

# 水平地動を受ける鋼変断面片持ち柱の動的弾塑性挙動に関する研究

酒造敏廣\*

本研究は、上下2つの箱形断面から構成され、定鉛直荷重下で水平地動を受ける鋼変断面片持ち柱の動的弾塑性解析を行っている。この種の柱の崩壊パターンを3つに分類し、鉛直・水平の連成振動や崩壊パターンの変化を伴った柱の動的応答特性を明らかにした。また、塑性ひずみの累積に対する履歴エネルギー吸収の効率という点から、変断面柱の耐震上有利な崩壊パターンを指摘し、それに対応する断面構成の方法を示した。

**Key Words:** column, variable cross-section, elasto-plastic analysis, dynamic behaviors earthquake response

## 1. まえがき

土木分野の鋼製ラーメン構造物には、材料強度や断面寸法が部材軸方向に変化した柱部材が多用されている(以下、変断面柱と呼ぶ)。現行設計法<sup>1)</sup>において、このような柱の断面構成は弾性限度に基づいている。

しかし、強震時の柱には非弾性応答が予想されるので、強度や変形性能の異なる部材断面の配置法について、以下のような諸点から検討していく必要がある。すなわち、柱を変断面構造とすることにより、①構成断面ごとに塑性変形をどの程度分散できるか、②地震エネルギー吸収の分担はどの程度か、③構成断面ごとの塑性変形・残留変形の差異が柱の弾塑性応答にどのような影響を及ぼすか、④複数の構成断面で同時の塑性変形を伴った柱の崩壊モード(以下、崩壊パターンと言う)が耐震上不都合な現象を引き起こさないか等の点である。

このような問題に焦点をあてた研究として、筆者ら<sup>2), 3)</sup>、および、中島、倉西<sup>4), 5)</sup>の研究があげられる。

筆者は、まず上記③と④に着目し、定鉛直荷重下で繰り返し水平力を受ける変断面片持ち柱の弾塑性解析を行い、変断面柱に特有な2, 3の弾塑性性状を指摘した<sup>2)</sup>。すなわち、この種の柱は、最大耐力点を越えて塑性変形が進行すると、断面構成によっては、崩壊パターンが変化して耐力低下を伴った一種の不安定現象を呈することを示した。その後、この現象は、水平変位の増大、または、塑性化した断面の累積残留変形によって $P\delta$ モーメントが増減し、構成断面間の抵抗荷重差が相殺されることに起因することを実験で確かめた<sup>3)</sup>。

また、中島らは、レベル2地震動を受ける鋼製橋脚柱の動的弾塑性解析<sup>6)</sup>を行い、上記①と②の点から、変断面片持ち柱の基本応答性状を論じている<sup>4), 5)</sup>。そして、

柱基部と断面変化点付近の塑性変形集中を緩和するためには、柱基部断面の降伏が先行する断面構成、および、断面寸法が一定で降伏点を変化させた断面構成が有効であることを示唆している。

本研究は、柱頭部に集中質量を有する変断面片持ち柱を対象として、定鉛直荷重下で水平地動を受けるときの動的弾塑性挙動を調べ、その崩壊パターンから部材断面の構成方法を検討したものである。

まず、多自由度系にモデル化した柱の動的弾塑性解析法について述べる。つぎに、既往の実験結果<sup>3)</sup>との比較を通じて解析法の妥当性を考察し、質量マトリックスの差異が柱の弾塑性応答に及ぼす影響を把握する。そして、塑性域発生パターンが異なる柱の動的解析を通じて、崩壊パターンを分類し、それらに対応する柱の動的応答特性を調べる。最後に、構成断面の塑性ひずみの累積量と履歴エネルギー吸収分担の変動特性から、耐震上有利な変断面柱の崩壊パターンと断面構成の方法を示す。

## 2. 水平地動を受ける変断面柱の解析モデルと動的弾塑性解析法

### (1) 変断面片持ち柱の解析モデル

本研究では、Fig.1に示すように、柱頭部に集中質量を有し、定鉛直荷重 $P$ が作用した状態で水平地動を受ける変断面片持ち柱を解析対象とした。集中質量については、鉛直・水平並進運動に対する2つの質量 $M_x$ と $M_y$ に分けて仮定し、回転慣性はないものとしている。また、柱の自重を考慮する場合、部材要素の質量 $[m]$ として、整合質量マトリックス<sup>7)</sup>を仮定した((6b)参照)。

柱は2種類の箱形断面Sec.1とSec.2からなり、柱基部から $kh$ の位置に断面変化点がある。ここに、 $h$ :柱高さ、以下では、Sec.1を下断面、Sec.2を上断面という。

解析する柱S1~S5の断面変化位置( $k$ 値)、各断面の寸法諸元および断面定数をTable 1に示す。ここで、S1

\* 正会員 工博 大同工業大学助教授 工学部建設工学科  
(〒457 名古屋市南区白水町 40)

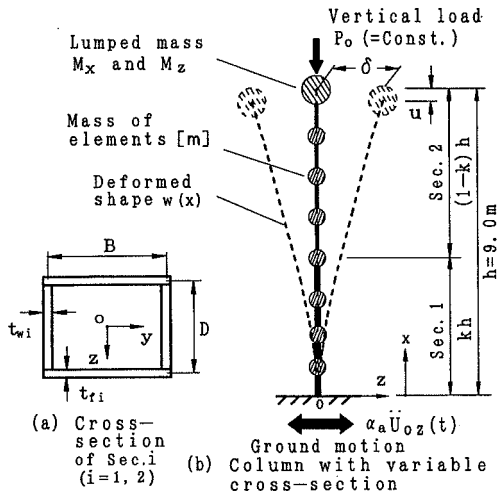


Fig.1 Column subjected to horizontal ground motion

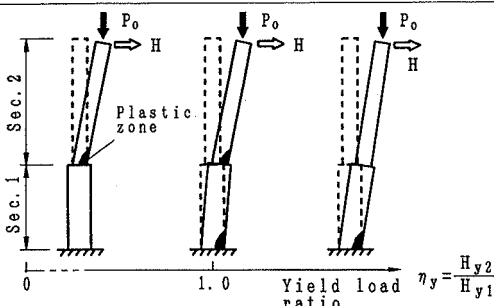


Fig.2 Fundamental yield patterns of columns with variable cross-section

は文献3)の実験供試体をモデル化した柱である。

柱S2～S5については、Fig.2に示すように、上下断面の基本的な塑性域発生パターンを考慮した。そのためのパラメータとして、降伏荷重比 $\eta_y$ を次式で定義した。

$$\eta_y = \frac{H_{y2}}{H_{y1}} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $H_{y1}$ は、柱頭部に定鉛直荷重 $P_0$ と漸増水平荷重を受ける柱の下断面 ( $i=1$ ) および上断面 ( $i=2$ ) の初期降伏に対応する水平荷重である。すると、柱の初期降伏水平荷重 $H_y$ は  $\text{Min}\{H_{y1}, H_{y2}\}$  で与えられる。

$\eta_y=1$ となるように設定した柱S2～S5の降伏点、降伏荷重等を Table 2 にまとめる。ここで、柱の鉛直荷重 $P_0$ としては、同表の上断面の全塑性軸力  $N_{y2} (=A_2 \sigma_{y2})$  の0.3倍を仮定している。以下、 $P_0/N_{y2}$ を軸力比と呼ぶ。

本文では、この表の値をもとに、柱S2～S5のそれぞれに対して、 $\eta_y \approx 0.65 \sim 1.75$ の範囲で、上下断面の降伏点 $\sigma_{yi}$ の組み合わせを変化させた。具体的には、 $P_0$ と $H_y$ を $\eta_y=1$ のときの値に保ち、 $\eta_y=1$ のときの $\sigma_{yi}$ を下限値として、上下一方の断面の $\sigma_{yi}$ を変化させた。

ここで、 $P_0$ を一定にしているため、下断面では軸力比  $P_0/N_{y1} = 0.18 \sim 0.25$ となり、上断面では $\eta_y \geq 1$ のとき $P_0$

