

多数並列した杭状改良地盤の縮約解析法

石崎 仁*

杭状改良地盤解析用の準三次元有限要素を数列束ねて、単列の要素として解析する手法を提案し、その提案法を用いて、砂杭で改良された粘土地盤の非排水載荷および圧密解析を行った。側方流動が大きい地盤では、全杭列の半分程度まで束ねても、非排水時の降伏荷重や圧密沈下量などを妥当に解析でき、一次元圧密変形が卓越する地盤では、さらに多くの杭列を束ねても、精度良く計算できることを示した。

Key Words : comosite ground, FEM, undrained deformation, consolidation

1. まえがき

サンドコンパクションパイル工法や深層混合処理工法のように深い地盤改良では、杭状改良形式がよく用いられるが、この場合、いかなる荷重下でも三次元応力状態にあるから、三次元解析により初めて合理的な検討が可能となる。三次元解析は多大な演算時間と記憶容量が必要であるが、杭状改良地盤の三次元変形を考慮しながらも未知量を大幅に減少させた準三次元有限要素「マルチリンク・エレメント」を提案した¹⁾。そして、この「マルチリンク・エレメント」を用いて種々の複合地盤を解析し、幾つかの知見を得ている^{2),3)}。近年、工事が大型化し、地盤改良も大規模になっている(たとえば、文献4)など)。準三次元有限要素「マルチリンク・エレメント」は、純三次元有限要素解析に比べると経済的に計算できるが、杭列毎に「マルチリンク・エレメント」を割り当てなければならない。したがって、大規模な(杭列数の多い)改良地盤では、「マルチリンク・エレメント」により多数の要素分割をする必要があり、演算時間や記憶容量の制約により計算できないケースが生ずる。しかし、盛土幅が広い場合、盛土中央付近の地盤内は一次元圧密状態に近く、応力・変形状態はほぼ一様である。このような場合、数列の「マルチリンク・エレメント」を束ねて計算しても、ある程度の誤差内で解析できる可能性がある。本文では、多数並列する「マルチリンク・エレメント」を結合し、1つの「マルチリンク・エレメント」として表現する手法を提案する。そして、杭状改良地盤のモデル解析により、その適用性について述べる。

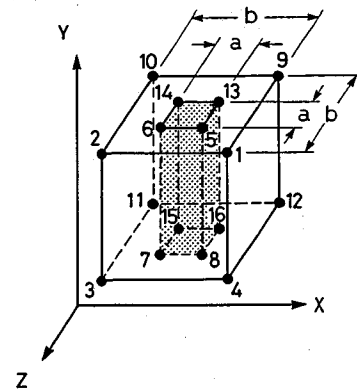


図-1 杭状改良単位の概要図

2. 「マルチリンク・エレメント」の並列結合化

(1) 「マルチリンク・エレメント」¹⁾

「マルチリンク・エレメント」は、堤防や道路盛土のような帯状荷重が作用する杭状改良地盤を解析するために提案された。改良杭径 a 、分担径 b の杭状改良単位を、図-1 に示すような三次元ブロックで考える。図中で、中央の斑点の4角柱が改良杭、周辺部が原地盤土に対応する。通常、改良杭は円柱であるが、ここでは、要素分割を容易にするため、平面面積が等しい角柱として扱っている。そして、三次元ブロックを5個の内部要素に分割し、周辺の内部要素(図-2の①~④)の要素剛性を図中の●の節点変位でリンクして組立てた後、変位間の内挿関係を用いて、最終的に図-1の節点1~8の変位で杭状改良単位を表せるようにしたものである。ここでは、 Z 方向に長手荷重が作用すると、 XY 断面内の現象が Z 方向に一様に生ずるから、 Z 方向の対称性および Z 方向の両側面の Z 変位は0であることを仮定している。

*正会員 工博 住友大阪セメント(株) 中央研究所・セメントコンクリート研究所 土質研究室長
(〒551 大阪市大正区南恩加島 7-1-55)

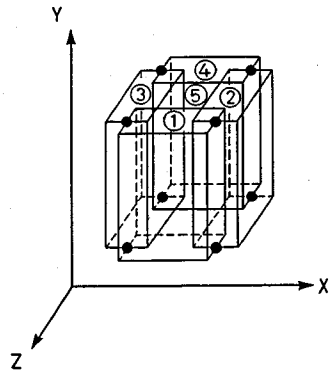


図-2 「マルチリンク・エレメント」の内部要素

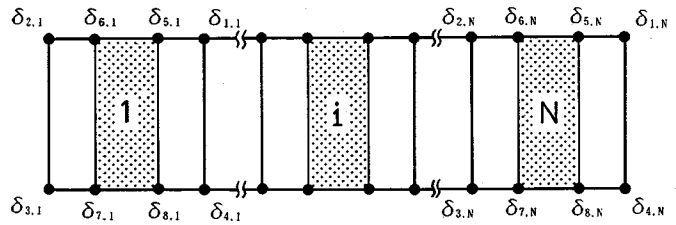


図-3 N列並列した「マルチリンク・エレメント」

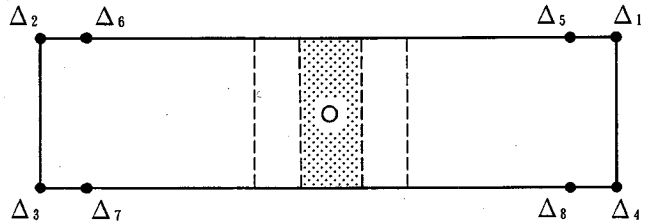


図-4 並列結合した場合の代表節点および代表要素

(2) 並列結合した「マルチリンク・エレメント」の変位場

図-3のように寸法および改良諸元の等しい「マルチリンク・エレメント」がN個並列するケースを、図-4に示すような単一の「マルチリンク・エレメント」で代表することを考える。並列した各「マルチリンク・エレメント」の節点変位を、図-4の8節点の変位 $\Delta_1 \sim \Delta_8$ で表すために、幾つかの仮定を設定する。 $\Delta_1, \Delta_4, \Delta_5, \Delta_8$ は最右列の「マルチリンク・エレメント」の節点1, 4, 5, 8の変位を、 $\Delta_2, \Delta_3, \Delta_6, \Delta_7$ は最左列に位置する「マルチリンク・エレメント」の節点2, 3, 6, 7の変位を意味している。ここで、 $\Delta_1 \sim \Delta_8$ を代表変位ベクトルと呼び、 i 列目の「マルチリンク・エレメント」の節点変位ベクトル $\delta_{1,i} \sim \delta_{8,i}$ との間に、以下の関係を仮定する。

a) X変位 $u_{j,i}$ ($j=1 \sim 8$)

