを考慮しない場合よりも15%程度低下した。またマクロ的なせん断強度算定式による値1.48MPaの約93%であり、1直線の斜めひび割れモデルの解析結果と比較すると、平均的にはマクロ式による値に近づいている。

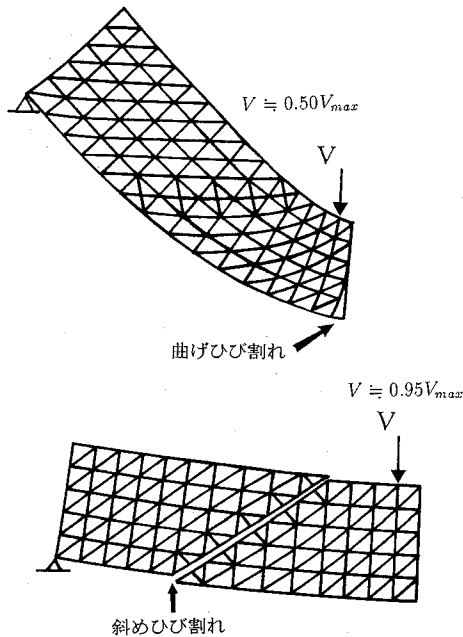


図-12 作用せん断力のレベルに伴うひび割れの開閉状況

表-3 寸法効果解析を行ったはりの諸元と計算結果

No.	h (cm)	d (cm)	a (cm)	$v_{c,cal}$ (MPa)	$v_{c,JSCE}$ (MPa)	$v_{c,CEB}$ (MPa)
1	10	9	27	1.401	1.523	1.559
2	50	45	135	0.940	1.019	1.043
3	100	90	270	0.837	0.857	0.921
4	300	270	810	0.788	0.651	0.796
5	500	450	1350	0.761	0.573	0.758
6	1000	900	2700	0.725	0.482	0.719

$b_w = 10 \text{ cm}$ ,  $f_t = 3.0 \text{ MPa}$ ,  $G_F = 100 \text{ N/m}$ ,  $E_c = 0.3 \times 10^5 \text{ MPa}$   
 $f'_c = 37 \text{ MPa}$ ,  $\rho_w = 2.0 \%$ ,  $f_y = 400 \text{ MPa}$ ,  $E_s = 2.0 \times 10^5 \text{ MPa}$   
 $\theta = 40 \text{ 度}$ ,  $\theta_2 = 30 \text{ 度}$ ,  $x/d = 1.0$ ,  $y/d = 0.7$

結論として、より現実的な仮想ひび割れの位置、角度、および形状を仮定し、さらに曲げひび割れと斜めひび割れを共存させることにより、せん断強度の予測精度は向上していくということである。

なお図-12は、曲げひび割れとせん断ひび割れの開閉の状況を示したものである。これらは、ひび割れ幅の拡大を容易に観察できるようにするために、意図的に節点変位を拡大してプロットしている。作用しているせん断力のレベルは、せん断耐力(解析上のピーク値)のそれぞれ約50%, 95%である。図-12より、ピーク値の半分程度のせん断力のレベルでは、曲げひび割れのみが開口し、斜めひび割れが発生していないこと、ピーク値の近傍で、斜めひび割れが拡大進展していくが、一方曲げひび割れ幅が相対的に小さくなっていくことが認められる。

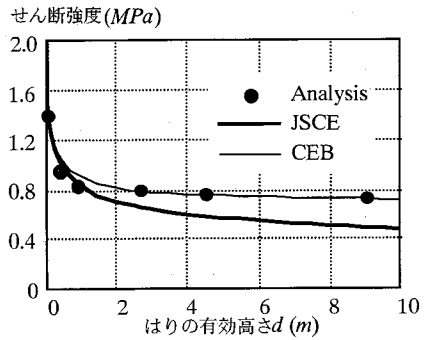


図-13 せん断強度の寸法効果

## 5. せん断強度の寸法効果

4. で行った数値解析の結果、斜めひび割れの位置、角度、および形状を定める目安を得た。そこでこの情報を用いて、せん断強度の寸法効果を数値解析的に評価することにする。また、その結果をコンクリート標準示方書およびCEB-FIPモデルコード1990のせん断強度式と比較する。