Table 1 Dimension and properties of columns with variable cross-section

Items Model	Sec.1	$B_t$ (cm)	$D_t$ (cm)	$t_{rt}$ (cm)	$t_{wt}$ (cm)	$A_t$ (cm <sup>2</sup> )	$I_t$ (cm <sup>4</sup> )
S1	1	13.1		0.991	0.991	47.502	1,357.0
	2	11.1				40.228	825.7
S2	1	100	75	3.58	2.580	1,119	$1.198 \times 10^6$
	2			2.414	1.810	754	$0.807 \times 10^6$
S3	1	90	90	3.2	3.2	1,152	$1.557 \times 10^6$
	2			2.962	2.962	1,066	$1.441 \times 10^6$
S4	1	90	90	3.2	3.2	1,152	$1.557 \times 10^6$
	2			2.355	2.355	847	$1.145 \times 10^6$
S5	1	90	90	3.2	3.2	1,152	$1.557 \times 10^6$
	2			2.493	2.493	897	$1.212 \times 10^6$

Notes; 1) k: See Fig.1(b). 2) Height of column:  $h=9.0\text{m}$ . 3)  $B_t, D_t, t_{rt}$  and  $t_{wt}$ : See Fig.1(a). 4)  $A_t$  and  $I_t$ : Cross-sectional area and geometrical moment of inertia of Sec.1, respectively. 4) Column S1: Experimental model corresponding to Specimen C1 in Ref.3).

$/N_{y2} = 0.2 \sim 0.3, \eta_y < 1$ のとき  $P_0/N_{y2} = 0.3$ となる。

以上から、 $\eta_y$ を変化させた柱S2～S5の解析モデルは、次の特徴を有する。

- i) 同じ寸法諸元の柱は、初期降伏荷重 $H_y$ がすべて等しく、弾性範囲内で同一の動的応答性状を示す。
- ii) 降伏荷重比 $\eta_y$ の差異は、非弾性応答の範囲で、上下断面の塑性化の割合や塑性域の進展順序に現れ、柱の崩壊パターンに影響を与える。

なお、同表では、解析モデルを次のように表している。

例: [S4] - [0.66] - [0.33] ③断面変化位置を表すk値  
②降伏荷重比 $\eta_y$ (式(1)参照)  
①基準柱モデル名 (Table 1参照)

以下では、解析モデルを①、①-②、または、①-②-③と記す。

(2) 柱の集中質量と固有周期について

柱S2～S5に仮定した集中質量と固有周期を Table 2 中に示している。これらは、以下に従って算出した。

i) JSHBモデル: 柱S5については、道路橋示方書<sup>1)</sup>を参考にして、柱を1自由度系にモデル化し、固有周期 $T_2$ を次式から求めた。

$$T_2 = 2.01 \cdot \sqrt{\delta_0} \dots \dots \dots (2)$$

そして、水平集中質量 $M_2$ を次式から求めた。

$$M_2 = \left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2 \cdot K_2 \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 $\delta_0$ : [鉛直荷重 $P_0 + 0.8 \times$ 柱の自重]を水平荷重として柱頭部に作用させたときの水平変位 (単位: m),  $K_2$ : 柱頭部で単位の水平変位を与える水平力。

ii) T-Mモデル: 柱S3とS4では、 $T_2$ をS5と一致させて、式(3)から $M_2$ を直接求めるようにした。これは、上記i)では、 $T_2$ と鉛直荷重 $P_0$ を一定に保って、断面変化位置を変化させた解析モデルを設定することが難しいためである。また、柱S2では $T_2 = 1\text{s}$ とし、同様にして $M_2$ を算出した。

Table 2 Yield parameters, mass and natural periods of fundamental analytical columns with variable cross-section

Items Columns	k	$\bar{\lambda}_{y2}$	Sec.1		Sec.2		$\eta_y$	$H_y$ (kN)	$P_0$ (kN)	$M_x, M_z$ (kg)	$T_x(T_z)$ (sec)	References
			$\sigma_{y1}$ (MPa)	$H_{y1}$ (kN)	$\sigma_{y2}$ (MPa)	$H_{y2}$ (kN)						
S1-0.826-0.21	0.21	0.802	282	19.3	282	15.9	0.826	15.9	366	$0.098 \times 10^6$	0.56 ( - )	Ref.3) model
S2-1.0 -0.40	0.40	0.495	314	848	314	848	1.0	848	7,099	$2.328 \times 10^6$	1.0 (0.060)	T-M model
S3-1.0 -0.23	0.23	0.530	353	987	314	987	1.0	987	10,041	$6.883 \times 10^6$	1.433(0.069)	T-M model
S4-1.0 -0.33	0.33	0.435	314	908	314	908	1.0	908	7,981	$6.446 \times 10^6$	1.433(0.085)	T-M model
S5-1.0 -0.50	0.50	0.267	314	961	235	960	0.999	960	6,336	$6.802 \times 10^6$	1.433(0.106)	JSHB model <sup>11)</sup>

Notes; 1) k : See Fig.1. 2)  $\bar{\lambda}_{y2}$ : Reference values of nondimensionalized column slenderness<sup>2)</sup> on the basis of Sec.2. 3)  $\sigma_{y1}$ : Yield point of Sec.1. 4)  $H_{y1}$ : Horizontal load corresponding to initial yield of Sec.1. 5)  $H_y = \text{Min}\{H_{y1}, H_{y2}\}$ . 6)  $\eta_y$ : See Eq.(1). 7)  $P_0$ : Constant vertical load. 8)  $P_0 = 0.323N_{y2}$  for column S1 and  $P_0 = 0.3N_{y2}$  for columns, S2~S5. 9)  $N_{y2}$ : Squash force of Sec.2(=  $A_2 \cdot \sigma_{y2}$ ). 10)  $M_x$  and  $M_z$ : Lumped mass assumed at the top of columns (See Fig.1). 11)  $T_x$  and  $T_z$ : Elastic natural periods corresponding to  $M_x$  and  $M_z$ .

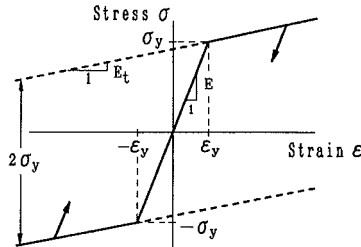


Fig.3 Bi-linear type of stress - strain relationship

なお、鉛直集中質量 $M_x$ を考慮するときには、 $M_x = M_z$ とした。質量 $M_x$ に対応する鉛直振動の固有周期 $T_x$ はTable 2に示したとおりである。

### (3) 解析上の仮定

柱の動的解析を行うにあたり、以下の仮定を設けた。

- 1) 鋼材の応力 $\sigma$ -ひずみ $\epsilon$ 関係は、Fig.3に示すBi-linear型にモデル化できるものとし、ひずみ速度に依存しないものとする。図中の弾性域の勾配は  $E = 2.06 \times 10^5$  MPaとし、塑性域の勾配 $E_t$ 値は解析の都度記す。
- 2) 断面の降伏は垂直応力 $\cdot$ ひずみによって評価できる。
- 3) 初期たわみと残留応力の影響を無視する。
- 4) 構成板要素の局部座屈は生じないものとする。
- 5) 質量マトリックスは不変である。
- 6) 減衰はないものとする。

### (4) 運動方程式とその数値積分法

上記の仮定をもとにすると、時刻 $t_n$ から $t_{n+1}$ ( $= t_n + \Delta t$ )の間で多自由度系にモデル化した柱の運動方程式は、増分形式で次のように近似できる<sup>7)</sup>。

$$[M]\{\Delta \ddot{U}\} + [K_T]\{\Delta U\} = \{\Delta F_0\} - \alpha_a [M][J]\Delta \ddot{U}_0 \dots \dots (4)$$

ここに、 $[M]$ : 質量マトリックス ((6) b)参照),  $[K_T]$ : 接線剛性マトリックス,  $[J]$ : 対角マトリックスで水平変位の自由度に対して1, その他の自由度に対して0.  $\{\Delta U\}$ ,  $\{\Delta \ddot{U}\}$ および $\{\Delta F_0\}$ : 時間増分 $\Delta t$ に対する増分の変位, 加速度および外荷重ベクトル. また,  $\Delta \ddot{U}_0$ : 増分の基準水平地動加速度,  $\alpha_a$ :  $\Delta \ddot{U}_0$ に対する加速度倍率, または, 最大加速度振幅.

