

## 2方向より面内力を受ける鋼薄板要素の終局強度に関する研究

熊谷洋司<sup>1</sup>・井浦雅司<sup>2</sup>・渡辺保之<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工修 三菱重工業(株) 横浜製作所(〒231 横浜市中区錦町12)

<sup>2</sup>正会員 工博 東京電機大学教授 理工学部建設工学科(〒350-03 埼玉県比企郡鳩山町)

<sup>3</sup>正会員 工修 三菱重工業(株) 横浜製作所(〒231 横浜市中区錦町12)

本研究では、2方向より面内力を受ける鋼薄板要素の終局強度に関し、実験データを集積すると共に、その終局強度を推定する新たな手法を提案している。実験においては、周辺単純支持された鋼薄板要素を、荷重制御により作用応力比が一定となるように載荷し、供試体の幅厚比と作用応力比を広範に変えた比例載荷終局強度の実験を行った。終局強度を推定する方法として、本報告では、新たなパラメータ $\sigma^*$ 、 $R^*$ を導入し、この2つで終局強度を推定する手法を提案している。本手法は既往の手法に比べ簡便であると共に、その精度については本実験結果ばかりでなく、既往の数値結果を用いて確認している。

**Key Words :** ultimate strength, buckling, biaxial in-plane forces, thin plates

### 1. はじめに

土木構造物ばかりでなく、建築・造船などの分野においても、面内力を受ける鋼薄板要素(以下、板要素とよぶ)は多く用いられており、その終局強度を知ることは重要である。1方向からのみ面内圧縮力を受ける板要素の場合については、これまで多くの理論的および実験的研究が報告され、その設計基準等は道路橋示方書・同解説(以下、道示とよぶ)<sup>1)</sup>に詳しく述べられている。一方、2方向より面内力を同時に受ける板要素の場合についても、理論的研究は多く行われており、Kitada, Nakai and Furuta<sup>2)</sup>らの論文において既往の研究が詳しく解説されている。勇<sup>3),4)</sup>は、複雑な弾塑性有限変位解析をすることなく、板要素及び補剛板の終局強度を求める新しい手法を提案し、既往の研究結果と比較検討している。実験的研究としては、2方向より面内力を受ける補剛板について北田ら<sup>5),6)</sup>の一連の研究が報告されている程度であり、また、補剛されていない板要素についても終局強度実験の数は非常に少ない<sup>6),7)</sup>。Bradfieldら<sup>7)</sup>は、幅厚比が比較的大きな範囲において、長辺が単純支持され短辺が固定支持された薄板を対象として、2軸圧縮実験を行っている。しかしながら、著者らの知る限り、周辺単純支持の条件下における実験データはないようである。従来、補剛材で囲まれた板要素を周辺単純支持と仮定して解くことが多いことを考えれば、このような実験データを蓄積することは非常に重要なことである。

本研究の目的は、(1)周辺単純支持された板要素が、2方向から面内圧縮力を受けた時の終局強度に関する実験的データを蓄積すること、および(2)2方向から面内力を受ける板の終局強度を推定する新たな方法を提案することである。

2方向より面内力を受ける板要素の終局強度に関する実験的研究が少ない理由としては、1方向からのみ面内圧縮力を受ける板要素の場合に比べ、実験用治具が複雑になることが挙げられる。本研究では、周辺単純支持を満たしつつ、2方向より載荷可能な治具を開発した。そして、供試体の板厚を変化させることにより、様々な幅厚比の下で実験を行った。載荷方法は、荷重制御により作用応力比が一定となるように比例載荷を行った。供試体には、周辺に溶接ビードを付けることにより、残留応力を導入し、現実に使用されている板要素とほぼ同様の初期不整を持たしている。

2方向より面内力を受ける板要素の終局強度を推定する方法は、これまでいろいろと提案されている<sup>2)-9)</sup>。これら研究の多くにおいては、無次元化された2つの作用応力比をそれぞれ両軸にとり、アスペクト比と幅厚比をパラメータとして終局強度の相関曲線を求めている。本報告では、1方向より面内圧縮力を受ける板の終局強度算定式に用いられているパラメータを拡張し、2方向より面内力を受ける板要素の終局強度を求める新たな方法を提案している。この方法は、従来用いられているアスペクト比と幅厚比をパラメータとした相関曲線を用いる

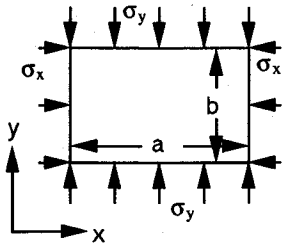


Fig.1 Notations of plate subjected to biaxial forces

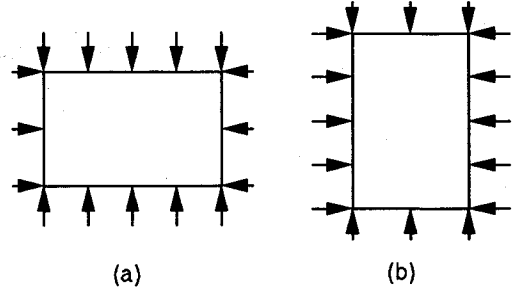


Fig.2 Plates subjected to biaxial forces

方法に比べ簡便であり、また、その精度については、本実験結果並びに既往の数値結果を用いて確認している。

本報告の構成は以下の通りである。2章においては、本報告で用いるパラメータの1つである等価幅厚比に現れる座屈係数の近似式を求めている。3章では、実験装置ならびに実験方法を説明した後に、2方向より面内圧縮力を受ける板要素の終局強度の実験結果を表にまとめて示す。4章では、終局強度の評価方法について議論しており、新たな手法を提案すると共に、本実験結果を用いてその手法の妥当性を確認している。5章は考察であり、本手法が2方向共に圧縮力の場合ばかりでなく、1方向が引張力の場合にも適用できることを、既往の数値結果を用いて示している。

## 2. 座屈係数

4辺単純支持の薄板の弾性座屈応力は、圧縮力を正にとり Fig.1 の記号を用いて以下のように表される<sup>12)</sup>。

$$\sigma_x^{cr} = k_x \frac{\pi^2 D}{b^2 t}, \quad \sigma_y^{cr} = k_y \frac{\pi^2 D}{b^2 t}, \quad D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (1)$$

