

粒状材料と金属材料を両端に含む統一的な 弾塑性構成式とその適用

松岡 元*・孫 徳安**

粘着成分を考慮したある換算応力を導入することによって、粒状材料に対する弾塑性モデルを粘着成分を有する摩擦性材料 (c, ϕ 材料) に対して拡張する。この拡張にあたっては、 c, ϕ 材料の他端である金属材料に対する弾塑性構成式 (ミーゼス型の塑性論) も含むよう考慮した。この構成式を検討するために、 c, ϕ 材料の1つであるセメント混合砂の実測値と本構成による解析値を比較した。

Key Words: constitutive equation of soil, frictional and cohesive material, cemented sand, stress-dilatancy

1. 序 論

粒状体のような粒子間に粘着力のない摩擦性材料 (粘着力 $c=0, \phi$ 材料) と金属のような粘着力の強固な粘着性材料 (内部摩擦角 $\phi=0, c$ 材料) の中間の特性を持つ材料 (いわゆる c, ϕ 材料) は、工学材料の大部分を占めている。このような c, ϕ 材料の相異なる3主応力下の統一的な応力~ひずみ関係を構築することは、工学上非常に重要な課題である。土のような粒状体の変形・強度特性を統一的に解釈するため“空間滑動面 (SMP)”の概念が提案された¹⁾。そして、このSMPの概念を発展させて、土に対する弾塑性構成式も提案されている²⁾。一方、金属の変形・強度特性は正八面体面 (oct 面) に基づいて統一的に説明できると言われており、古典的な塑性理論 (ミーゼス型の塑性論) は正八面体面に基づいている。また、 c, ϕ 材料の変形・強度特性を統一的に解釈するために、“拡張された空間滑動面 (Extended SMP)” (以下拡張SMPと略称) なる概念が提案されている³⁾。そして、 c, ϕ 材料の代表試料としてのセメント混合砂に対して三軸圧縮試験、三軸伸張試験および3主応力制御試験を実施し、拡張SMPに基づいた応力~ひずみ関係および破壊規準を実験的に検証している^{4), 5)}。そこで、ここでは、粘着成分を考慮したある換算応力を導入することによって、粒状材料に対する等方硬化弾塑性モデル²⁾を、粘着成分を有する摩擦性材料に対して拡張する。この構成式を検討するために、 c, ϕ 材料の1つであるセメント混合砂の実測値と本構成式による解析値を比較した。最後に、粒状材料と金属材料を両端に含む c, ϕ 材料の弾塑性構成式 (破壊規準を含む) の統一的な理解を示す。

2. 摩擦性材料の弾塑性構成式

中井らはSMPの概念を発展させ、3次元応力下の土のような摩擦性材料の変形挙動を統一的に説明し得る力学量 t_{ij} を次のように定義した⁶⁾。

$$t_{ij} = \sigma_{ik} a_{kj} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 σ_{ij} は応力テンソルであり、 a_{ij} はSMPの方向余弦 $a_i (= \sqrt{J_3}/(\sigma_i J_2))$; J_2, J_3 は応力テンソルの2次、3次の不変量、 σ_i は主応力、 $i=1, 2, 3$ を主値とする対称テンソルである。中井はこの t_{ij} を用いて t_{ij} -モデルを提案している²⁾。

本研究では、粒状材料から金属材料までの塑性論を1つの見方で統一的に取り扱うために、上述の t_{ij} の定義を若干変更し、摩擦性材料のための修正応力テンソルを次のように定義する。

$$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ik} b_{kj} \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 b_{ij} は $(\sqrt{3}a_1, \sqrt{3}a_2, \sqrt{3}a_3)$ を主値とする対称テンソルである。

等方応力状態では、 $b_{ij} = \delta_{ij}$ (クロネッカーのデルタ記号)、 $\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij}$ となり、応力誘導異方向性が生じない。したがって、 b_{ij} は応力誘導異方向性を表すテンソルであると考えられる。

式(2)によれば、硬化パラメーター W^{**} は次のように定義できる。

$$W^{**} = \int \sigma_{ij}^* d\epsilon_{ij}^* \dots \dots \dots (3)$$

等方応力状態では、

$$W^{**} = \int \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} = W^p \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 W^p は塑性仕事である。したがって、式(2)の定義によれば等方応力状態の下では W^{**} は塑性仕事と同じになることがわかる。

* 正会員 工博 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

** 正会員 工博 名古屋工業大学助手 工学部社会開発工学科

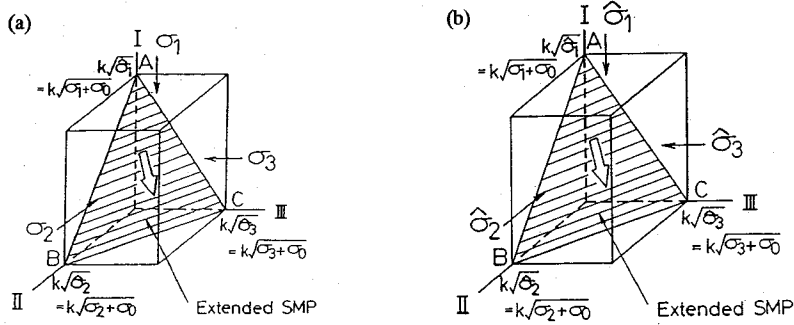


Fig.1 Extended SMP in physical space under (a) principal stresses ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) (b) translated principal stresses ($\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{\sigma}_3$)

3. 粘着成分を有する摩擦性材料の弾塑性構成式

(1) 拡張 SMP と粘着成分を考慮した修正応力テンソル

従来の SMP の概念¹⁾を c, ϕ 材料にも拡張するために、拡張 SMP の概念が提案されている³⁾。Fig.1 に示す拡張 SMP の方向余弦 \hat{a}_i は次式で表される。

$$\hat{a}_i = \sqrt{\frac{\hat{f}_3}{\hat{\sigma}_i \hat{f}_2}} \quad (i=1, 2, 3) \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\hat{\sigma}_i$ は換算応力テンソル $\hat{\sigma}_{ij}$ の主値であり、 \hat{f}_2, \hat{f}_3 は換算応力テンソル $\hat{\sigma}_{ij}$ の 2 次、3 次の不変量である。なお、換算応力テンソル $\hat{\sigma}_{ij}$ は次式で与えられる。

$$\hat{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} + \sigma_0 \delta_{ij} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $\sigma_0 (= c \cdot \cot \phi)$ は粘着成分を表すパラメーターである。

Fig.1 (a) に示すように 3 主応力状態 ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) 下の要素の拡張 SMP 上の垂直応力 $\bar{\sigma}_{SMP}$ とせん断応力 $\bar{\tau}_{SMP}$ は式 (5) を用いて次式で表される。

$$\bar{\sigma}_{SMP} = \sigma_1 \hat{a}_1^2 + \sigma_2 \hat{a}_2^2 + \sigma_3 \hat{a}_3^2 \dots\dots\dots (7)$$

$$\bar{\tau}_{SMP} = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \hat{a}_1^2 \hat{a}_2^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \hat{a}_2^2 \hat{a}_3^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \hat{a}_3^2 \hat{a}_1^2} \dots\dots\dots (8)$$

Fig.1 (b) に示すように 3 換算主応力 ($\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{\sigma}_3$) 下の要素の拡張 SMP 上の換算垂直応力 $\hat{\sigma}_{SMP}$ と換算せん断応力 $\hat{\tau}_{SMP}$ は式 (5) を用いて次式で表される。

$$\hat{\sigma}_{SMP} = \hat{\sigma}_1 \hat{a}_1^2 + \hat{\sigma}_2 \hat{a}_2^2 + \hat{\sigma}_3 \hat{a}_3^2 \dots\dots\dots (9)$$

$$\hat{\tau}_{SMP} = \sqrt{(\hat{\sigma}_1 - \hat{\sigma}_2)^2 \hat{a}_1^2 \hat{a}_2^2 + (\hat{\sigma}_2 - \hat{\sigma}_3)^2 \hat{a}_2^2 \hat{a}_3^2 + (\hat{\sigma}_3 - \hat{\sigma}_1)^2 \hat{a}_3^2 \hat{a}_1^2} \dots\dots\dots (10)$$