つぎに, Newmark  $\beta$ 法を用いて, 増分の速度 $\cdot$ 加速度

ベクトル $\{\Delta \dot{U}\}$ と $\{\Delta \ddot{U}\}$ を $\{\Delta U\}$ の関数として表し, Cloughらの方法<sup>7)</sup>に従うと, 式(4)から, 変位を未知数とした剛性方程式に相当する次式を誘導できる。

$$([K_T] + \frac{[M]}{\beta \Delta t^2})\{\Delta U\} = \{\Delta F_0\} - \alpha_a [M][J]\Delta \ddot{U}_0 + \frac{[M]\{\dot{U}_n\}}{\beta \Delta t} + \frac{[M]\{\ddot{U}_n\}}{2\beta} \dots \dots (5)$$

ここに,  $\{\dot{U}_n\}$ ,  $\{\ddot{U}_n\}$ : 時刻 $t_n$ の速度, 加速度ベクトル.

本文では,  $\beta = 1/4$ とした平均加速度法を用い, 時間刻み $\Delta t$ の初期値(=最大値)を柱の固有周期 $T_x$ の $1/200 \sim 1/100$ に設定した. ただし, 次に述べる計算方法で収束しない状態に陥った場合には,  $\Delta t$ をさらに小さくするように解析プログラムを作成した。

### (5) 非線形復元力の計算に用いた反復計算手順

式(4)の左辺第2項の復元力の計算には, Updated-Lagrangian法による平面骨組の弾塑性有限変位解析法を用いた<sup>2)</sup>. その際, 柱を部材軸方向に30等分割し, 要素ごとに断面も細分割して塑性域の広がりを考慮した。

#### a) 接線剛性 $[K_T]$ の設定方法

まず, ある時刻から次の時間増分を与えるに際して, 多質点の弾塑性振動を伴う復元力特性が未知であるため, 式(5)中の接線剛性 $[K_T]$ を仮定するには若干の工夫がいる. しかし, この点は, 既往の研究(たとえば, 文献6)~9))では, あまり詳述されていない。

本文で採用した方法は, 次のとおりである。

① 反復計算の準備として,  $[K_T]$ に弾性剛性を用いて1回だけ増分計算を行い, 得られた変位とひずみをもとに弾塑性判定を行って, 接線剛性 $[K_T]$ を求め.

② 反復計算の1回目の接線剛性として上記で求めた $[K_T]$ を用い, その後は修正Newton-Raphson法とNewton-Raphson法を併用して収束計算を行う。

#### b) 非線形の収束計算の方法

時刻 $t_n \rightarrow t_{n+1}$ のときの反復計算 $i \rightarrow i+1$ 回目において, 幾何学的 $\cdot$ 材料学的非線形性に起因する不つり合い力の消去は, 以下のように行った。

いま,  $i+1$ 回目に求める増分変位, 速度および加速度ベクトルをそれぞれ $\{\Delta U_{i+1}\}$ ,  $\{\Delta \dot{U}_{i+1}\}$ および $\{\Delta \ddot{U}_{i+1}\}$ とすると, 時刻 $t_{n+1}$ でのつり合い式は次のようになる。

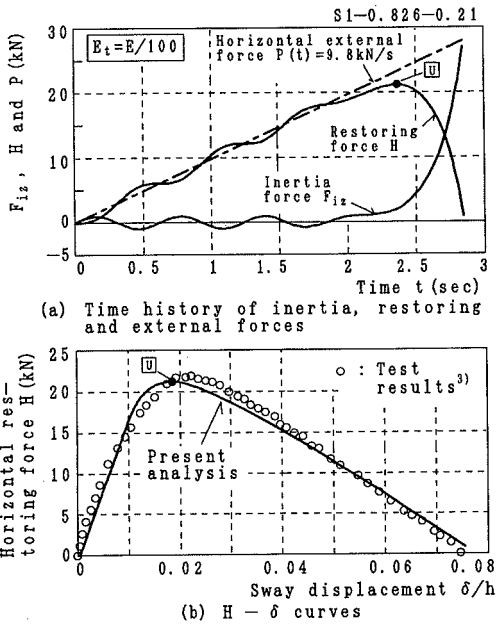


Fig.4 Elasto-plastic dynamic analysis of cantilever column subjected to horizontal load

$$\begin{aligned} & \{F_{In}\} + [M] \left( \sum_{j=1}^i \{\Delta \ddot{U}_j\} + \{\Delta \ddot{U}_{i+1}\} \right) \\ & + \{F_{Rn}\} + \{\Delta F_{Ri}\} + [K_T] \{\Delta U_{i+1}\} \\ & = \{F_{on}\} + \{\Delta F_o\} - \alpha_a [M] [J] (\ddot{U}_{ozn} + \Delta \ddot{U}_{oz}) \dots (6) \end{aligned}$$

ここに、 $\{F_{In}\}$ 、 $\{F_{Rn}\}$ 、 $\{F_{on}\}$ 、 $\ddot{U}_{ozn}$ ：時刻  $t_n$  における慣性力、復元力、外荷重ベクトルおよび基準水平地動加速度、 $\{\Delta F_{Ri}\}$ ： $i$  回目までの反復計算で得られた増分復元力ベクトル。

式(4)から(5)を誘導したのと同様な手順に従うと、式(6)から、変位ベクトル  $\{\Delta U_{i+1}\}$  を求めるためのつり合い式が次のように導かれる<sup>9)</sup>。

$$\begin{aligned} & ([K_T] + \frac{[M]}{\beta \Delta t^2}) \{\Delta U_{i+1}\} \\ & = \{F_{on}\} + \{\Delta F_o\} - \alpha_a [M] [J] (\ddot{U}_{ozn} + \Delta \ddot{U}_{oz}) \\ & - \{F_{In}\} - \{F_{Rn}\} - \{\Delta F_{Ri}\} \\ & - \frac{[M]}{\beta \Delta t^2} \sum_{j=1}^i \{\Delta U_j\} + \frac{[M]}{\beta \Delta t} \{\dot{U}_n\} \\ & + \frac{[M]}{2\beta} \{\ddot{U}_n\} \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

上式を用いて、式(6)の両辺の差に相当するつり合い力が十分小さくなるまで、反復計算を行った。

また、時刻  $t_{n+1}$  におけるエネルギー・バランスも確かめるようにした<sup>9)</sup>。すなわち、

$$W_m(t_{n+1}) + W_s(t_{n+1}) = W_{ao}(t_{n+1}) + W_o(t_{n+1}) \dots (8)$$

ここに、 $W_m$ ：運動エネルギー、 $W_s$ ：履歴吸収エネルギー(=ひずみエネルギー)、 $W_{ao}$ ：水平地動による入力エネルギー、および、 $W_o$ ：外荷重による仕事である。

