

マイクロメカニクスに基づく連続体理論と変形の局所化現象の解析

奥井義昭*・堀井秀之**・秋山成興***

局所化現象はマイクロクラック等の微視構造要素間の相互干渉に起因している。局所化現象を再現しうる連続体理論を構築するためには、この相互干渉の効果を取り扱わなければならない。本論文は、著者らが発表した硬岩の静的破壊に対する連続体理論を硬岩のクリープおよび粒状体の変形に対して拡張したものである。理論では相互干渉効果に関する新たな場の変数と積分方程式が加えられている。

Key Words : micromechanics, localization of deformation, interaction effect of microcracks

1. はじめに

本論文は材料の巨視的な破壊時にみられる変形の局所化現象を再現するための連続体理論を提案する。ここで局所化現象とは、荷重の初期段階では変形が材料内に一様に分布しているが、荷重の増加と共に変形が材料内の狭い領域に次第に集中していく現象を指す。例えば岩石の圧縮荷重下での破壊を例にとると、巨視的な破壊様式は拘束圧に依存し、一軸圧縮またはごく小さな拘束圧下で発生する縦割れ破壊と、適当な大きさの拘束圧下で生じるせん断破壊に分類できる。縦割れ破壊のメカニズムは単一クラックの不安定な進展であり、最終的な破面は最大圧縮方向に平行に生じる。一方、せん断破壊は、最大圧縮軸方向に対し斜めの方向にマイクロクラックが局所化し、これが最終的な破面を形成する。局所化現象は材料の強度と密接関連することから現在まで多数の研究が行われている。

Hill and Hutchinson¹⁾らは塑性論に基づく理論的な研究を行い、解が一様な変形場から局所化した場へ分岐する条件を検討した。荷重の増加に伴い支配方程式が楕円形から双曲形もしくは放物形に変化するが、双曲形および放物形でのみ分岐が可能であることが示された。また、Rudnicki and Rice²⁾らは後続の降伏面における角点および非閉連流れ則が分岐解の存在条件に深く関係することを示した。しかし、これらの研究は構成則のどのような性質が局所化を誘起するのかと言う点は明らかにしたが、塑性論を用いているため局所化現象がなぜ生じるのか?といった実際の局所化現象の物理的なメカニズムは当然の事ながら明らかにされていない。

一方、上記のような研究の流れとは別に、局所化現象

のメカニズムを材料の微視構造から説明しようとした研究がある。Shi and Horii³⁾らは砂の非弾性変形を模擬した微視欠陥モデルの進展解析を行い、局所化のメカニズムは材料内の微視欠陥間の相互干渉であることを示した。しかし、実際の材料の挙動を考える場合、個々の微視欠陥を個別に考えることは不可能であり、連続体理論による取り扱いが必要不可欠となる。

そこで、本論文では相互干渉効果を取り込んだ連続体理論^{4),5)}の構築を試みた。提案する理論の構成関係は微視欠陥を含む材料の応力-ひずみ関係と微視欠陥の進展を規定する発展方程式より構成されるが、後者において相互干渉を考慮した。相互干渉を表す場の変数を導入し、それに関する積分方程式を誘導した。具体的な定式化は圧縮荷重下における硬岩の静的解析、同じくクリープ解析および砂などの粒状体の変形解析について行った。

2. 圧縮荷重下での硬岩の静的挙動に対する連続体理論

(1) 硬岩のマイクロクラック進展モデル

硬岩の非弾性挙動のメカニズムの把握を目的として、硬岩内部の微視的な欠陥の観察が多く研究者により行われている。特に、1970年代以降、走査型電子顕微鏡がこの種の観察で用いられ、欠陥の形状、長さ、密度、配向といった詳細な情報が報告されるようになった。Brace⁶⁾はWesterly graniteを観察し、荷重が載荷される以前から岩石内部に存在する初期欠陥のアスペクト比(長さ/幅)は小さいが、載荷後ではアスペクト比が増大すること、また荷重によって生じた高アスペクト比のクラックは単独で生じることは稀で、同一の結晶粒や他の鉱物(例えば雲母など)の結晶粒との粒界に多く発生する事を報告している。更に、Braceらは初期欠陥と荷重によって生じたクラックの配向に関する頻度分布を図示しており、

* 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設工学科 (〒338 埼玉県浦和市下大久保 255)