代表節点のX変位が線形分布すると仮定すると、 i 列目の要素における節点1~4のX変位と代表節点のX変位の間に、次式が成り立つ。

$$u_{1,i} = \xi \cdot U_1 + (1 - \xi) \cdot U_2 \quad (1)$$

$$u_{2,i} = \eta \cdot U_1 + (1 - \eta) \cdot U_2 \quad (2)$$

$$u_{3,i} = (1 - \eta) \cdot U_3 + \eta \cdot U_4 \quad (3)$$

$$u_{4,i} = (1 - \xi) \cdot U_3 + \xi \cdot U_4 \quad (4)$$

ここに、 $\xi = i/N, \eta = (i-1)/N$ ただし、 $i = 1 \sim N$

以下の本文では、大文字 U_j は代表節点 j のX変位を、小文字 $u_{j,i}$ は i 列目の要素における節点 j のX変位を示す。式(1)~(4)より、 i 列目の要素の相対変位は次式で表される。

$$u_{1,i} - u_{2,i} = \frac{U_1 - U_2}{N} \quad (5)$$

$$u_{3,i} - u_{4,i} = \frac{U_3 - U_4}{N} \quad (6)$$

式(5)、(6)より、各列の要素の相対変位は同じであるから、 i 列目の要素における節点5~8のX変位と代表節点のX変位の間に、次式を仮定する。

$$u_{5,i} - u_{1,i} = U_5 - U_1 \quad (7)$$

$$u_{6,i} - u_{2,i} = U_6 - U_2 \quad (8)$$

$$u_{7,i} - u_{3,i} = U_7 - U_3 \quad (9)$$

$$u_{8,i} - u_{4,i} = U_8 - U_4 \quad (10)$$

b) Y変位 $v_{j,i}$ ($j=1 \sim 8$)

i 列目の要素における節点1~4のY変位と代表節点のY変位の間に、X変位と同じ内挿関係を用いる。すなわち、式(1)~(4)で、 $u_{j,i} \rightarrow v_{j,i}, U_j \rightarrow V_j$ と置けばよい。ここに、 $v_{j,i}$ は i 列目の要素における節点 j のY変位、 V_j は代表節点 j のY変位を示す。

代表節点5~8のY変位の線形分布を仮定すると、 i 列目の要素における節点5~8のY変位は次式で表される。

$$v_{5,i} = \zeta \cdot V_5 + (1 - \zeta) \cdot V_6 \quad (11)$$

$$v_{6,i} = (1 - \omega) \cdot V_5 + \omega \cdot V_6 \quad (12)$$

$$v_{7,i} = \omega \cdot V_7 + (1 - \omega) \cdot V_8 \quad (13)$$

$$v_{8,i} = (1 - \zeta) \cdot V_7 + \zeta \cdot V_8 \quad (14)$$

ここに、 $\zeta = \frac{1 + (i-1)n}{1 + (N-1)n}, \omega = \frac{1 + (N-i)n}{1 + (N-1)n}$

n : 径比 $n = b/a$

c) Z変位 $w_{j,i}$ ($j=1 \sim 8$)

各列要素の節点1~4のZ変位は0であるから、次式が得られる。

$$w_{1,i} - w_{4,i} = 0 \quad (15)$$

i 列目の要素における節点5~8のZ変位と代表節点

のZ変位の間には、Y変位と同じ関係を用いる。すなわち、式(11)~(14)において、 $v_{j,i} \rightarrow w_{j,i}$, $V_j \rightarrow W_j$ と置けばよい。ここに、 $w_{j,i}$ はi列目の要素における節点jのZ変位、 W_j は代表節点jのZ変位を示す。

(3) 要素剛性マトリックスの積分

N列結合した「マルチリンク・エレメント」の剛性マトリックスは、1~N列の「マルチリンク・エレメント」の要素剛性マトリックスを積分すれば得られる。

$$\sum_{i=1}^N [K_i] \{\delta_i\} = \sum_{i=1}^N \left[\int [B_i]^T [D_i] [B_i] \{\delta_i\} dv \right] \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 $[B_i]$: i列目の「マルチリンク・エレメント」の変位~ひずみマトリックス

$[D_i]$: i列目の「マルチリンク・エレメント」の応力~ひずみマトリックス

また、上添字Tは転置を表す。各列の $[B_i]$ および $[D_i]$ が中心に位置する「マルチリンク・エレメント」o(図-4)で代表できるとすると、式(16)は近似的に次式で表される(付録参照)。

$$\sum_{i=1}^N [K_i] \{\delta_i\} \approx \frac{1}{N} \int [\bar{B}]^T [D_o] [\bar{B}] \{\Delta\} dv \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 $[D_o]$: 中心に位置する「マルチリンク・エレメント」oの応力~ひずみマトリックス

$$[\bar{B}] = [B_o] [H]$$

$[B_o]$: 中心に位置する「マルチリンク・エレメント」oの変位~ひずみマトリックス

$[H]$ は各列の「マルチリンク・エレメント」の変位ベクトル $\delta_{j,i}$ を、 $i=1 \sim N$ 列まで積算し、代表変位ベクトル Δ_j で表した場合の係数マトリックスである。

$$[H] = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 \\ F & 0 & G & 0 \\ 0 & F & 0 & G \end{bmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

式(18)の部分マトリックスは次式で与えられる。

$$[E] = \begin{bmatrix} \Phi & 0 & \Pi & 0 \\ 0 & \Phi & 0 & \Pi \\ \Phi & 0 & \Pi & 0 \\ 0 & \Phi & 0 & \Pi \end{bmatrix} \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 $\Phi = (N+1)/2$, $\Pi = N - \Phi$

$$[F] = \begin{bmatrix} -\Pi & 0 & \Pi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Pi & 0 & -\Pi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (20)$$

$$[G] = \begin{bmatrix} N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi & 0 & 0 & \Omega & 0 \\ 0 & 0 & \Psi & 0 & 0 & \Omega \\ 0 & 0 & 0 & N & 0 & 0 \\ 0 & \Omega & 0 & 0 & \Psi & 0 \\ 0 & 0 & \Omega & 0 & 0 & \Psi \end{bmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 $\phi = \frac{N(n \cdot N - n + 2)}{2(1 + n(N-1))}$, $\Omega = N - \Psi$

