

# 有効応力に基づく地盤の非線形解析手法の開発とその検証

金谷 守\*・西 好一\*\*・当麻純一\*\*\*・大波正行\*\*\*\*

地震時における地盤・構造物の残留変形を予測するため、二相混合体理論から導かれる支配方程式に、繰返しせん断時の土のダイレイタンス挙動を表現しうる構成式を導入した有効応力に基づく二次元非線形解析手法を開発した。本解析手法を用いた大型ブロックの繰返し載荷試験、二次元模型振動実験の数値シミュレーションを通じて、解析手法の適用性を検証した。

**Key Words :** nonlinear analysis, constitutive relation, ground deformation, earthquake, numerical simulation

## 1. はじめに

新潟地震以来、砂地盤の液状化現象に対する関心が高まり、これまで実験・解析の両面にわたって精力的に研究が行われてきた。その結果、液状化の判定についてはかなりの精度で予測することが可能になってきたといえる。一方、重要構造物の場合には液状化にみられるような地盤の破壊には至らないまでも、地震によって生ずる地盤・構造物の沈下といった残留変形量の予測が耐震安定性評価を行う上で重要な検討項目となる。その際、地盤を構成する土質材料の構成式を用いた数値解析の手法によって境界値問題の解明を図るという方法は、非弾性的特性に強く支配される地盤安定問題には有力な方法であるといえる。現在、等価線形化法に基づく地震応答解析手法<sup>1)</sup>は実務設計においても頻繁に用いられるに至っているが、地震による残留変形まで精度良く予測するためには地盤内の間隙水圧の変動を考慮にいたれた有効応力解析を行う必要がある。有効応力解析は、適用している運動方程式の観点から非連成解析と連成解析に分類される。非連成解析については例えば Finn<sup>2)</sup>、大概<sup>3)</sup>の方法等がある。一方、連成解析には間隙水の圧力を変数とする  $u-P$  解法と間隙水の変位を変数とする  $u-U$ ,  $u-W$  解法がある。前者の例としては Oka<sup>4)</sup>、後者には Prevost<sup>5)</sup>、Zienkiewicz<sup>6)</sup>、Ghaboussi<sup>7)</sup>の方法が挙げられよう。

本研究では、Biotの二相混合体理論から導かれる運動方程式を支配方程式 ( $u-W$  解法) とし、繰返し載荷時の土のダイレイタンス挙動を表現しうる構成式の導

入を図って、有効応力に基づく連成非線形解析手法の開発を行い、現地での大規模繰返し載荷試験や二次元模型振動実験の数値シミュレーションを通じて解析手法の適用性を検討した結果について述べている。

## 2. 支配方程式と有限要素法による離散化

### (1) 二相混合体の支配方程式

地盤を土粒子骨格と間隙水から成る二相混合体とみなし、土粒子と間隙水の圧縮性を考慮したときの支配方程式は以下のように記述される<sup>8), 9)</sup>。

#### a) 混合体としての運動方程式

$$\sigma_{ij,j} + \rho g_i = \rho \ddot{u}_i + \rho_f \ddot{w}_i \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\sigma_{ij}$ : 要素に作用する全応力ベクトル (引張り正)

$\rho$ : 混合体の密度  $\rho = (1-n)\rho_s + n\rho_f$

$\rho_s$ : 土粒子の密度

$\rho_f$ : 間隙水の密度

$g_i$ : 重力加速度  $n$ : 間隙率

$u_i$ : 骨格の平均変位ベクトル

$w_i$ : 骨格に対する間隙水の平均相対変位ベクトル

$\cdot$ : 時間微分

#### b) 間隙水の運動方程式

透水現象がダルシー則に基づくとした時の一般的な透水方程式は

$$-P_{,i} + \rho_f g_i = k_{ij}^{-1} \rho_f g_j \dot{w}_i + \rho_f \ddot{u}_i + \rho_f \frac{\dot{w}_i}{n} \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $P$ : 間隙水圧

$k_{ij}$ : 透水係数

#### c) 連続式

連続式は、流速ベクトルの発散が空間の単位体積当りの間隙水の蓄積速度に等しいとして、土粒子および間隙水の圧縮性を考慮すると

\* 正会員 工修 (財) 電力中央研究所耐震部土質グループ (〒270-11 我孫子市我孫子 1646)

\*\* 正会員 工博 (財) 電力中央研究所研究開発部計画課長

\*\*\* 正会員 工博 同上 企画部経営調査室課長

\*\*\*\* 工修 (株) 構造計画研究所解析技術部室長

$$\dot{w}_{i,i} = -\dot{\varepsilon}_{ii} - \frac{(1-n)\dot{P}}{k_s} - \frac{n\dot{P}}{k_f} + \frac{\dot{\sigma}'_{ii}}{3k_s} \dots\dots\dots (3)$$

となる。

ここに、 $\varepsilon_{ii}$ ：骨格の体積ひずみ

$k_s$ ：土粒子の体積弾性係数

$k_f$ ：間隙水の体積弾性係数

$\sigma'_{ii}$ ：土粒子間に作用する有効応力

式(3)を時間積分して得られる積分定数については、時刻  $t=0$  の初期状態において、変形ならびに間隙水圧の空間的分布がないと仮定してゼロとすると式(3)は、

$$P = -M(\lambda \delta_{ij} \varepsilon_{ij} + w_{i,i}) \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{1}{M} = \frac{1-n}{k_s} + \frac{n}{k_f}$$

$$\lambda = 1 - \frac{\delta_{ij} D_{ijkl} \delta_{kl}}{3k_s}$$

$D_{ijkl}$ ：完全排水条件における骨格の剛性マトリックスと表現されることになる。

d) 変位-ひずみ関係式

変形が微小であると仮定すると、

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \dots\dots\dots (5)$$

e) 有効応力および有効応力-ひずみ関係式

有効応力の定義より

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - \lambda \delta_{ij} P \dots\dots\dots (6)$$

または有効応力とひずみの関係については、初期ひずみをゼロとすると、

$$\sigma'_{ij} = D_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} \dots\dots\dots (7)$$

となることから、式(4)、(6)、(7)より

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} + \lambda M \delta_{ij} (\lambda \cdot \delta_{kl} \varepsilon_{kl} + w_{i,i}) \dots\dots\dots (8)$$

となる。

境界条件は、

(i) 変形に関して

変位に関する境界  $S_u$  :  $u_i = \bar{u}_i$

応力に関する境界  $S_\sigma$  :  $\sigma_{ij} \cdot n_j = \bar{T}_i$

(ii) 間隙水の運動に関して

間隙水の相対変位に関する境界  $S_w$  :  $w_i = \bar{w}_i$

間隙水の圧力に関する境界  $S_p$  :  $p \cdot n_i = \bar{p}_i$

ここに、 $\bar{u}_i$ ：既知の骨格の変位ベクトル

$\bar{T}_i$ ：既知の骨格の応力ベクトル

$\bar{w}_i$ ：既知の間隙水の相対変位ベクトル

$\bar{p}_i$ ：既知の間隙水圧

であり、この境界条件と初期条件を与えることによって境界値問題を解くことが可能となる。

(2) 有限要素法による離散化

(1)で示された運動方程式(1)、(2)を有限要素法を用いて数値解析的に解くため、空間領域における運動

方程式の離散化を図る。なお、本解析では土粒子骨格の変位ならびに間隙水の相対変位を変数とした  $u-W$  解法とするため、各々の変位を表わす変数  $u_i, w_i$  を次のように離散化する。

$$u_i = N_k^{(u)} \cdot u_i^k$$

$$w_i = N_k^{(w)} \cdot w_i^k$$

ここに、 $k$ ：節点番号

$i$ ：変位の方向

$N_k^{(u)}$ ：骨格の変位に関する形状関数

$N_k^{(w)}$ ：間隙水の相対変位に関する形状関数

$u_i^k$ ：第  $k$  節点の骨格の変位ベクトル

$w_i^k$ ：第  $k$  節点の間隙水の相対変位ベクトル

$k=1, 2, \dots, n$  (要素の節点総数)