式 (6)~(10) より、以下の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{SMP} &= \hat{\sigma}_{SMP} + \sigma_0 \\ \bar{\tau}_{SMP} &= \hat{\tau}_{SMP} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

摩擦性材料のための修正応力テンソル σ_{ij}^* を粘着成分を有する摩擦性材料に拡張するため、次式のような σ_{ij}^* を

定義する。

$$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ik} \hat{b}_{kj} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 \hat{b}_{ij} は拡張 SMP の方向余弦 \hat{a}_i の $\sqrt{3}$ 倍を主値とする対称テンソルである。なお、等方応力状態および $\sigma_0 \rightarrow \infty$ の場合には、 $\hat{b}_{ij} = \delta_{ij}$ 、 $\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij}$ 。したがって、 σ_{ij}^* はある種の粘着成分を考慮した修正応力テンソルと考えることができる⁷⁾。

式 (12) と対応して $\hat{\sigma}_{ij}^*$ を次のように定義する。

$$\hat{\sigma}_{ij}^* = \hat{\sigma}_{ik} \hat{b}_{kj} \dots\dots\dots (13)$$

式 (6) を考慮して式 (12) と式 (13) を比較すると、次のような関係が成立する。

$$\sigma_{ij}^* = \hat{\sigma}_{ij}^* + \sigma_0 \delta_{ij} \dots\dots\dots (14)$$

(2) 応力パラメーターと塑性ひずみ増分パラメーター

3 次元応力下の变形特性を統一的に説明するために、Fig.2 に示すように σ_{ij}^* の主値ベクトルの拡張 SMP に垂直な成分 $\bar{\sigma}_{SMP}^*$ と平行な成分 $\bar{\tau}_{SMP}^*$ を応力パラメーターとして用いる。式示すと、

$$\bar{\sigma}_{SMP}^* = \sigma_{ij}^* \hat{a}_i + \sigma_{ij}^* \hat{a}_2 + \sigma_{ij}^* \hat{a}_3 = \sigma_{ij}^* \hat{a}_{ij} = \sqrt{3} \bar{\sigma}_{SMP} \dots\dots\dots (15)$$

$$\bar{\tau}_{SMP}^* = \sqrt{(\sigma_{ij}^* \hat{a}_2 - \sigma_{ij}^* \hat{a}_1)^2 + (\sigma_{ij}^* \hat{a}_3 - \sigma_{ij}^* \hat{a}_2)^2 + (\sigma_{ij}^* \hat{a}_1 - \sigma_{ij}^* \hat{a}_3)^2} = \sqrt{\sigma_{ij}^* \sigma_{ij}^* - (\sigma_{ij}^* \hat{a}_{ij})^2} = \sqrt{3} \bar{\tau}_{SMP} \dots\dots\dots (16)$$

σ_{ij}^* の主値ベクトルの拡張 SMP に垂直な成分 $\bar{\sigma}_{SMP}^*$ と平行な成分 $\bar{\tau}_{SMP}^*$ は、式 (15)、(16) に対応して次式で表される。

$$\bar{\sigma}_{SMP}^* = \hat{\sigma}_{ij}^* \hat{a}_i + \hat{\sigma}_{ij}^* \hat{a}_2 + \hat{\sigma}_{ij}^* \hat{a}_3 = \hat{\sigma}_{ij}^* \hat{a}_{ij} = \sqrt{3} \bar{\sigma}_{SMP} \dots\dots\dots (17)$$

$$\bar{\tau}_{SMP}^* = \sqrt{(\hat{\sigma}_{ij}^* \hat{a}_2 - \hat{\sigma}_{ij}^* \hat{a}_1)^2 + (\hat{\sigma}_{ij}^* \hat{a}_3 - \hat{\sigma}_{ij}^* \hat{a}_2)^2 + (\hat{\sigma}_{ij}^* \hat{a}_1 - \hat{\sigma}_{ij}^* \hat{a}_3)^2} = \sqrt{\hat{\sigma}_{ij}^* \hat{\sigma}_{ij}^* - (\hat{\sigma}_{ij}^* \hat{a}_{ij})^2} = \sqrt{3} \bar{\tau}_{SMP} \dots\dots\dots (18)$$

式 (15)、(16) と式 (17)、(18) を比較すれば、以下の式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{SMP}^* &= \bar{\sigma}_{SMP} + \sqrt{3} \sigma_0 \\ \bar{\tau}_{SMP}^* &= \bar{\tau}_{SMP} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

一方、塑性ひずみ増分パラメーターとしては、Fig.3

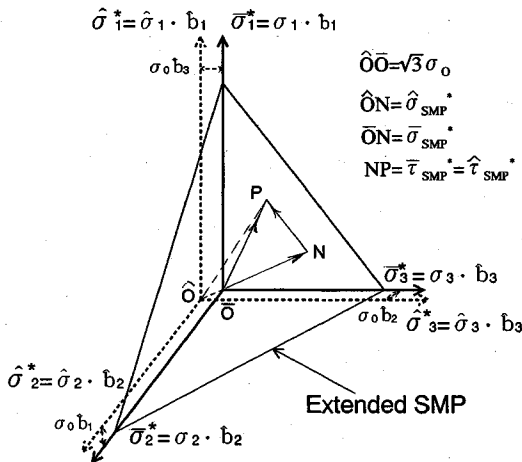


Fig.2 Relation between stress parameters $(\bar{\sigma}_{SMP}, \bar{\tau}_{SMP})$ in principal space of $\bar{\sigma}_{ij}$ and $(\sigma_{SMP}, \tau_{SMP})$ in principal space of σ_{ij}

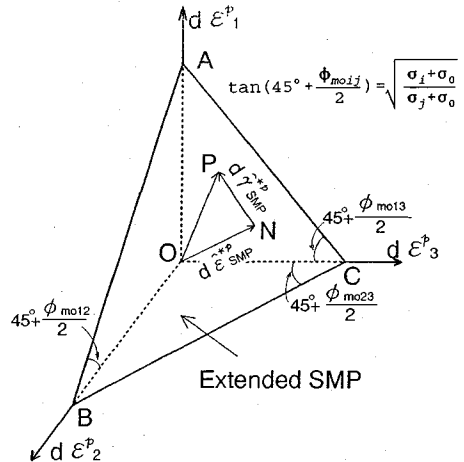


Fig.3 Plastic strain increment parameters $(d\bar{\epsilon}_{SMP}^p, d\bar{\gamma}_{SMP}^p)$ in principal plastic strain increment space

に示すような塑性ひずみ増分ベクトルの拡張 SMP に垂直な成分 $d\bar{\epsilon}_{SMP}^p$ と平行な成分 $d\bar{\gamma}_{SMP}^p$ を採用した。式示すと、

$$d\bar{\epsilon}_{SMP}^p = d\epsilon_{ij}^e \bar{a}_{ij} + d\epsilon_{ij}^p \bar{a}_{ij} = d\epsilon_{ij}^e \bar{a}_{ij} \dots (20)$$

$$d\bar{\gamma}_{SMP}^p = \sqrt{(d\epsilon_{12}^e - d\epsilon_{21}^e)^2 + (d\epsilon_{23}^e - d\epsilon_{32}^e)^2 + (d\epsilon_{31}^e - d\epsilon_{13}^e)^2} \dots (21)$$

