

拡張Kalmanフィルタによる地下水モデルの パラメータ同定と地下水位変動量評価による 揚水量決定

長谷川高士*・村上 章**・浜口俊雄***

地下ダム設計に資料を提供するために、地下ダムモデルを想定した仮想地盤に関する数値解析を行い、拡張カルマンフィルタを用いたモデルパラメータ同定、地下ダム締切工程の上流水位への影響、ならびに地下水揚水量算定についてそれぞれ検討した。まず、透水係数のみならず涵養量をも対象とした同定を行った。地下ダム運用予定の実地盤へ適用し、その有効性を確認した。パラメータ同定ののち、締切途上の地下ダム提体が上流水位へ及ぼす効果を考慮した締切過程を提示した。さらに、地下ダム湖より所与の地下水需要量を揚水する場合、ダム湖への影響が最小となる揚水量決定法を示した。

Key Words : inverse problems, Kalman filter, FEM, underground dam, seepage

1. はじめに

離島においては地下水は重要な水源とされ、それに大きく依存する島は数多く存在する。このような島で地下水の効率的な運用を行うための注目すべき手段として、地下ダム¹⁾による地下水貯留が掲げられるが、地下ダムに関する既往の研究は数少ない^{2)~5)}。

地下ダムの設計や貯留効果の検討にあたっては、次の諸項目に留意する必要がある：1) 原地盤の境界条件と物性パラメータの決定、2) 地下ダム施工時および計画段階の流況比較による計画指針の妥当性評価、および3) 地下ダム施工後における需要量を満たす揚水の確保。本論文の目的は、この各項目に対する検討を数値解析により行うことにある。

地下ダム建設計画の立案にあたって、地下水流動の現況および建設後の貯留効果を概ね把握するために、有限要素法による数値解析が行われる。この解析では、原位置試験に基づいて設定された境界条件ならびに物性パラメータを用いるが、その設定にはしばしば不確実性がつきまとう。そこで、観測井における流量や水頭観測値から、所与の境界条件下で物性パラメータを求めることは実際の立案時に必要な作業となる。さらに、降雨や表面流による地下水面への涵養量もしばしば未知となる。

本文では、まず拡張 Kalman フィルタ有限要素法^{6),7)}を用いて涵養量が既知であるような特定の条件下において透水係数の同定を行うとともに、得られた透水係数値を用いて、逆に涵養量が未知である場合、地下水位観測値から、これを概ね推定する方法を示す。次に、この方法を実際に地下ダムが運用されている宮古島の砂川地下

水盆の事例⁸⁾に適用して、結果を考察する。

次に、二番目の項目を検討するために、堤体上流水位に対する地下ダム締切過程の影響を調べる。このために、簡単な地盤モデルにおいて、締切途上の地下ダム堤体が存在したときの効果を数値解析に基づいて検証する。具体的には、締切工程が全体の3/4まで終了した場合における堤体上流部の地下水位変動を考察する。

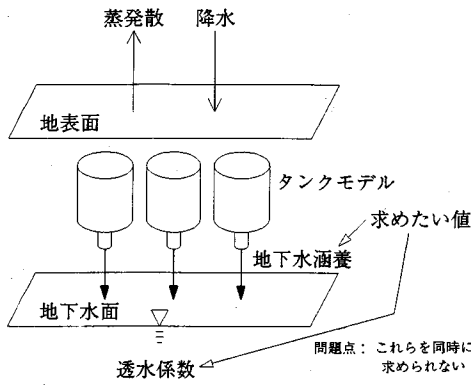
さらに、三番目の検討項目として、地下ダム湖より所与の地下水需要量を揚水する際に、地下水全体への影響が最小になるような各井戸における揚水量の決定を扱う。すなわち、地下水位変動量に着目し、その評価汎関数を最小にするような揚水量を求めるのである。ここで用いる水平二次元解析は水平流動のみを対象とするため、鉛直流動を含む地下ダム堤体越流の扱いが問題となる。本論文の揚水方法を検討するためには、越流量および越流影響の上流範囲が水平二次元解析に正しく反映される必要があるが、現在のところ、それらを正確に表した方法は確立されていない。本論文における揚水方法の検討が目的であるため、本解析では、問題となる越流が考慮されないように、地下ダム堤体の存在しない状況において数値計算を行う。

以下では、まず2節で水平二次元地下水流動に関する方程式とその弱形式を示す。3節では、問題の所在と未知数の与え方を明らかにして、地下水モデルの透水係数同定と降雨や表面流からの涵養量算定方法を掲げ、4節でいくつかの例題に関する数値計算例を示す。5節では、地下ダム締切過程において、上流水位に及ぼす地下ダム堤体施工の影響を解析する。さらに、6節で地下ダム施工後における地下水位変動を考慮した揚水量決定法を提案して、解析結果を考察する。最後に、7節で結果をまとめている。

*正会員 農博 京都大学教授 農学部農業工学教室
(〒606-01 京都市左京区北白川追分町)

**正会員 農博 京都大学助教授 農学部農業工学教室

***正会員 農修 京都大学助手 農学部農業工学教室



図一 涵養量概念図およびタンクモデル簡略図

2. 地下水流動基礎方程式

(1) 弱形式の離散化

基礎方程式は、水の連続式に Darcy 則を組み合わせた以下の非線形方程式である⁹⁾。

$$\lambda \frac{\partial h}{\partial t} = k(h - b_0) \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + \varepsilon \quad (1)$$

ここに、 λ は有効間隙率、 k は透水係数、 h はピエゾ水頭、 b_0 は不透水性基盤層標高、 ε は単位面積当たりの地下水面への涵養量である。図一に涵養量の概念を示す。

本解析では、式 (1) そのものによる計算を行わず、ある時間ステップにおいて各要素毎の近似水深 D_0 を用いた次の近似式で解析を行う。

$$\lambda \frac{\partial h}{\partial t} = kD_0 \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + \varepsilon \quad (2)$$