** 正会員 Ph.D 東京大学助教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 日本大学教授 生産工学部土木工学科

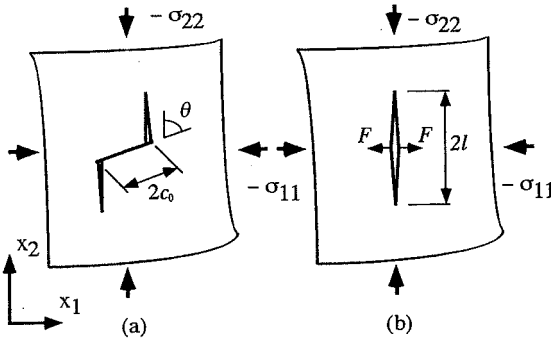


Fig. 1 Microdefects of rock under compression; (a)Original model, (b)Simplified model

これより初期欠陥の配向は等方的に分布しているが、荷重によって生じたクラックは最大圧縮主応力方向に、ほぼ平行に分布していることを明らかにした。同様な特徴は、同じく Westerly granite を観察した Hadley⁷⁾および珪岩を観察した Hallbauer⁸⁾らによっても報告されている。

以上のような硬岩内部のマイクロクラック進展のモデルとして Fig.1(a) に示すモデルが提案されている⁹⁾。このモデルは長さ $2c_0$ のクラック状の初期欠陥が圧縮荷重によって摩擦滑りを起こし、それによって引張クラックが発生している様子を表している。同図において、 $|\theta| \leq \pi/2$ は初期欠陥の配向を表し、最大圧縮主応力方向 (x_2 方向) からの角度である。

硬岩の非弾性挙動を記述するための連続体理論を定式化するためには、Fig.1(a) のモデルを多数含む媒体を均質化すれば良い訳であるが、このモデルの解は数値的にしか得られず、連続体理論を構築するためには適していない。そこで、(a) のモデルを更に簡略化した Fig.1(b) のモデルを考える⁹⁾。このモデルは、 x_2 軸方向に平行な長さ $2l$ の直線クラックで、初期欠陥の滑り変形の影響を表すため中央部に集中荷重 F を作用させている。集中荷重の大きさは、

$$F = 2c_0(-\tau^* + \mu\sigma^*) \sin \theta = -c_0(\lambda_1\sigma_{22} - \lambda_2\sigma_{11}) \quad (1)$$

によって与えられ、 τ^* 、 σ^* は初期欠陥上に作用するせん断力と垂直応力を表し、 λ_i は μ を初期欠陥上での摩擦係数として次式で計算される。

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \sin \theta \{ \sin 2\theta - \mu(1 - \cos 2\theta) \} \\ \lambda_2 &= \sin \theta \{ \sin 2\theta + \mu(1 + \cos 2\theta) \} \end{aligned} \quad \dots \dots (2)$$

以下ではこのモデルを用いて連続体理論の定式化を行う。

(2) 均質化による定式化

この節では Fig.1(b) のマイクロクラック進展モデルが内部に多数分布する弾性体を均質化する事により、連続体理論の支配方程式を導く。クラックを含む弾性体上

ではひずみテンソル ϵ 、変位ベクトル u などの量は欠陥の存在によって不連続となる。しかし、材料内のある点 x の近傍に体積要素 $V_c(x)$ を定義し、この体積要素上での平均量

$$\hat{\sigma}(x) = \frac{1}{V_c(x)} \int_{V_c} \sigma dV, \quad \hat{\epsilon}(x) = \frac{1}{V_c(x)} \int_{V_c} \epsilon dV \quad (3)$$

を考えれば、平均ひずみ $\hat{\epsilon}$ 、平均変位 \hat{u} などは全て連続量として取り扱える。以下ではこれらの平均量を用いて連続体理論を定式化する。

a) つり合い方程式、ひずみ-変位関係

まず、これらの平均量についても通常のつり合い方程式、ひずみ-変位関係が成立する。

$$\nabla \cdot \hat{\sigma} = 0 \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$\hat{\epsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \otimes \hat{u} + (\nabla \otimes \hat{u})^T) \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここで、“ \cdot ”、“ \otimes ” は各々 1 階の縮約およびテンソル積を表し ∇ は $(\nabla)_i \equiv \partial/\partial x_i$ である。

b) 応力-ひずみ関係

このとき平均応力と平均ひずみの関係より次式が成り立つ¹⁰⁾。

$$\hat{\sigma} = D^e : (\hat{\epsilon} - \hat{\epsilon}^*) \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$\hat{\epsilon}^* = \frac{1}{V_c} \int_S \frac{1}{2}([u] \otimes n + n \otimes [u]) ds \quad \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 D^e は弾性体の基質部分の弾性テンソル、 $\hat{\epsilon}^*$ はマイクロクラックの開口変位 $[u] = u^+ - u^-$ によって生じる平均ひずみを表す。また、 n はマイクロクラック表面での単位法線ベクトル、 S は V_c 中の全てのマイクロクラックの表面を表す。