解析の対象としたコンクリートはりの諸元ならびに計算結果を表-3に示す。これらのはりはいずれも2次的に相似形であり、要素の寸法も相似に拡大させ、はりの高さ $h$ を10cmから10mまで変化させた。図-13は、解析結果を以下に示すコンクリート標準示方書式(式(11))、およびCEB-FIPモデルコードのせん断強度式(式(12))と比較したものである。

$$v_{c,JSCE} = 0.20 (100\rho_w \cdot f'_c)^{1/3} d^{-1/4} \quad (11)$$

$$v_{c,CEB} = 0.15 (100\rho_w \cdot f'_c)^{1/3} (1 + \sqrt{0.2/d}) \quad (12)$$

ただし、これらの式において、せん断強度 $v_c$ およびコンクリートの圧縮強度 $f'_c$ はMPa、有効高さ $d$ はmの単位である。これらの式ではコンクリートの圧縮強度が必要となるので、引張強度から式(13)を用いて圧縮強度を求めた。

$$f_t = 0.27 (f'_c)^{2/3} : \text{MPa} \quad (f_t = 0.58 (f'_c)^{2/3} : \text{kgf/cm}^2) \quad (13)$$

図-13に示されるように、解析結果は、はりの有効高さが1m以下ではコンクリート標準示方書式と良く一致するが、1mを超えるとCEB-FIPモデルコード式に近づいていく傾向が認められる。

式(11)では、有効高さが増加していけば、せん断強度は単調に減少していくが、式(12)では一定値に収束していく点が両式の相違点である。

コンクリート標準示方書に規定されているせん断強度式の裏付けとなる実験データは、はり高さ3mのものまでであり、それを上回る場合の寸法効果については実験的な裏付けはない。

今回の解析結果を見る限り、高さ3mを超えるような

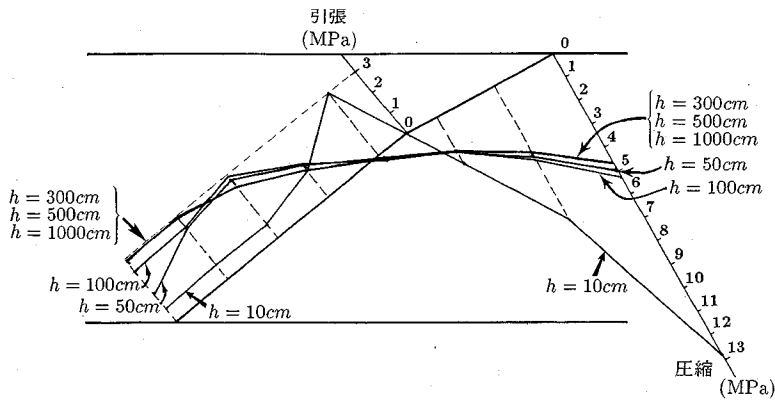


図-14 斜めひび割れ面に配置されたロッド要素応力分布のはり高さに伴う変化

巨大なはりに対して、コンクリート標準示方書のせん断強度式を適用していくことは安全側ではあるものの、実際のせん断強度を過小評価するものではないかと考えられるのである。

図-14は、解析におけるピーク時の、斜めひび割れ面に沿ったロッド要素の応力分布を、ロッド要素位置をはり高さで正規化して示したものである。

図-14より、はり高さが1mまでの範囲では、ピーク時に引張強度に達するロッド要素は、はり下縁から3~5段目に位置しており、それより下側のロッド要素は引張軟化していることが認められる。しかし、はり高さが3mを超えると応力分布形はほとんど同一となり、はり下縁のロッド要素の応力が引張強度に達して、ピークを迎えていることがわかる。これは、寸法効果の消失を示唆するものである。

すなわち、無筋コンクリートはりの曲げ破壊同様、斜め引張破壊の場合も、ピーク時にはりに蓄えられたひずみエネルギーが、せん断破壊に要するエネルギーを上回れば、急激な破壊を生じるのであって、その際にはもはや寸法に起因するせん断強度の低下は顕著ではなくなると考えられるのである。

## 6. 結論

本研究は、破壊力学的なアプローチにより、せん断補強されていないコンクリートはりのせん断強度の寸法効果について、数値解析的な検討を行ったものである。

研究の結果得られた結論は以下の通りである。

(1) コンクリートの破壊特性値を組み込んだロッド要素を仮想ひび割れ面と直交する方向に配置し、さらにひび割れ面と平行なロッド要素を配置することにより、ひび割れ面に沿ったすべりを抑制することが可能となった。