境界条件 $\bar{h} = h$ on S_n

$$\bar{q} = kD_0 \frac{\partial h}{\partial n} \text{ on } S_r$$

式 (2) の弱形式を空間について形状関数 ϕ により離散化する。

$$M \frac{\partial h}{\partial t} + Sh = \omega \quad (3)$$

続いて $\frac{\partial h}{\partial t}$ 、 h を時刻 $t + \theta$ において

$$\frac{\partial h}{\partial t} \Big|_{t+\theta} \approx \frac{1}{\Delta t} (h_{t+\theta} - h_t) \quad (4)$$

$$h_{t+\theta} \approx \theta h_{t+\theta} + (1 - \theta) h_t \quad (0 \leq \theta \leq 1) \quad (5)$$

と考え、これらを用いて式 (3) の差分および展開を行う。

$$Ah_{t+\theta} = Bh_t + \omega_{t+\theta} \quad (6)$$

ここに、 θ は時間差分パラメータであり、

$$A = \frac{1}{\Delta t} M + \theta S \quad (7)$$

$$B = \frac{1}{\Delta t} M - (1 - \theta) S \quad (8)$$

$$M = \lambda \int_V (\phi_\alpha \phi_\beta) dV \quad (9)$$

$$S = \int_V kD_0 \left(\frac{\partial \phi_\alpha}{\partial x} \frac{\partial \phi_\beta}{\partial x} + \frac{\partial \phi_\alpha}{\partial y} \frac{\partial \phi_\beta}{\partial y} \right) dV \quad (10)$$

$$\omega = \bar{q} \int_{S_r} \phi_\alpha dS + \varepsilon \int_V \phi_\alpha dV \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3) \quad (11)$$

(2) 方程式の縮約と解

計算を行う上で水位ベクトル h_{t+1} の成分を、時刻 $t+1$ での未知量 (添字 1) と境界既知量 (添字 2) に分割したかたちで表せば、

$$h_{t+1} = \begin{Bmatrix} h_{t+1}^1 \\ h_{t+1}^2 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

同様に

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\omega_{t+\theta} = \varepsilon_{t+\theta} \begin{Bmatrix} s^1 \\ s^2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} q_{t+\theta}^1 \\ q_{t+\theta}^2 \end{Bmatrix}, \quad h_t = \begin{Bmatrix} h_t^1 \\ h_t^2 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

となる。ただし、

$$A_{ij} = \frac{1}{\Delta t} M_{ij} + \theta S_{ij} \quad (15)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{\Delta t} M_{ij} - (1 - \theta) S_{ij} \quad (i, j = 1, 2) \quad (16)$$

$$s = \begin{Bmatrix} s^1 \\ s^2 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

ここに s は、節点換算面積ベクトルと呼び、次節で詳述する。

式 (6) を改めて書けば、

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_{t+1}^1 \\ h_{t+1}^2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_t^1 \\ h_t^2 \end{Bmatrix} + \varepsilon_{t+\theta} \begin{Bmatrix} s^1 \\ s^2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} q_{t+\theta}^1 \\ q_{t+\theta}^2 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

式 (18) から、 $q_{t+\theta}^1$ が既知量である場合、

$$h_{t+1}^1 = A_{11}^{-1} [B_{11} h_t^1 + B_{12} h_t^2 - A_{12} h_{t+1}^2 + \varepsilon_{t+\theta} s^1 + q_{t+\theta}^1] \quad (19)$$

式 (19) は境界条件による式 (6) の縮約された方程式を表し、式 (19) 右辺における $-A_{12} h_{t+1}^2$ は境界条件による縮約項を表す。

(3) 節点換算面積

涵養量を解析領域に与える際、領域が三角形有限要素に分割してあれば、その中にある要素への涵養量を、プログラム上ではその各節点に均等に配分する。すなわち、時刻 $t + \theta$ での節点 i の流入量 $\omega_{t+\theta}^i$ は以下の式で表される。

$$\omega_{t+\theta}^i = \varepsilon_{t+\theta} \sum_{k=1}^r \frac{T_k^i}{3} + q_{t+\theta}^i \quad (20)$$

ただし、 r は節点 i を共有している要素数、 T_k^i は節点 i

を共有する第 k 要素の面積を表す。上式において、節
点 i の換算面積 s_i を

$$s_i = \sum_{k=1}^r \frac{T_k^i}{3} \dots\dots\dots (21)$$

と定義する。これを成分とするベクトルを s とする。

3. 透水係数同定と涵養量算定

(1) 解析上の仮定

本解析では透水係数と涵養量を未知量と考えるが、両
方同時に未知とにおいて一意解を求めることはできない。
したがって、一方が既知、他方が未知とした相異なる 2
つの状況を便宜的に考え、異なる時点での地下水流動を
対象として、個々に未知量を段階を追って求めている。
この 2 段階に分けた計算方法を以下に示す。

1. 涵養量が既知であるような特定の状態で揚水する
一方、背水域から流入場所および揚水位置で地下
水位を観測することにより、透水係数の同定を行
う。
2. 第一段階で同定された透水係数を用い、同じ位置
で地下水位を観測する。この状況下で、各時間ス
テップにおける水位推定結果から涵養量 $\varepsilon_{i+\theta}$ を
算定する。

上の解析において、 $q_{i+\theta}$ は $h_{i+\theta}$ と同様の時間展開を
行う。

$$q_{i+\theta} \approx \theta q_{i+1} + (1-\theta)q_i \quad (0 \leq \theta \leq 1) \dots\dots\dots (22)$$

式 (18) に式 (22) を代入することにより、未知量 q_{i+1}^2
に関する次式が導かれる。

$$q_{i+1}^2 = \frac{1}{\theta} [A_{21}h_{i+1}^2 + A_{22}h_{i+1}^2 - B_{21}h_i^2 - B_{22}h_i^2 - \varepsilon_{i+\theta}s_{i+\theta}^2 - (1-\theta)q_i^2] \dots\dots\dots (23)$$