ここに、 $k_x$ 、 $k_y$  は座屈係数と呼ばれ、次のように表される。

$$k_x = \frac{[(m/\alpha)^2 + n^2]^2}{(m/\alpha)^2 + \rho n^2}, \quad k_y = \rho k_x, \quad \rho = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}, \quad \alpha = \frac{a}{b} \quad (2)$$

ここに、 $m$ 、 $n$  はそれぞれ  $x$ 、 $y$  方向の座屈モードの正弦半波長数を示している。なお、 $x$  方向の応力が零の時 ( $\rho \rightarrow \infty$ )、 $\sigma_y^{cr}$  の座屈係数  $k_y$  は以下ようになる。

$$k_y = \left[ n + \frac{1}{n} \left( \frac{m}{\alpha} \right)^2 \right]^2 \quad (3)$$

さて、実際に必要なものは、 $k_x$  および  $k_y$  の最小値である。これらは、 $\rho$ 、 $\alpha$ 、 $m$ 、 $n$  の関数となっており、文献13)などに与えられている図より求めることはできる。しかしながら、離散的な  $\alpha$  の値に対して座屈係数の最小値が与えられているので、若干の計算を行う必要が生じる場合もあり、実用的により簡便な方法が望まれる。ここでは、設計者などの便を考え、座屈荷重の近似式を陽な形で求めることとする。その際に、以下の仮定を設ける。

$$\alpha \geq 1 \quad (4)$$

これは、Fig.2 (b) に示すように、もし対象とする板の  $\alpha (= a/b)$  が1を下回る時は、板を90度回転した Fig.2 (a) の状態を考え、新たに座標系を設定すれば常に式(4)は成立することから、式(4)の仮定は何等一般性を失うものではないことがわかる。なお、 $\sigma_x$  が正の場合については、既に文献9)において座屈係数の近似式は求められているが、ここでは後の便のために、 $\sigma_x$  が正の場合も含めて、正、零、負の3ケースに分けて以下に示すこととする。

まず、 $\sigma_x$  が正の時を考える。この時、 $\sigma_y$  の符号は正負どちらでも良い。式(4)の仮定の下では  $k_x$  の最小値は  $n=1$  の時であり、 $k_x$  は以下ようになる。

$$k_x = \frac{\left( \frac{1}{\xi} + \xi \right)^2}{1 + \rho \xi^2}, \quad \xi = \frac{\alpha}{m} \quad (5)$$

ここで、 $1 > 2\rho$  の時は、 $\xi = (1 - 2\rho)^{-1/2}$  で  $k_x$  は最小値となることがわかる。一方、 $1 \leq 2\rho$  の時は、 $k_x$  の傾きは常に負となることから、 $m=1$  の時に  $k_x$  は最小値となる。次に、 $\sigma_x=0$  の時を考えると、これは  $\rho \rightarrow \infty$  の時であるから、 $k_y$  の最小値は  $m=n=1$  の場合である。最後に、 $\sigma_x$  が負で、 $\sigma_y$  が正の場合を考える。この場合、 $k_x$  は負となることから、 $k_y$  について考えると、 $m=1$  の時に  $k_y$  は最小値をとる。よって、Fig.2 (a) に示す対象としている板を90度回転して、Fig.2 (b) に示す状態を考えれば、記号を  $\sigma_x \rightarrow \sigma_y$ 、 $\sigma_y \rightarrow \sigma_x$ 、 $a \rightarrow b$ 、 $b \rightarrow a$ 、 $m \rightarrow n$ 、 $n \rightarrow m$  等に変えることにより、 $\sigma_x > 0$  の場合の結果がそのまま使えることがわかる。なお、 $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$  が共に負の場合は、板の座屈は生じないことから、このような場合は考えない。

以上の結果を整理すると、座屈係数  $k_x$ 、 $k_y$  の最小値の近似値をそれぞれ  $f_x$ 、 $f_y$  とおくと、それらは以下のように表される。

$$(a) \quad \sigma_x > 0 \text{ の時 (但し、} -\infty < \sigma_y < +\infty)$$

$$(a.1) \quad \rho \geq \frac{1}{2} \text{ の場合}$$

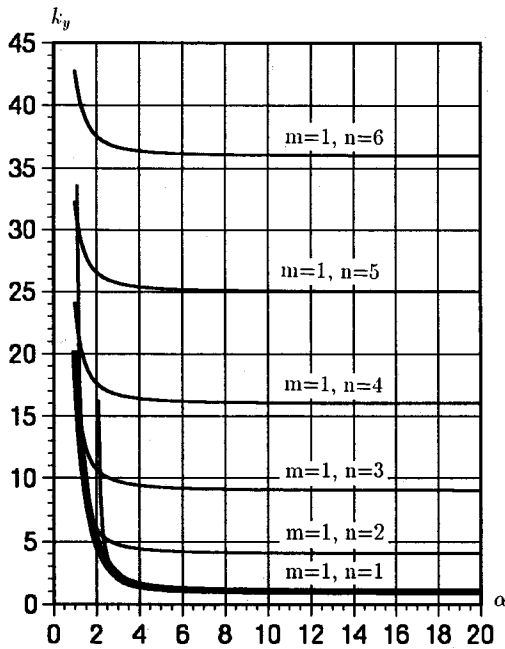


Fig.3 Comparison of  $k_y$  and  $f_v$  ( $\rho = -1/4$ )

$$f_x = \frac{(1+\alpha^2)^2}{\alpha^2(1+\rho\alpha^2)}, \quad f_v = \rho f_x$$

(a.2)  $\rho < \frac{1}{2}$  の場合

$$\alpha \geq \frac{1}{\sqrt{1-2\rho}} \text{ ならば } f_x = 4(1-\rho), \quad f_v = \rho f_x$$

$$\alpha < \frac{1}{\sqrt{1-2\rho}} \text{ ならば } f_x = \frac{(1+\alpha^2)^2}{\alpha^2(1+\rho\alpha^2)}, \quad f_v = \rho f_x$$