クラックの進展を考えなければ問題は線形であり、式 (7) のひずみは平均応力によって次の形

$$\hat{\epsilon}^* = C^* : \hat{\sigma} \quad \dots \dots \dots (8)$$

で表されれば、応力-ひずみ関係は次式となる。

$$\hat{\sigma} = D^e : (I - H) : \hat{\epsilon} \quad \dots \dots \dots (9)$$

ここで、

$$H = (I + C^* : D^e)^{-1} : C^* : D^e \quad \dots \dots \dots (10)$$

であり、 I は 4 階の単位テンソルを表す。

結局、応力-ひずみ関係を定式化するためには、多数のマイクロクラックを含む弾性体においてクラックの開口変位を平均応力の関数として求め、式 (7) のひずみを式 (8) の形に表せば良い。しかし、クラック間には相互干渉効果が作用するため開口変位および C^* はクラックの密度、長さのみならず配置にも依存し、陽な形で応力-ひずみ関係を得ることは一般に困難である。したがって、ここではマイクロクラック間の相互干渉効果を無視することとする。この場合、平均応力が作用する無限弾性体に

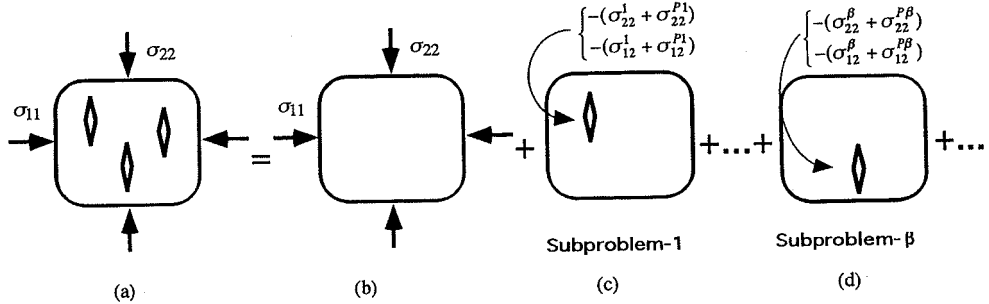


Fig. 2 Decomposition of the original problem into a homogeneous problem and subproblems

単一のマイクロクラック進展モデルを考え、式(7)の積分を計算し密度を乗ずれば良い。

今考えている2次元問題では、応力、ひずみをベクトル形 $\hat{\sigma} = \{\hat{\sigma}_{11}, \hat{\sigma}_{22}, \hat{\sigma}_{12}\}^T$, $\hat{\epsilon} = \{\hat{\epsilon}_{11}, \hat{\epsilon}_{22}, 2\hat{\epsilon}_{12}\}^T$ で置けば、 D^e, I, H 等は全て 3×3 のマトリクスに縮約される。Fig.1(b)のモデルについて開口変位を計算し、 H を求めると以下ようになる。

$$H_{1i} = \frac{2\rho l \{(\pi l + 2\lambda_2 c_0) D_{1i}^e + 2\lambda_1 c_0 D_{2i}^e\}}{E' + 2\rho l \{(\pi l + 2\lambda_2 c_0) D_{11}^e + 2\lambda_1 c_0 D_{21}^e\}}, \quad (i = 1, 2) \dots \dots \dots (11a)$$

$$H_{33} = \frac{2\rho l^2 \pi D_{33}^e}{E' + 2\rho l^2 \pi D_{33}^e}, \quad \text{他の成分 } H_{ij} = 0 \cdot (11b)$$