また、透水係数 k_i のかわりに、その常用対数 L_i を未
知数¹⁰⁾とし、

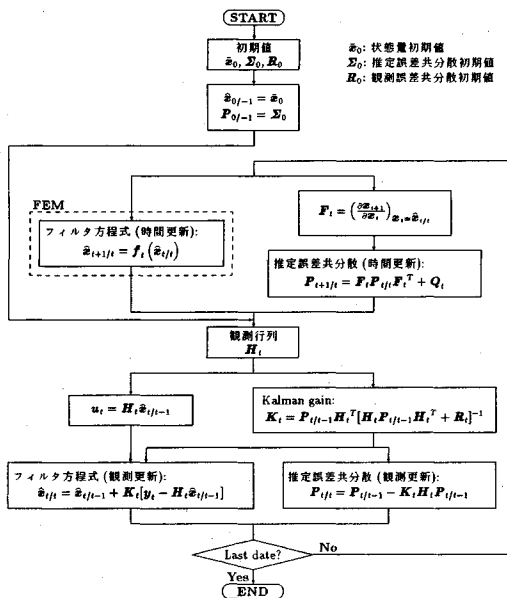
$$L_i = \log_{10} k_i \dots\dots\dots (24)$$

時間に依存しない上記未知数の状態方程式は次式で表さ
れる。

$$L_{i+1} = L_i \dots\dots\dots (25)$$

なお、次節で数値解析においては、次の仮定を設けてい
る。

1. 4 節の解析に用いた宮古島砂川地下ダムの設計基
準を参考にして、解析領域内の有効間隙率は 0.1
とする。
2. 地表湛水しないだけの十分な地表高があり、不圧
地下水となっている。
3. 地表面における降水は、地盤に対して鉛直方向の
みに浸潤し、表面流出や中間流出に寄与せず、地
下水への涵養のみをなしている。
4. 地下水流動は鉛直流動に対し水平流動が非常に卓



図—2 拡張 Kalman フィルタ有限要素法

越しており、鉛直流動が無視できる。

5. 背水域からの流入量に関して、概ねの値が算定で
きる。
6. 時間間隔が 1 日程度のとき、涵養量はあまり急激
な変化をしない。

(2) Kalman フィルタの定式化

状態量 x_i を、第一段階においては

$$x_i = \begin{Bmatrix} h_i^1 \\ q_i^2 \\ L_i \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (26)$$

とおき⁷⁾、第二段階では

$$x_i = h_i^1 \dots\dots\dots (27)$$

としている。各段階計算は図—2 に従って行う。

ここで用いた観測行列 H_i は、観測されている成分が
1、それ以外の成分が 0 で構成される。また状態遷移行
列 F_i は以下の感度行列からなる⁷⁾。すなわち、第一段
階では

$$F_i = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial h_{i+1}^1}{\partial h_i^1} \right)_{h_i^1 = \hat{h}_i} & \left(\frac{\partial h_{i+1}^1}{\partial q_i^2} \right)_{q_i^2 = \hat{q}_i} & \left(\frac{\partial h_{i+1}^1}{\partial L_i} \right)_{L_i = \hat{L}_i} \\ \left(\frac{\partial q_{i+1}^2}{\partial h_i^1} \right)_{h_i^1 = \hat{h}_i} & \left(\frac{\partial q_{i+1}^2}{\partial q_i^2} \right)_{q_i^2 = \hat{q}_i} & \left(\frac{\partial q_{i+1}^2}{\partial L_i} \right)_{L_i = \hat{L}_i} \\ \left(\frac{\partial L_{i+1}}{\partial h_i^1} \right)_{h_i^1 = \hat{h}_i} & \left(\frac{\partial L_{i+1}}{\partial q_i^2} \right)_{q_i^2 = \hat{q}_i} & \left(\frac{\partial L_{i+1}}{\partial L_i} \right)_{L_i = \hat{L}_i} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (28)$$

$$= \begin{bmatrix} J_{hh} & J_{hq} & J_{hL} \\ J_{qh} & J_{qq} & J_{qL} \\ J_{Lh} & J_{Lq} & J_{LL} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (29)$$

ここに、

$$J_{hh} = A_{11}^{-1} B_{11} \dots \dots \dots (30)$$

$$J_{hL} = A_{11}^{-1} \left[\frac{\partial B_{11}}{\partial L_i} \hat{h}_{i+1/t}^1 + \frac{\partial B_{12}}{\partial L_i} h_i^2 - \frac{\partial A_{11}}{\partial L_i} \hat{h}_{i+1/t}^1 - \frac{\partial A_{12}}{\partial L_i} h_{i+1}^2 \right] \dots \dots \dots (31)$$

$$J_{hq} = 0 \dots \dots \dots (32)$$

$$J_{qh} = \frac{1}{\theta} [A_{21} J_{hh} - B_{21}] \dots \dots \dots (33)$$

$$J_{qq} = -\frac{1-\theta}{\theta} I_m \dots \dots \dots (34)$$

$$J_{qL} = \frac{1}{\theta} \left[\frac{\partial A_{21}}{\partial L_i} \hat{h}_{i+1/t}^1 + A_{21} J_{hL} + \frac{\partial A_{22}}{\partial L_i} h_{i+1}^2 - \frac{\partial B_{21}}{\partial L_i} \hat{h}_{i+1/t}^1 - \frac{\partial B_{22}}{\partial L_i} h_i^2 \right] \dots \dots \dots (35)$$

$$J_{Lh} = 0 \dots \dots \dots (36)$$

$$J_{LL} = I_n \dots \dots \dots (37)$$

$$J_{Lq} = 0 \dots \dots \dots (38)$$

となり、第二段階の成分は J_{hh} のみになる。なお、 J_{hL} と J_{qL} については Appendix を参照されたい。

(3) 涵養量の逆解析

鉛直流入量を考慮した地下水解析では、涵養量 $\epsilon_{i+\theta}$ に関して、タンクモデルをはじめとする流出モデル、または領域全体の水収支などから得られる既知量として表現していた。本文では、こうした涵養量も未知数に含める。しかるに、式 (18) の未知量は h_{i+1}^2 、 q_{i+1}^2 、 $\epsilon_{i+\theta}$ であるから、式の数より未知数の数が多くなっていて、このままでは一意解を得ない。そこで、涵養量予測値および地下水位観測値を利用して、未知数 $\epsilon_{i+\theta}$ の値を求める方法を提示する。