(3) ひずみ増分の分け方

文献2)の方法にならって、材料の降伏時に生じるひずみ増分 $d\epsilon_{ij}$ を弾性成分 $d\epsilon_{ij}^e$ と塑性成分 $d\epsilon_{ij}^p$ の和として与える。さらに、塑性成分を等方的な塑性圧縮成分 $d\epsilon_{ij}^{(IC)}$ と $\bar{\sigma}_{ij}$ 空間で関連流動則を満足する塑性成分 $d\epsilon_{ij}^{(AF)}$ に分ける。すなわち、

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^{(IC)} + d\epsilon_{ij}^{(AF)} \dots (22)$$

次に、上記の3項の決め方について論ずる。

(4) 等方的塑性ひずみ成分 $d\epsilon_{ij}^{(IC)}$ の決定

等方圧縮条件下の平均有効主応力 σ_m と体積ひずみ ϵ_v の関係の実測値を精度よく表現するために、 $\epsilon_v \sim \log \sigma_m$ 関係を直線とするのではなく、 $\log \epsilon_v \sim \log \sigma_m$ 関係を直線と仮定する。式示すと、

$$\log \epsilon_v = a \log \frac{\sigma_m}{p_a} + b \text{ or } \epsilon_v = c \left(\frac{\sigma_m}{p_a} \right)^m \dots (23)$$

ここに、 p_a は大気圧であり、 a, b はそれぞれ $\log \epsilon_v \sim \log(\sigma_m/p_a)$ 関係の直線勾配と $\sigma_m = p_a$ のときの縦軸切片を表す。また c は $\sigma_m = p_a$ のときの体積ひずみ ϵ_v を表し、 $m=a$ である。等方圧縮時の弾性体積ひずみ ϵ_v^e および塑性体積ひずみ ϵ_v^p を上式の形に初期値を考慮して、次式でそれぞれ表現する。

$$\epsilon_v^e = C_e \left\{ \left(\frac{\sigma_m}{p_a} \right)^m - \left(\frac{\sigma_{m0}}{p_a} \right)^m \right\} \dots (24)$$

$\epsilon_v^p = (C_i - C_e) \left\{ \left(\frac{\sigma_m}{p_a} \right)^m - \left(\frac{\sigma_{m0}}{p_a} \right)^m \right\} \dots (25)$
 ここに、 σ_{m0} は初期平均有効主応力、すなわち $\epsilon_v = 0$ の時の平均有効主応力である。 C_i, C_e, m は等方圧縮特性を表すパラメーターであり、その値は等方圧縮・膨張試験によって求められる。したがって、塑性ひずみ増分の等方的な圧縮成分 $d\epsilon_{ij}^{(IC)}$ は次式で与えられる。

$$d\epsilon_{ij}^{(IC)} = \frac{\delta_{ij}}{3} d\epsilon_v^{(IC)} = \frac{m(C_i - C_e)}{3p_a^m} \sigma_m^{m-1} \langle d\sigma_m \rangle \delta_{ij} \dots (26)$$

ここで、 $\langle \rangle$ は Macaulay の括弧である。すなわち、 $d\sigma_m > 0$ のときは $\langle d\sigma_m \rangle = d\sigma_m$ 、 $d\sigma_m \leq 0$ のときは $\langle d\sigma_m \rangle = 0$ を意味する。

(5) 弾性ひずみ成分 $d\epsilon_{ij}^e$ の決定

等方弾性論に基づいて、弾性ひずみ増分を次式で表す。

$$d\epsilon_{ij}^e = \frac{1}{2G} (d\sigma_{ij} - d\sigma_m \delta_{ij}) + \frac{1}{3K} d\sigma_m \delta_{ij} \dots (27)$$

ここに、 K, G はそれぞれ体積弾性係数、せん断弾性係数であり、定義と式 (24) により、次式で表される。

$$K = \frac{d\sigma_m}{d\epsilon_v^e} = \frac{1}{m C_e} \sigma_m^{1-m} p_a^m \dots (28)$$

$$G = \frac{3(1-2\nu_e) \sigma_m^{1-m} p_a^m}{2m C_e (1+\nu_e)} \dots (29)$$

ここに、 ν_e はポアソン比である。

(6) $\bar{\sigma}_{ij}$ 空間で関連流動則を満足する塑性成分 $d\epsilon_{ij}^{(AF)}$ の決定

a) 塑性ポテンシャル関数と降伏関数

文献4), 5) によれば、 c, ϕ 材料の一種であるセメント混合砂について σ_m 一定の単調載荷条件下では、拡張 SMP 上の換算応力比 $\bar{\tau}_{SMP}/\bar{\sigma}_{SMP} (= \bar{\tau}_{SMP}/(\bar{\sigma}_{SMP} + \sqrt{3}\sigma_0) = \bar{\tau}_{SMP}/(\bar{\sigma}_{SMP} + \sqrt{3}\sigma_0))$ と $-d\bar{\epsilon}_{SMP}^p/d\bar{\gamma}_{SMP}^p$ の関係はほぼ直線となる。このダイレイタンシー関係に対する弾性成分

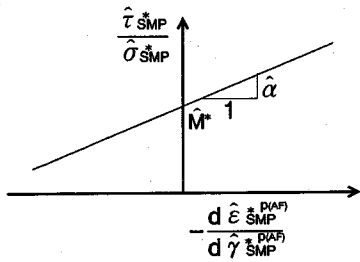


Fig.4 Stress-dilatancy relationship based on Extended SMP

の影響は少ないと考えられる。さらに、 σ_m が変化する場合、塑性ひずみ増分から等方応力増分による塑性ひずみ増分 $d\epsilon_{ij}^{(IC)}$ を差し引いた塑性ひずみ増分 $d\epsilon_{ij}^{*(AF)}$ による $\bar{\tau}_{SMP}^*/\hat{\sigma}_{SMP} \sim -d\hat{\epsilon}_{SMP}^{*(AF)}/d\hat{\gamma}_{SMP}^{*(AF)}$ 関係も Fig.4 に示すように直線と仮定する。すなわち、

$$\frac{\bar{\tau}_{SMP}^*}{\hat{\sigma}_{SMP}} = \frac{\bar{\tau}_{SMP}^*}{\hat{\sigma}_{SMP} + \sqrt{3}\sigma_0} = \hat{\alpha} \left(-\frac{d\hat{\epsilon}_{SMP}^{*(AF)}}{d\hat{\gamma}_{SMP}^{*(AF)}} \right) + \hat{M}^* \dots (30)$$

ここに、 $\hat{\alpha}$ 、 \hat{M}^* はせん断特性を表すパラメーターであり、 σ_m 一定の三軸圧縮試験より決定される。

Fig.2 に示されるようなテンソル $\hat{\sigma}_{ij}$ の主方向と Fig.3 に示すようなテンソル $d\epsilon_{ij}^{*(AF)}$ の主方向を一致させると、 $\hat{\sigma}_{SMP}$ と $d\hat{\epsilon}_{SMP}^{*(AF)}$ の方向は自動的に一致するが、 $\bar{\tau}_{SMP}$ と $d\hat{\gamma}_{SMP}^{*(AF)}$ の方向は一致するとは限らない。そこで、Fig.5 に示すように $\bar{\tau}_{SMP}$ と $d\hat{\gamma}_{SMP}^{*(AF)}$ の方向が一致すると仮定し、 $\hat{\sigma}_{ij}$ 空間で直交則が成り立つとすると、次式が得られる。

$$d\hat{\sigma}_{ij}^{*(AF)} + d\hat{\sigma}_{ij}^{*(AF)} + d\hat{\sigma}_{ij}^{*(AF)} + d\hat{\sigma}_{ij}^{*(AF)} = 0 \dots (31)$$