ここで、重み付き残差法のひとつである Galerkin 法により、重みとして上記形状関数を用いて、式(1)、(2)に関する解析領域内での残差との積を領域全体で積分した値を 0 とすると次式が得られる。

$$\sum_{\nu=1}^N \int_{V_\nu} N_m^{(w)} [\sigma_{ij,j} + \rho g_i - \rho \dot{u}_i - \rho_j \dot{w}_j] dV_\nu = 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$\sum_{\nu=1}^N \int_{V_\nu} N_m^{(w)} [-p_{,i} + \rho_f g_i - \rho_f \dot{u}_i - \frac{\rho_f}{n} \dot{w}_i - \frac{1}{k_{ij}} \rho_f g w_j] dV_\nu = 0 \dots\dots\dots (10)$$

$V_\nu$ ：第  $\nu$  番目の要素体積

$N$ ：要素総数

式(4)、(5)、(8)を式(9)、(10)に代入し、Gauss の発散定理を用いると、運動方程式は以下に示す成分をもつマトリックスで表示される。

$$\begin{bmatrix} M_s & M_c \\ M_c^T & M_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} O & O \\ O & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & C \\ C^T & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

ここに、

$\underline{u} = u_i^k, \underline{w} = w_i^k$ ：節点変位ベクトル

$$\underline{M}_s = \sum_{\nu=1}^N \int_{V_\nu} N_m^{(w)} \rho N_k^{(w)} dV_\nu$$

$$\underline{M}_f = \sum_{\nu=1}^N \int_{V_\nu} N_m^{(w)} \rho_f N_k^{(w)} dV_\nu$$

$$\underline{M}_c = \sum_{\nu=1}^N \int_{V_\nu} N_m^{(w)} \frac{\rho_f}{n} N_k^{(w)} dV_\nu$$

$$\underline{H} = \sum_{\nu=1}^N \int_{V_\nu} N_m^{(w)} \frac{\rho_f g}{k} N_k^{(w)} dV_\nu$$

$$\underline{K} = \sum_{\nu=1}^N \int_{V_\nu} N_m^{(u)} (D_{ijkl} + \lambda^2 M \delta_{ij} \delta_{kl}) N_k^{(u)} dV_\nu$$

$$\underline{C} = \sum_{\nu=1}^N \int_{V_\nu} N_m^{(w)} M \lambda \delta_{ij} N_k^{(w)} dV_\nu$$

$$\underline{E} = \sum_{\nu=1}^N \int_{V_\nu} N_m^{(w)} M \delta_{ij} N_k^{(w)} dV_\nu$$

$$\underline{F} = \sum_{v=1}^N \left[ \int_{S_v} N_m^{(w)} \bar{T}_i dS_v + \int_{V_v} N_m^{(w)} \rho g_i dV_v \right]$$

$$\underline{G} = \sum_{v=1}^N \left[ \int_{S_v} N_m^{(w)} \bar{P}_i dS_v + \int_{V_v} N_m^{(w)} \rho_i g_i dV_v \right]$$

$\underline{F}$  および  $\underline{G}$  は、各々混合体および間隙水に作用する物体力、表面力を表わしている。

なお、実際の解析では演算効率を考慮して質量マトリックスの内、相互作用項である  $\underline{M}_c$ ,  $\underline{M}_c^T$  を無視すると共に集中系にしてマトリックスの対角化を図る。また減衰マトリックスについてもダルシー減衰項  $\underline{H}$  を集中系で対角化する。このような近似が解の精度に与える影響については事前に検討し、砂・砂礫地盤の現実的な透水係数の範囲内であれば、ほとんど誤差が生じないことを確認した。

### 3. 土の構成式と材料定数

#### (1) 土の構成式

繰返しせん断時におけるダイレイタンシーといった土の非弾性的な変形挙動を表現するために本解析では弾-塑性論に立脚した構成式を用いる<sup>8)</sup>。

まず、応力増分テンソル  $d\sigma_{ij}$  と全ひずみ増分テンソル  $de_{ij}$  の関係を次式で与える。

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl} \cdot de_{kl} \quad (12)$$

ここに、

$$D_{ijkl} = D_{ijkl}^E - \frac{D_{ijmn}^E \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} D_{pqkl}^E}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} D_{ijmn}^E \frac{\partial g}{\partial \sigma_{pq}} - \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{mn}} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}}}$$

( $D_{ijkl}^E$  は弾性係数マトリックス)

本構成式では、多次元場での繰返しせん断時の応力の反転効果を表現するために、Sekiguchi and Ohta<sup>9)</sup> により提案された相対応力比  $\eta^*$ 、

$$\eta^* = \sqrt{\left( \frac{S_{ij}}{\sigma'_m} - \frac{S_{ij0}}{\sigma'_{m0}} \right) \cdot \left( \frac{S_{ij}}{\sigma'_m} - \frac{S_{ij0}}{\sigma'_{m0}} \right)} \quad (13)$$

ここに、 $S_{ij}$  : 偏差応力テンソル

$S_{ij0}$  : 初期応力状態における偏差応力テンソル

$\sigma'_{m0}$  : 初期有効平均主応力

の概念を導入し、応力の折り返しの判定は、この  $\eta^*$  の増分  $d\eta^*$  が負値になった時に行われるものとする。

この相対応力比  $\eta^*$  を用いて、一般応力下における Masing rule による硬化関数を次式で定義する。

$\eta^* \geq \eta_{\max}^*$  の時 :

$$\sqrt{2I_2} = \frac{d\eta^*}{G_0^* (1 - \eta^*/M_f)^2} \quad (14)$$

$\eta^* < \eta_{\max}^*$  の時 :

$$\sqrt{2I_2} = \frac{d\eta^*}{G_0^* (1 - \eta^*/2M_f)^2} \quad (15)$$

ここに、 $\sqrt{2I_2} = \sqrt{de_{ij}^* \cdot de_{ij}^*}$

( $de_{ij}^*$  : 塑性偏差ひずみ増分テンソル)

$\eta_f^*$  : 応力の折り返し時に対する相対応力比

$$= \sqrt{\left( \frac{S_{ij}}{\sigma'_m} - \frac{S_{ijr}}{\sigma'_{mr}} \right) \cdot \left( \frac{S_{ij}}{\sigma'_m} - \frac{S_{ijr}}{\sigma'_{mr}} \right)}$$