まず、各節点において前時刻の涵養量 $\epsilon_{i+\theta-1/t+\theta-1}$ が現時刻での予測涵養量 $\epsilon_{i+\theta/t+\theta-1}$ に等しいと置く。 $\epsilon_{i+\theta/t+\theta-1}$ をシステム方程式の涵養項に用いると、予測地下水位 $\hat{h}_{i+1/t}^1$ を得る。

$$\hat{\epsilon}_{i+\theta/t+\theta-1} = \hat{\epsilon}_{i+\theta-1/t+\theta-1} \dots \dots \dots (39)$$

$$\hat{h}_{i+1/t}^1 = A_{11}^{-1} [B_{11} \hat{h}_{i/t}^1 + B_{12} h_i^2 - A_{12} h_{i+1}^2 + \hat{\epsilon}_{i+\theta/t+\theta-1} s^1 + q_{i+\theta}^2] \dots \dots \dots (40)$$

次に、その予測水位について観測更新した推定水位 $\hat{h}_{i+1/t+1}^1$ を用いて、推定水位をもつ各節点における涵養量を式 (41) により算定し、その量を全体の単位面積当たりの涵養量 $\hat{\epsilon}_{i+\theta/t+\theta}$ とした。これは条件不足を補う簡便法であるが、相当量の降雨などが無い限り、涵養量算定に大きな誤差は生じないものと考えられる。

$$\hat{\epsilon}_{i+\theta/t+\theta} s^1 = c_{i+\theta} \dots \dots \dots (41)$$

$$c_{i+\theta} = A_{11} \hat{h}_{i+1/t+1}^1 + A_{12} h_{i+1}^2 - B_{11} \hat{h}_{i/t}^1 - B_{12} h_i^2 - q_{i+\theta}^2 \dots \dots \dots (42)$$

式 (41) は、未知数 $\hat{\epsilon}_{i+\theta/t+\theta}$ 1 つに対し、条件が水位境界以外の節点数だけ存在する一次方程式であることから、最小二乗法によって $\hat{\epsilon}_{i+\theta/t+\theta}$ の値を式 (43) で定める。

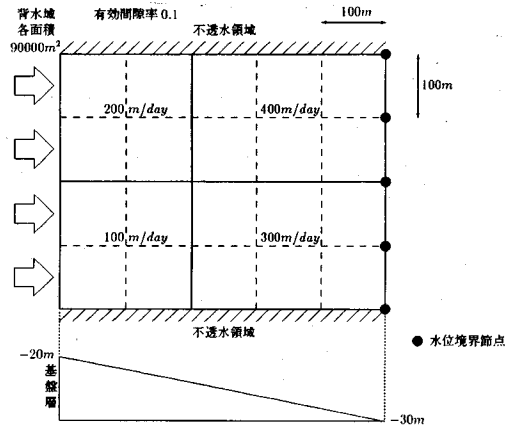


図-3 仮想地盤

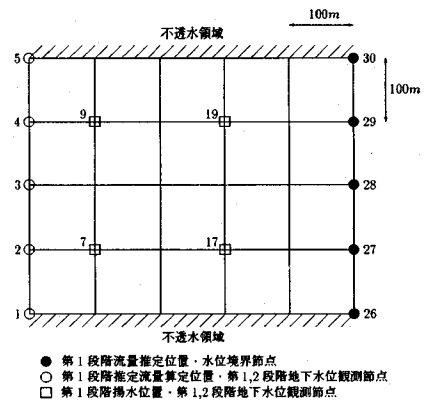


図-4 観測点および境界条件

$$\hat{\epsilon}_{i+\theta/t+\theta} = 2 \frac{s^{1T} \cdot c_{i+\theta}}{s^{1T} \cdot s^1} \dots \dots \dots (43)$$

4. 数値解析

(1) モデル地盤

実地盤の逆解析では実際の観測値を用いるのに対し、本文のモデル地盤における逆解析では、順解析によって作成した地下水挙動の一部を模擬的に観測値として用いた。なお、状態量・推定誤差共分散の初期値は事前分布の平均値を用いている⁷⁾。図-3に示されるように、境界条件は地下水最下流部を水位境界 (0m) とおき、斜線部の境界が不透水領域に接しているものとした。背水域とは、解析対象とした領域外で、かつ、その領域中の涵養によって解析対象領域への地下水流入の増加が見込まれる領域を指したものである。本解析では、精度の良い流量観測値が得られないため、背水域からの流入増加量 $q_{i+\theta}^R$ を簡便に算出する方法として、 $q_{i+\theta}^R$ が涵養量および背水域面積 S_B に比例した量の重ね合わせに等しいという仮定を用いた。すなわち、 $q_{i+\theta}^R = \sum_n r_{i-n} \cdot \epsilon_{i+\theta-n} \cdot S_B$ と

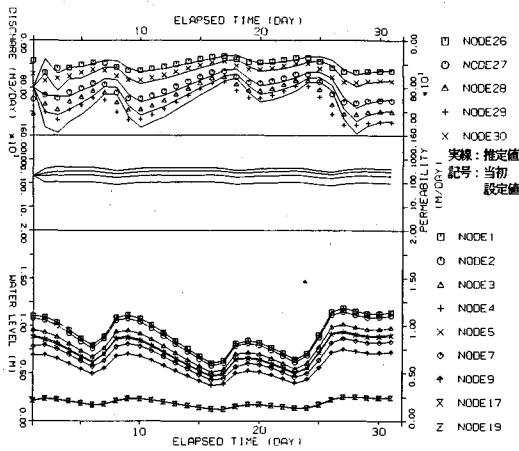


図-5 解析結果 (第一段階)