荷重ベクトルは、各列の「マルチリンク・エレメント」の節点荷重ベクトルを式(1)~(15)の関係より、代表節点荷重に変換する。各列の作用荷重が同じ場合には、単列の「マルチリンク・エレメント」の節点荷重ベクトルのN倍を、代表節点に作用させればよい。

(4) 並列結合した「マルチリンク・エレメント」の代表応力・代表ひずみ

並列結合した「マルチリンク・エレメント」の代表応力・代表ひずみは、中心に位置する「マルチリンク・エレメント」(図-4のo)の応力・ひずみとする。そのためには、並列結合した「マルチリンク・エレメント」の代表節点変位から、中心要素oの節点変位を計算する必要がある。

a) X変位 u_j ($j=1 \sim 8$)

中心要素oにおける節点jのX変位 u_j と代表節点jのX変位 U_j の関係は、次式で与えられる。

$$u_1 = \frac{U_1 + U_2}{2} + \frac{U_1 - U_2}{2N} \dots\dots\dots (22)$$

$$u_2 = \frac{U_1 + U_2}{2} - \frac{U_1 - U_2}{2N} \dots\dots\dots (23)$$

$$u_3 = \frac{U_3 + U_4}{2} + \frac{U_3 - U_4}{2N} \dots\dots\dots (24)$$

$$u_4 = \frac{U_3 + U_4}{2} - \frac{U_3 - U_4}{2N} \dots\dots\dots (25)$$

一方、節点5~8のX変位は、式(7)~(10)との対応から、次式で表される。

$$u_5 - u_1 = U_5 - U_1 \dots\dots\dots (26)$$

$$u_6 - u_2 = U_6 - U_2 \dots\dots\dots (27)$$

$$u_7 - u_3 = U_7 - U_3 \dots\dots\dots (28)$$

$$u_8 - u_4 = U_8 - U_4 \dots\dots\dots (29)$$

b) Y変位 v_j ($j=1 \sim 8$)

中心要素oにおける節点j($j=1 \sim 4$)のY変位 v_j と代表節点のY変位の関係は、X変位と同じ関係を用いる。式(22)~(25)において、 $u_j = v_j$, $U_j = V_j$ と置けばよい。

代表節点5~8のY変位は線形分布すると仮定しているから、中心要素oにおける節点5~8のY変位は、次式で表される。

$$v_5 = \theta \cdot V_5 + (1 - \theta) \cdot V_6 \dots\dots\dots (30)$$

$$v_6 = (1 - \theta) \cdot V_5 + \theta \cdot V_6 \dots\dots\dots (31)$$

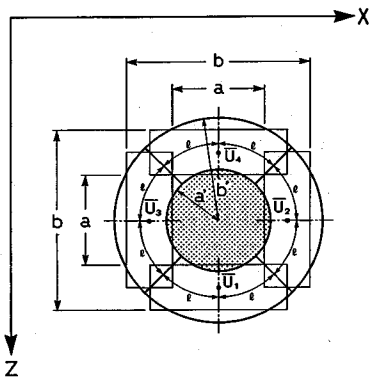


図-5 「マルチリンク・エレメント」の内部要素の間隙水圧代表点(平面(X-Z)内)

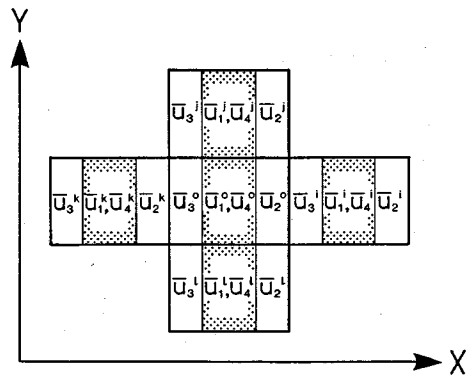


図-6 「マルチリンク・エレメント」における隣接要素の配置例(断面(X-Y)内)

$$v_7 = \theta \cdot V_7 + (1 - \theta) \cdot V_8 \dots\dots\dots (32)$$

$$v_8 = (1 - \theta) \cdot V_7 + \theta \cdot V_8 \dots\dots\dots (33)$$

ここに、 $\theta = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{1}{1 + (N-1)n} \right]$

c) Z変位 w_j ($j=1 \sim 8$)

中心要素oにおける節点1~4のZ変位は0であるから、次式が成り立つ。

$$w_1 \sim w_4 = 0 \dots\dots\dots (34)$$

節点5~8のZ変位 w_j は、Y変位と同じ関係を用いる。式(30)~(33)で、 $v_j \rightarrow w_j$ 、 $V_j \rightarrow W_j$ と置けばよい。

(5) 間隙水圧との連成解析

改良杭が砂杭のように透水性が極めて良い場合、常に排水状態にあるとして良い。したがって、間隙水圧は原地盤土部(図-2の内部要素①~④)に割当てられる。「マルチリンク・エレメント」では、内部要素内の代表点(重心)に間隙水圧(平均間隙水圧)を対応させて、間隙水の連続の式を立てる³⁾。N列結合した「マルチリンク・エレメント」では、中心に位置する「マルチリンク・エレメント」の間隙水圧で代表させるものとする。

a) 連成剛性方程式

間隙水圧との連成剛性方程式は、以下ようになる。

$$\begin{bmatrix} K & L \\ L^T & S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \\ \bar{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ Q \end{bmatrix} \dots\dots\dots (35)$$

ここに、[K]: N列結合した剛性マトリックス

[Δ]: 代表節点変位ベクトル

[F]: 代表節点荷重ベクトル

[L]: 体積マトリックス、 $[L] = \int [B]^T [R] dv$

[R]: 三次元では、 $[R] = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$

[S]: 透水マトリックス

[\bar{u}]: 要素の平均間隙水圧ベクトル

[Q]: 流量ベクトル

b) 平面(X-Z面)内

「マルチリンク・エレメント」では、各内部要素間で

も間隙水の移動があり、図-5に示すように各内部要素を等価な平面面積の1/4リングに置き換えて、連続の式を立てている。N列結合した「マルチリンク・エレメント」の場合、透水マトリックスおよび流量をN倍すればよい。

c) 断面(X-Y面)内

図-6は「マルチリンク・エレメント」の隣接要素との配置図であるが、「マルチリンク・エレメント」 a, j, l は各々N列結合されているとする。この場合、隣接する「マルチリンク・エレメント」の内部要素間の流量収支を計算することになる。上下に隣接する要素間では、透水マトリックスおよび流量をN倍する。しかし、左右に隣接する要素間では、単列の「マルチリンク・エレメント」の透水マトリックスおよび流量を用いる。これは、左右の要素に接するのは、両外側の「マルチリンク・エレメント」だけであるからである。

b) およびc)の連続の式は、Biotの圧密式に基づいて離散化する(たとえば、文献5), 6))。

d) 改良杭のドレーン効果

文献3)では、単列の「マルチリンク・エレメント」の場合に、関口らの「マクロ・エレメント法」⁷⁾を併用して、改良杭のドレーン効果を表現する手法を提案している。N列結合した「マルチリンク・エレメント」の場合、透水マトリックスおよび流量をN倍すればよい。