$S_{ijr}$  : 応力の折り返し時における偏差応力テンソル

$\sigma'_{mr}$  : 応力の折り返し時における平均有効主応力

$G_0^*$  :  $\eta^* \sim \int \sqrt{2I_2}$  関係の初期接線勾配

$M_f$  : 破壊時の相対応力比

ここで、相対応力  $\eta^*$  あるいは  $\eta_f^*$  が変化する時には絶えず塑性ひずみが生じるものと仮定し、降伏関数  $f$  を次のように定義する。

$\eta^* \geq \eta_{\max}^*$  or  $dV_d < 0$  の時 :

$$f = \eta^* \quad (16)$$

$\eta^* < \eta_{\max}^*$  の時 :

$$f = \eta_f^* \quad (17)$$

また、繰返し排水せん断試験の結果に基づいて、 $\eta^*$  を用いた応力比-塑性ひずみ増分比関係を次式で与える。

$\eta^* \geq \eta_{\max}^*$  or  $dV_d < 0$  の時 :

$$\frac{dV_d}{\sqrt{2I_2}} = (M_m - \eta^*) \quad (18)$$

$\eta^* < \eta_{\max}^*$  の時 :

$$\frac{dV_d}{\sqrt{2I_2}} = \alpha (M_m - \eta^*) \quad (19)$$

$M_m$  : 最大体積収縮時における相対応力比

式 (19) 中の  $\alpha$  は繰返し載荷時にダイレイタンシーによって生ずる体積ひずみの蓄積率を表わすパラメータで、次式のように定義する。

$$\alpha = 1 - \frac{V_{dr}}{V_{df}} \quad (0 \leq \alpha \leq 1.0) \quad (20)$$

ここに、 $V_{dr}$  : 応力の折り返し時点において蓄積している体積ひずみ

$V_{df}$  : 応力の折り返し時点での有効応力比の下で繰返し載荷した時に生ずる最大体積ひずみ

なお、本構成式では式 (20) の  $V_{df}$  を

$$V_{df} = m^* \cdot \sigma'_m (\eta^*)^a \quad (21)$$

$m^*$ ,  $a$  : 材料定数

$\eta^*$  : 応力の折り返し点での  $\eta^*$

によって与える。

式 (18), (19) から導かれる塑性ポテンシャル関数  $g$  と先に示した降伏関数  $f$ , 硬化関数  $h$  から次の構成式が誘導される。

$\eta^* \geq \eta_{\max}^*$  or  $dV_d < 0$  の時 :

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{M_m \cdot \sigma'_m} \left\{ \frac{\eta_{ij} - \eta_{ij0}}{\eta^*} + (M_m - \eta^*) \cdot \frac{\delta_{ij}}{3} \right\} \quad (22)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{\sigma'_m} \left\{ \frac{\eta_{ij} - \eta_{i0}}{\eta^*} - \frac{S_{ij} \cdot (\eta_{ij} - \eta_{i0})}{\sigma'_m \cdot \eta^*} \cdot \frac{\delta_{ij}}{3} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

$$h = \frac{M_m \cdot \sigma'_m}{G_0^*} \left( 1 - \frac{\eta^*}{M_f} \right)^{-2} \dots\dots\dots (24)$$

$\eta^* < \eta_{\max}^*$  の時 :

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{\sigma'_m \cdot \{ \alpha \cdot (M_m - \eta^*) + \eta^* \}} \cdot \left\{ \frac{\eta_{ij} - \eta_{ijr}}{\eta^*} + \alpha \cdot (M_m - \eta^*) \cdot \frac{\delta_{ij}}{3} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{1}{\sigma'_m} \left\{ \frac{\eta_{ij} - \eta_{ijr}}{\eta^*} - \frac{S_{ij} \cdot (\eta_{ij} - \eta_{ijr})}{\sigma'_m \cdot \eta^*} \cdot \frac{\delta_{ij}}{3} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

$$h = \frac{\sigma'_m \cdot \{ \alpha \cdot (M_m - \eta^*) + \eta^* \}}{G_0^*} \left( 1 - \frac{\eta^*}{2M_f} \right)^{-2} \dots\dots\dots (27)$$

FEM 解析ではこの構成式を二次元平面ひずみ場に展開し、先に示した運動方程式 (11) に適用する。

(2) 材料定数

本構成式に含まれる材料定数は塑性成分を表現するための  $M_f$ ,  $M_m$ ,  $G_0^*$ ,  $m^*$ ,  $a$  および弾性成分を表現するための  $E$ ,  $\nu$  である。

a)  $M_f$ ,  $M_m$  について

最大主応力  $\sigma_1$  が水平面となす角を  $\beta$  とし、中間主応力係数を  $b$  とすると

$$\tan 2\beta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma'_x - \sigma'_y} \dots\dots\dots (28)$$

$$b = \frac{\sigma'_2 - \sigma'_3}{\sigma'_1 - \sigma'_3} \dots\dots\dots (29)$$

また、二次元平面ひずみ場における相対応力比  $\eta^*$  は、

$$\eta^* = \sqrt{\left( \frac{\sigma'_x - \sigma'_m}{\sigma'_m} - C_x \right)^2 + \left( \frac{\sigma'_y - \sigma'_m}{\sigma'_m} - C_y \right)^2 + \left( \frac{\sigma'_z - \sigma'_m}{\sigma'_m} - C_z \right)^2 + 2 \left( \frac{\tau_{xy}}{\sigma'_m} - \frac{\tau_{xy0}}{\sigma'_m} \right)^2} \dots\dots\dots (30)$$

ここに、 $C_i = \frac{\sigma'_{i0} - \sigma'_{m0}}{\sigma'_{m0}}$  ( $i=x, y, z$ )

$\tau_{xy0}$  : 初期せん断応力

で定義され、破壊時ならびに最大体積収縮時における  $\eta^*$  をそれぞれ  $M_f$ ,  $M_m$  として、その各々に対応する内部摩擦角を  $\phi_f$ ,  $\phi_m$  とする。

今  $M_f$ ,  $M_m$  に相当する  $\eta^*$  を簡略化して

$$\eta^* \Big|_{M_f, M_m} = \sqrt{F_1 + F_2 + F_3 + F_4} \dots\dots\dots (31)$$

で与えることにし、 $F_1 \sim F_4$  は式 (30) の右辺各項に対応するものとする。

破壊基準がモール-クーロンの基準に従うとし、式 (28), (29) を式 (30) に代入して整理すると、 $M_f$  の場合

$$F_1^+ = \left[ \frac{\pm 3 \sin \phi_f \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 2\beta}} - (2b-1) \sin \phi_f}{3 + (2b-1) \sin \phi_f} - C_x \right]^2$$

$$F_2^+ = \left[ \frac{\mp 3 \sin \phi_f \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 2\beta}} - (2b-1) \sin \phi_f}{3 + (2b-1) \sin \phi_f} - C_y \right]^2 \dots\dots\dots (32)$$

$$F_3 = \left[ \frac{2(2b-1) \sin \phi_f}{3 + (2b-1) \sin \phi_f} - C_z \right]^2$$

$$F_4^+ = 2 \left[ \frac{\pm 3 \sin \phi_f \sqrt{\frac{\tan^2 2\beta}{1 + \tan^2 2\beta}}}{3 + (2b-1) \sin \phi_f} - \frac{\tau_{xy0}}{\sigma'_{m0}} \right]^2$$