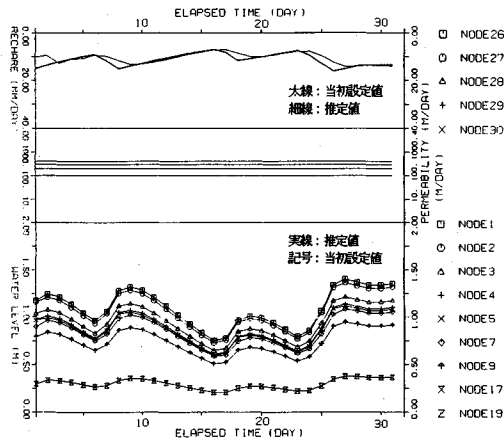


図-6 解析結果 (第二段階)

した。ここに r_i は、 $\sum_i r_i = 1 (0 \leq r_i \leq 1)$ をみす。

この条件下で、第一段階同定計算を行った。時間間隔は1日で、31日間分を計算している。設定した環境は、対象領域の涵養が既知である一例として、本文では解析領域内の涵養量を0とし、背水域をもつ節点には図-4のように推定流量算定位置・地下水位観測点を設置した。また、揚水量は $2(l/sec) = 172.8(m^3/day)$ としている。

次に、第二段階計算を行った。時間間隔は、第一段階と同じである。対象領域の涵養が降雨などの浸潤特性に影響を受ける未知量であると考え、第一段階と同じ位置で地下水位のみ観測した。ただし、図-4において揚水は行っていない。この所与の条件下で、各節点位置の地下水位と単位面積当たりの涵養量が算定される。

図-5は第一段階計算結果を、図-6は第二段階計算結果を示す。両図中の記号は、地下水位ならば観測値、水位境界上の流出量ならば順解析における当初設定値を表し、涵養量図の太線はタンクモデルによって算出され

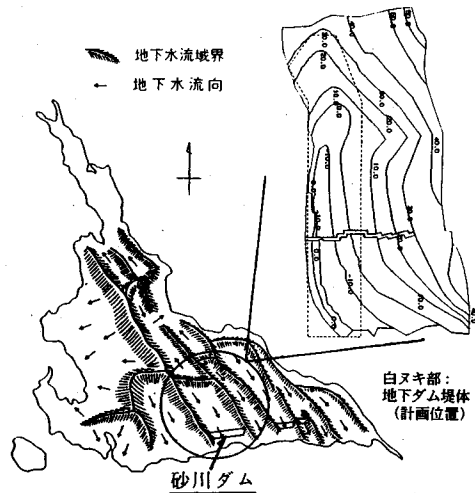


図-7 砂川地下水盆地¹¹⁾

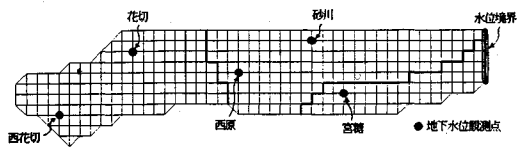


図-8 砂川地下水解析領域 (図-7点線部領域)

た当初設定値を表す。また細線は、いずれの図においても本論文で述べた方法によって求められた推定値を示している。

解析結果を考察すると、第一段階の透水係数の同定は、全て1%の誤差で順解析における当初設定値に収束している。同定時において、地下水位の観測点配置が計算結果に与える影響も調べた。種々の観測点配置の適性を検討するため、最終時刻における地下水位の推定誤差分散分布状態および同定結果を調べた。分布に関する考察では、あらゆる観測点配置に共通して大きな推定誤差が生じやすい上流領域に注目し、その領域の推定誤差分散が最小になるよう考えた結果、図-4のように観測点を配置している場合が透水係数同定には適していると判断した。また同定結果に関する考察でも、図-4の観測点配置による同定結果が最も精度よく求められていることがわかった。2つの検討の結果から図-4の観測点配置を用いることとした。以上により、背水域をもつ境界上の節点および透水係数の各領域毎に観測点を設けると、同定が高精度で行えることがわかった。

また第二段階において、涵養量算定は、3節(3)にのべた手順で行った。結果として注目すべき点は、予測涵養量を用いて時間・観測更新された水位をもとに算出しているにもかかわらず、計算値は当初設定値に近づいていることである。ただし、この算定値曲線の導関数は涵養増加時に図中太線の導関数より一時刻遅れる傾向に

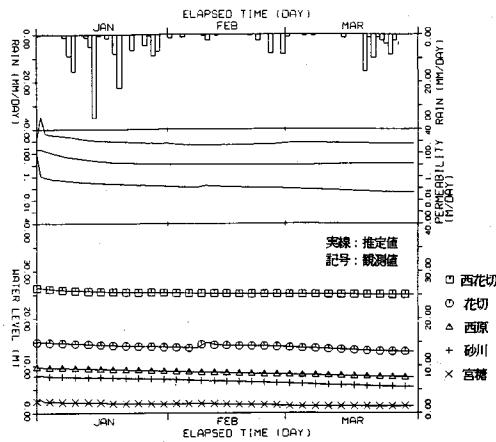


図-9 砂川流域同定結果

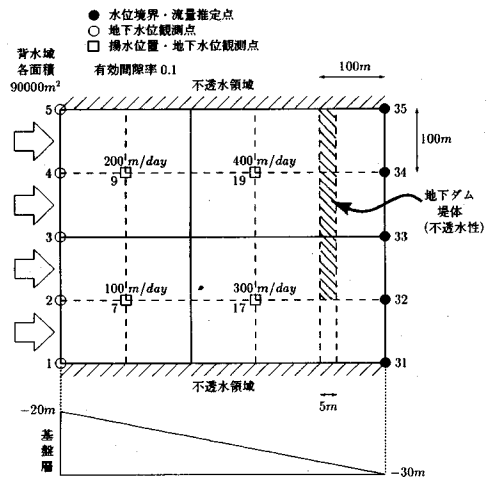


図-10 建設途上の地下ダム堤体

ある。したがって、急激な涵養増加時の算定涵養量は、一時刻前の涵養量を得ることになる可能性が高い。しかし、涵養の変化が緩やかであれば、算定結果に生じる一時刻の遅れは小さいものと考えられる。この方法により、降水・蒸発散と地下水涵養の概ねの関係を知らることができ、タンクモデルなどの流出モデル作成に役立つことが期待される。