(b)  $\sigma_x = 0$  の時 (但し,  $\sigma_y > 0$ )

$$f_v = \left(1 + \frac{1}{\alpha^2}\right)^2$$

(c)  $\sigma_x < 0$  かつ  $\sigma_y > 0$  の時

$$(c.1) \quad \alpha \geq \sqrt{1 - \frac{2}{\rho}} \text{ ならば } f_v = \rho \frac{(1+\alpha^2)^2}{\alpha^2(1+\rho\alpha^2)}, \quad f_x = f_v / \rho$$

$$(c.2) \quad \alpha < \sqrt{1 - \frac{2}{\rho}} \text{ ならば } f_v = \frac{4}{\alpha^2} \left(1 - \frac{1}{\rho}\right), \quad f_x = f_v / \rho$$

なお、ここで導いた座屈係数の近似値の精度については、 $\sigma_x$  が正の場合については、文献9)において詳しく論じられているので、ここでは  $\sigma_x$  が負の場合について調べる。式(2)における  $k_y$  と近似値  $f_v$  との比較を、 $\rho = -1/4$  の場合について Fig.3 に示す。図中、太い実線は近似値によるものであり、これが座屈係数の最小値を精度良く近似していることが示されている。

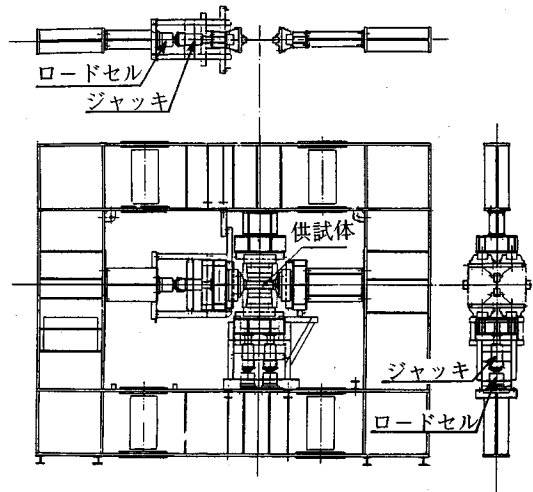


Fig.4 Experimental setup

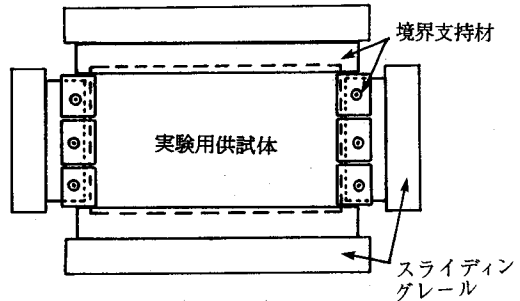


Fig.5 Details of supporting system

Table 1 Material properties

シリーズ	公称板厚 (mm)	ヤング係数 (kgf/cm <sup>2</sup> )	ポアソン比	降伏応力 $\sigma_V$ (kgf/cm <sup>2</sup> )
1	8	$1.95 \times 10^6$	0.3	3005
2	6	$1.95 \times 10^6$	0.3	3340
3	4.5	$1.90 \times 10^6$	0.3	2635
4	3.2	$1.90 \times 10^6$	0.3	2690
5	2.3	$1.90 \times 10^6$	0.3	2785

### 3. 実験結果

#### (1) 実験装置

実験装置の全体図を Fig.4 に示す。また、供試体周辺の支持方法について Fig.5 に概略図を示す。なお、単純支持の条件を満たすために、文献12) に示されているようなV字形の溝を4辺の境界支持材に取り付けた。

Fig.5にあるように、供試体の長辺側はそれぞれ1個の境界支持材を用いているのに対して、短辺側はそれぞれ3個の境界支持材を用いており、その間隔は約2mmである。また、短辺側の境界支持材には楕円孔を設けると

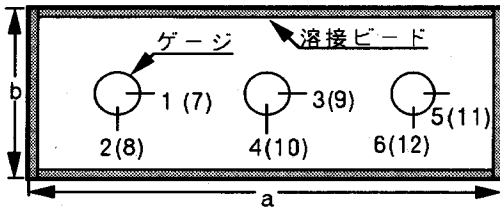


Fig.6 Unstiffened plate

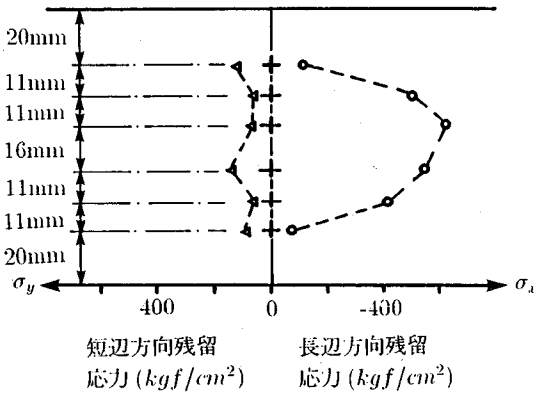


Fig.7 Distribution of residual stresses

共に、両辺側ともスライディングレールに取付けられている。これにより短辺側の境界支持材は上下方向に、長辺側のそれは左右方向にそれぞれ移動できるため、作用した力は全て供試体にかかるように工夫されている。なお、短辺側に3個の境界支持材及び精円孔を設けた理由は、予備実験において供試体コーナ部の支持条件が強度に大きく影響することが確かめられたため、長辺側の境界支持材をセットした後に、短辺側の境界支持材を上下方向に微動させて、それを長辺側の境界支持材に接触させるためである。載荷方法は、長辺方向に50 tf (490 kN) ジャッキ1台、短辺方向に50 tf (490 kN) ジャッキ2台を設置し、応力比が常に一定となるように載荷した。なお、ジャッキの力が全て供試体に伝達するように、加圧台と外側フレームとの間にフラットローラを挿入して、摩擦を抑えている。これらの実験装置の妥当性については、後に示すように、長辺方向のみ、又は短辺方向のみの1方向圧縮力を受ける板の終局強度実験を行い、既往の実験結果と比較することにより検討している。