と表わされることになる。この  $F_i$  ( $i=1 \sim 4$ ) の組合わせは、応力増分の状態に依存し、それを考慮して  $M_f$ ,  $M_m$  を求めると以下ようになる。なお、添え字が  $f$  の時には  $\phi_f$  を、 $m$  の時には  $\phi_m$  を代入する。

$\eta^* \geq \eta_{\max}^*$  の時 :

(i)  $d(\sigma'_x - \sigma'_y) \geq 0$  かつ  $d\tau_{xy} \geq 0$  の場合

$$M_f = \sqrt{F_{1f}^+ + F_{2f}^+ + F_{3f} + F_{4f}^+} = M_f^{++}$$

$$M_m = \sqrt{F_{1m}^+ + F_{2m}^- + F_{3m} + F_{4m}^+}$$

(ii)  $d(\sigma'_x - \sigma'_y) \geq 0$  かつ  $d\tau_{xy} < 0$  の場合

$$M_f = \sqrt{F_{1f}^+ + F_{2f}^- + F_{3f} + F_{4f}^-} = M_f^{+-}$$

$$M_m = \sqrt{F_{1m}^+ + F_{2m}^- + F_{3m} + F_{4m}^-} \dots\dots\dots (33)$$

(iii)  $d(\sigma'_x - \sigma'_y) < 0$  かつ  $d\tau_{xy} \geq 0$  の場合

$$M_f = \sqrt{F_{1f}^- + F_{2f}^+ + F_{3f} + F_{4f}^+} = M_f^{-+}$$

$$M_m = \sqrt{F_{1m}^- + F_{2m}^+ + F_{3m} + F_{4m}^+}$$

(iv)  $d(\sigma'_x - \sigma'_y) < 0$  かつ  $d\tau_{xy} < 0$  の場合

$$M_f = \sqrt{F_{1f}^- + F_{2f}^- + F_{3f} + F_{4f}^-} = M_f^{--}$$

$$M_m = \sqrt{F_{1m}^- + F_{2m}^- + F_{3m} + F_{4m}^-}$$

$\eta^* < \eta_{\max}^*$  の時 :

$M_f$  については、

(1)  $d(\sigma'_x - \sigma'_y) \geq 0$  の場合

$$2M_f = M_f^{++} + M_f^{+-} \dots\dots\dots (34)$$

(2)  $d(\sigma'_x - \sigma'_y) < 0$  の場合

$$2M_f = M_f^{-+} + M_f^{--}$$

$M_m$  については  $\eta^* \geq \eta_{\max}^*$  の時と同じであるが、 $C_i$  および  $\tau_{xy0}/\sigma'_m$  を応力の折り返し点における応力値  $\sigma'_{ir}$ ,  $\sigma'_{mr}$ ,  $\tau_{xyr}$  を用いて

$$C_i = \frac{\sigma'_{ir} - \sigma'_{mr}}{\sigma'_{mr}}, \frac{\tau_{xyr}}{\sigma'_{mr}} \quad (i=x, y, z)$$

として計算する。

b) ヤング率  $E$  について

ヤング率  $E$  は、ポアソン比  $\nu$  が一定でありかつ等方圧縮試験による膨潤時の  $e-l_p \sigma'_m$  関係が直線関係にあると仮定し、その勾配を  $\kappa$  とすると

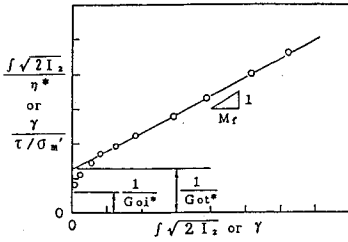
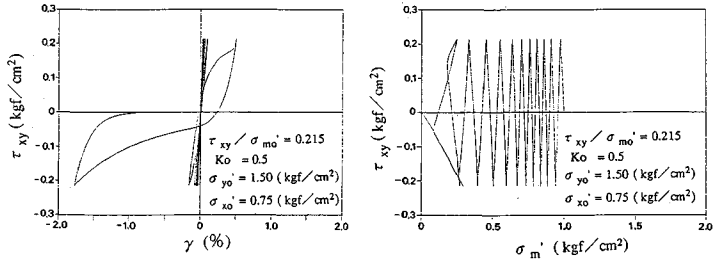


図-1 硬化関数の双曲線近似と  $G_0^*$  に関する模式図



(a) 応力-ひずみ関係

(b) 有効応力径路

図-2 非排水繰返し単純せん断試験の計算例

$$E = \frac{3(1-2\nu)(1+e)\sigma_m'}{\kappa} \dots\dots\dots(35)$$

によって与えられる。

c)  $G_0^*$  について

$G_0^*$  は硬化関数に示されている通り相対応力比  $\eta^*$  と塑性偏差ひずみ  $\int \sqrt{2I_2}$  が双曲線で近似されると考えた時の初期接線勾配であり、 $\eta^*$  と  $\int \sqrt{2I_2}$  の関係はこの  $G_0^*$  と  $M_r$  の2つの定数によって表現される。ところが一般にこの2つの定数のみでは微小ひずみレベルから破壊にわたる広範囲のひずみ領域に対する応力-ひずみ関係を適確に表現し得ないことが多い。非排水せん断試験の結果を図-1に示すように整理してみると、比較的大きなひずみレベルでの  $\int \sqrt{2I_2}/\eta^*$  と  $\int \sqrt{2I_2}$  の関係 ( $\gamma/(\tau/\sigma_m')$  と  $\gamma$  の関係に相当) は直線で良好に近似できるものの、縦軸の切片の逆数として定義される  $G_0^*$  (これを  $G_{0i}^*$  と記述する) は、実験による  $G_0^*(=G_{0f}^*)$  と一致しないことが多い。ここでは  $G_0^*$  を偏差ひずみ  $\int \sqrt{2I_2}^*$  の関数として次式で与えている。

$$G_0^* = G_{0f}^* \cdot \exp\left\{\beta_1 \cdot \left(\ln \frac{G_{0i}^*}{G_{0f}^*}\right) \cdot \int \sqrt{2I_2}^*\right\} \dots\dots\dots(36)$$

ここに、 $\int \sqrt{2I_2}^* = \sqrt{(e_{ij} - e_{ijr})(e_{ij} - e_{ijr})}$

$e_{ijr}$  は相対応力比反転時の偏差ひずみテンソル

ただし、 $G_{0f}^*$  は  $G_{0i}^*$  を下回らないものとし、 $G_{0f}^*$  は  $G_{0i}^*$  を初期値としてひずみの増大とともに徐々に小さくなり、あるひずみレベルで  $G_{0i}^*$  に等しくなると考える。