(2) 宮古島砂川流域

前節に述べたパラメータ同定の方法を実際に地下ダムの存在する宮古島砂川地下水盆の事例に適用して、透水係数同定結果を考察する。ここでは、地下水盆全域(図-7)のうち常時地下水の存在する図-8のような領域を対象とした。地下ダム施工による地下水流況変化を事前に評価する必要があるため、堤体建設が未着工の時期に解析を行う。その時期において、地下水流況に大きな影響を与える涵養量が長期間比較的安定な時期を抽出し、本解析の対象期間(1989年1月~3月)とした。次に、透水係数分布は、観測地下水位挙動の類似性、ボーリング試験結果やパラメータの数に対する観測井の数を考慮した解の一意性の問題といった事項をふまえて定めた。分布決定後、それぞれの透水係数を同定した。状態量・推定誤差共分散の初期値は事前分布の平均値を用いている。境界条件は図-8にあるように海面にあたる領域最下流部を水位境界(0m)とおき、それ以外は背水域をもつ境界とした。この期間は、揚水井からの揚水が行われていないものとした。上記条件下で Kalman フィルタを用いて透水係数同定を行った。時間間隔は1日として計算した結果を図-9に示す。最終ステップで同定された各透水係数は、上流部から順に0.0460, 12.7, 595 (m/day)であり、本節同定計算に用いた透水係数分布と同じものを用いて順解析で試行錯誤的に求めた場合に比べ、迅速で精度の高い同定結果となっている。

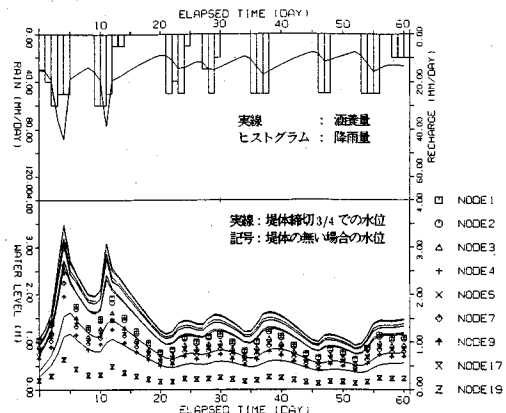


図-11 堤体上流水位挙動

5. 締切途上の地下ダムに対する堤体上流水位の効果

地下ダムに関して解明すべき事柄の中の1つに、地下ダム堤体上流部地下水流況が挙げられる。その流況は、様々な地下ダム設計事項と密接に結びつく。例えば、本節で取り上げる締切途上時の上流部地下水流況をおおまかに把握することにより、建設途上の堤体越流を回避させることができる。回避のためには、締切工程、すなわち、締切位置の順序の影響を施工前に検討する必要があり、堤体締切途上部の大きさ、その場所の透水係数や締切形状などの違いによる堤体上流部地下水流況の把握を行い、建設に危険または支障をきたさない工程を立てねばならない。本節では、締切途上の堤体の有無による堤体上流部地下水流況の違いを検討するために、仮想地盤に対する数値解析を行う。

対象領域は前節に用いたモデル地盤とし、透水係数は同定された結果を用いる。解析対象期間において、図-

10のような締切工程が全体の3/4まで終了した地下ダム堤体が領域内に存在していると考え、その時の地下水位挙動を解析した。次に同じ解析期間で、堤体が無いと想定した場合の地下水位挙動を解析し、堤体上流部地下水流況を比較検討した。解析結果の一例として、図-11に各観測点での地下水位比較を掲げる。こういった観測点位置だけでなく、他の堤体上流部節点の位置においても同様の地下水流況・水位上昇がみられ、締切途上の堤体が仮に無いとした場合の水位を一体量上昇させると、堤体の存在する場合とほとんど同様の地下水流況となる結果を得た。この解析例ではモデルが単純であるので、透水係数の小さな位置から締切り始め、大きな位置を最後に締切れば、堤体が無い場合からの上流水位の上昇量は小さくなり、その工程が建設中の堤体越流を最も生じにくいという帰結を得る。また、堤体建設状況と堤体上流部地下水流況との関係を明確にすれば、締切途上の堤体が存在していても、観測値からパラメータ同定を行うことも可能であると考えられる。

6. 地下水位変動を考慮した揚水量決定

本節では、地下ダム施工終了後、その上流に貯留された地下ダム湖より所与の地下水需要量を揚水する際の、地下水全体への影響が最小になるような各井戸の揚水量決定方法について考察する。すなわち、影響の大小を示すものの一つである地下水位変動量に着目した評価汎関数を最小にする揚水量を求める。ここで、水平流動のみを対象とする水平二次元解析において、地下ダム堤体の越流の取扱いが問題となる。この越流は鉛直流動を含むことから、本論文の揚水方法を検討するためには、越流量および越流影響の生じる上流範囲が水平二次元解析に正しく反映される必要があるが、現在のところ、それらを正確に表す方法は確立されていない。本論文の揚水方法を検討するため、本解析では、問題となる越流が考慮されないように、地下ダム堤体の存在しない状況について考察した。