(2) 供試体

実験用供試体は、境界支持材の関係から、横と縦の長さは一定として、板厚を変化させることにより、幅厚比を変えている。用いた供試体の板厚は5種類あり、それらの寸法並びに、引張試験より得られた材料定数を Table 1 に示す。また、全ての供試体は残留応力を挿入

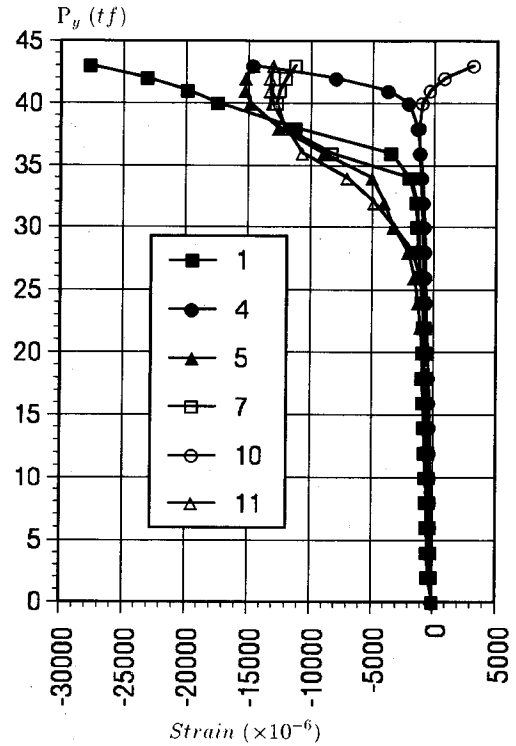


Fig.8 Load-strain curves for elasto-plastic buckling ( $t=6 \text{ mm}$ ,  $\rho=1/2$ )

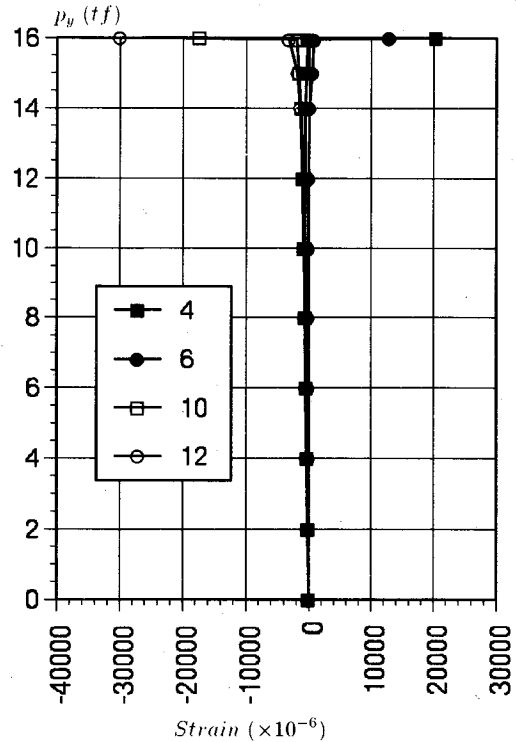


Fig.9 Load-strain curves for elastic buckling ( $t=3.2 \text{ mm}$ ,  $\rho=1$ )

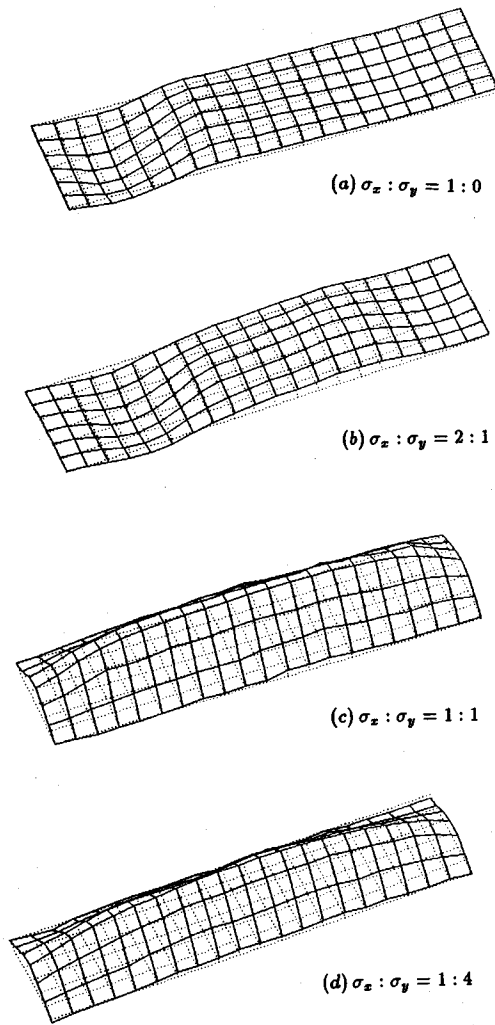


Fig.10 Buckling modes

するために、Fig.6に示すように、供試体周辺の両面に溶接ビードを付けている。残留応力測定用の供試体は、No.1, No.2シリーズと同じものを用い、測定には機械的切断法を用いた。なお、供試体周辺の両面に溶接ビードを付けている関係から、溶接近辺における引張り残留応力の測定はできなかつた。残留応力の測定には2軸ゲージを用いて、温度補正を行った上で、平面応力問題として残留応力を算出した。供試体中央部における長辺方向の残留応力については、両シリーズ共に同様の傾向を示しており、最大圧縮残留応力(表裏の平均値)は約 $0.2\sigma_Y$ であり、ここに $\sigma_Y$ は板要素の降伏応力である。また、供試体中央部における短辺方向の引張り残留応力も測定したが、それ程大きくはなく、最大で約 $0.05\sigma_Y$ であった。なお、No.2シリーズの供試体中央部における長辺方向と短辺方向の残留応力分布をFig.7に示す。