3. 杭状改良地盤の非排水載荷時の応力・変形解析

ここでは、多数並列する杭状改良地盤において、前節の並列結合化手法を用いて解析し、妥当性を検討する。

本文では、改良杭に砂杭、原地盤土に正規圧密粘土を想定し、これまでの一連の解析結果より、砂杭にSMP*モデル⁸⁾、粘土に t_{ij} -clayモデル⁹⁾を用いる。両モデルは土材料特有の摩擦則、ダイラタンシー特性や中間主応力の影響を考慮した弾塑性構成式である。両モデルの特

表-1 材料パラメータ (SMP*モデル)

λ^*	0.9	
μ^*	0.27	
μ^{**}	0.41	
γ_o^*	γ_{oi}^*	0.10 %
	C_{σ}^*	0.066 %
	σ_{vo}	98 kN/m ²
$C_{\sigma}/(1+e_o)$	0.928 %	
$C_{\sigma}/(1+e_o)$	0.578 %	
K_o	0.45	
ν_o	0.3	
ϕ (comp.)	40.0°	
γ_{sat}	19.4 kN/m ³	

表-2 材料パラメータ (*t_{ij}*-clay モデル)

$\lambda/(1+e_o)$	5.08 %
$\kappa/(1+e_o)$	1.12 %
α	0.7
ν_o	0.0
ϕ (comp.)	33.7°
K_o	0.47
γ_{sat}	18.1 kN/m ³

表-3 改良領域の諸元

置換率 As (%)	砂杭径 a (m)	分担径 b (m)	径比 n	杭列
12.6	0.443	1.25	2.822	4
50.2	0.886	1.25	1.411	4

表-4 モデル地盤の初期応力 (×9.8 kN/m²)

層	砂 杭		粘 土	
	σ_v	σ_h	σ_v	σ_h
1	0.490	0.221	0.425	0.200
2	1.715	0.772	1.488	0.699
3	3.185	1.433	2.763	1.298
4	4.900	2.205	4.250	1.998
5	6.860	3.087	5.950	2.797
6	8.820	3.969	7.650	3.596
7	11.025	4.961	9.563	4.494
8	13.475	6.064	11.688	5.493

表-5 各解析における降伏荷重 (×9.8 kN/m²)

置換率 As (%)	全列マルチ リンク・エレメント	内側 2 列 結 合	内側 3 列 結 合
12.6	3.5	3.0	2.5
50.2	10.5	11.0	11.2

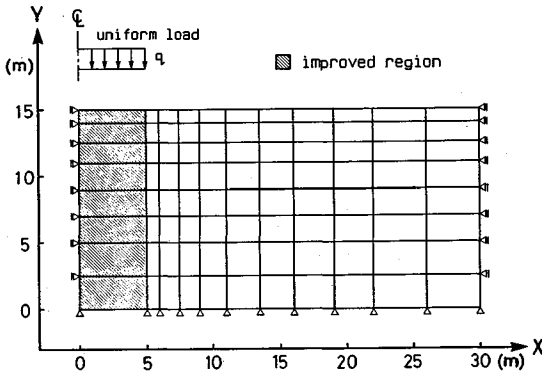
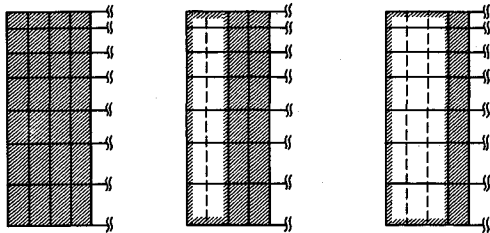


図-7 有限要素分割図



(a) 全列「マルチリンク・エレメント」 (b) 内側2列結合 (c) 内側3列結合

図-8 改良部の杭列の並列結合状態

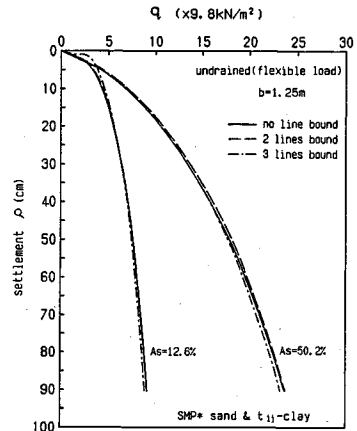


図-9 荷重～沈下量関係 (非排水載荷時)

長は、塑性ひずみをせん断 (応力比) による成分と圧密 (拘束応力) による成分に分けて表現している点にあり、例えば、破壊応力比に達した後、応力比を維持したまま、拘束応力の増加に伴う強度増加や圧密変形を表現することができる。両モデルの材料パラメータを表-1, 2に示す。これらは、文献1), 2), 3), 8), 9) と同じ値である。

(1) 解析モデルの概要

図-7はモデル地盤の要素分割図で、左右対称と考慮して半断面だけを解析する。図中の斜線部が改良部で、砂杭の置換率 $As=12.6\%$ (砂杭径 $a=0.443$ m、分担径 $b=1.25$ m)、 50.2% ($a=0.886$ m、分担径 $b=1.25$ m) の二種類とし、表-3に諸元を示す。改良部は「マルチリンク・エレメント」、非改良部は二次元平面要素を用いる。ただし、二次元平面要素の厚さは、「マルチリンク・エ

レメント」の分担径 b と同じ値にする必要がある。ここでは、図-8に示すように、内側 (モデル中心 CL 側) の「マルチリンク・エレメント」を結合して計算する。地盤は地下水位以下にあるとし、 K_o 正規圧密状態より初期応力を設定した (表-4)。荷重はたわみ性荷重とし、砂杭は排水状態、粘土部は非排水状態で計算する。