式 (30)、(31) を組み合わせて解けば、塑性ポテンシャル関数 g が得られる。さらに、関連流動則を仮定すれば、降伏関数 f は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} f &= g = \ln \hat{\sigma}_{SMP} - \frac{\hat{\alpha}}{1-\hat{\alpha}} \ln \left(1 - (1-\hat{\alpha}) \frac{\hat{X}}{\hat{M}^*} \right) - c_1 = 0 & (\hat{\alpha} \neq 1) \\ f &= g = \ln \hat{\sigma}_{SMP} + \frac{\hat{X}}{\hat{M}^*} - c_1 = 0 & (\hat{\alpha} = 1) \end{aligned} \right\} \dots (32)$$

ここで、 $\bar{\tau}_{SMP} = 0$ の時、 $\hat{\sigma}_{SMP} = \hat{\sigma}_{SMP1}$ とすれば、

$$c_1 = \ln(\hat{\sigma}_{SMP1} + \sqrt{3}\sigma_0) \dots (33)$$

となる。式 (32) の形を Fig.6 に示す。

b) 硬化パラメーター

硬化パラメーターとしては、 t_{ij} -モデル²⁾を参照して、次のような $\hat{\sigma}_{ij}$ に基づく塑性仕事相当量 \bar{W}^{*p} を採用した。

$$\bar{W}^{*p} = \int \hat{\sigma}_{ij} d\epsilon_{ij}^* \dots (34)$$

式 (31) を立てる時に設けた仮定より、

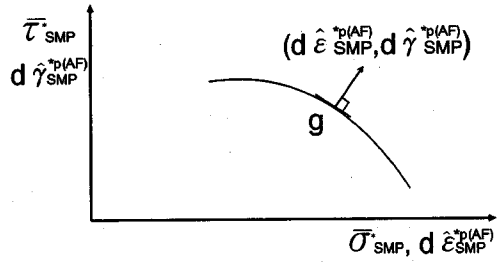


Fig.5 Plastic strain incremental vector normal to plastic potential curve

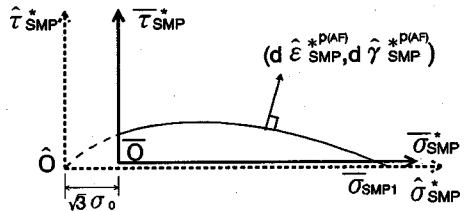


Fig.6 Yield curve f represented in $\hat{\sigma}_{SMP}$ (or $\hat{\sigma}_{SMP1}$) vs. $\bar{\tau}_{SMP}$ (or $\bar{\tau}_{SMP}^*$) plane

$$\bar{W}^{*p} = \int (\hat{\sigma}_{SMP} d\hat{\epsilon}_{SMP}^* + \bar{\tau}_{SMP} d\hat{\gamma}_{SMP}^*) \dots (35)$$

となる。種々の応力経路の下で \bar{W}^{*p} が硬化パラメーターとしてふさわしいかどうかをチェックするために、あるセメント混合砂 (混合重量比、砂:セメント:水=15:1:3、養生期間約3カ月、密度1.80 g/cm³) に対して、Fig.7 に示すような4種の応力経路 (すべて点Eを通る) に沿って排水三軸圧縮試験を実施した。Fig.8 は式 (34) による定義の塑性仕事相当量 \bar{W}^{*p} ~ 応力経路の関係の実測値を示している。同図より、点Eの \bar{W}^{*p} は応力経路の違いにかかわらず、ほぼ同じ値となるので、 \bar{W}^{*p} を c 、 ϕ 材料の変形の状態量として採用できると考えられる。したがって、 \bar{W}^{*p} は c 、 ϕ 材料の硬化パラメーターとしてふさわしいものである。

c) 硬化則

等方圧縮試験は実施しやすく、結果も安定しているので、ひずみ硬化則として適当であると思われる。等方圧縮時には、 $\hat{a}_1 = \hat{a}_2 = \hat{a}_3 = 1/\sqrt{3}$ であるので、式 (20) より

$$d\hat{\epsilon}_{SMP}^* = \frac{1}{\sqrt{3}} (d\epsilon_1^* + d\epsilon_2^* + d\epsilon_3^*) = \frac{1}{\sqrt{3}} d\epsilon_i^{(IC)} \dots (36)$$

式 (26) を式 (36) に代入すれば、

$$d\hat{\epsilon}_{SMP}^* = \frac{m(C_1 - C_2)\sigma_m^{m-1}}{\sqrt{3}p_m^*} d\sigma_m \dots (37)$$

したがって、 $\sigma_m = \sigma_{m0} (= \hat{\sigma}_{SMP0}/\sqrt{3})$ から $\sigma_{m1} (= \hat{\sigma}_{SMP1}/\sqrt{3})$ まで等方圧縮 ($\bar{\tau}_{SMP} = 0$) した場合には、式 (34) で定義した \bar{W}^{*p} は式 (35) と式 (37) により次式で表される。

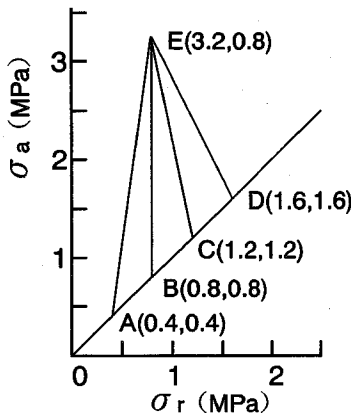


Fig.7 Stress paths for examining quantity of state \bar{W}^{*p}

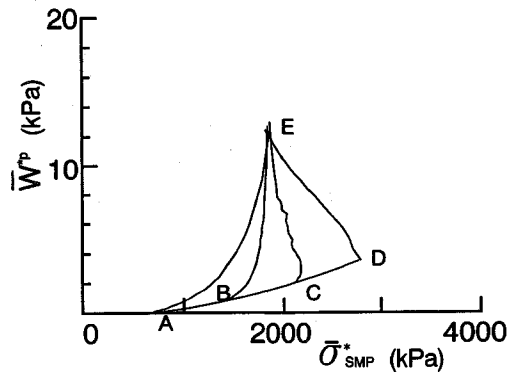


Fig.8 Relation between \bar{W}^{*p} and $\bar{\sigma}_{SMP}^*$ obtained from various stress paths shown in Fig.7

$$\bar{W}^{*p} = \int \bar{\sigma}_{SMP}^* d\bar{\epsilon}_{SMP}^{*p} = \int_{\bar{\sigma}_{SMP0}^*/\sqrt{3}}^{\bar{\sigma}_{SMP1}^*/\sqrt{3}} \frac{m(C_t - C_e)}{p_a^m} \sigma_m^m d\sigma_m$$

$$= K_1 [(\bar{\sigma}_{SMP1}^*)^{m+1} - (\bar{\sigma}_{SMP0}^*)^{m+1}] \dots (38)$$

ここに,

$$K_1 = \frac{m(C_t - C_e)}{(m+1)3^{(m+1)/2} p_a^m} \dots (39)$$

式 (32), (33) および (38) より, 降伏関数 f は次式で表される.

$$\left. \begin{aligned} f &= \ln \bar{\sigma}_{SMP}^* - \frac{\hat{\alpha}}{1-\hat{\alpha}} \ln \left[1 - (1-\hat{\alpha}) \frac{\hat{X}}{\hat{M}^*} \right] \\ &\quad - \ln \left[\left[\frac{\bar{W}^{*p}}{K_1} + (\bar{\sigma}_{SMP0}^*)^{m+1} \right]^{\frac{1}{m+1}} + \sqrt{3}\sigma_0 \right] = 0 (\hat{\alpha} \neq 1) \\ f &= \ln \bar{\sigma}_{SMP}^* + \frac{\hat{X}}{\hat{M}^*} \\ &\quad - \ln \left[\left[\frac{\bar{W}^{*p}}{K_1} + (\bar{\sigma}_{SMP0}^*)^{m+1} \right]^{\frac{1}{m+1}} + \sqrt{3}\sigma_0 \right] = 0 (\hat{\alpha} = 1) \end{aligned} \right\} \dots (40)$$

d) $d\bar{\epsilon}_{ij}^{(AF)}$ の決定

$d\bar{\epsilon}_{ij}^{(AF)}$ は $\bar{\sigma}_{ij}^*$ 空間内で関連流動則を満足する塑性成分であるので,

$$d\bar{\epsilon}_{ij}^{(AF)} = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{ij}^*} \dots (41)$$