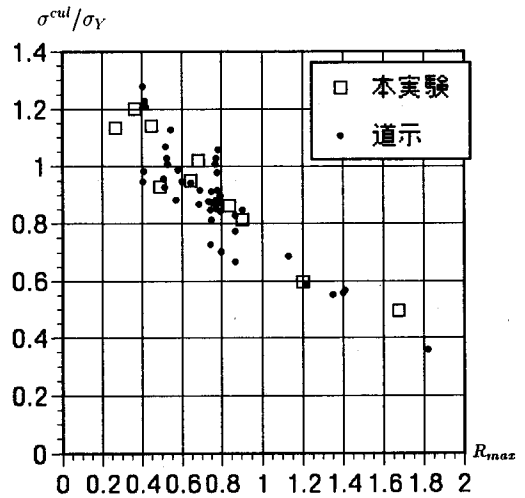


Fig.11 Ultimate strength for plates subjected to uniaxial force

次に初期変位を測定したところ、各供試体の最大初期たわみは $0.185\text{ mm} \sim 0.630\text{ mm}$ の範囲に存在しており、板厚が薄いほど初期たわみは大きな傾向にあったが、その分布形状には一定のパターンは見られなかつた。初期たわみの平均値は、1シリーズが $0.308\text{ mm}$ 、2シリーズが $0.470\text{ mm}$ 、3シリーズが $0.383\text{ mm}$ 、4シリーズが $0.343\text{ mm}$ 、5シリーズが $0.499\text{ mm}$ であった。なお、道示の製作基準は $b/150=0.667\text{ mm}$ となることから、本報告で用いた供試体の初期たわみは全て基準値内であることがわかる。

### (3) 作用応力比

前述した通り、外力は作用応力比 $\rho$ が常に一定となるように、ジャッキを操作した。厳密に言えば、常に応力比を一定として載荷することは不可能である。ここでは、作用荷重のステップ幅をできる限り小さくとり、各ステップにおいて応力比が一定となった所で、歪の測定を行った。各シリーズ共に、作用応力比は、 $\sigma_x : \sigma_y = (1:0), (4:1), (2:1), (1:1), (1:2), (1:4), (0:1)$ の計7種類である。

### (4) 荷重-歪曲線

歪の測定は、Fig.6に示すように、供試体の3箇所の表裏に2軸ゲージを粘付けた。図中の各数字は歪ゲージの番号であり、括弧内の数字は供試体裏側の歪ゲージの番号を示している。なお、歪ゲージは(株)共和電業製作のKFE-5-120-D32を用いており、最大約0.1までの歪を測定できるとされている。なお、実験装置の関係から、載荷途中時におけるたわみの測定は実施しなかつた。

Table 2 Experimental results for biaxially loaded plates

シリーズ番号	名称	a(mm)	b(mm)	t(mm)	$\sigma_x : \sigma_y$	$\sigma_x^{cul}(kgf/cm^2)$	$\sigma_y^{cul}(kgf/cm^2)$
1	1-1	330.20	100.12	7.63	1:0	3417	-
1	1-2	329.30	100.12	7.67	4:1	3964	990
1	1-3	330.00	100.13	7.69	2:1	4492	2246
1	1-4	330.00	100.03	7.71	1:1	2987	2987
1	1-5	329.95	100.10	7.69	1:2	1537	3073
1	1-6	329.55	100.07	7.69	1:4	740	2960
1	1-7	330.00	100.07	7.68	0:1	-	2801
2	2-1	329.93	98.90	5.83	1:0	4024	-
2	2-2	329.86	99.26	5.81	4:1	4174	1044
2	2-3	330.96	98.83	5.80	2:1	4480	2240
2	2-4	330.00	98.90	5.80	1:1	3030	3030
2	2-5	329.76	99.50	5.79	1:2	1833	3666
2	2-6	330.00	98.88	5.78	1:4	891	3565
2	2-7	330.10	99.10	5.77	0:1	-	3413
3	3-1	330.00	99.98	4.32	1:0	3014	-
3	3-2	330.00	99.93	4.23	4:1	3295	824
3	3-3	330.00	100.00	4.31	2:1	3372	1686
3	3-4	330.00	99.98	4.24	1:1	2430	2430
3	3-5	330.00	99.85	4.27	1:2	1206	2413
3	3-6	330.00	99.87	4.26	1:4	640	2561
3	3-7	330.00	99.97	4.25	0:1	-	2282
4	4-1	329.60	99.90	3.04	1:0	2568	-
4	4-2	330.01	99.83	3.06	4:1	2772	693
4	4-3	329.00	99.98	3.02	2:1	3116	1558
4	4-4	329.00	99.95	3.03	1:1	1607	1607
4	4-5	329.50	100.17	3.02	1:2	804	1608
4	4-6	330.00	99.95	3.01	1:4	347	1389
4	4-7	329.00	100.02	3.01	0:1	-	1614
5	5-1	330.00	99.83	2.20	1:0	2273	-
5	5-2	329.50	99.95	2.21	4:1	2751	687
5	5-3	329.50	100.00	2.22	2:1	2187	1094
5	5-4	329.00	99.95	2.21	1:1	1252	1252
5	5-5	329.50	99.87	2.21	1:2	563	1126
5	5-6	329.50	99.98	2.20	1:4	269	1074
5	5-7	329.50	99.93	2.20	0:1	-	1381

実験結果を大別すると、弾塑性座屈と弾性座屈とに分けることができ、それぞれのパターンの荷重-歪曲線の代表例を Fig.8 と Fig.9 に示す。図中の記号の番号は、それぞれ歪ゲージの番号を示しており、縦軸  $p_y$  は長辺に作用する  $y$  軸方向の荷重である。

(5) 崩壊モード

実験終了後に供試体の変形状態を調べた。代表的な例として、1シリーズの供試体の崩壊モードを Fig.10 に示す。図中、点線は変形前の形状を、実線は変形後の形状を示している。これより、長辺方向の作用応力が卓越している時は、長辺方向に正弦 3 半波長、短辺方向に正弦 1 半波長の波形で崩壊していることがわかる。また、

短辺方向の作用応力が長辺方向の作用応力と等しい場合、或いは卓越している場合には、両方向共に正弦 1 半波長の波形で崩壊している。この傾向は全てのシリーズに共通していた。

(6) 本実験結果

終局強度の決定方法には、これまでも様々な方法が提案されている<sup>14)</sup>。ここでは、最高荷重を終局強度とすることとし、各供試体の実験結果を Table 2 に示した。表中、 $\sigma_x^{cul}$  と  $\sigma_y^{cul}$  はそれぞれ  $x$  方向と  $y$  方向の最高荷重を変形前の面積で除した終局強度である。なお、幅厚比の小さな範囲で、終局強度が降伏応力を越えているものもあるが、これは供試体の一部がひずみ硬化域に入ってい