(2) 荷重～沈下量関係

図-9は荷重 q ～解析対称中心線 (図-7の CL 線) 上の地表面沈下量 ρ 関係で、図中の実線は全列に「マルチリンク・エレメント」を用いた場合、破線は内側2列を、一点鎖線は内側3列を結合した場合の結果である。図より、置換率 $As=12.6\%$ 、 50.2% とともに、荷重が大きくなると、3列を結合した場合 (図中の一点鎖線) の沈下量は他の場合より大きめに計算される。一方、荷重が小さい範囲では、置換率 $As=50.2\%$ の場合はいずれも

表一六 モデル地盤の透水データ

層	初期透水係数 k_0 (m/day)	初期間隙比 e_0	透水係数指数 C_k
1	1.514×10^{-3}	1.108	0.199
2	5.571×10^{-4}	0.989	
3	3.393×10^{-4}	0.930	
4	2.384×10^{-4}	0.888	
5	1.822×10^{-4}	0.856	
6	1.489×10^{-4}	0.832	
7	1.248×10^{-4}	0.811	
8	1.064×10^{-4}	0.792	

大差ない。しかし、置換率 $As=12.6\%$ では、内側3列を結合した場合の沈下量は、荷重 $q=24.5 \text{ kN/m}^2$ ($=2.5 \text{ tf/m}^2$) くらいまではかなり小さく、その後急増している。この現象は以下のように説明できる。粘土部は非排水状態として計算しているので、多数列を結合すると、杭間粘土に囲まれた砂杭の体積変化に対する拘束効果が大きくなる。したがって、荷重が小さい段階では、沈下量は小さめに計算され、粘土部の荷重分担は過剰間隙水圧に置き換る。その後、粘土部のせん断応力の増加に伴って側方流動が大きくなり、沈下量が急増するのである。表一五は $\log(q) \sim \log(\rho)$ 曲線の折曲がり点より求めた降伏荷重である。表より、置換率 $As=12.6\%$ では、多くの列を結合するほど降伏荷重は小さくなるが、逆に置換率 $As=50.2\%$ では、わずかながら大きくなっている。これは、多くの列を結合すると剛性を過大に評価するためと考えられる。すなわち、低置換率では杭状改良単位(図一1)に占める粘土部の体積が多いので、粘土部の影響が大きくなるが、逆に高置換率では砂杭の占める体積が多いので、砂杭の影響が大きくなる。粘土の非排水強度は砂杭の排水強度より小さいから、低置換率では粘土部の非排水強度が過大評価されて小さめの降伏荷重を与える。逆に、高置換率では砂杭の排水強度が過大評価されるので、大きめの降伏荷重を与えることになる。

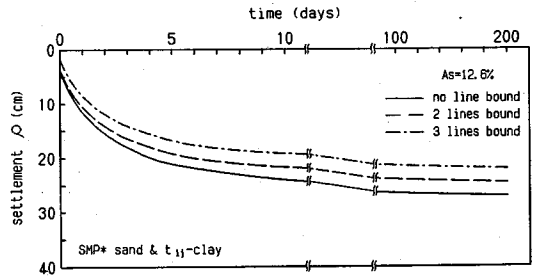
図一9および表一5より、2列までなら結合しても大きな差はない。このモデル地盤では、改良部の杭列は4列であるから、改良部の半分程度の杭列を結合して解析できると思われる。

4. 杭状改良地盤の圧密時の応力・変形解析

ここでは、前節の非排水解析で得られた降伏荷重にほぼ近い荷重を非排水載荷し、その後の間隙水圧の消散に伴う圧密変形解析について述べる。原地盤土の透水データを表一六に示す。ここに、透水係数 k と間隙比増分 Δe の間に次式の関係がある。

$$k = k_0 \cdot \exp\left[\frac{\Delta e}{C_k}\right] \dots \dots \dots (36)$$

ここに、 k_0 : 初期透水係数
 C_k : 透水係数指数



図一10 沈下量~時間関係 ($As=12.6\%$)

ただし、排水境界は地表面および砂杭との境界面とする。前節の非排水解析では、置換率 $As=12.6\%$ の場合に、多くの列を結合すると、降伏荷重を小さく計算するという結果が得られた。間隙水圧の消散も、多くの列を結合すると、誤差が大きくなると予想されるので、ここでは、置換率 $As=12.6\%$ に限定して、全列「マルチリンク・エレメント」とした場合と内側2列および3列を結合した場合とを比較する。

(1) 圧密沈下量~時間関係

図一10は地表面沈下量 (CL線) ρ ~時間関係である。なお、改良部の間隙水圧がほぼ0になる載荷後200日まで計算している。図中の実線は全列「マルチリンク・エレメント」の場合、破線は内側2列、一点鎖線は内側3列を結合した場合の結果である。図より、結合列数が多いほど沈下量が小さい。これは、非排水載荷時でも述べたように、多くの列を結合すると剛性を過大に評価するため、沈下量が小さくなるものと考えられる。この場合、2列結合でも、全列「マルチリンク・エレメント」に対して約9%の誤差である。ここでは、たわみ性荷重として載荷しているが、盛土荷重のように剛性がある場合では、沈下量の誤差はさらに小さくなる。ちなみに、剛な基礎による載荷形式(基礎底面は滑らか)で解析すると、載荷後200日の沈下量で比較しても、3列結合した場合と全列「マルチリンク・エレメント」の場合の差は5%程度である。

(2) 応力分担比

現行設計法において、応力分担比は支持力および沈下量を求めるのに重要な因子である。応力分担比は次式で定義される。

$$\text{応力分担比} = \Delta\sigma_s / \Delta\bar{\sigma}_c \dots \dots \dots (37)$$

ここに、 $\Delta\sigma_s$: 砂部の鉛直応力増分

$\Delta\bar{\sigma}_c$: 粘土部の平均鉛直応力増分

ただし、粘土部の平均鉛直応力増分は内部要素(図一2の①~④)の平均値である。

図一11は応力分担比 $\Delta\sigma_s / \Delta\bar{\sigma}_c$ ~圧密沈下比 U' である。ここで、圧密沈下比 U' は載荷後200日までの圧密度として、次式で算定する。