さて、砂地盤が締まった密な状態にある時、地盤は非排水繰返しせん断を受けることによってもたらされる正のダイレイタンスによりサイクリックモビリティを生ずる。本構成式は有効応力比  $\eta^*$  が  $M_m$  になるまでは有効応力の減少を、一方  $M_m$  を超過すると有効応力が増加する現象を表現しているものの、これ以上何回繰返しせん断しても、有効応力径路も応力-ひずみ関係も同一のループをたどるのみで、実験結果にみられるようなひずみや過剰間隙水圧の累積現象を十分表現できない。この点を克服するため除荷時の  $\eta^*(= \eta_f^*)$  が  $\eta_f^* \geq M_m$  の時、 $G_0^* = G_{0m}^*$  を次式で表現することにした。

$$G_0^* = G_{0f}^* \cdot \exp(-\beta \int \sqrt{2I_2}) \dots\dots\dots(37)$$

ここに  $\beta$  は  $G_{0i}^*$  の減少程度を示すパラメータである。

d)  $m^*$ ,  $a$  について

$m^*$  と  $a$  はせん断応力一定の繰返し排水せん断試験から求められる。過去の実験データによると  $a$  はほぼ一定値 (中空ねじりせん断試験によると  $a=5$ ) であり、 $m^*$  については相対密度が大きいほど小さくなることが知られている。

図-2には、本構成式を用いて非排水繰返しせん断試験の解析を行った結果について示している。解析に用いた入力物性値は  $e=0.8$ ,  $\phi_r=37^\circ$ ,  $\phi_m=28^\circ$ ,  $\kappa=0.003$ ,  $m^*=0.1 \text{ cm}^2/\text{kgf}$ ,  $G_{0f}^*=12000$ ,  $G_{0i}^*=100$ ,  $\beta=500$ ,  $\beta_1=50$ ,  $\sigma_{y0}'=1.5 \text{ kgf/cm}^2$ ,  $K_0=0.5$  とした。

#### 4. 模型実験のシミュレーションによる解析手法の検証

開発された解析手法の非線形境界値問題への適用性を検証するため、砂礫地盤上での大型ブロックの繰返し載荷試験ならびに二次元模型振動実験の数値シミュレーションを行った。

##### (1) 砂礫地盤上での大型ブロックの繰返し載荷試験の数値シミュレーション

繰返し荷重下における自然堆積地盤の変形予測に対する適用性を検討するため、現地の砂礫地盤を対象とした大型ブロック繰返し載荷試験のシミュレーションを行った。なお、載荷試験は(財)原子力発電技術機構によって実施された<sup>10)</sup>。

##### a) 載荷試験の概要

載荷試験が行われた地点の土質と標準・大型貫入試験による  $N$  値・ $N_L$  値の深度分布を図-3に示す。G.L. -11 m 付近まで  $N$  値の低い埋戻し土であるが、その下層には G.L. -20 m 付近まで  $N$  値が50前後の締まった砂礫地盤が堆積している。その下方には一部に砂礫層を介在しながら  $N$  値の高い粘土、シルト、砂の互層が少なくとも G.L. -80 m まで堆積していることが確認されている。

載荷試験は G.L. -11 m までの埋戻し土を掘削し、砂礫層の上に図-4に示す寸法のコンクリート製の試験

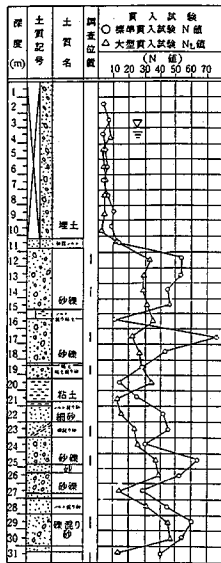


図-3 地盤の土質柱状図と貫入試験の結果

表-1 解析に用いた地盤の入力物性値

深度 G.L. (m)	土質	$\gamma$ (t/m <sup>3</sup> )	E (kg/cm <sup>2</sup> )	$\nu$	$e_0$	C (kg/cm <sup>2</sup> )	$\phi_r$ (度)	$\phi_u$ (度)	$\kappa$	$K_0$	$m^*$ (cm <sup>2</sup> /kg)	$\beta$	
-11	埋土	2.0	100	0.33	0.5	0.0	35.0	33.0	0.0025	0.5	0.01	100	弾・塑性
-16	砂礫Ⅰ	2.2	2000	0.33	0.4	0.0	43.8	38.0	0.0015	0.8	0.01	100	弾・塑性
-20	砂礫Ⅱ	2.2	2000	0.33	0.4	0.0	43.8	38.0	0.0015	0.8	0.01	100	弾・塑性
-23	粘土	2.0	2000	0.33	—	0.2	—	—	—	0.6	—	—	弾性
-30	織混り細砂	2.2	2000	0.33	0.4	0.0	43.8	38.0	0.0015	0.6	0.01	100	弾・塑性
-33	砂礫												
-39	粘土	2.0	2000	0.33	—	0.2	—	—	—	0.6	—	—	弾性
-50	細砂	2.2	2000	0.33	0.4	0.0	43.8	38.0	0.0015	0.6	0.01	100	弾・塑性
-65	シルト質粘土	2.0	2000	0.33	—	0.2	—	—	—	0.6	—	—	弾性
-75	砂質シルト	2.2	2000	0.33	0.4	0.0	43.8	—	—	0.6	—	—	弾性
-80	シルト、砂粘土の互層												

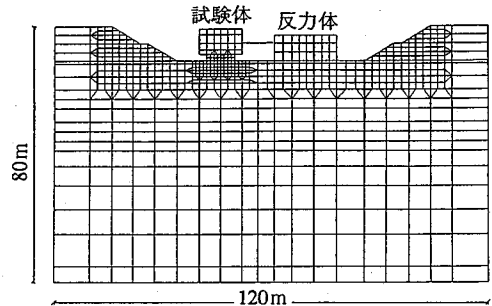


図-6 非線形解析用の解析モデル

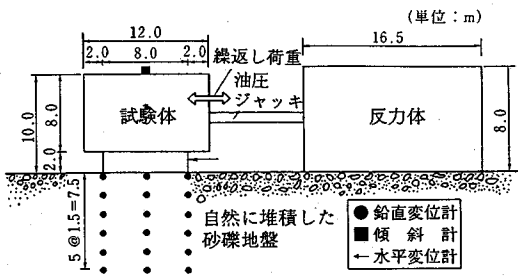


図-4 大型ブロックの繰返し載荷試験の概要

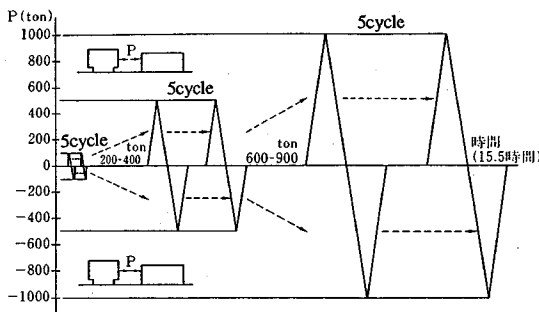


図-5 繰返し荷重の載荷パターン

体と反力体を設置して、2機の油圧ジャッキ（定格容量600 ton）によって試験体に繰返し水平荷重を加える方法で実施された。試験体の常時における平均接地圧は約50 ton/m<sup>2</sup>であり、試験体への加力は図-5に示す通り、押し・引き両方向に最小荷重振幅100 tonから最大荷重振幅1000 tonまで100 tonずつ荷重振幅を増加させる方式が採用された。加力速度は120 ton/minであり、繰返し回数は各ステップとも5回である。なおテストヤ-