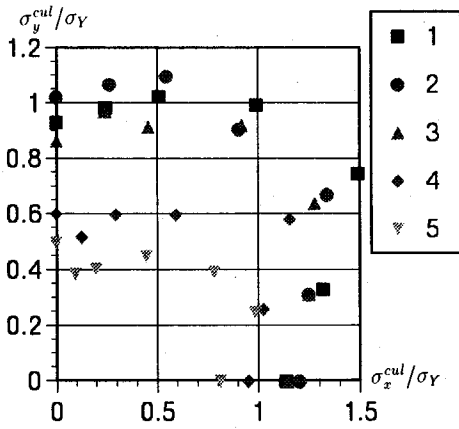


Fig.12 Interactions between  $\sigma_x^{cul}/\sigma_Y$  and  $\sigma_y^{cul}/\sigma_Y$

る影響と思われる。

### (7) 実験装置の検証

本実験において、作用応力比が  $\sigma_x : \sigma_y = (1 : 0)$ ,  $(0 : 1)$  の2ケースは、1方向からのみ圧縮力を受ける板要素の終局強度実験となっており、これらの実験結果と、既往の実験結果と比較することにより、本実験装置の妥当性を確かめることができる。比較する実験結果はこれまで多く得られているが、ここでは道示<sup>1)</sup>に示されている実験結果を用い、その比較を Fig.11 に示した。なお、 $\sigma_y=0$  の時は、縦軸に  $\sigma_x^{cul}/\sigma_Y$  を、 $\sigma_x=0$  の時は、縦軸に  $\sigma_y^{cul}/\sigma_Y$  をとっており、横軸の等価幅厚比  $R_{max}$  に含まれる座屈係数としては、ここで提案している近似式  $f_x$ ,  $f_y$  を用いている。Fig.11 より、本実験結果と道示の実験結果とは類似した傾向を示しており、本実験装置の妥当性が確認された。

## 4. 終局強度の評価

### (1) 既往の方法

2方向より面内力を受ける板の終局強度を評価する際に、既往の研究の大部分においては、縦軸と横軸においてそれぞれ無次元化された作用応力を用い、アスペクト比と幅厚比をパラメータとして終局強度を調べている。まず最初に、ここでも既往の方法と同様に、縦軸と横軸にそれぞれ  $\sigma_y^{cul}/\sigma_Y$  と  $\sigma_x^{cul}/\sigma_Y$  をとり、本実験結果を整理したものを Fig.12 に示す。図中の記号の番号は、Table 1 における供試体のシリーズ番号を示している。終局強度の相関関係式はこれまで多く提案されており、Kitada, Nakai and Furuta<sup>2)</sup>, 三上・木村・徳田<sup>11)</sup>らにより詳細に検討されている。ここでは、既往の相関関係式の比較検討は目的としていないので詳細な検討は

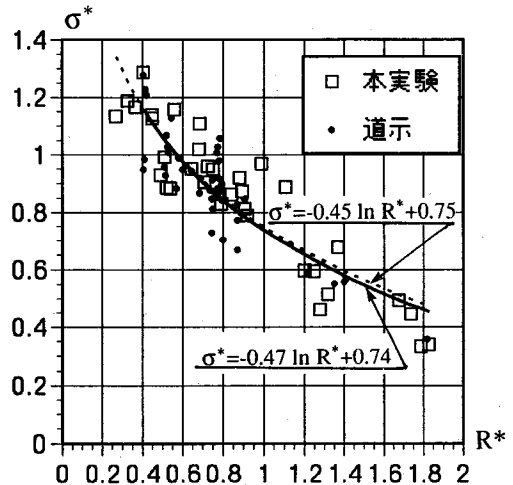


Fig.13 Ultimate strength of plates subjected to biaxial forces (experimental results)

省略するが、文献2) で検討されている既往の提案式の中で、本実験結果にあるように、幅厚比  $b/t$  が小さくなると、応力比  $\rho$  が小さい範囲で von Mises の降伏曲線に近づく傾向を示すものは、Dier と Dowling ら (文献2) を参照) による相関曲線だけであることは注目される。三上・木村・徳田<sup>11)</sup> は、Bradfield ら<sup>7)</sup> の実験結果を基に、既往の相関式の妥当性を調べ、BS 5400<sup>15)</sup> の相関式が実験結果と良い一致をみていると結論づけている。Bradfield ら<sup>7)</sup> の実験結果は幅厚比が 35-58 と比較的大きく、わが国の現状を考えると、幅厚比が 35 以下の実験結果も加えて相関曲線の妥当性を調べる必要があると思われる。

### (2) 本論文の方法

これまで、1方向より圧縮力を受ける板要素の終局強度は、道示<sup>1)</sup> に示されているように、無次元化応力と等価幅厚比を用いて整理されてきた。ここでは、この方法を拡張して、二つのパラメータ  $\sigma^*$  と  $R^*$  を導入することとする。まず  $\sigma^*$  は

$$\sigma^* = \frac{\sigma_{eq}^{cul}}{\sigma_Y}$$

$$\sigma_{eq}^{cul} = \sqrt{(\sigma_x^{cul})^2 - \sigma_y^{cul} + (\sigma_y^{cul})^2} \quad (6)$$

と定義され、次に  $R^*$  は以下のように定義される。

(a)  $\sigma_x > 0$  の時

$$R^* = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma^* \# 12(1-\nu^2)}{E\pi^2 f_x}}$$

$$\sigma^* \# = \frac{\sigma_Y}{\sqrt{1-\rho+\rho^2}} \quad (7)$$

(b)  $\sigma_x \leq 0$  の時 (但し、 $\sigma_y > 0$ )

$$R^* = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_f^* 12(1-\nu^2)}{E\pi^2 f_y}}$$

$$\sigma_f^* = \frac{\sigma_r}{\sqrt{1 - \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho^2}}} \quad (8)$$