これらは、以下のように求められる。

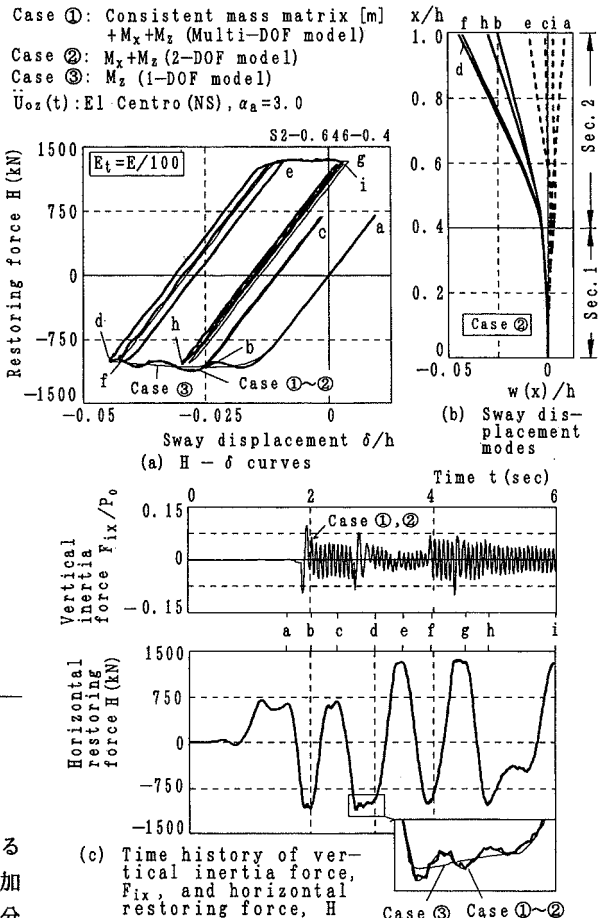


Fig.5 Variation of elasto-plastic dynamic response of column, S2, due to the difference of mass matrix

$$\begin{aligned} W_m(t_{n+1}) &= W_m(t_n) \\ & + \{\dot{U}_n\}^T [M] \{\Delta \dot{U}\} + \frac{1}{2} \{\Delta \dot{U}\}^T [M] \{\Delta \dot{U}\} \\ W_s(t_{n+1}) &= W_s(t_n) + \int_v (\sigma_n \Delta \epsilon + \frac{1}{2} \sigma \Delta \epsilon) dv \\ W_{ao}(t_{n+1}) &= W_{ao}(t_n) - \int_{t_n}^{t_{n+1}} \alpha_a \{\Delta \dot{U}\}^T [M] [J] \Delta \ddot{U}_{oz} dt \\ W_o(t_{n+1}) &= W_o(t_n) + \{F_{on}\}^T \{\Delta U\} + \frac{1}{2} \{\Delta F_o\}^T \{\Delta U\} \\ & \dots \dots \dots (9a \sim 9d) \end{aligned}$$

ここに、 $\sigma_n$ ：時刻  $t_n$  における分割した部材要素各部の応力、 $\Delta \sigma$ 、 $\Delta \epsilon$ ：増分の応力とひずみ。

本文の解析を通じて、つり合い力が十分に小さくなった段階で、式(8)の両辺の差異は0.3%以下であった。

(6) 柱の動的解析例と質量マトリックスについて

a) 漸増水平荷重を受ける柱の動的弾塑性解析

動的解析手法により定鉛直荷重下で漸増水平荷重を受ける変断面片持ち柱S1の弾塑性解析を行い、文献3)の実験結果と比較した。柱頭部に小さな水平集中質量  $M_s$  を仮定し、水平外力  $P(t)$  を漸増させた。

柱頭部の水平慣性力  $F_{ix}$  と水平復元力  $H$  の時刻歴応答、

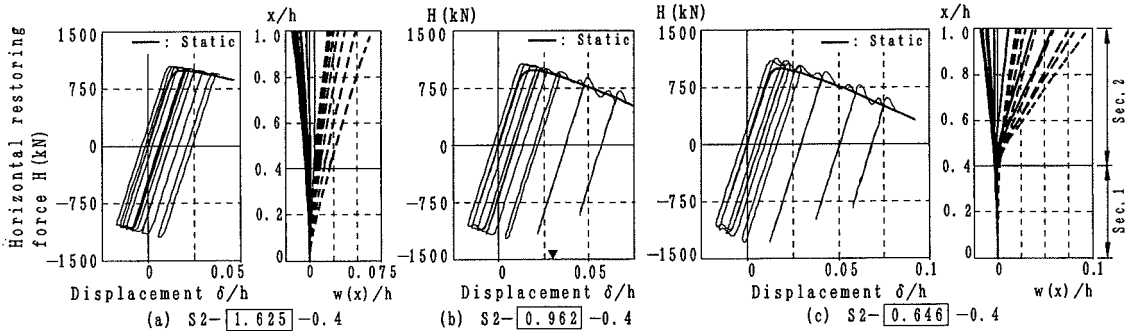


Fig.6 Horizontal restoring force - sway displacement curves and sway displacement modes of column, S2 ( $E_t = E/500$ ,  $\ddot{U}_{0z}$ : Eq.(10),  $\alpha_a = 200\text{gal}$ ,  $T_o = 1\text{s}$ )

および、 $H$ と水平変位 $\delta$ との関係を Fig.4 に示す。

同図(a)において、最大耐力点を越えた後に、復元力が著しく低下しても、その分だけ慣性力が増加するという動的崩壊挙動の特徴がよく現れている。また、この解析では降伏棚を無視したBi-linear型の $\sigma - \epsilon$ 曲線 ( $E_t = E/100$ ) を仮定したが、同図(b)のように、解析による $H - \delta$ 曲線は実験結果を比較的良好に表している。

以上から、(3)に述べた仮定のもとで、本解析法はほぼ満足できる結果を与えている。

**b) 質量マトリックスの取り扱いについて**

つぎに、部材要素の質量 $[m]$ と鉛直集中質量 $M_x$ の有無による柱の弾塑性応答の差異を調べた。

上断面で塑性変形が卓越する柱S2-0.646を用いて、 $E_t = E/100$ の条件で、次の3ケースの解析を行った。

- Case ①: 部材要素に整合質量マトリックス<sup>2)</sup>、柱頭部に集中質量 $M_x$ と $M_z$ を仮定 (Multi-DOFモデル)。
- Case ②: 部材要素の質量を無視して、柱頭部に集中質量 $M_x$ と $M_z$ を仮定 (2-DOFモデル)。
- Case ③: 部材要素の質量を無視して、柱頭部に集中質量 $M_z$ のみを仮定 (1-DOFモデル)。

地動加速度 $\alpha_a \ddot{U}_{0z}(t)$ には El Centro波のNS成分記録の最初の6秒間を3(= $\alpha_a$ )倍に増幅して用いた。

柱頭部の水平復元力 $H - \delta$ 曲線、鉛直慣性力 $F_{ix}$ と $H$ の時刻歴応答、および、変位 $\delta$ の反転点a~iにおける柱のたわみモードを Fig.5 に示す。

この図からわかるように、柱の弾塑性応答は部材要素の質量の有無によってほとんど影響を受けず、Case ①と②の結果はほぼ一致している。

しかし、柱の塑性変形が卓越する区間、たとえば点c~dの区間で、Case①、②では、水平復元力 $H$ の変動が③に比べて大きい(同図(a)、(c)参照)。これは、Case ①と②の鉛直慣性力 $F_{ix}$ が鉛直荷重 $P_o$ の最大で約10%も増減していることから、 $P\delta$ 効果による鉛直復元力の水平成分が $H$ を変動させたと思われる。この点については、次章でもう少し詳細に考察する。

これらの結果を踏まえて、以下では、集中質量 $M_z$ およ

び $M_x$ を仮定した2-DOFモデルを用いて解析を進める。

### 3. 変断面片持ち柱の崩壊パターンと弾塑性応答の基本的特性

本文で対象とした変断面片持ち柱は、構成断面ごとの塑性変形が進むにつれて、次の3つの崩壊パターンのいずれかを呈すると考えられる<sup>2), 3)</sup>。すなわち、

- i) 上断面崩壊型: 塑性変形が上断面のみで進む場合。
- ii) 下断面崩壊型: 塑性変形が下断面のみで進む場合。
- iii) 同時崩壊型: 塑性変形が上下断面で同時に進む場合。