ドでは地下水面を試験体接地面下-1 mとしている。計測項目の内、解析結果との比較に関連する項目の一部を図-4に併記した。

b) 初期応力解析

初期応力解析は、載荷試験までの施工過程を考慮して以下の順序に従って弾性解析により行った。入力物性値は表-1に示す $\gamma$ 、 $E$ 、 $\nu$ を用いている。

- ① 原地盤の自重による応力解析
- ② 埋戻し土の掘削に伴う応力解析
- ③ 試験体・反力体などの設置に伴う応力解析

c) 解析モデルと荷重条件

解析では図-3の土質分布を表-1に示すように若干簡単化した分布とした。解析モデルの有限要素分割を図-6に示している。繰返し荷重は、試験体・反力体の両者に逆向きの節点力として与えた。また、油圧ジャッキの自重を鉛直下向きの節点力として考慮した。境界条件は解析モデルの底面を固定条件とし、両側面は鉛直ローラとした。なお、試験体・反力体と地盤の接触面は固着条件としている。

d) 入力物性値の検討

地盤の入力物性値は表-1に示す値とした。特に載荷試験中、変形が集中すると考えられる表層の砂礫層については、現地で凍結サンプリングされた不攪乱試料の排水三軸圧縮試験を行い、その応力-ひずみ関係を構成式によってシミュレーションして決定した。両者の比較を

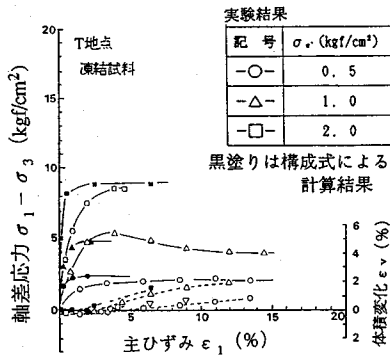


図-7 砂礫の排水三軸圧縮試験に関する実験結果と計算結果の比較

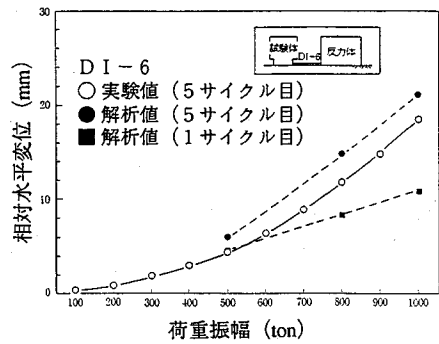


図-9 試験体・反力体間の相対水平変位と荷重振幅の関係に対する実験値と解析値の比較

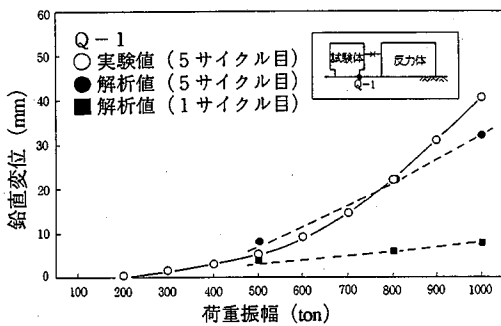


図-8 鉛直変位と荷重振幅の関係に対する実験値と解析値の比較 (Q-1)

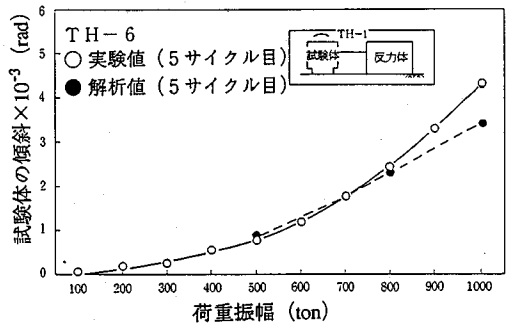


図-10 試験体の傾斜と荷重振幅に対する実験値と解析値の比較

図-7に示す。計算による応力-ひずみ関係は、小ひずみレベルでの立ち上がりが大きくなっているものの概ね良好に模擬されている。埋戻し土についてはN値などの結果から強度・変形に係わる定数を砂礫層に比べ小さくなるように設定した。粘性土ならびにシルト質粘性土については、一軸試験による粘着力  $c=0.2 \text{ kgf/cm}^2$  のデータしか得られていない。そこで解析では粘着力以下の応力レベルで弾性体とし、それを超過する応力が作用した場合には変形係数が小さい弾-完全塑性体として扱った。最上層の粘性土層は、ブロック設置面下9m付近にあり、載荷試験による変形は表層の砂礫層に集中すると考えられることから、今回の仮定が解析結果に顕著な影響を及ぼすものではないと予測される。

試験体・反力体の入力物性値についてはコンクリートであることを考慮して  $E=2.1 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ ,  $\nu=0.167$  とした。ただし、単位体積重量に関しては試験体の形状が上部に張り出した形となっていることから、二次元平面ひずみ場での解析重心を実物と一致させるため、 $\gamma=3.45 \text{ tf/m}^3$  とし、反力体については  $\gamma=2.3 \text{ tf/m}^3$  とした。

e) 解析ケースと数値解析法

解析ケースは荷重振幅 500, 800, 1000 ton の3ケースとした。なお、荷重の載荷周期が長いので解析はすべて完全排水条件とし荷重増分法によって数値計算を行っ

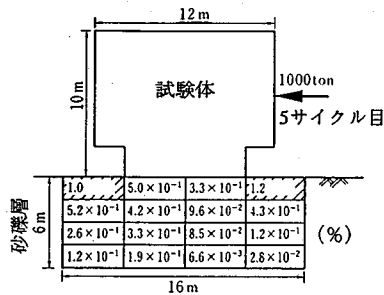
た。

f) 解析結果

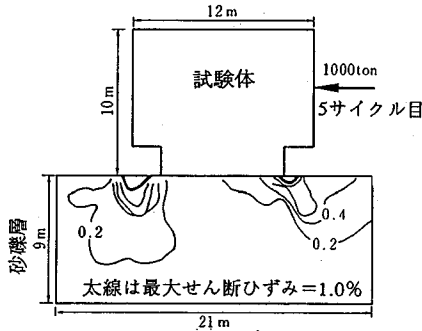
図-8には試験体端部での鉛直変位と荷重振幅の比較を示している。解析結果については1サイクル目の値も併記した。解析結果によれば、荷重の大きさに応じた繰返し回数の増加に伴う変形の蓄積現象が良好に表現されている。荷重振幅が1000 ton のケースでは、解析による変位が実験値より小さ目に評価されている。荷重振幅が大きくなると局所的に大きな地盤変形が生じるため、解析上の破壊要素の取り扱い方、接触面の処理の仕方などが解析結果に微妙に影響を与えているのではないかと考えられる。

図-9および図-10には試験体と反力体間の相対水平変位(両振幅の1/2)ならびに試験体の傾斜角(両振幅の1/2)と荷重振幅の関係の比較を示した。相対水平変位については解析値の方が若干大きめの値となっているが、荷重振幅の増加に伴う変位量の増加の傾向は実験結果と同様になっている。また、傾斜角については鉛直変位と同様、1000 ton 載荷時に解析値の方が小さい値となっているが、いずれもかなり良好にシミュレートされていると言える。