ここに、 $\sigma^*$  は最大荷重時における von Mises の相当応力を降伏応力で無次元化したものである。 $R^*$  は1方向からのみ面内圧縮力を受ける場合の等価幅厚比において、座屈係数を2方向から面内力を受ける場合のそれに置き換え、さらに降伏応力  $\sigma_r$  を  $\sigma_f^*$  に置き換えたものである。ここで、 $\sigma_f^*$  は von Mises の降伏条件が満足された状態での  $x$  方向あるいは  $y$  方向の応力成分である。

なお、本実験結果では  $\sigma_x \geq 0$  に限られているが、5章の考察において、既往の数値計算結果を用いて、 $\sigma_x < 0$  の場合にも本報告の方法が有効であることを示す。

さて、縦軸と横軸にそれぞれ  $\sigma^*$  と  $R^*$  をとって、本実験結果を整理したものを Fig.13 に示す。図中、参考のために、道示<sup>1)</sup>の実験結果もプロットしており、実線はその回帰曲線であり、実験値とのバラツキを示す標準偏差は0.91である。点線は本実験結果の回帰曲線であり、実験値とのバラツキを示す標準偏差は1.06である。これより、本実験結果と道示<sup>1)</sup>の実験結果とは類似した傾向を示しており、また両実験値の回帰曲線もほぼ一致していることがわかる。ここで注目すべきことは、本実験結果の大部分は2方向から面内圧縮力を受けた時の終局強度であるのに対し、道示<sup>1)</sup>の実験結果は1方向からのみ面内圧縮力を受けた時の終局強度を示している点である。それにも拘らず、パラメータとして  $\sigma^*$  と  $R^*$  を用いて実験結果を整理すると、両者の間に有意な差異が見られないことが確認された。従来の提案式のように、アスペクト比  $\alpha$  や幅厚比  $b/t$  をそれぞれ独立なパラメータとして扱うのではなく、終局強度を  $\sigma^*$  と  $R^*$  の2つのパラメータで推定するところに本報告の特徴がある。

さて、実際に終局強度を評価するに当たり、供試体の残留応力や初期たわみなどの初期不整を考慮しなければならないことは既に知られている通りである。本報告では、初期変位としては、道示<sup>1)</sup>に規定されている製作標準を上回るようなものはなく、更に長辺方向の残留応力も、最大圧縮残留応力が約0.2  $\sigma_r$  程度とそれ程大きくなく、通常の場合よりも若干低めである。また、短辺方向の残留応力は比較的小さいことが報告されており<sup>6)</sup>、今回の実験でも最大引張残留応力は溶接部を除き約0.05  $\sigma_r$  であった。このような条件の下で Fig.13 が得られており、例えば初期たわみが道示の基準を上回る場合には、本実験結果と異なる結果が得られ、それら初期不整を考慮した評価方法が必要となる。

ここでは、道示の製作標準を満たす範囲内において、Fig.13 より2方向から面内力を受ける板要素の終局強

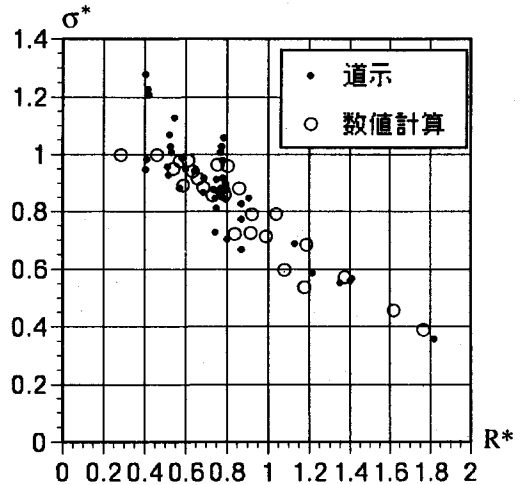


Fig.14 Ultimate strength of plates subjected to biaxial forces (numerical results)

度を推定する方法として、以下の2つの方法を提案する。最初の方法は、本実験結果と道示の実験結果の双方の結果より得られる回帰曲線を用いるものであり、以下の式で与えられる。

$$\sigma^* = -0.46 \times \ln R^* + 0.74 \quad (9)$$

但し、 $R^* \leq 0.57$  の時は、 $\sigma^* = 1$  とする。上式は実験値より得られた回帰曲線であることから、実際の設計などに用いる際には、安全率を考慮した設計をする必要がある。

2番目の方法は、道示<sup>1)</sup>に示されている強度式を拡張して、以下の式を使用するものである。

$$\sigma^* = 1 \quad (R^* \leq 0.5) \quad (10)$$

$$\sigma^* = 1.5 - R^* \quad (0.5 \leq R^* \leq 1.0) \quad (11)$$

$$\sigma^* = 0.5 / R^{*2} \quad (1.0 \leq R^*) \quad (12)$$

上式は道示<sup>1)</sup>の説明にもあるように、設計上の配慮より安全側の評価式となっている。

ここで提案した何れの推定式も、供試体の寸法および材料の性質が既知であれば、応力比  $\rho$  と  $\sigma_x^{ult}$  または  $\sigma_y^{ult}$  の関数と見なすことができる。よって、比例荷重のように、 $\rho$  が既知であれば式(9) 或いは式(10)~(12)より  $\sigma_x^{ult}$  と  $\sigma_y^{ult}$  は簡単に求められる。また、比例荷重でない場合には、 $\sigma_x^{ult}$  または  $\sigma_y^{ult}$  の一方が既知となることから、複雑な式となるものの超越方程式を解くことにより応力比  $\rho$  が求められ、これより残りの一方の終局強度が得られる。