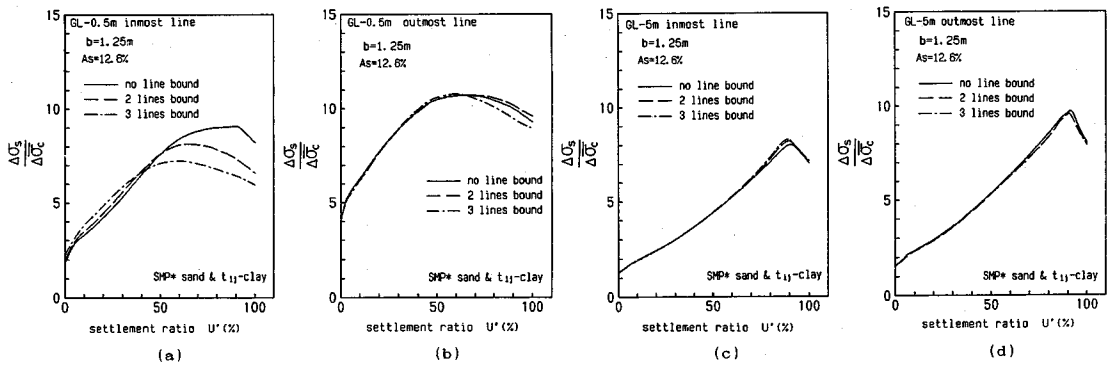


図-11 応力分担比～圧密沈下比関係 (As=12.6%)

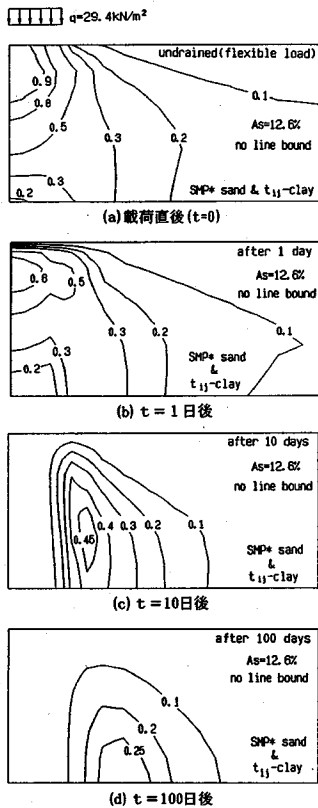


図-12 正規化間隙水圧分布の経時変化 (As=12.6%, 全列「マルチリンク・エレメント」)

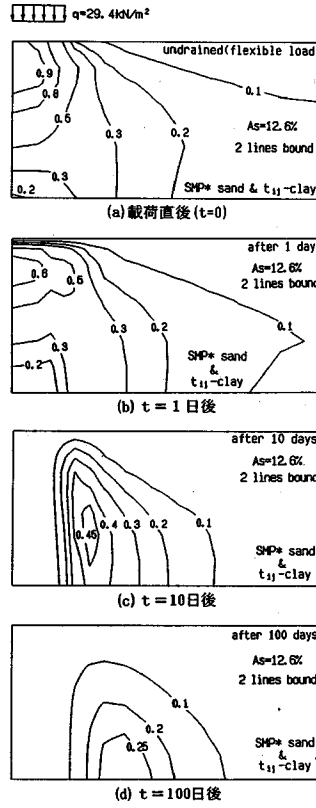


図-13 正規化間隙水圧分布の経時変化 (As=12.6%, 内側2列結合)

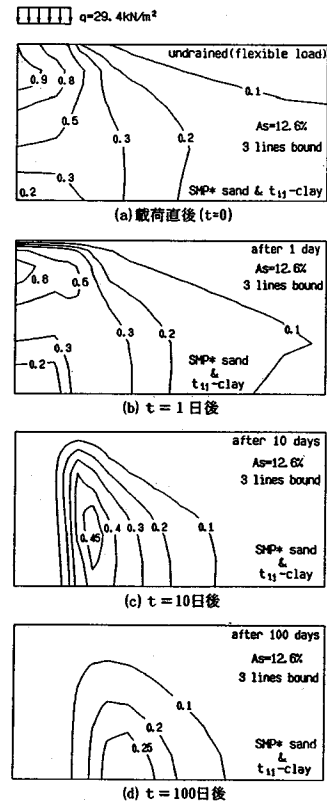


図-14 正規化間隙水圧分布の経時変化 (As=12.6%, 内側3列結合)

$$U' = \frac{\rho(t) - \rho_0}{\rho_{200} - \rho_0} \dots \dots \dots (38)$$

ここに、 $\rho(t)$: 時刻 t の地表面沈下量
 ρ_0 : 非排水載荷直後 ($t=0$) の地表面沈下量
 ρ_{200} : 載荷後 200 日の沈下量

図-11 (a) は第1層の要素 (中心は GL-0.5m) のうち最も内側の列, (b) は同深度における荷重端下の列, (c) は第4層の要素 (中心は GL-5m) のうち最も

内側の列, (d) は同深度における荷重端下の列の応力分担比である。なお、図中の実線は全列「マルチリンク・エレメント」の場合、破線は内側2列、一点鎖線は内側3列を結合した場合の結果である。図-11 (a) において、結合列数が多いほど応力分担比のピーク値が小さくなっているが、これも剛性の過大評価による影響と考えられる。しかし、図-11 (b)~(d) では、三者はほとんど一致していることから、結合列数が応力分担比に及

ばす影響は、荷重中心部の地表面附近に限定されると言える。

(3) 間隙水圧分布

図-12は全列「マルチリンク・エレメント」の場合、図-13は内側2列を、図-14は内側3列を結合した場合の正規化間隙水圧 u/q (間隙水圧 u を載荷重 q で除したもの) の経時変化である。各図の (a) は非排水載荷直後 ($t=0$)、(b) は1日後、(c) は10日後、(d) は100日後の分布図である。図より、3列を結合した場合(図-14)の改良部の初期間隙水圧(非排水載荷時)がやや小さい他は、三者の差は無い。杭列の結合数は圧密沈下量に影響を与えるが、間隙水圧の消散にはほとんど影響しない。

(4) 要素安全率分布

SMP*モデルおよび t_{ij} -clayモデルのせん断特性は空間滑動面上のせん断・垂直応力比 X ($=\tau_{SMP}/\sigma_{SMP}$) に支配されるので、安全率 $S.F$ を次式で定義する。

$$S.F = \frac{X_f}{X} \dots \dots \dots (39)$$

ここに、 X_f :破壊時の応力比 X

図-15は全列「マルチリンク・エレメント」の場合、図-16は内側2列を、図-17は内側3列を結合した場合の要素安全率分布である。各図の (a) は非排水載荷直後 ($t=0$)、(b) は100日後の分布である。図中の要素全体の安全率のうち、改良部の安全率は砂杭と粘土部各々の安全率を体積平均したもの、非改良部は要素単独の安全率である。なお、改良部の安全率は次式で表される。

$$S.F = A_s \cdot S.F_s + (1-A_s) \cdot \overline{S.F_c} \dots \dots \dots (40)$$