式(6)における流入項 w_{i+0} を、涵養などによる流入項 ξ_i と揚水項 $-Cq_i$ に分けて表した。また、地下水位変動量のみに対する評価汎関数 L に対して、各時間毎の需要揚水量を拘束条件として付加した評価汎関数 \bar{L} を適用した。

$$Ah_{i+1} = Bh_i + \xi_i - Cq_i \dots\dots\dots(44)$$

$$\bar{L} = L + \eta(Q_i - R_i)^2 \dots\dots\dots(45)$$

$$L = (h_{i+1} - h_i)^T W (h_{i+1} - h_i) \dots\dots\dots(46)$$

$$Q_i = \sum_j C_{ij} q_{ij} \dots\dots\dots(47)$$

ただし、 C : 揚水駆動行列
 q_i : 揚水量

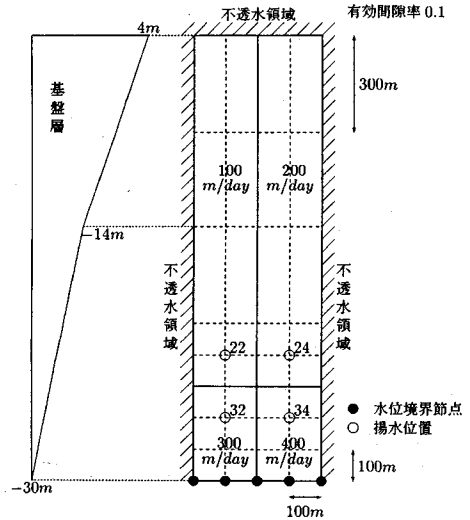


図-12 背水域を解析領域に含めた地盤モデル

η : ペナルティ数

W : 対角重み行列

Q_i : 総揚水量

R_i : 需要揚水量

上記汎関数を最小にする条件は $\partial \bar{L} / \partial q_{ij} = 0$ である。よって、この連立方程式を解き、目的の揚水量 q_{ij} を得る。

$$P_{ij} q_{ij} = f_i \dots\dots\dots(48)$$

$$P_{ij} = \sum_k \{ w_k \cdot (A_{km}^{-1} C_{mi}) \cdot (A_{kn}^{-1} C_{nj}) \} + \eta \sum_k C_{ki} \cdot \sum_l C_{lj} \dots\dots\dots(49)$$

$$f_i = \eta \cdot R_i \sum_k C_{ki} + \sum_k \{ w_k \cdot \Delta h_{k|l} \cdot (A_{km}^{-1} C_{mi}) \} \dots\dots\dots(50)$$

$$\Delta h_{k|l} = A_{km}^{-1} (B_{mn} h_{n|l} + \xi_{m|l}) - h_{k|l} \dots\dots\dots(51)$$

本節のモデル解析は、前節まで用いたモデルの背水域を解析領域に加えた図-12に示すような地下水盆領域を対象としている。解析領域において、地下水面の境界移動をとまらう解析を行った⁸⁾。揚水は、上記方法を用いて、図-11上の節点22、32と24、34がそれぞれ同じ揚水量になるように計算された量で行われている。計算例において、需要揚水量 R_i は一定値 691.2 (m³/day) であると設定した。各節点の重み w_i には節点換算面積(2節参照)に等しい値をおいた。ペナルティ数 η を小さくした場合、所定の需要揚水量が得られないことがしばしば起き、逆に大きくとり過ぎた場合、 L が $\eta(Q_i - R_i)^2$ に比べてはるかに小さくなって解が発散した。これらの結果から、 L のオーダーが $\eta(Q_i - R_i)^2$ の有効数字のオーダー内にあるように、できるだけ大きな η を与えればよいと考えられる。したがって、以下の計算では、 η の値として10000を与えた。図-13は、前節で示した揚水による計算結果と、各井戸が一定量172.8

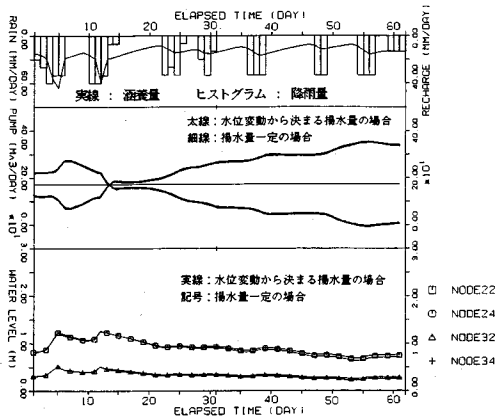


図13 揚水量算定結果

(m^3/day) で揚水した場合の計算結果との比較を表しており、図中の地下水位は揚水位置の挙動を示している。また計算結果によって、地下水は第13日目から第47日目まで領域全体に存在し、それ以外の解析期間において、境界の移動により、最上流4要素のうち透水係数の大きな2要素以外の全領域に存在していることが確認された。

この解析で用いたモデルにおいて、透水係数が100および300 (m/day) の領域を α 領域、200および400 (m/day) の領域を β 領域と呼ぶことにする。計算結果から、地下水位変動量は全体的に微量ではあるが小さくなっていった。また、全解析領域内において、揚水位置を中心とした領域で最も地下水位変動量が小さくなっていくことがわかった。

地下水位変動量を小さくし得た一方、最終ステップ付近では、 α 領域中の揚水量が大きくなり、 β 領域中の揚水量が小さくなった。これは、 β 領域よりも α 領域の方が流れにくく、地下水位変動が徐々に推移していくことが要因であると思われる。加えて、本節モデルは解析領域が小さく、変化に乏しいものであったため、微小な地下水位変動量となる期間においては、領域 α 、 β の微小な地下水位変動差が強調され、図13のように極端な結果を得ていると思われる。

7. 結 論

地下ダムの設計段階において、多くの考察すべき事項がある。本論文では、その中から透水係数同定、地下水位変動による概ねの涵養量推定、堤体締切途上における上流地下水位挙動、地下水位変動量を考慮した揚水量決定方法を取り上げ、それぞれの項目に対し、仮想地盤モデルによって解析を行った。すなわち、水平二次元地下水流動の線形近似式を基礎方程式とし、この弱形式を有限要素法により離散化した。透水係数について、観測点位置の適性や透水係数分布設定の根拠にふれた後、地盤

モデルおよび宮古島砂川地下水流域について同定を行った。ここでは、同定手法として拡張 Kalman フィルタ有限要素法を用いた。また、簡便な方法により、推定された地下水位変動から概ねの涵養量を求めた。

次の検討課題として、同じ地盤モデルに締切途上の地下ダム堤体が存在したときを考え、その効果を数値解析に基づいて検証した。同時に、堤体の存在しない場合と比較して、水位上昇の性質を把握した。堤体建設状況と堤体上流部地下水流況との関係を明確にできれば、建設途上時の堤体越流を回避できるように工程を決定できると考えられる。