ここで, Λ は正のスカラーであり, 次のように求められる. 式 (40) で表される降伏関数 f は, $f = f(\bar{\sigma}_{ij}^*, \bar{\tau}_{SMP}^*, \bar{W}^{*p}, \sigma_0) = f(\sigma_{ij}, \bar{W}^{*p}, \sigma_0) = 0$ なる形となっており, 後続の負荷条件 $df = 0$ を満たさなければならない. すなわち

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \bar{W}^{*p}} d\bar{W}^{*p} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_0} d\sigma_0 = 0 \dots (42)$$

ここで, 式 (22), (26), (34) および (41) より,

$$d\bar{W}^{*p} = \bar{\sigma}_{ij}^* d\bar{\epsilon}_{ij}^* = \bar{\sigma}_{ij}^* (d\bar{\epsilon}_{ij}^{(AF)} + d\bar{\epsilon}_{ij}^{(C)})$$

$$= \Lambda \bar{\sigma}_{ij}^* \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{ij}^*} + K_2 \sigma_m^{m-1} \langle d\sigma_m \rangle \bar{\sigma}_{ij}^* \delta_{ij} \dots (43)$$

ここに,

$$K_2 = \frac{m(C_t - C_e)}{3p_a^m} \dots (44)$$

式 (43) を式 (42) に代入して, 整理すれば,

$$\Lambda = - \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + K_2 \frac{\partial f}{\partial \bar{W}^{*p}} \sigma_m^{m-1} \langle d\sigma_m \rangle \bar{\sigma}_{ij}^* \delta_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_0} d\sigma_0}{\frac{\partial f}{\partial \bar{W}^{*p}} \frac{\partial f}{\partial \bar{\sigma}_{ij}^*} \bar{\sigma}_{ij}^*} \dots (45)$$

なお, 降伏関数 f が塑性ひずみとは独立の σ_0 にも依存することを考えると, $d\bar{\epsilon}_{ij}^{(AF)}$ の計算にあたって除荷, 中立負荷, 負荷などの基準は次のようになる⁸⁾

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_0} d\sigma_0 \leq 0; f = 0 \dots (46)$$

4. 実験データと本構成式による解析値の比較

(1) モデルのパラメーターの決定

Table 1 は c, ϕ 材料である 2 種類のセメント混合砂 A-I, C-I のパラメーターを示している. セメント混合砂 A-I, C-I の変形・強度特性については, 文献 4), 5) を参照されたい. (C_t, C_e, m) は, セメント混合砂の等方圧密試験の載荷および除荷時の体積ひずみが平均有効主応力 σ_m のベキ関数で表されることから決定される. 弾性係数 K と G は, $\nu_e = 0.2$ という仮定と C_e, m の値より, 式 (28), (29) を用いて算定される. せん断に関するパラメーターについては, 平均有効主応力 σ_m 一定の三軸圧縮試験結果を Fig.4 のように整理すれば $\hat{\alpha}, \hat{M}^*$ が決定される. また, σ_0 は文献 4), 5) に示すように三軸圧縮試験による破壊時のモールの応力円から決定した. なお, セメント混合砂の変形過程では σ_0 一定と仮定している. したがって, モデルのパラメーターは等方圧密試験 (載荷, 除荷および再載荷) とそれに続く平均有効主応力 σ_m 一定の三軸圧縮試験によって決定される.

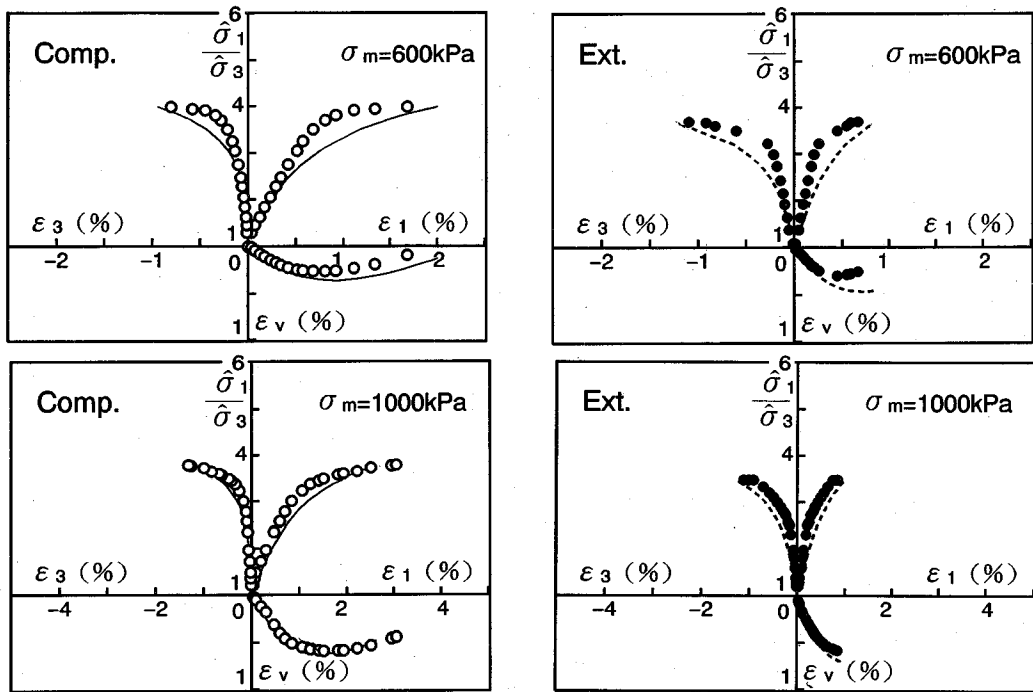


Fig.9 Predicted and experimental results of triaxial tests on Cemented Sand A-1 ($\sigma_m = \text{const.}$)

Table 1 Material parameters for cemented sands

	Consolidation			Shear		
	C_c (%)	C_u (%)	m	\hat{u}^*	$\hat{\alpha}$	σ_o (kPa)
A-I	0.09	0.024	1.0	0.48	0.50	200
C-I	0.10	0.040	0.8	0.50	0.60	350

(2) 円柱形供試体に対する三軸圧縮・三軸伸張試験結果との比較

Fig.9は、平均有効主応力 σ_m 一定条件下 ($\sigma_m=600, 1000 \text{ kPa}$) でのセメント混合砂の三軸圧縮試験および三軸伸張試験のデータ⁴⁾を粘着成分を考慮した換算主応力比 ($\hat{\sigma}_1/\hat{\sigma}_3=(\sigma_1+\sigma_o)/(\sigma_3+\sigma_o)$)~主ひずみ (ϵ_1, ϵ_3)~体積ひずみ (ϵ_v) 関係で整理した結果 (○:三軸圧縮; ●:三軸伸張)と本弾塑性モデルによる予測 (実線:三軸圧縮; 点線:三軸伸張)を示している。同図より、モデルは実測された応力~ひずみ関係やダイレイタンス特性をほぼ説明している。Fig.10は、通常の三軸試験機を用いて得られたセメント混合砂A-I種の三軸圧縮試験のデータを換算主応力比 ($\hat{\sigma}_1/\hat{\sigma}_3$)~主ひずみ (ϵ_1, ϵ_3)~体積ひずみ (ϵ_v) 関係で整理した結果 (プロット)と本弾塑性モデルによる予測結果 (実線)を示している。同図より、側圧 σ_3 一定の場合にもモデルは実測された応力~ひずみ関係やダイレイタンス特性をほぼ説明している。