ここに、 $S.F_s$:砂杭の安全率

$\overline{S.F_c}$:粘土部の平均安全率

また、各図の右側に改良部の砂杭および粘土部の安全率も示す。式(40)による改良部の安全率は、非改良部の要素単独の安全率と同時に表示するために導入したもので、改良地盤内に対しては、砂杭の安全率 $S.F_s$ および粘土部の平均安全率 $\overline{S.F_c}$ により考察しなければならない。各図より、非排水載荷により改良部外側の原地盤土が受働破壊 ($S.F \leq 1$) しているが、この部分の安全率は圧密が進行しても回復しない。これは、改良部の圧密沈下に引きずられて、せん断変形が増加するからである。一方、改良部では、非排水載荷時に荷重端下の粘土部が破壊しているが、圧密とともに安全率 $\overline{S.F_c}$ は回復している。しかし、荷重端下の砂杭の安全率 $S.F_s$ は圧密とともに減少し、破壊 ($S.F \leq 1$) する要素も見られる。これは、杭間粘土が体積圧縮し、砂杭が主働破壊するからであると考えられる。構成式の特長で述べたように、砂杭は破壊応力比に達しても、拘束応力の増加により強度も大きくなるので、砂杭の安全率 $S.F_s \leq 1$ であって

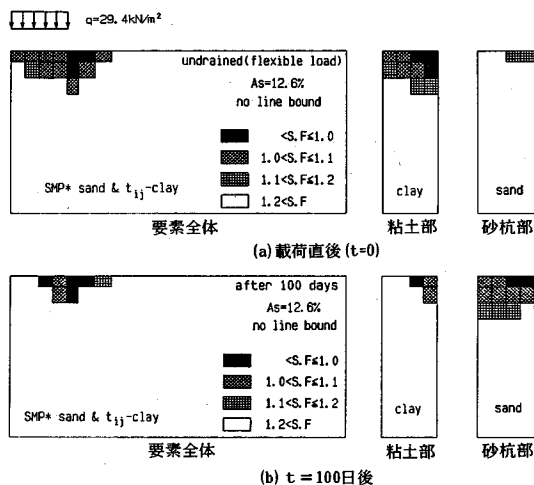


図-15 要素安全率分布の経時変化 ($A_s=12.6\%$, 全列「マルチリンク・エレメント」)

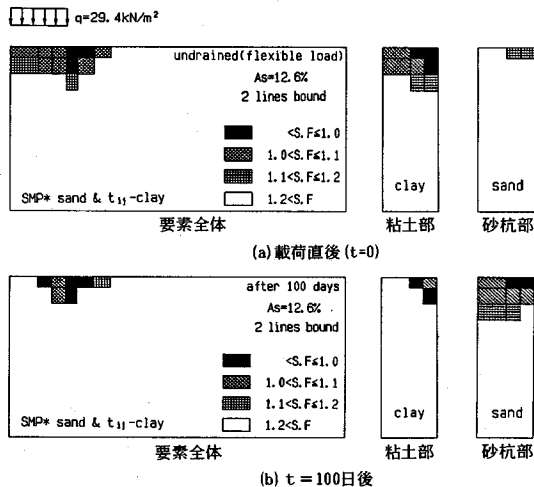


図-16 要素安全率分布の経時変化 ($A_s=12.6\%$, 内側2列結合)

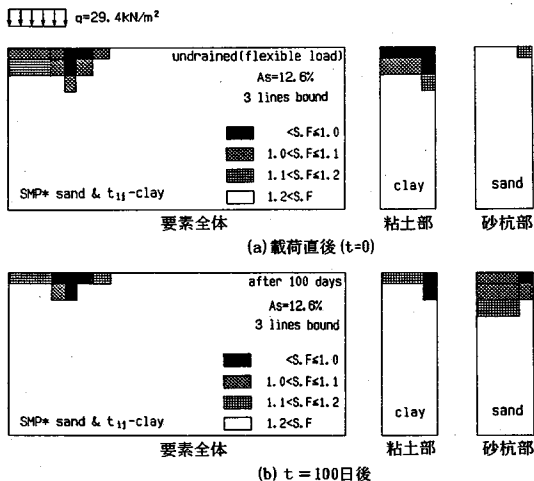


図-17 要素安全率分布の経時変化 ($A_s=12.6\%$, 内側3列結合)

表-7 並列結合解析における演算時間比および誤差

No.	置換率 As (%)	B/H	杭列	結合状態	演算 時間比	沈下量 誤差 (%)
1	12.6	2/3	4	全列マルチリンク・エレメント	1	-
2				内側2列結合	0.74*1	9.3*2
3		4/3	8	内側3列結合	0.49*1	18.6*2
4				全列マルチリンク・エレメント	2.01*1	-
5				中間6列結合	0.74*1	1.4*3

*1: No. 1に対する演算時間比
 *2: No. 1の沈下量(載荷200日後)に対する誤差
 *3: No. 4の沈下量(載荷200日後)に対する誤差
 * 64bit (40MHz) Risc-CPUによるNo. 1の演算時間 7.5秒/回

も、複合地盤としての支持力が低下するとは限らない。結合する列数が多くなると、荷重端下の要素安全率分布が多少異なるが、非排水載荷時および圧密時とも精度的には許容できると思われる。

ここでは、置換率 $As=12.6\%$ について検討したが、置換率 $As=50.2\%$ の場合にも同程度の精度が得られる。

6. 並列結合解析の演算時間比

前節までは、改良幅 (=荷重幅) 5 m 内に改良杭が 4 列設置されていた。地盤深さ、置換率および改良杭径は同じで、改良幅 (=荷重幅) および杭列が 2 倍となるモデル地盤を解析した場合の演算時間比および誤差を表-7 に示す。同表に前節のモデル解析による値も示した。表中の B/H は 荷重幅/支持深さ を表しており、この値が大きいほど、一次元圧密状態に近くなることを意味している。ここで、解析モデルは対称性より半断面を計算しているの、荷重幅 B はモデル上の荷重幅の 2 倍を採る。また、沈下量誤差は、荷重中心 (CL 線上) の地表面沈下量に対するものである。表によると、 $B/H=4/3$ の場合、中間 6 列を結合しても、沈下量誤差は精度的に許容できる。その場合の演算時間は、全列「マルチリンク・エレメント」で計算する場合に比べて、約 1/3 程度である。 B/H がさらに大きい杭状改良地盤では、もっと多くの列を結合しても、妥当に計算できる。