(2) 斜めひび割れの位置、角度を変化させて、計算

上のせん断耐荷力が最も小さくなる状態を定めた。さらに、解析をより現実的なものとするため、曲げひび割れとせん断ひび割れを共存させ、また斜めひび割れの形状も変化させた。

(3) パラメトリックスタディーの結果、せん断ひび割れと曲げひび割れを共存させ、さらにせん断ひび割れを2直線により近似すると、より現実的な結果が得られることが示された。

(4) 解析モデルを確定した後、幾何学的に相似なはりを対象として寸法効果解析を行った。解析結果ははり高さが1m程度までであれば、コンクリート標準示方書のせん断強度式に良く一致する。しかし、はり高さが3mを超えるような巨大なはりに対しては、示方書式のような寸法効果は得られず、むしろCEB-FIPモデル・コード式と同様な傾向を示した。

(5) ピーク時における応力分布について検討した結果、はり高さが3mを超えるような巨大なはりでは、斜めひび割れ面に沿って引張軟化が起こる前にはりが破壊に至る様子が認められた。

(6) 以上より、せん断補強されていないはりのせん断強度の寸法効果は、はり高さが極端に増加していくと、次第に消失していくものと判断される。

示方書式は豊富な実験データの裏付けがあり、適用範囲内であれば算定精度は十分に高いものと言えるが、はり高さが実験データの範囲を超えて極端に大きくなった場合には、せん断強度を過小評価していく可能性がある。

なお、本研究で対象とした問題は、集中荷重を受けるはりのみであったが、解析上の境界条件を変更すれば、同様のアプローチにより、分布荷重を受ける場合や軸力を伴う場合等、実務上重要な、より一般的な問題に拡張していくことが可能である。これらの問題についても今後検討を進めていく予定である。



謝 辞：名古屋大学大学院 日高重徳君には図面作成の協力を得ました。ここに記して感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) Okamura, H. and Higai, T.: Proposed Design Equation for Shear Strength of Reinforced Concrete Beams without Web Reinforcement, *Proc. of JSCE*, No. 300, pp. 131-141, 1980.
- 2) 井畔, 塩屋, 野尻, 秋山: 等分布荷重下における大型鉄筋コンクリートはりのせん断強度に関する実験的研究, 土木学会論文集, 第348号/V-1, pp. 175-184, 1984.
- 3) 二羽, 山田, 横沢, 岡村: せん断補強鉄筋を用いないRCはりのせん断強度式の再評価, 土木学会論文集, 第372号/V-5, pp. 167-176, 1986.
- 4) ACI: *Building Code Requirements for Reinforced Concrete* (ACI 318-89), 353pp., 1989.
- 5) CEB: *CEB-FIP Model Code for Concrete Structures*, 348 pp., 1978.
- 6) CEB: CEB-FIP Model Code 1990, *Bulletin d'Information*, No. 213/214, 437pp., 1993.
- 7) Hillerborg, A. et al.: Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Element, *Cement and Concrete Research*, Vol. 6, No. 6, pp. 773-782, 1976.
- 8) JCI「コンクリートの破壊力学研究委員会」: コンクリート構造の破壊力学に関するコロキウム, 第1部 委員会報告, 176pp., 1990.
- 9) 二羽: 非線形ロッド要素を用いたコンクリートはりの曲げ強度寸法効果解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 15, No. 2, pp. 75-80, 1993.
- 10) 内田, 六郷, 小柳: 曲げ試験に基づく引張軟化曲線の推定と計測, 土木学会論文集, No. 426, V-14, pp. 203-212, 1991.
- 11) Blaauwendraad, J. and Wang, Q. B.: Systematic Fracture Mechanics Study of Shear Failure in Beams under Distributed Load, IABSE Colloquium on Structural Concrete, *IABSE Report*, Vol. 62, pp. 637-642, 1991.

(1994.5.30 受付)

## SIZE EFFECT ANALYSIS FOR SHEAR STRENGTH OF CONCRETE BEAMS BASED ON FRACTURE MECHANICS

Junichiro NIWA, Nasra ZAREEN and Tada-aki TANABE

Diagonal tension failure of concrete beams without web reinforcement is one of the most important research topics in concrete mechanics. The size effect on the shear strength has been confirmed experimentally. In the standard specification for design and construction of concrete structures of JSCE, the design equation considering the size effect was specified. However, with the increase in the size of concrete structures, huge concrete structures, which are outside the limit of the specification, will be built and the experimental verification will be substantially impossible. In this paper, the size effect on the shear strength of concrete beams is predicted numerically by the fracture mechanics.