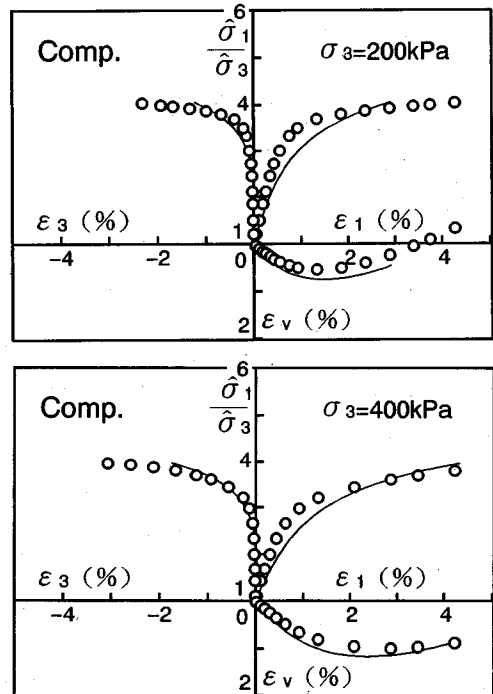


Fig.10 Predicted and experimental results of triaxial tests on Cemented Sand A-1 ($\sigma_3 = \text{const.}$)

(3) 立方体供試体に対する3主応力制御試験結果との比較

Fig.11 は、 $\sigma_m=800$ kPa の下での放射状応力経路に沿ったせん断試験結果を粘着成分を考慮した換算主応力比 ($\hat{\sigma}_1/\hat{\sigma}_3$)~主ひずみ ($\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$)~体積ひずみ (ϵ_v) 関係で整理した結果⁵⁾ (プロット) とモデルによる予測結果 (実線) を示している。同図より、 $\theta=45^\circ$ のケースを除いて、予測値は実測値をほぼ説明している。なお、 $\theta=45^\circ$ の場合には、 σ_1 方向と σ_2 方向の載荷板が共に内方に移動して互いに干渉し合うため、実測ひずみが小さくなると考えられる⁵⁾。Fig.12 は主応力空間 ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) と主ひずみ増分空間 ($d\epsilon_1, d\epsilon_2, d\epsilon_3$) を重ねたものであり、矢印は σ_m 一定、 θ 一定の放射状応力経路の3主応力制御試験 ($\theta=15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$) の実測ひずみ増分ベクトル⁵⁾とその予測値を π 面上に投影したものを表している。同図によれば、 $\theta=15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ でのひずみ増分ベクトルの方向と応力増分ベクトルの方向とのズレは、せん断初期にはほとんどないが、せん断・垂直応力比の増大につれて次第に大きくなっている。これはセメント混合砂の変形異方性 (いわゆる応力誘導異方性) のためと考えられる。本モデルはこのような変形特性を表現できる。

5. 粒状材料と金属材料を両端に含む統一的な弾塑性構成式

序論でも指摘したように、金属材料、粒状材料および c, ϕ 材料の変形・強度特性はそれぞれ正八面体面 (oct 面)、空間滑動面 (SMP) および拡張 SMP によって統一的に説明できる。一方、拡張 SMP は、 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ の時には、oct 面となり、 $\sigma_0=0$ の時には、SMP となる。この2つの事実から、oct 面に基づいた金属材料に適用されているミーゼス型の塑性論と SMP に基づいた粒状材料に適用されている弾塑性モデルを含む統一的な構成式の提案を試みる。

(1) 破壊規準

Table 2 の上段に示すように、2次元応力状態での破壊規準として、金属材料に対してはトレスカ規準 ($\tau_f=c$) が、土のような粒状材料に対してはモール・クーロン規準 ($\tau_f=\sigma \cdot \tan \phi$) が⁸⁾、中間の c, ϕ 材料に対しては一般化モール・クーロン規準 ($\tau_f=c+\sigma \cdot \tan \phi=(\sigma+\sigma_0) \tan \phi=\bar{\sigma} \cdot \tan \phi; \sigma_0=c \cdot \cot \phi$) がよく用いられる。容易にわかるように、一般化モール・クーロン規準はその両端にトレスカ規準 ($\phi=0; \sigma_0 \rightarrow \infty$) とモール・クーロン規準 ($c=0; \sigma_0=0$) を含んでいる。一方、3次元応力状態での破壊規準としては、金属材料に対してはミーゼス基準 ($\tau_{oct}=\text{const.}$) が⁸⁾、土のような粒状材料に対しては SMP 規準 ($\tau_{SMP}=\sigma_{SMP} \cdot \tan \phi$)¹⁾ が、両者の中間の c, ϕ 材料に対しては拡張 SMP 規準 ($\bar{\tau}_{SMP}=\bar{\sigma}_{SMP}=\bar{\sigma}_{SMP}$

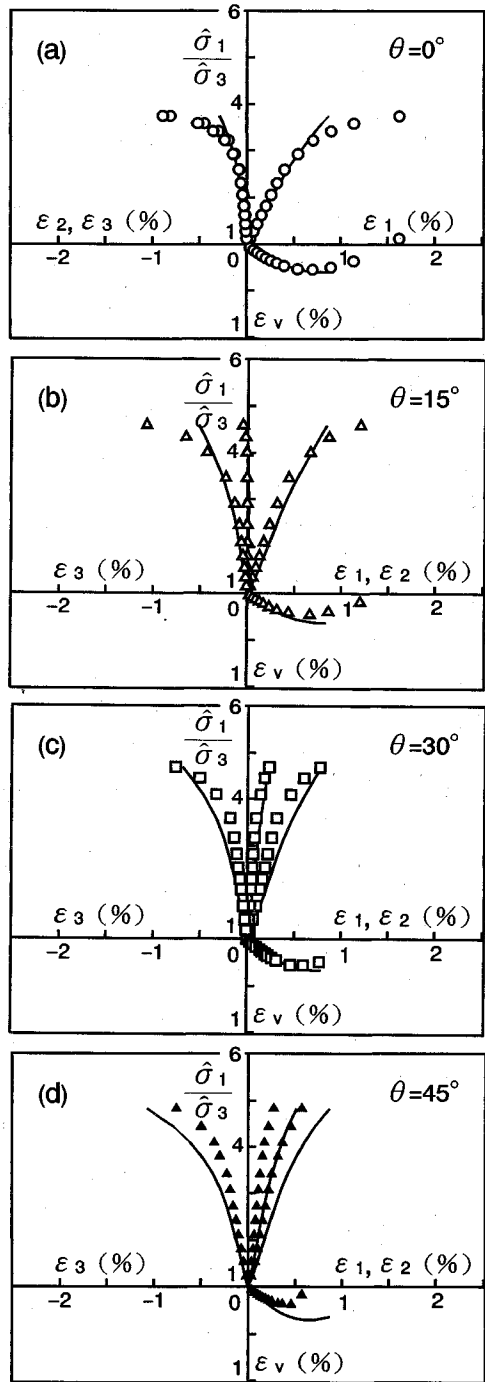


Fig.11 Predicted and experimental results of true triaxial tests on Cemented Sand C-I with radial stress paths ($\sigma_m=800$ kPa)

$\tan \phi_1=(\bar{\sigma}_{SMP}+\sigma_0) \tan \phi_1$)³⁾ が提案されている。なお、拡張 SMP 規準は $\sigma_0=0$ の時には SMP 規準に、 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ の時にはミーゼス規準に一致することがわかっている³⁾。