7. 結 論

本文では、多数並列した杭状改良地盤に対して、数列の杭列を結合して解析する手法を提案し、その妥当性をモデル地盤解析により検討した。その結果を以下にまとめる。

- (1) 結合する杭列数が多くなると、非排水載荷時の降伏荷重や圧密沈下量の誤差が大きくなる。
- (2) 結合する杭列数は、間隙水圧の消散速度および安全率分布にあまり影響しない。
- (3) 側方変形が大きい地盤では、全杭列の半分程度を結合しても妥当に計算できる。
- (4) 一次元圧密状態に近いほど、多くの列数を結合して、解析できる。

本文で提案した並列結合化手法は、基本的には応力の変化が少ない部分に用いることを前提としているので、荷重端附近の要素を結合するのは好ましくない。この場合、荷重端内側 2 列は結合しない方がよい。本文では、応力変化の度合いを示す量として 荷重幅/支持深さに注目したが、他には載荷重の分布、地盤内における材料パラメータや初期応力のばらつきなどが考えられる。

本提案法は、部分要素の節点変位と代表節点変位の内挿関係を用いているだけで、要素タイプや構成式を限定していない。したがって、ここで提案した手法は「マルチリンク・エレメント」以外にも適用できる。たとえば、杭状改良地盤解析で良く見られる「二次元壁状要素」による解析において、「二次元壁状要素」が多数並列する場合にも本提案法を適用できる。ただし、この場合、 Z 方向変位に関する結合処理は不要である。本提案法を用いて並列結合しても、「二次元壁状要素」が持っている本来の特性はそのまま残っている。文献 2) では、「二次元壁状要素」と「マルチリンク・エレメント」による解析結果について考察し、三次元変形を考慮するか否かで解析結果が大きく異なることを指摘しているが、両要素に本提案法を用いて解析しても、両者の差は文献 2) と同様に生ずる。すなわち、要素レベルでの妥当性が最も重要であることを留意すべきである。

付 録

本文の式 (16) を再記すると、

$$\sum_{i=1}^N [K_i] \{\delta_i\} = \sum_{i=1}^N \left[\int [B_i]^T [D_i] [B_i] \{\delta_i\} dv \right] \dots \dots (16)$$

元来、剛性方程式は「仮想仕事の原理」より導かれる。仮想変位により、微小要素に生ずる内部仕事増分 dE は次式で表される。

$$dE = d\epsilon^T \cdot \sigma = d(B \cdot \delta)^T \cdot \sigma = d\delta^T \cdot (B^T \cdot \sigma) \dots \dots (A1)$$

ここに、 ϵ : 仮想ひずみベクトル

δ : 仮想変位ベクトル

式 (A1) を要素全体にわたって積分すると、

$$E = \delta^T \cdot \int (B^T \cdot \sigma) dV = \delta^T \cdot \int (B^T \cdot D \cdot B) dV \dots (A2)$$

式 (A2) を仮想変位 δ で微分して、剛性方程式が得られる。 N 列結合した場合には、各列の仮想ひずみベクトルとして、次式の平均仮想ひずみベクトル $\bar{\epsilon}$ を用いる。

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \epsilon_i \dots \dots (A3)$$

ここに、 ϵ_i : i 列目の仮想ひずみベクトル

各列の $[B]$ が $[B_i]$ で代表されるとすると、式 (A3) は次式となる。

$$\bar{\epsilon} = \frac{[B_0]}{N} \sum_{i=1}^N \delta_i = \frac{[B_0]}{N} [H] \cdot \bar{\Delta} = \frac{1}{N} [\bar{B}] \cdot \bar{\Delta} \dots \dots (A4)$$

ここに、 $\bar{\Delta}$ ：代表節点の仮想変位ベクトル
各列の $[D]$ が $[D_o]$ で代表されるとすると、式 (16) は
次式で近似できる

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N [K_i] \{\delta_i\} &\doteq \int \frac{[\bar{B}]^T}{N} [D_o] \left[\sum_{i=1}^N [B_i] \{\delta_i\} dv \right] \\ &= \frac{1}{N} \int [\bar{B}]^T [D_o] [B_o] [H] \{\Delta\} dv \\ &= \frac{1}{N} \int [\bar{B}]^T [D_o] [\bar{B}] \{\Delta\} dv \dots \dots (17) \end{aligned}$$

参 考 文 献

1) 石崎 仁：杭状改良地盤における構成式および解析手法の適用性，第35回土質工学シンポジウム，pp.31～38，1990。
2) 石崎 仁：杭状改良地盤の非排水載荷時の応力・変形特性，土木学会論文集，第448号，pp.53～62，1992。
3) 石崎 仁：複合地盤の準三次元圧密変形解析，土木学会論文集，第457号，pp.137～145，1992。

4) 三村 衛・関口秀雄・柴田 徹：弾塑性モデルによる海底地盤の挙動予測について，第35回土質工学シンポジウム，pp.17～24，1990。
5) 赤井浩一・田村 武：弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析，土木学会論文集，第269号，pp.95～104，1986。
6) 石崎 仁：有限要素法による圧密連成解析の再検討について，第21回土質工学研究発表会講演集，pp.1107～1110，1986。
7) 関口秀雄・柴田 徹・藤本 朗・山口博久：局部載荷を受けるバーチカル・ドレーン打設地盤の変形解析，第31回土質工学シンポジウム，pp.111～116，1986。
8) Nakai, T. and Matsuoka, H. : Constitutive equation for soils based on the extended concept of "Spatial mobilized plane" and its application to finite element analysis, *Soils and Foundations*, Vol.23, No.4, pp.87～105, 1983.
9) Nakai, T. and Matsuoka, H. : A generalized elastoplastic constitutive model for clay in three dimensional stresses, *Soils and Foundations*, Vol.26, No.3, pp.81～98, 1986. (1994.1.10 受付)

THE METHOD OF ANALYSIS FOR THE LARGE-SCALE COMPOSITE GROUND

Hitoshi ISHIZAKI

The method proposed in this paper is able to perform economically the FEM analysis for the large-scale composite ground improved by sand piles. The method treats the stiffness of many pile lines as one of 'a typical element' by assuming some interpolate relationships between nodal displacements. As a result of analyzing the composite ground by the proposed method, it is clarified that 'a typical element' binding half of all pile lines shows reasonable output, that is, yield load on undrained condition and settlement during consolidation in the case of the ground whose lateral deformation is large. In the ground deformed one-dimensionally 'a typical element' can bind more pile lines to analyze within the allowed error. In such a case the proposed method is very efficient in terms of computing time and memoery capacity.