また、文献2)~3)を参照すると、片持ち柱の動的弾塑性挙動では、水平変位応答の増大、あるいは、上下断面の累積残留曲げ変形に起因した $P\delta$ モーメントの増減によって、崩壊パターンが種々変化することが予想される。ここでは、基準水平地動加速度として、

$$\ddot{U}_{0z}(t) = \sin\left(-\frac{2\pi t}{T_o}\right) \dots\dots\dots(10)$$

を仮定し、柱の崩壊パターンとそれに対応した動的弾塑性挙動の基本的特性を調べる。

解析モデルには、降伏荷重比 $\eta_y = 0.646 \sim 1.625$ の柱S2 ( $k=0.4$ )を用いた。ただし、塑性変形を上下断面のごく限られた範囲内に留めて崩壊パターンの把握が容易になるように、 $E_t = E/500$ とおいた。

なお、定鉛直荷重下で漸増水平荷重を受ける柱の静的弾塑性解析<sup>2)</sup>(以下、静的単調解析(Static)と呼ぶ)も同時に実施し、代表的なものを動的解析の結果と比較して示すこととする。

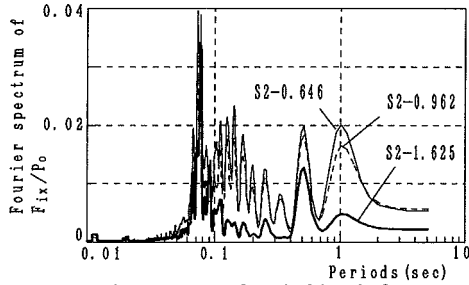
**(1) 塑性曲げ変形が一方に卓越する柱の動的弾塑性挙動**

塑性変形が一方に卓越する柱の動的崩壊性状を調べた。水平地動には、式(10)で  $T_o = 1\text{s}$ とおき、 $\alpha_a = 200\text{gal}$ ( $=0.55H_y/M_z$ )の共振波を8秒間作用させた。

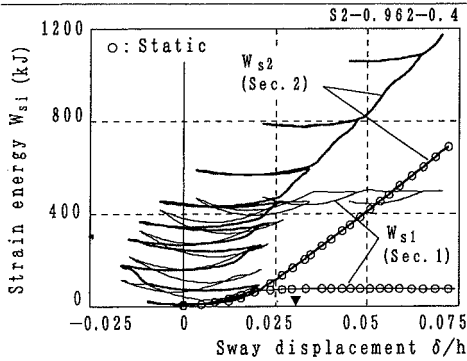
**a) 柱の水平復元力特性**

柱の $H - \delta$ 曲線とたわみモードを Fig.6 に示す。

この図から、 $\eta_y = 0.646$ の上断面崩壊型の柱では、復元力 $H$ の正側の最大耐力点を越えた部分で、 $H$ の増減が



**Fig.7** Fourier spectrum of vertical inertia force  $F_{ix}$  ( $E_t = E/500$ ,  $\dot{U}_{oz}$ : Eq.(10),  $\alpha_a = 200\text{gal}$ ,  $T_o = 1\text{s}$ )



**Fig.8** Variation of strain energy absorbed by Sec.1 and Sec.2 with sway displacement ( $E_t = E/500$ ,  $\dot{U}_{oz}$ : Eq.(10),  $\alpha_a = 200\text{gal}$ ,  $T_o = 1\text{s}$ )

大きいことがわかる。また、 $\eta_y = 0.962$ の柱では、崩壊パターンが変化すると予想される  $\delta \approx 0.03h$  の付近から、同様な傾向が見られる (b), c)参照)。

**b) 鉛直・水平の連成振動**

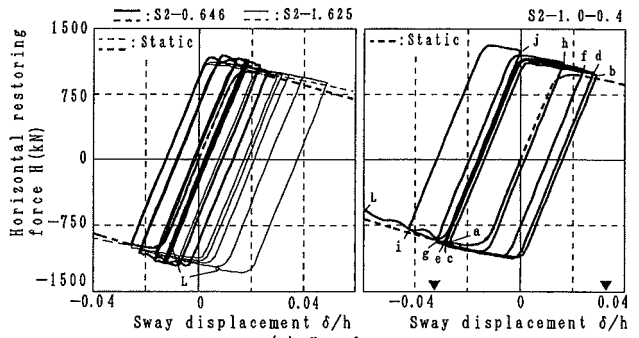
まず、柱頭部の鉛直荷重  $P_0$  に対する慣性力  $F_{ix}$  の最大変動は、 $\eta_y = 0.646$  のとき  $\pm 11\%$ 、 $\eta_y = 1.625$  のとき  $\pm 5\%$  となり、上断面崩壊型の柱で変動が大きくなった。

ここでは、 $F_{ix}$  の周期特性を調べるため、 $F_{ix}/P_0$  の時刻歴応答波形から、フーリエ・スペクトルを求めた。その結果を Fig.7 に示す。

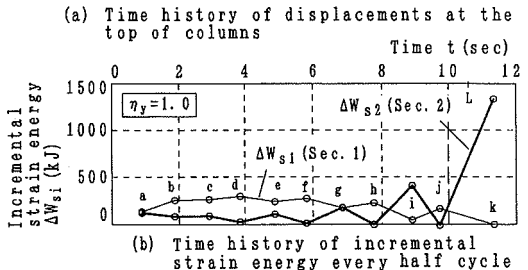
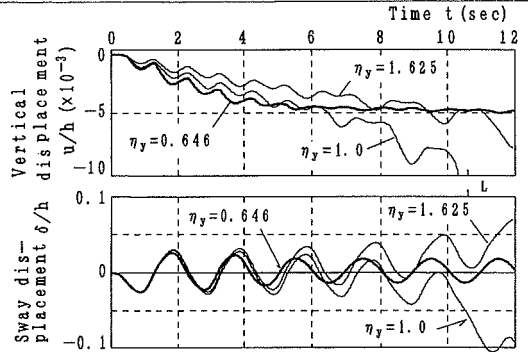
この図から、 $F_{ix}/P_0$  の振動には、直立した柱の鉛直振動に対する固有周期  $T_x (=0.06\text{s}$ , Table 2参照) の付近に卓越周期があることがわかる。また、 $0.06\text{s}$  と入力加速度波の周期  $T_o (=1\text{s})$  をほぼ上下限として、多数の周期成分が大きく現れている。これは、柱頭部の水平変位と鉛直集中質量  $M_x$  による一種の  $P\delta$  効果に起因した鉛直・水平の連成振動に相当し、 $H-\delta$  曲線で  $H$  の変動を大きくした要因になっていると考えられる。

さらに、 $\eta_y$  が小さくなると連成振動が大きくなる傾向が見られる。これは、柱頭部の水平変位に対する鉛直剛体変位が、塑性曲げ変形の中心と柱頭部との距離が短いほど大きく現れるためである (4. (3)参照)。

したがって、上断面崩壊型の柱の弾塑性振動では、連成振動が大きくなり、鉛直慣性力の変動も大きくなる。



**Fig.9** Horizontal restoring force - sway displacement curves and sway displacement modes of column, S2 ( $E_t = E/500$ ,  $\dot{U}_{oz}$ : Eq.(10),  $\alpha_a = 365\text{gal}$ ,  $T_o = 2\text{s}$ )



**Fig.10** Elasto-plastic dynamic response of column, S2 ( $E_t = E/500$ ,  $\dot{U}_{oz}$ : Eq.(10),  $\alpha_a = 365\text{gal}$ ,  $T_o = 2\text{s}$ )

**c) 上下断面の履歴エネルギー吸収分担**

$\eta_y = 0.962$  の柱について、上下断面のひずみエネルギー量  $W_{si}$  と変位  $\delta$  との関係調べた。その結果と静的単調解析から求めた  $W_{si}-\delta$  曲線とを Fig.8 に比較する。