Table 2 A model for frictional and cohesive materials including granular materials and metals

	Metals($c>0, \phi=0$)	Frictional and Cohesive Materials($c>0, \phi>0$)	Granular Materials($c=0, \phi>0$)
Failure Criteria	<p>2-D</p> <p>Tresca</p>	<p>General Mohr-Coulomb</p> <p>General Mohr-Coulomb</p>	<p>Mohr-Coulomb</p> <p>Mohr-Coulomb</p>
	<p>3-D</p> <p>Mises</p>	<p>Extended SMP</p> <p>Extended SMP</p>	<p>SMP</p> <p>SMP</p>
Stress Tensor and Space	<p>σ_{ij}</p>	<p>$\bar{\sigma}_{ij}^* = \sigma_{ik} \cdot b_{kj}$</p>	<p>$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ik} \cdot b_{kj}$</p>
	<p>Deformation(Plasticity)</p> <p>Stress-dilatancy</p> <p>$d\varepsilon_v^p=0$</p>	<p>$\frac{d\hat{\varepsilon}_{SMP}^{*(DIAF)}}{d\hat{\gamma}_{SMP}^{*(DIAF)}}$</p>	<p>$\frac{d\varepsilon_{SMP}^{*(DIAF)}}{d\gamma_{SMP}^{*(DIAF)}}$</p>
Plastic Potential	<p>$f=g=\tau_{oct}-F(W^p)=0$</p>	<p>$f=g=\ln \hat{\sigma}_{SMP}^* + a \ln \left(1 - b \frac{\hat{\tau}_{SMP}^*}{\hat{\sigma}_{SMP}^*} \right) - F(\bar{W}^p) = 0$</p>	<p>$f=g=\ln \sigma_{SMP}^* + a \ln \left(1 - b \frac{\tau_{SMP}^*}{\sigma_{SMP}^*} \right) - F(W^p) = 0$</p>
	<p>Flow Rule H. P.</p> <p>$W^p = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p$</p> <p>$d\varepsilon_{ij}^{p(AF)} = \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}$</p>	<p>$\bar{W}^p = \int \bar{\sigma}_{ij}^* d\varepsilon_{ij}^p$</p> <p>$d\varepsilon_{ij}^{p(AF)} = \Lambda \frac{\partial g}{\partial \bar{\sigma}_{ij}^*}$</p>	<p>$W^p = \int \sigma_{ij}^* d\varepsilon_{ij}^p$</p> <p>$d\varepsilon_{ij}^{p(AF)} = \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}^*}$</p>

Notes: 2-D=Two-dimensional; 3-D=Three-dimensional; H. P.=Hardening Parameter

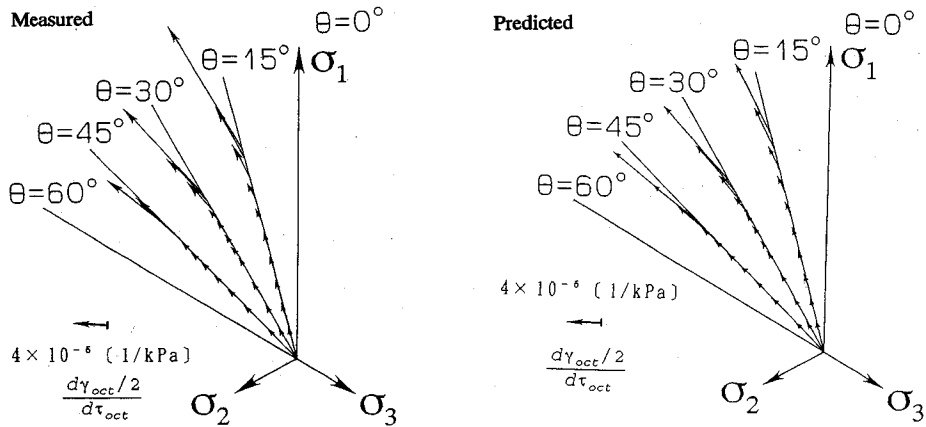


Fig.12 Predicted and measured directions of strain increment vectors in π plane under true triaxial loading condition with radial stress paths ($\sigma_m=800$ kPa)

(2) 弾塑性モデル

式 (22) に示すようにひずみ増分を3つの部分に分けることにする。弾性成分 de_{ij}^e の計算については、金属材料、粒状材料および c, ϕ 材料とも式 (27) を用いるが、弾性係数の値は異なっている。等方圧密による塑性ひずみ成分 $de_{ij}^{p(C)}$ については、上述の3種の材料とも式 (26) を使えばよいと考えられるが、金属材料の場合には $C_e = C_s$ と考えれば、実測値 ($de_{ij}^{p(C)} = 0$) と矛盾なく計算できる。以下、 $de_{ij}^{p(AF)}$ の計算について統一的な見方を説明する。

a) 論じる空間

粒状材料に対しては、式 (2) に示すような修正応力 $\sigma_{ij}^* = \sigma_{ik} \cdot b_{kj}$ を用いる。この概念を c, ϕ 材料に対して拡張するために、式 (12) に示すような $\sigma_{ij}^* = \sigma_{ik} \cdot b_{kj}$ を新たに定義した。そうすれば、 $\sigma_0 = 0$ の時には $\sigma_{ij}^* = \sigma_{ik} \cdot b_{kj} = \sigma_{ij}^*$ となり、 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ の時に $\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij}$ となる。テンソル σ_{ij}^* , σ_{ij} および σ_{ij} の主値と主軸方向を Table 2 に示している。

b) ダイレイタンスー特性

粒状材料のストレス・ダイレイタンスー式として、 $\tau_{\phi MP} / \sigma_{\phi MP} = \alpha (-de_{\phi MP}^{p(AF)} / d\gamma_{\phi MP}^{p(AF)}) + M^*$ 、 c, ϕ 材料のストレス・ダイレイタンスー式として、式 (30) に示すように、 $\tau_{\phi MP} / \sigma_{\phi MP} = \bar{\alpha} (-de_{\phi MP}^{p(AF)} / d\gamma_{\phi MP}^{p(AF)}) + \bar{M}^*$ と仮定できる。金属材料の場合には、実験事実より、 $de_{\phi}^e = 0$ (ダイレイタンスーが起こらない) となる。なお、金属材料の場合と粒状材料の場合には、 c, ϕ 材料の場合の式の特別な場合に当たっている。すなわち、 c, ϕ 材料のストレス・ダイレイタンスー式 (式 (30)) $\sigma_0 = 0, \bar{\alpha} = \alpha, \bar{M} = M^*$ を入れれば、式 (31) は粒状材料のストレス・ダイレイタンスー式となり、 $\sigma_0 \rightarrow \infty, \bar{M}^* = 0, \bar{\alpha} \neq 0$ を入れれば、式 (30) は金属材料のダイレイタンスー式となる。

c) 塑性ポテンシャル関数 g と降伏関数 f

c, ϕ 材料の場合には、式 (30) と直交則より式 (32) に示すような $g = \ln \bar{\sigma}_{\phi MP} + \bar{\alpha} \ln (1 - \bar{b} \tau_{\phi MP} / \bar{\sigma}_{\phi MP}) - c_1 = \ln (\bar{\sigma}_{\phi MP} + \sqrt{3} \sigma_0) + \bar{\alpha} \ln (1 - \bar{b} \tau_{\phi MP} / (\bar{\sigma}_{\phi MP} + \sqrt{3} \sigma_0)) - c_1 = 0$ が得られる。ここに、 $\bar{\alpha} = \alpha / (\alpha - 1)$, $\bar{b} = (1 - \alpha) / \bar{M}^*$ とする。したがって、式 (32) に $\sigma_0 = 0, \bar{\alpha} = \alpha, \bar{M}^* = M^*$ を代入すれば、 c, ϕ 材料の塑性ポテンシャル関数は粒状材料の塑性ポテンシャル関数となる。一方、式 (32) に $\sigma_0 \rightarrow \infty, \bar{M}^* = 0, \bar{\alpha} \neq 0$ を入れると、 c, ϕ 材料の塑性ポテンシャル関数は金属材料の塑性ポテンシャル関数 (ミーゼス型の塑性ポテンシャル関数) となる。あるいは、直接金属材料のダイレイタンスー特性 ($de_{\phi}^e = 0$) に基づいて式を次のように導くことができる。