最後の検討項目として、地下ダム湖より所与の地下水需要量を揚水する際に、地下水位変動量が最小になるような各井戸における揚水量の決定を扱う。地下水位変動量に需要揚水量を拘束条件として与えた評価関数を考え、それを最小にするような揚水量を求めた。ただし、地下ダム堤体の越流に関連した水位挙動を解析に正しく反映する必要があるが、現在研究中の事項であり、正確に表すのは困難である。そのため、本論文の揚水方法を検討する解析では、問題となる越流が考慮されないよう地下ダム堤体の存在しない状況について数値計算を実施した。

以下の諸項目が今後の検討課題として残されている。

1. 本解析に一時刻分の遅れを補う手段を施すことで、増加時に涵養量逆算定法の精度を向上させる。
2. 地下ダム堤体締切過程において、その形状・位置などの違いによる上流水位の影響を明確にする。
3. 水平2次元地下水流動解析について、地下ダムの越流と堤体上流水位との関係を正確に反映できるようにする。

本研究の遂行にあたっては、平成5年度文部省科学研究費(試験研究(B)(2)0556037:研究代表者 長谷川高士)を使用した。記して深謝の意を表します。

Appendix

感度行列 J_{kL} を列ベクトルに分解し、

$$J_{kL} = [j_{k1}^L, \dots, j_{kN}^L]_{x_{ij} = \hat{x}_{ij}} \dots \dots \dots (52)$$

第 α 列ベクトルを考えると

$$\frac{\partial A_{ij}}{\partial L_i^\alpha} = \theta \frac{\partial S_{ij}}{\partial L_i^\alpha} = \theta (\ln 10) S_{ij}^\alpha \dots \dots \dots (53)$$

ここに $S_{ij}^\alpha = \frac{\partial S_{ij}}{\partial k_i^\alpha}$ とする。

同様に

$$\frac{\partial B_{ij}}{\partial L_i^\alpha} = -(1-\theta) (\ln 10) S_{ij}^\alpha \dots \dots \dots (54)$$

よって

$$j_{\alpha}^k = -(\ln 10) [(1-\theta) \{S_{ij}^\alpha \hat{h}_{ij}^1 + S_{ij}^\alpha \hat{h}_{ij}^2\}]$$

$$+ \theta (S_{11}^g \hat{h}_{i+1/t}^1 + S_{22}^g \hat{h}_{i+1}^2)] \dots\dots\dots (55)$$

感度行列 J_{QL} も同様の方法で計算し、以下の式を得る。

$$J_{QL} = [j_{11}^g, \dots, j_{22}^g]_{x_{i/t} = \hat{x}_{i/t}} \dots\dots\dots (56)$$

$$j_{ii}^g = \frac{\ln 10}{\theta} [(1 - \theta) (S_{11}^g \hat{h}_{i/t}^1 + S_{22}^g \hat{h}_i^2) + \theta (S_{11}^g \hat{h}_{i+1/t}^1 + S_{22}^g \hat{h}_{i+1}^2)] + \frac{1}{\theta} A_{21} J_{HL} \dots\dots\dots (57)$$

参 考 文 献

<p>1) 長谷川高士：地下ダム，技術手帳，土と基礎，第41巻，第3号，pp.67-68，1994.</p> <p>2) 青木一男：過剰揚水に伴う塩水化問題と地下水保全のための地下ダムの有効性の評価に関する研究，学位論文，京都大学，1988.</p> <p>3) 松尾新一郎・河野伊一郎：地下止水壁による地下水抑制の実験的研究，土木学会論文集，第178号，pp.53-61，1970.</p> <p>4) 松尾新一郎・河野伊一郎：地下水抑制のための地中ダムの構想，土木学会誌，第53巻，第3号，pp.9-13，1968.</p>	<p>5) 岡 太郎：移動境界を考慮した有限要素法による地下水平面解析，応用水文，第4巻，pp.17-21，1992.</p> <p>6) 村上 章・長谷川高士：Kalman フィルター有限要素法による逆解析と観測節点配置，土木学会論文集，第388号/Ⅲ-8，pp.227-235，1987.</p> <p>7) 奥野哲夫・鈴木 誠：不圧地下水を対象とした拡張カルマンフィルタによる透水係数の空間分布推定法，土木学会論文集，第469号/Ⅲ-23，pp.93-102，1993.</p> <p>8) 長谷川高士・石井将幸：地下ダムにおける地下水の流動解析とその利用，土と基礎，第41巻，第8号，pp.5-10，1994.</p> <p>9) 土質工学会編：地下水入門，土質工学会，1983.</p> <p>10) Freeze, A.R. : A stochastic-conceptual analysis of one-dimensional groundwater flow in nonuniform homogeneous media, <i>Water Resour. Res.</i>, Vol.11, No.5, pp.725-741, 1975.</p> <p>11) 農用地整備公団宮古地下ダム事業所：宮古区域農用地保全事業概要書.</p> <p>12) 片山 徹：応用カルマンフィルタ，朝倉書店，1983.</p>
--	---

(1994.5.17 受付)

IDENTIFICATION OF PARAMETERS OF GROUNDWATER FLOW MODEL BY EXTENDED KALMAN FILTER AND DETERMINATION OF PUMPING RATE CONSIDERING THE CHANGE OF WATER LEVEL

Takashi HASEGAWA, Akira MURAKAMI and Toshio HAMAGUCHI

This paper describes the identification of the parameters of a groundwater flow model by the extended Kalman filter-FE. Water flow in an aquifer is used as the model of the unconfined flow. In the model, the infiltration into a subsurface, based on surface flow and rainfall, is taken into consideration. Parameters to be identified are permeabilities of the groundwater flow model and the infiltration into the subsurface. The analytical strategy shown herein is applied to both a hypothetical and an actual basin, and the numerical results are then discussed. After the identification of parameters, on the other hand, examined is the effect of construction sequence of an underground dam on the change of water level in the upstream. And a pumping rate at the wells from the underground basin is also determined to minimize the change of water level over the entire domain.