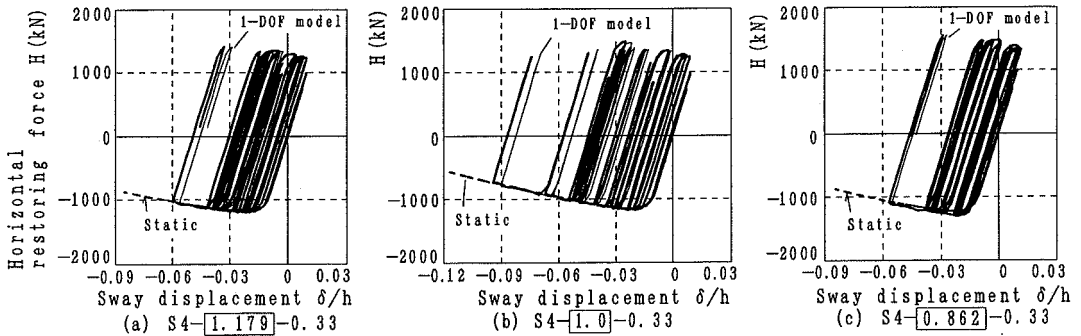


Fig.11 Horizontal restoring force - sway displacement curves of column, S4 ( $E_t = E/100$ ,  $\ddot{U}_{0.2}$ : Modified Tsugaru Ohashi Wave III<sup>1)</sup>,  $\alpha_a = 1.5$ )

この図から、 $\delta > 約0.03h$  のとき、 $W_{s1}$ には上限が現れて $W_{s2}$ の増加が著しくなり、柱は同時崩壊型から上断面崩壊型に変化していることがわかる。

(2) 正負の塑性曲げ変形が大きく現れる柱の動的弾塑性挙動

式(10)において $\alpha_a = 365gal$ ,  $T_0 = 2s$ とおき、正弦波を12秒間仮定して、柱S2-1.0の動的解析を行った。柱の固有周期 $T_0$  (=1s) に比べて地動加速度波の周期を長く設定し、正負の大きな塑性曲げ変形による累積残留変形の影響が崩壊パターンに現れるようにした。

まず、復元力 $H$ -変位 $\delta$ 曲線と $\delta$ の反転時のたわみモードを Fig.9 に示す。

この図から、 $\eta_v = 1.625$ ,  $0.646$ で上下断面の降伏荷重差が大きい柱は、VまたはY字形のモードを示していることがわかる。しかし、 $\eta_v = 1$ の柱は、 $t = 5.8s$ の点fまではV字、その後くの字形モードを呈している。

つぎに、柱頭部の鉛直・水平変位 ( $u$ と $\delta$ )、および、変位 $\delta$ の反転点間で上下断面に蓄えられる増分ひずみエネルギー $\Delta W_{s1}$  ( $\eta_v = 1$ ) の時刻歴応答を Fig.10 に示す。

同図(b)からわかるように、 $\eta_v = 1$ の柱は、 $t = 約7s$ の点g ( $\delta = 約0.035h$ ) の付近から、上下断面でエネルギー吸収箇所が交番するという一種の不安定現象<sup>2)</sup>を呈している。その後、上断面の塑性変形が著しくなり、柱は上記(1)c)と同様に上断面崩壊型になり、上断面の残留曲げ変形が大きくなる方向に倒壊している(同図(a)参照)

(3) 柱の崩壊パターンの変化に関する考察

以上から、上下断面の降伏荷重差が小さい片持ち柱で崩壊パターンの変化が起こるとき、柱がどのような動的弾塑性挙動を呈するかは、次のようにまとめられる。

- ①崩壊パターンは同時崩壊型から上断面崩壊型に変化し、塑性変形が上断面に集中する。
- ②上記(2)のように正負の塑性曲げ変形が大きい柱では、崩壊パターンが変化していく過程で水平変位応答が激増する。そして、崩壊パターンが変化しない上断面および下断面崩壊型の柱よりも倒壊が早い。ここで、柱S2-0.962とS2-1.0の静的単調解析を行い、

柱基部付近の曲げモーメント-曲率関係から、塑性化した下断面で除荷が生じるときの変位 $\delta_u$ を求めてみた<sup>2)</sup>。その結果は、 $\eta_v = 0.962$ のとき $|\delta_u| = 約0.03h$ 、また $\eta_v = 1.0$ のとき $|\delta_u| = 約0.035h$ であり、Fig.6(b)、Fig.8 および Fig.9(a)中に▼印で示している。

これらは、上下断面の繰り返し塑性変形の影響を考慮したものでないが、動的解析結果の中で上記①、②の特徴が現れ始めるときの変位を比較的良好に表している。

本文の解析の範囲内では、このような変位を厳密に求めることは難しいが、上記①の点を踏まえると、崩壊パターンは、最終的に水平変位増大に伴うPd効果の影響で変化していると考えられる。したがって、静的単調解析の結果を一つの手がかりとすることができる。

このような崩壊パターンの変化は、塑性変形箇所を変化させるために、強震時の柱の弾塑性性状の把握を困難にし、耐震上好ましくない現象である<sup>2)</sup>。

4. 構成断面の累積ひずみと履歴エネルギー吸収分担、および、部材断面の構成方法に関する考察

塑性変形による上下断面の累積ひずみ性状と履歴エネルギー吸収分担に着目して、変断面柱の動的解析を行った。その際、塑性ひずみの部材軸方向への進展を考慮するため、文献2)を参考にして、 $E_t = E/100$ を仮定した。

解析では、固有周期 $T_0$ が等しく、断面変化点が $0.233h \sim 0.5h$ にある柱S3~S5を用い、降伏荷重比 $\eta_v$ を約 $0.63 \sim 1.75$ の範囲で変化させた。水平地動には、道路橋示方書<sup>1)</sup>に例示された時刻歴応答解析用の強震波形(日本海中部地震・修正津軽大橋記録、III種地盤用、継続時間: 49.96s)を $1.375 \sim 1.75$  ( $= \alpha_a$ ) 倍に増幅して用いた。

なお、 $\eta_v = 約1$ の柱の静的単調解析も行ったが、崩壊パターンが変化する限界の水平変位は、ひずみ硬化の影響で、動的解析の変位応答の範囲内には現れなかった。

(1) 水平復元力 $H$ -水平変位 $\delta$ 曲線

柱S4に代表させて、 $H$ - $\delta$ 曲線を Fig.11 に示す。参考のために、1-DOFモデルの解析結果も図示している。

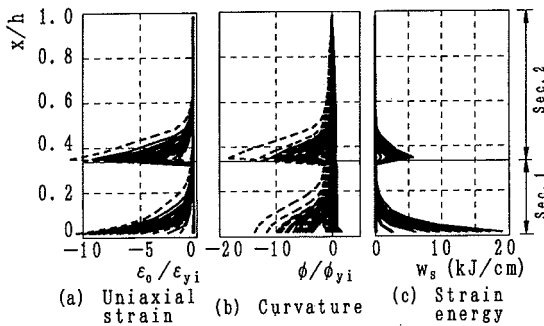


Fig.12 Distribution of strain and absorbed strain energy of column, S4-1.0-0.333( $E_t = E/100$ ,  $\bar{U}_{oz}$ : Modified Tsugaru Ohashi Wave III<sup>1)</sup>,  $\alpha_a = 1.5$ )

(2) 累積ひずみと履歴エネルギー吸収分担

つぎに、 $\eta_v = 1$ の柱の塑性変形状況を見るため、水平変位 $\delta$ の反転時において、軸ひずみ $\epsilon_o$ 、曲率 $\phi$ 、ならびに、単位長さ当りのひずみエネルギー量 $w_s$  (kJ/cm)の部材軸方向の分布性状を調べた。

柱S4-1.0の結果をFig.12に示す。ここで、断面Sec.  $i$ の $\epsilon_{oi}$ と $\phi_{i}$ は、降伏ひずみ $\epsilon_{yi}$  ( $=\sigma_{yi}/E$ )と降伏曲率 $\phi_{yi}$  ( $=2\epsilon_{yi}/(D_i+t_{ri})$ )で無次元表示している。

この図から、この柱では、上下断面で同程度のひずみが累積していることがわかる。しかし、累積ひずみの大きさから見て、上断面のエネルギー吸収分担が小さい。

この点を分析するため、上下断面の履歴エネルギー吸収分担 $W_{si}$ と変位 $\delta$ との関係をFig.13に示す。

この図からわかるように、上下断面の $W_{si}$ は正負両方向への変形ごとに増加しているが、上断面の $W_{s2}$ に比べて、下断面の $W_{s1}$ の増加率が非常に大きい。