金属材料の場合には、 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ を c, ϕ 材料の直交則 (式 (31)) に代入すれば次式を得る。

$$d\sigma_1 de_1^{p(AF)} + d\sigma_2 de_2^{p(AF)} + d\sigma_3 de_3^{p(AF)} = (\sqrt{3} d\sigma_{oct}) (\sqrt{3} de_{oct}^{p(AF)}) + (\sqrt{3} d\tau_{oct}) (\sqrt{3} \frac{d\gamma_{oct}^{p(AF)}}{2}) = 0 \dots\dots\dots(47)$$

ここに、 σ_{oct}, τ_{oct} は oct 面上の垂直応力およびせん断応力であり、 $de_{oct}, d\gamma_{oct}$ は oct 面上の垂直ひずみ増分およびせん断ひずみ増分である。上に金属材料のダイレイタンスー特性 $de_{\phi}^e = 0$ ($3de_{oct}^e = 0$) を入れると、 $\tau_{oct} = c_1$ という塑性ポテンシャル関数が得られる。この塑性ポテンシャルは、ちょうどミーゼス型の塑性ポテンシャル関数と一致し興味深い。したがって、粒状材料、 c, ϕ 材料、金属材料のダイレイタンスー特性と式 (31) に示す直交則を用いれば、それぞれの塑性ポテンシャル関数を定めることができる。なお、3種の材料(粒状材料、 c, ϕ 材料、金属材料)に対して関連流動則を仮定すれば、降伏関数 $f = g$ となる。

d) 硬化パラメーター

Table 2 に示す通り、 c, ϕ 材料の硬化パラメーター

$\bar{W}^{*p} = \int \sigma_{ij}^* d\epsilon_{ij}^*$ は、 $\sigma_0=0$ の時には $\bar{W}^{*p} = \int \sigma_{ij}^* d\epsilon_{ij}^{*(AF)} = W^{*p}$ (粒状材料に対して適用されている硬化パラメーター：塑性仕事相当量²⁾) となり、 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ の時には $\bar{W}^{*p} = \int \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} = W^p$ (金属材料に対して適用されている硬化パラメーター：塑性仕事) となる。

e) 流動則

Table 2 に示すように、 c, ϕ 材料の流動則 $d\epsilon_{ij}^{*(AF)} = \Lambda \delta g / \partial \sigma_{ij}^*$ は、 $\sigma_0=0$ の時には $d\epsilon_{ij}^{*(AF)} = \Lambda \delta g / \partial \sigma_{ij}^*$ という粒状材料に対して適用されている流動則となり、 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ の時には $d\epsilon_{ij}^{*(AF)} = \Lambda \delta g / \partial \sigma_{ij}$ という金属材料に対して適用されている流動則となる。

f) 等方硬化則

c, ϕ 材料の場合には、等方圧縮試験結果の経験式 (式 (25)) をひずみ硬化則として用いれば、硬化関数 $c_1 = F(\bar{W}^{*p})$ が得られる。粒状材料の場合には、等方圧縮試験結果による C_i, C_e, m を代入することによって表現できる。金属の場合には、 $C_i = C_e$ であるので等方圧縮応力状態では $W^p = 0$ となり、等方応力状態の応力~ひずみ関係よりひずみ硬化則を決めることができないので、他の応力経路下の応力~ひずみ関係をひずみ硬化則として用いなければならない。例えば、一軸圧縮試験による応力~ひずみ関係などが用いられている。

5 結 論

1) t_{ij} の定義方法にならった σ_{ij} を c, ϕ 材料へ拡張した σ_{ij} は、 $\sigma_0=0$ の時には砂などの粒状体に用いられている力学量 σ_{ij} と一致し、 $\sigma_0 \rightarrow \infty$ 時には金属などの連続体に用いられている通常の応力テンソル σ_{ij} と一致する。

2) σ_{ij} を導入することによって、 c, ϕ 材料に対する弾塑性モデルを提案した。このモデルの特長は、3次元応力下の c, ϕ 材料の変形・強度特性を統一的に表現できる点にある。

3) 本モデルによる予測に必要なパラメーターは、等方圧密 (載荷→除荷→再載荷) 後の平均有効主応力 σ_m

一定条件下の三軸圧縮試験により決定される。 c, ϕ 材料の代表試料としての2種のセメント混合砂に対する、相異なる3主応力下の変形・強度特性の実測値と予測値の比較より、本モデルの有効性が確認された。

4) 正八面体面、SMP、拡張 SMP の関係を念頭におきながら、修正応力テンソル σ_{ij} を導入することによって粒状材料、 c, ϕ 材料および金属材料に適用可能な統一的な弾塑性モデル (破壊規準を含む) の提案を試みた。

参 考 文 献

- 1) Matsuoka, H. and Nakai, T. : Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses, Proc. of JSCE, No.232, pp.59~70, 1974.
- 2) Nakai, T. : An isotropic hardening elasto-plastic model for sand considering the stress path dependency in three dimensional stresses. Soils and Foundations, Vol.29, No.1, pp.119~137, 1989.
- 3) Matsuoka, H., Hoshikawa, T. and Ueno, K. : A general failure criterion and stress-strain relation for granular materials to metals, Soils and Foundations, Vol.30, No.2, pp.119~127, 1990.
- 4) 松岡 元・孫 徳安 : 粘着成分を有する摩擦性材料の変形・強度特性の統一的解釈, 土木学会論文集, No. 463/III-22, pp.163~172, 1993.
- 5) 松岡 元・孫 徳安・豊田孝宏 : セメント混合砂の3主応力制御試験結果とその統一的解釈, 土木学会論文集, No. 475/III-24, pp.119~128, 1993.
- 6) Nakai, T. and Mihara, Y. : A new mechanical quantity for soils and its application to elastoplastic constitutive models, Soils and Foundations, Vol.24, pp.82~94, 1984.
- 7) Satake, M. : Fabric tensor in granular materials, Deformation and Failure of Granular Materials, Edited by P. A. Vermeer and H. J. Luger, A. A. Balkema, pp.63~68, 1982.
- 8) 日本材料学会 : 固体力学の基礎, 日刊工業新聞社, p.109, 1981.

(1994. 1. 28 受付)

AN ELASTO-PLASTIC MODEL FOR FRICTIONAL AND COHESIVE MATERIALS INCLUDING GRANULAR MATERIALS AND METALS

Hajime MATSUOKA and De'an SUN

Based on the experimental fact that the test results of cemented sands under constant mean effective principal stresses ($\sigma_m = \text{const.}$) can be uniquely arranged on "Extended Spatially Mobilized Plane" (Extended SMP) which is modified from the original SMP by introducing "bonding stress σ_0 " ($= c \cdot \cot \phi$), an elasto-plastic model for frictional and cohesive materials is derived from " t_{ij} -sand model" for frictional materials by taking the effect of cohesion (σ_0) into consideration. The proposed model includes the Mises type model for metals ($\sigma_0 \rightarrow \infty$) and the t_{ij} -sand model for granular materials ($\sigma_0 = 0$) at the both ends. It can predict the deformation characteristics of cemented sands under 3-D stress conditions. The overall good agreement between predictions and measurements indicates that the proposed model is able to predict the behaviour of frictional and cohesive materials under various kinds of 3-D stress paths.