## 5. 考 察

前章においては、2方向の面内力が共に圧縮の場合を扱い、本報告で提案したパラメータ  $\sigma^*$ 、 $R^*$  の有効性を



確認した。ここでは、2方向の面内力の内、どちらか一方が引張となる場合にも、上記のパラメータ  $\sigma^*$ 、 $R^*$  が有効に用いられることを示す。このような条件下における実験結果は非常に少なく、補剛板を対象とした実験が北田、中井、宮坂、古田<sup>1)</sup>らにより行われているだけで、補剛されていない板を対象とした実験は、著者らの知る限り存在しない。よって、ここでは、Kitada, Nakai and Furuta<sup>2)</sup>らの数値解析結果を基に議論を進める。Kitada, Nakai and Furuta<sup>2)</sup>らは、弾塑性有限変位解析により、無補剛板の終局強度を計算し、各種の幅厚比に対して終局強度を求めている。ここでは、文献2)のFig.7より、 $\rho$ が負となる場合について、終局強度の相関曲線上の代表点をいくつか取り出して、新たにパラメータ  $\sigma^*$ 、 $R^*$  を用いて整理し直した結果をFig.14に示す。文献2)の数値結果は、幅厚比が20,30,40,60の4種類であり、この内、幅厚比が20の結果は第2象限のみを用いており、それ以外は第2象限と第4象限の結果を用いている。なお、それぞれの数値結果は初期不整が考慮されており、詳細は文献2)のTable 2に記載されている。Fig.14には道示<sup>1)</sup>の1方向から圧縮力を受ける板の実験結果も示しており、この図より、1方向のみの圧縮力を受ける道示<sup>1)</sup>の実験結果と、1方向が圧縮力で他方向が引張力の数値結果<sup>2)</sup>との間に有意な差異が見られないことがわかる。このことは、2方向が共に圧縮力の場合ばかりでなく、どちらか一方が引張力の場合にも、本報告で提案しているパラメータ  $\sigma^*$ 、 $R^*$  の有効性が認められたものと思われる。なお、Fig.14における数値結果の中で、 $\sigma^*$  が1を越えるものが存在しないのは、計算では均質な完全弾塑性材料を用い、降伏条件として von Mises の式を使っているためである。

## 6. おわりに

本報告では、新たな2つのパラメータ  $\sigma^*$ 、 $R^*$  を用いることにより、2方向より面内力を受ける鋼薄板要素の終局強度が簡単に精度良く推定できることを示した。板要素の初期不整がその終局強度に大きな影響を与えることはよく知られており、本報告では道示<sup>1)</sup>の製作基準を満たす範囲内で、2方向より面内力を受ける板要素の終局強度を求める方法を提案した。今後の課題は、終局強度に及ぼす初期不整の影響を調べることと、本手法を補剛板の終局強度推定に適用することである。

なお、本研究の一部は、東京電機大学総合研究所(課題番号:Q92-M39)の援助を受けている。実験にあたり、東京電機大学 佐々木利視講師ならびに東京電機大

学卒論生(天野洋君、石本昇平君、市田茂君)の協力を得た。ここに記し感謝の意を表したい。

## 参考文献

- 1) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, 鋼橋編、丸善、1994年。
- 2) Kitada, T., Nakai, H. and Furuta, T.: Ultimate strength and interaction curve of stiffened plates subjected to biaxial in-plane forces, *Proc. of JSCE*, No.437/I-17, pp.113-123, 1991.
- 3) 勇 秀憲: 2方向面内圧縮力を受ける鋼矩形板の耐荷力推定のための新しいアプローチ, 構造工学論文集, Vol. 37 A, 土木学会, pp.219-228, 1991.
- 4) Isami, H.: A prediction method of ultimate strength for stiffened plates under biaxial in-plane forces, *Proc. of JSCE*, No.489/I-27, pp.49-57, 1994.
- 5) 北田俊行, 中井 博, 古田富保, 鈴木宏昌: 2方向面内力を受ける補剛板の極限強度に関する研究, 構造工学論文集, Vol. 34 A, 土木学会, pp.203-214, 1988.
- 6) 北田俊行, 中井 博, 宮坂佳洋, 古田富保: 2方向面内力を受ける補剛板の極限強度に関する実験的研究, 土木学会論文集, No. 437/I-17, pp.79-88, 1991.
- 7) Bradfield, C.D., Stonor, R.E.P. and Moxham, K.E.: Tests of long plates under biaxial compression, *J. Construct. Steel Res.*, Vol.24, No.1, pp.25-56, 1993.
- 8) Taïdo, Y., Hayashi, H., Kitada, T. and Nakai, H.: A design method of wide stiffened plates subjected to uniaxial and biaxial compression, *Stahlbau*, 54, H.5, pp.149-155, 1985.
- 9) 熊谷洋司, 井浦雅司, 吉田俊二: 二軸応力を受ける一方向に補剛された圧縮補剛板の設計法に関する研究, 構造工学論文集, Vol. 39 A, 土木学会, pp.143-152, 1993.
- 10) 三上市蔵, 木村泰三, 徳田浩一: 単一パネルの2軸圧縮強度の検討, 土木学会年次学術講演会, 第1部門, pp.123-124, 1991年9月。
- 11) 三上市蔵, 木村泰三, 徳田浩一: 鋼板パネルの二軸圧縮強度の算定法, 鋼構造年次論文報告集, 第1巻, pp.295-300, 1993年7月。
- 12) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M.: *Theory of elastic stability*, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1986.
- 13) C.R.C. Japan 編: *Handbook of structural stability*, コロナ社, 1971.
- 14) Yoshiki, M. and Fujita, Y.: Determination of plastic buckling load for axially compressed plates from experimental data, ASTM Special Technical Publication No.419; *Test Methods for Compression Members*, pp.47-59, 1967.
- 15) British Standards Institution, *Steel, Concrete and Composite Bridges: Specification for Materials and Workmanship in Steel*, BS 5400 : Part 6. BSI, London, 1980.

(1994.5.23 受付)

# ULTIMATE STRENGTH OF THIN STEEL PLATES SUBJECTED TO BIAXIAL FORCES

Yoji KUMAGAI, Masashi IURA and Yasuyuki WATANABE

A new approach is presented for predicting the ultimate strength of plates subjected to biaxial in-plane forces. Experimental studies are conducted on the ultimate strength of plates subjected to not only uniaxial but also biaxial in-plane forces. It depends on the thickness of plates and the ratio of stresses applied whether the elasto-plastic buckling or the elastic buckling occurs. Two parameters  $\sigma^*$  and  $R^*$  are introduced to predict the ultimate strength of plates. Both experimental and numerical results are used to show the validity of the new approach. Although the present approach is easier to apply than other available approaches, it provides consistently good predictions.