この原因として、上下断面の塑性変形履歴の差異をあげられるが、全塑性の曲げモーメントや軸力（以下、抵抗断面力という）が上下断面で異なるため、同程度の塑性ひずみ発生に対して、蓄積されるひずみエネルギー量に差があることの影響が大きい。ちなみに、この柱では、下断面の抵抗断面力が上断面よりも約1.36倍大きい。

これまでのところ、このような抵抗断面力差に起因した構成断面ごとのエネルギー吸収分担特性は、とくに指摘されていない<sup>1), 4), 5)</sup>。しかし、これは、変断面柱の断面構成を耐震面から検討するにあたって、最初に考慮すべき事項であると考えられる（(4)参照）。

(3) 降伏荷重比による変位、ひずみ、および、履歴エネルギー吸収分担の変動

柱S4-1.0の各種エネルギー（式(9)参照）の時刻歴応答をFig.14に示す。

この図から、柱の履歴エネルギー吸収量 $W_s$ は階段上に増加し、塑性変形はある特定の時間内（たとえば、 $t=8 \sim 9s$ ,  $22 \sim 25s$ ）に大きく進行していることがわかる。

そこで、図中▼印で示した $t=20, 30, 45$ および $49.8s$

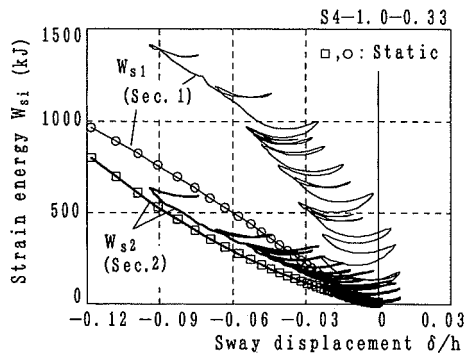


Fig.13 Relationships between absorbed strain energy and sway displacement ( $E_t = E/100$ ,  $\bar{U}_{oz}$ : Modified Tsugaru Ohashi Wave III<sup>1)</sup>,  $\alpha_a = 1.5$ )

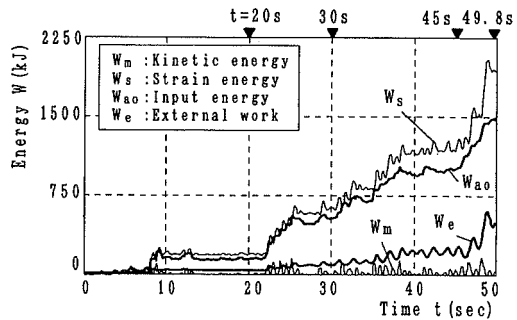


Fig.14 Energy response of column, S4-1.0-0.333 ( $E_t = E/100$ ,  $\bar{U}_{oz}$ : Modified Tsugaru Ohashi Wave III<sup>1)</sup>,  $\alpha_a = 1.5$ )

に代表させ、変位 $u$ と $\delta$ 、柱基部・断面変化点付近のひずみ $\epsilon_{oi}$ と $\phi_i$ 、および、柱の履歴エネルギー吸収量 $W_s$ について、それらの時刻までの最大応答値を調べた。

降伏荷重比 $\eta_v$ をパラメータとして、柱S3とS5の変位とひずみに関する結果をFig.15(a)~(d)に示す。また、柱S3~S5について、上断面の履歴エネルギー吸収分担率 $W_{s2}/W_s$ の変動を同図(e)にまとめる。同図には、 $t \leq 5s$ の範囲の最大弾性応答値（太実線）と静的単調解析から求めた最大耐力点での分担率（太破線）も示す。

これらの図から、以下のことを考察できる。

a) 柱頭部の変位応答（同図(a), (b)）

$\eta_v < 1$ の範囲では、塑性変形が比較的小さい $t \leq 30s$ の段階で、 $\eta_v \geq 1$ のときよりも鉛直変位 $u$ が大きく現れ、柱S5では顕著になっている。これは、崩壊パターンによる鉛直剛体変位の差異に起因する（3.(1b)参照）。

ところが、 $t \leq 45$ および $49.8s$ となると、 $u, \delta$ ともに、 $\eta_v = 1$ のときの応答値が最も大きい。これは、上下断面の同時塑性化と変位増大による $P\delta$ 効果の影響で、柱の剛度低下が最終的に大きく現れたものと思われる。

b) 軸ひずみと曲率の応答（同図(c), (d)）

まず、 $\eta_v < 約0.75$ のときの上断面の軸ひずみ $\epsilon_o / \epsilon_y$ と曲率 $\phi / \phi_y$ は、 $\eta_v > 1.15$ の下断面のそれらより



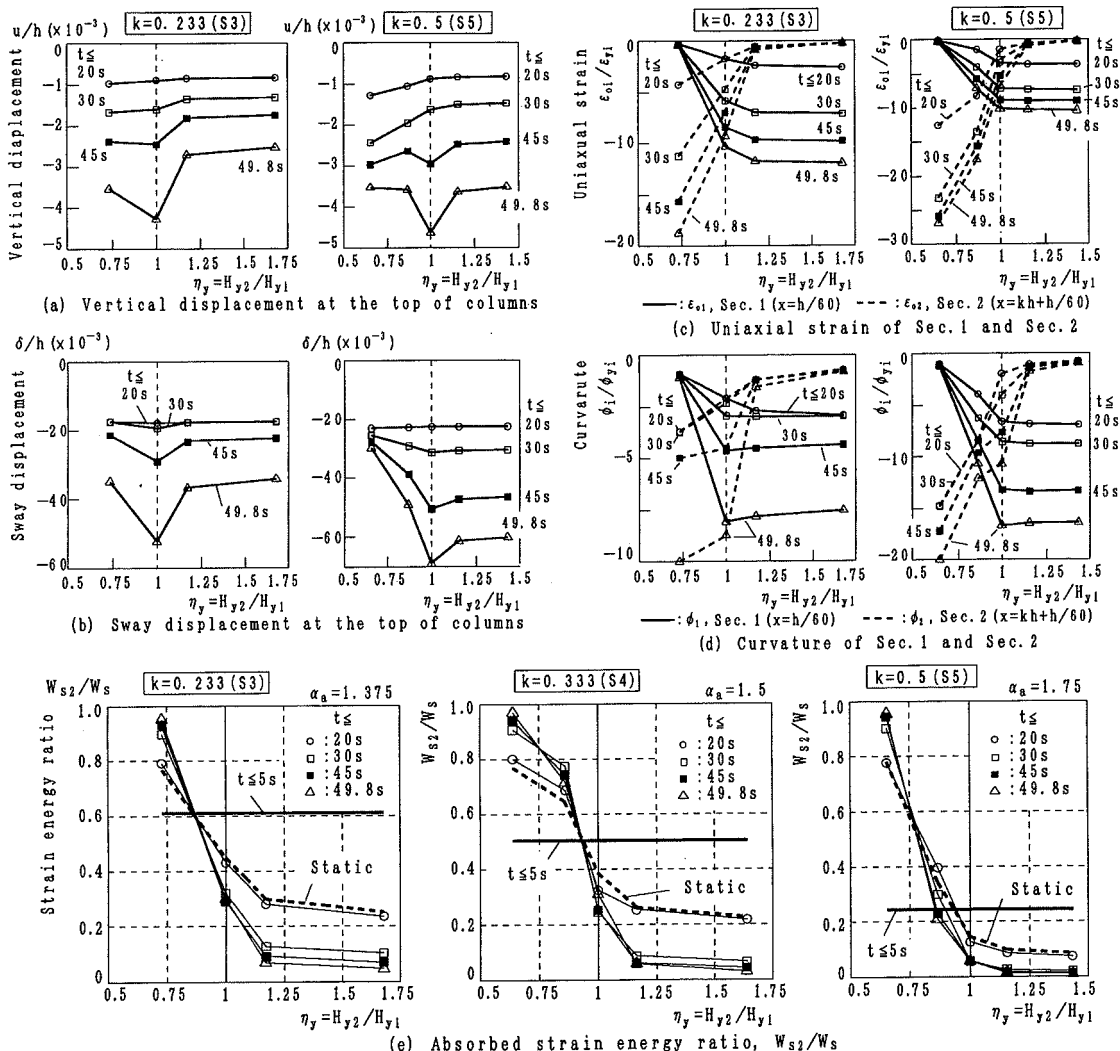


Fig.15 Variation of displacements, strain and absorbed strain energy ratio of columns, S3, S4 and S5, with yield load ratio,  $\eta_y$  ( $E t = E/100, \dot{U}_{a2} : \text{Modified Tsugaru Ohashi Wave III}^{(1)}$ )