図-11には、地盤ひずみに関する実験結果(a)と解析結果(b)の比較を示している。実験では1000



(a) 実験結果



(b) 解析結果

図-11 砂盤地盤内のひずみ分布に対する比較

ton 載荷時に試験体端部付近で約1%のひずみが生じているが、解析でも同様の場所で1%を越えるひずみが生ずる結果となっており、本解析法が比較的大きなひずみ領域までの地盤変形予測に有用な手法であることを示唆する結果となっている。

(2) 二次元模型振動実験の数値シミュレーション

地震時における地盤・構造物系の安定性評価への適用性を検討するため、締まった砂地盤—構造物の二次元模型振動実験の数値シミュレーションを実施した。

a) 模型振動実験の概要

振動台上に長さ6m、高さ1m、奥行き1mの剛土槽を固定し、土槽内にタンパーを用いた突き固めにより相対密度70%、高さ1mの砂地盤を作成する。地盤材料には、平均粒径約0.34mm、均等係数1.59の岐阜産のマサ系砂を用いた。

模型構造物は、高さ0.6m、幅0.6m、奥行き0.8m(重量81.2kgf)の亚克力製で、地盤中に40cm根入れされている。また模型の内部には、地盤が地表面まで飽和に近い状態にある時の初期接地圧が0.6tf/m<sup>2</sup>となるようおもりが入れられている。

模型構造物の設置ならびに地盤作成が完了した段階で、土槽底部より水をゆっくり注入した。

計測は地盤および模型構造物の加速度、変位、地盤内間隙水圧であり、具体的な配置は図-12(幅3m分のみ)に示す通りである。入力波形は実時間軸の1/5に縮尺された模擬地震動を用い、最大加速度は385galとした。

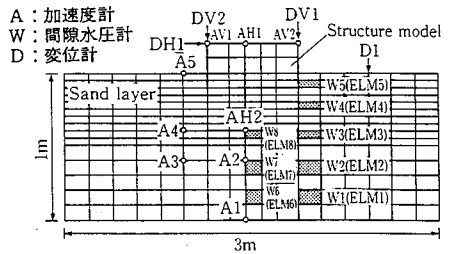


図-12 二次元模型振動実験の概要と計測点

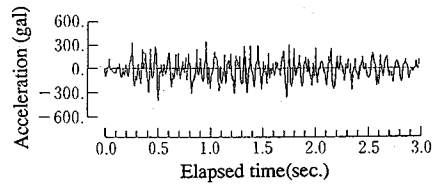


図-13 振動台の入力加速度の時刻歴

b) 解析モデルと境界条件

解析モデルの有限要素分割図を図-12に示している。実験土槽は幅6mであったが、解析ではモデルの幅を3mに限定し、両側面には粘性境界を与えた。透水については模型構造物が載っていない地表面のみ透水境界とし、その他の境界は不透水とした。なお、模型構造物と地盤の接触面は固着条件としている。また、入力波形については図-13に示す通り実験時の波形の内、その主要動3秒間を採用した。

c) 入力物性値

本解析では、地盤の入力物性値を推定するためのデータを得るため、三軸試験機を用いた低拘束圧下における排水三軸圧縮試験、動的変形・強度試験(供試体直径10cm、高さ20cm)を実施した。実験ではTatsuoka et al<sup>11)</sup>の方法を参考にして、できる限り精度の向上に努めた。初期拘束圧は排水三軸圧縮、動的変形試験に対して0.025~0.1kgf/cm<sup>2</sup>、動的強度試験に対して0.05kgf/cm<sup>2</sup>としている。

排水三軸圧縮試験によって得られた強度定数 $\phi_r = 40^\circ$ 、変相角 $\phi_m = 30^\circ$ を基本定数とし、 $m^*$ 、 $\kappa$ 、 $G_0$ を主要なパラメータとして構成式による動的変形・強度試験のシミュレーション解析を行い、解析によって得られる $G/G_0 \sim h \sim \gamma$ 関係、動的強度曲線を実験結果と比較しながら入力物性値を決定した。両者の比較を図-14, 15に、入力物性値を表-2に示している。 $G/G_0 \sim \gamma$ 関係は解析値の方が大きめに評価されており、動的変形・強度特性の両者を完全に一致させるには構成式のより一層の工夫を必要とするものと思われる。一方、 $h \sim \gamma$ 関係は解析値の方が小さい値となっているが、これは解析では履歴減衰のみしか考慮されていないのに対し、実験では履歴減衰以外の材料固有の減衰も含まれていることに依ると



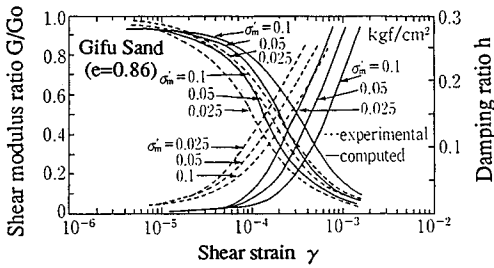


図-14 模型砂地盤の動的変形特性の比較

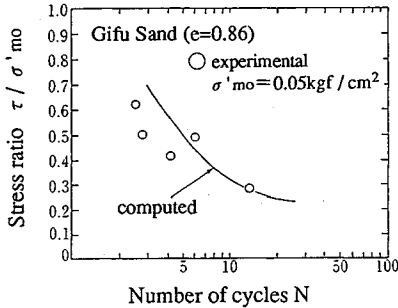


図-15 模型砂地盤の液状化強度の比較

表-2 解析に用いた地盤の入力物性値

深度 m	e	φ f 度	φ m 度	m* cm²/kgf	κ	Goi* —	Got* —	β1 —
G.L. 0 ~ -0.3	0.86	40	30	0.5	0.0007	70000	—	—
G.L. -0.3 ~ -0.6								
G.L. -0.6 ~ -1.0								

考えられる。従って、動的解析時には模型地盤の一次固有周期 ( $T=0.05$  秒) に対し、減衰が1%となるよう質量比例型のレイリー減衰を考慮することにした。ただし、減衰1%という値に特に根拠があるわけではなく、減衰の効き方も振動数に依存することになる。

模型構造物については、ほぼ剛体に近い構造体とするため  $E=2 \times 10^4$  kgf/cm<sup>2</sup>,  $\nu=0.4$  を与えた。

d) 数値解析法

時間領域の直接積分に関しては、剛性の高い模型構造物を陰解法領域、地盤を陽解法領域とする陰・陽混合法を採用した<sup>12)</sup>。また、時間ステップは  $\Delta t=10^{-4}$  秒としている。

e) 解析結果

図-16には最大加速度の深度分布の比較を示した。模型構造物近傍の地盤 (A1-A5 軸) での応答値は実験と解析でほぼ一致しているものの、模型構造物中心線上 (A1-AH1) では全体的に解析値の方が小さめの最大加速度になっている。図-17には間隙水圧の時刻歴の比較を示した。震動の継続に伴う間隙水圧上昇の傾向はかなり良好に模擬し得ているが、細かい波形までは十分に一致しているとは言い難い。図-18には地表面ならびに模型構造物の鉛直変位の時刻歴を示した。いずれ