も大きく現れ、上断面崩壊型の柱では累積ひずみが大きくなることわかる。とくに、曲率よりも軸ひずみの累積が大きく、その傾向は断面変化位置が柱上方であると顕著である。

また、 $\eta_y$  = 約0.8~1の範囲では、下断面の塑性化が上断面のひずみを大きく減少させている。

しかし、 $\eta_y \geq 1$ となると、下断面のひずみ変動は小さい。とくに、 $\eta_y = 1$ の付近では、上断面の塑性変形が下断面のそれに及ぼす影響は比較的小さい。

c) 上断面の履歴エネルギー吸収分担率 (同図(e)) 弾性応答 ( $t \leq 5s$ ) と弾塑性応答のときの上断面の分担率  $W_{s2}/W_s$  は大きく異なることがわかる。また、 $t \leq 20s$  のときの  $W_{s2}/W_s$  は、静的単調解析の結果と同程度である。

しかし、 $t \leq 30s$  となると、 $W_{s2}/W_s$  は、 $\eta_y \geq 1$  の範囲で大きく低下し、その後一定値に収束する傾向にある。

ちなみに、 $\eta_y = 1$  のときの最終的分担率  $W_{s2}/W_s$  は、柱 S3, S4 および S5 に対して、それぞれ約 30, 22 および 5% である。すなわち、断面変化点が柱上方にあるほど上断面の分担率は小さくなることわかる ((2)参照)。

さらに、 $\eta_y > 約1.15$  となると、 $\eta_y$  にかかわらず  $W_{s2}/W_s < 約0.1$  となる。このとき、累積ひずみ性状からみて、上断面はほぼ弾性範囲に留まっており、柱は下断面崩壊型になっていると判断できる。

#### (4) 崩壊パターンから見た部材断面の構成方法に関する考察

以上の結果から、変断面片持ち柱の崩壊パターンの主な特徴をまとめると、次のようになる。

1) 上断面崩壊型の柱：断面変化点付近の上断面で累積ひずみが大きくなる。その傾向は断面変化点が柱上方にあるほど顕著になる。

- 2)同時崩壊型の柱：上断面で累積するひずみは、上記1)よりかなり減少する。しかし、上下断面で抵抗断面力差があるために、上断面の履歴エネルギー吸収分担は小さく、断面変化点が柱上方にあると効率が悪い。また、この柱は上断面崩壊型に変化する可能性がある。
- 3)下断面崩壊型の柱：柱基部付近の下断面で、累積ひずみは上記2)より少し大きくなる程度である。

これらの結果から、累積ひずみは局部座屈発生の主要因になることを踏まえて<sup>4)</sup>、上下断面の履歴エネルギー吸収分担の効率を考えると、変断面片持ち柱の崩壊パターンとしては、上記3)の下断面崩壊型が耐震上有利である。その条件は、降伏荷重比 $\eta_y > 約1.15$ である。

これは、現行の部材設計法<sup>1)</sup>において、上断面の鋼種を1ランク上げること、断面変化位置を柱上方に移動させること等により、比較的容易に実現できると考える。

このような断面構成は、断面力の大きな箇所に配置した抵抗断面力・変形性能の大きな部材断面で塑性変形が進行するときの崩壊パターンに対応するものである。これは変断面部材からなる門形ラーメン等に対しても同様に考えられ、耐震面から断面構成を検討するには、強震時に予想される基本的な崩壊パターンを把握することが重要であると思われる。

以上のような断面構成の方法をより信頼性の高いものにするためには、鋼材の材料特性や部材断面の変形性能<sup>4)</sup>の影響について今後検討していく必要がある。

## 5. 結論

本研究は、水平地動を受ける変断面片持ち柱の動的弾塑性性状を数値解析によって明らかにしたものである。本文で得られた主な結論を以下にまとめる。

- 1)上断面崩壊型の柱では、鉛直・水平の連成振動が大きくなる傾向がある。これは、非弾性域で柱頭部の鉛直剛体変位が大きく現れること、および、鉛直集中質量と水平変位による一種の $P\delta$ 効果に起因する。
- 2)上下断面で塑性変形が進む同時崩壊型の柱は、主として水平変位増大による $P\delta$ 効果の影響で、上断面崩壊型の柱に変化する場合がある。

- 3)上断面崩壊型の柱では、下断面崩壊型の柱よりも、塑性変形に起因したひずみの累積が著しくなる。
- 4)同時崩壊型の柱では、上下断面の抵抗断面力に差があるため、累積ひずみに対応する上断面の履歴エネルギー吸収分担は小さい。
- 5)片持ち柱では下断面崩壊型が耐震上有利であり、断面構成の条件として、降伏荷重比 $\eta_y > 約1.15$ を示した。
- 6)変断面の門形ラーメン等に対しては、崩壊パターンを把握し、累積ひずみに対する構成断面ごとの履歴エネルギー吸収分担の効率という点から、断面構成を検討する必要がある。

## 謝 辞

本研究には平成5年度の大同工業大学・研究援助金の補助を受けたことを付記し、謝意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，II鋼橋編，および，V耐震設計編，1991年2月。
- 2) 酒造敏廣：繰り返し水平力を受ける鋼変断面片持ち柱の弾塑性挙動に関する研究，土木学会論文集，No.446/I-19，pp.127～136，1992年4月。
- 3) 酒造敏廣・事口寿男・西幸二：鋼変断面片持ち柱の弾塑性履歴性状に関する基礎的実験，構造工学論文集，土木学会，Vol.39A，pp.271～284，1993年3月。
- 4) 土木学会・鋼構造委員会：鋼構造物の弾塑性性状と耐震設計法，鋼構造動的極限性状研究小委員会，1993年8月。
- 5) 中島章典・倉西 茂：レベル2地震に対する鋼製橋脚の基本応答性状，構造工学論文集，Vol.40A，土木学会，pp.227～234，1994年3月。
- 6) Kuranishi, S. and Nakajima, A.: Dynamic Strength Characteristics of Axially Loaded Columns Subjected to Periodic Lateral Acceleration, Proc. of JSCE, No.341, pp.41-49, Jan. 1984.
- 7) Clough, R.W. and Penzien, J.: Dynamic Structures, McGraw-Hill, New York, N.Y., 1974.
- 8) Bathe, K.J.: Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, 1982.
- 9) 日本建築学会：建築構造力学の最近の発展—応力解析の考え方，1987年11月。

(1994.1.17 受付)

## ELASTO-PLASTIC DYNAMIC BEHAVIORS OF STEEL CANTILEVER COLUMNS WITH VARIABLE CROSS-SECTION SUBJECTED TO HORIZONTAL GROUND MOTION

Toshihiro MIKI

This paper studies the elasto-plastic dynamic behaviors of steel cantilever columns with variable cross-section subjected to horizontal earthquake ground motion. An analytical procedure based on the implicit time integration technique is developed for columns with multi-degrees of freedom. The numerical results aimed at the collapse patterns of columns indicate the coupled behaviors between sway and vertical vibration as well as change of collapse patterns due to  $P\delta$  effects. It is concluded from the efficiency of the absorbed strain energy corresponding to cumulative plastic strain every cross-section that the favorable collapse pattern from a point of seismic design view is to restrict the plastic deformation within the lower cross-section of columns.