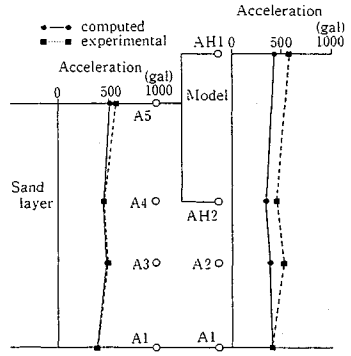


図-16 最大加速度の深度分布の比較

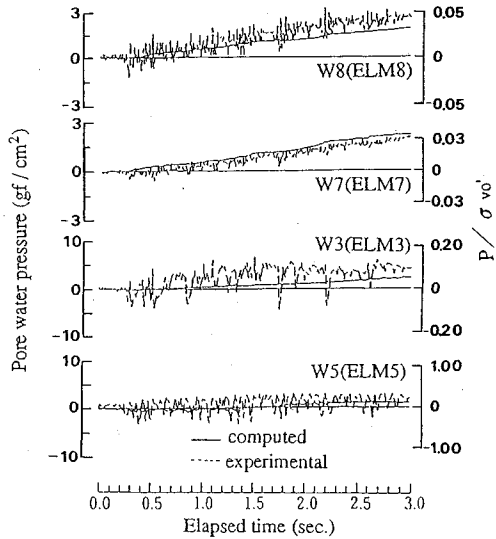


図-17 間隙水圧の時刻歴の比較

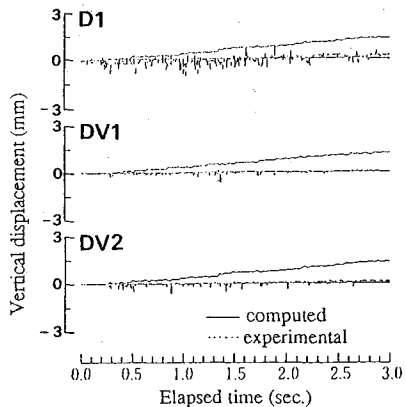
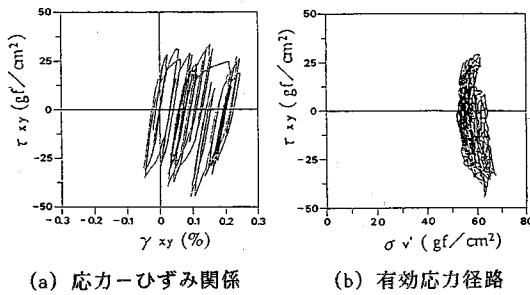


図-18 鉛直変位の時刻歴の比較

も解析値の方が大きな鉛直変位を示しているが、実験では最大入力加速度を徐々に増加させる方式が採用されており、解析に用いた入力波の前に数度の加振履歴を受けていることから地盤の物性が微妙に変化している可能性



図—19 解析による模型構造物直下 (ELM8) の応力-ひずみ関係と有効応力径路

があること、元々測定している変位量自体が極く微小であること、超低拘束圧下での地盤物性を正確に求めることは不可能であること等を考慮すると、本解析はほぼ妥当な結果を与えていると評価される。図—19には模型構造物直下 (ELM8) の解析による応力-ひずみ関係と有効応力径路を示した。解析によると直下でのひずみはおよそ  $2 \times 10^{-3}$  レベルとなっており、地盤が締まった状態にあったため、入力が厳しい割りにひずみは小さいことがわかる。

### 5. 結 論

地震時のような繰返し荷重を受ける地盤の非弾性的な変形挙動を予測する手段として、有効応力に基づく非線形解析手法を開発した。本手法は、Biotの二相混合体理論から導かれる土粒子骨格-間隙水の連成方程式を支配方程式 ( $u-W$  解法) とした二次元有限要素解析で、多次元場における繰返しせん断時の土の非線形な変形挙動を表現するために弾-塑性論に立脚した構成式を導入した真の有効応力解析手法である。また、本解析手法の二次元境界値問題への適用性を検討するため、自然に堆積した砂礫地盤上での大型ブロック繰返し載荷試験や密な砂-構造物の模型振動実験の数値シミュレーションを行った。解析手法の細部に関しては改良の余地が残されているものの、解析結果は実験結果を良好に模擬しており、十分有効な手段であることが示された。今後は現地地震観測に基づく実証や大変形予測への拡張を図る必要

があると言える。

### 参 考 文 献

- 1) Lysmer, J. et al. : 'FLUSH'-A computer program for approximate 3-D analysis of soil structure interaction problems EERC 75-30, Univ. of California, Berkeley, 1975.
- 2) Finn, W.D.L. : Dynamic effective stress response of soil structures; Theory and centrifugal model studies, Proc. 5th Int. Conf. on Num. Methods in Geomechanics, Nagoya, Vol.1, pp.35~46, 1985.
- 3) Ohtsuki, A. and Itoh, T. : Two-dimensional effective stress analysis of liquefaction of irregular ground including soil-structure interaction, Earthquake Engineering & Structure Dynamics, Vol.15, pp.345~366, 1987.
- 4) Oka, F. and Abe, T. : Two-dimensional liquefaction analysis of layered Sand deposits, Proc. 6th Japan Earthquake Engineering Symp., pp.625~632, 1982.
- 5) Prevost, J.H. : Nonlinear transient phenomena in saturated porous media, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.20, pp.3~18, 1982.
- 6) Zienkiewicz, O.C. and Shiomi, T. : Dynamic behavior of saturated porous media; Generalized Biot formulation and its numerical Solution, Int. J. Num. Anal. Methods in Geomechanics, Vol.8, pp.71~96, 1984.
- 7) Ghaboussi, J. : Dynamic stress analysis of porous elastic solids saturated with compressible fluids, EERC 7-6, Univ. of California, Berkeley, 1971.
- 8) Nishi, K. and Kanatani, M. : Constitutive relations for sand under cyclic loading based on elasto-plasticity theory, Soils & Foundations, Vol.30, No.2, pp.43~59, 1990.
- 9) Sekiguchi, H. and Ohta, H. : Induced anisotropy and time dependency in clays, Specialty Session 9, 9th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, pp.229~238, 1977.
- 10) Mori, K. et al : Static tests of concrete block on gravel deposits, Proc. 10th WCEE, 1992.
- 11) Tatsuoka, F. et al : Effects of some factors on strength and deformation characteristics of sand at low pressure, Soils & Foundations, Vol.26, No.1, pp.105~114, 1986.
- 12) Hughes, T.J.R. et al : Implicit-explicit finite elements in nonlinear transient analysis, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 17/18, pp.159~182, 1976. (1993.6.1 受付)

## DEVELOPMENT OF NONLINEAR ANALYSIS METHOD OF GROUND BASED ON EFFECTIVE STRESS AND ITS VERIFICATINS

Mamoru KANATANI, Koichi NISHI, Jun'ichi TOHMA and Masayuki OHNAMI

Two-dimensional nonlinear analysis method based on the effective stress is newly developed in order to predict a deformation of ground and structure during earthquakes. The governing equations derived from a two-phase mixture theory are firstly obtained and the finite element method is used for the spacial discretization of the equilibrium equations. Secondly, an elasto-plastic constitutive relations are introduced to describe the inelastic deformation behavior of granular materials under multi-directional cyclic loading conditions. Finally, the verifications of the proposed analysis method are performed through the several numerical simulations of model tests.