ここで、 ρ はマイクロクラックの密度(単位面積当たりの数)、 E' は平面ひずみ状態に対し $E' = E/(1-\nu)$ で E, ν は各々基質部分のヤング率、ポアソン比を表す。

c) 相互干渉の評価と発展方程式

この節では、荷重によってマイクロクラックがどのように進展するかを規定する発展方程式を導く。発展方程式の定式化においてマイクロクラック間の相互干渉を考慮した点が本理論の特徴と言える。既往の研究においては応力-ひずみ関係においては相互干渉を考慮するものの、発展方程式において相互干渉を無視する場合が多いが、そのような理論では局所化現象が表現できない。局所化現象を表現するためには、応力-ひずみ関係よりむしろ、どの部分のクラックが進展するかを規定する発展方程式において相互干渉を考慮することが重要である。以下ではまずマイクロクラックが離散的に分布する問題について pseudotraction 法を適用して相互干渉効果を評価する。その後、これを均質化してマイクロクラックが連続的に分布する場合について発展方程式を導く。

pseudotraction 法の基本的な考え方は、Fig.2(a)に示すような複数のマイクロクラックを含む弾性体に無限遠にて応力が作用する問題を、マイクロクラックは存在しないが同じ応力が作用する問題(b)と、各々単一のマイクロクラックを含む問題(c,d,...)に分解することである。いま、問題(d)に着目すると全ての問題を重ね合わせたときマイクロクラックの表面で表面力が0である条件を満足させるためには問題(b)での応力 $(\sigma_{22}^0, \sigma_{12}^0)$ と他の問題

で生じる応力 $(\sigma_{22}^{P\beta}, \sigma_{12}^{P\beta})$ を逆向きに作用させなければならない。したがって、クラック α に作用させる他のマイクロクラックによって生じる応力 $\sigma^{P\alpha} = \{\sigma_{11}^{P\alpha}, \sigma_{22}^{P\alpha}, \sigma_{12}^{P\alpha}\}^T$ は次式で与えられる。

$$\sigma^{P\alpha} = \gamma^{\alpha\beta} (\sigma^\beta + \sigma^{P\beta}), \quad (\alpha, \beta = 1, 2, \dots, \alpha \neq \beta) \quad (12)$$

ここで、 $\gamma^{\alpha\beta}$ はクラック β のみを含む問題においてクラック β に単位の表面力を作用させたときにクラック α の位置に生じる応力、 $\sigma^\beta = \{\sigma_{11}^\beta, \sigma_{22}^\beta, \sigma_{12}^\beta\}^T$ は問題(b)におけるクラック β の位置での応力を表す。 $\gamma^{\alpha\beta}$ の表示式は、単一のクラックを含む無限弾性体の応力場を弾性論を用いて解けば求められ、次式となる。

$$[\gamma_{ij}^{\alpha\beta}] = \frac{1}{2} \left(\frac{l_\beta}{d} \right)^2 \begin{bmatrix} b_1 a_1 & -b_2 a_1 & a_4 \\ b_1 a_2 & -b_2 a_2 & a_5 \\ b_1 a_3 & -b_2 a_3 & a_6 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (13)$$

ここで、

$$\begin{aligned} a_1 &= 2\cos 2\phi_{\alpha\beta} - \cos 4\phi_{\alpha\beta}, & b_1 &= 1 + 2\lambda_2 c_0 / \pi l_\beta \\ a_2 &= a_6 = \cos 4\phi_{\alpha\beta}, & b_2 &= 2\lambda_1 c_0 / \pi l_\beta \\ a_3 &= a_4 = \sin 2\phi_{\alpha\beta} - \sin 4\phi_{\alpha\beta} \\ a_5 &= \sin 2\phi_{\alpha\beta} + \sin 4\phi_{\alpha\beta} \end{aligned}$$

であり、式(13)の誘導において $l_\beta \ll d$ を仮定している。 $d, \phi_{\alpha\beta}, l_\beta$ についてはFig.3を参照されたい。

式(12)は離散的にマイクロクラックが存在するため、 $\beta, (\alpha \neq \beta)$ に関する和となっている。多数のマイクロクラックが密度 ρ で分布する場合、式(12)の右辺を積分によって評価すれば式(12)は次式となる。

$$\sigma^P(x) = \int_V \rho \gamma(x|\xi) \{\hat{\sigma}(\xi) + \sigma^P(\xi)\} d\xi \dots \dots (14)$$

ここで、 $\gamma(x|\xi)$ は式(13)の $\gamma_{ij}^{\alpha\beta}$ と同様な定義であるが、 $d, \phi_{\alpha\beta}$ を $d = \|x - \xi\|$ および $\phi = \tan^{-1}(x_2 - \xi_2) / (x_1 - \xi_1) + \pi/2$ のように変更したものであり、 $\|u\|$ はベクトル u のノルムを表す。また、 l_β は位置 ξ におけるクラック長 $l(\xi)$ で置き換える。結局、マイクロクラック間の相互干渉効果は σ^P によって評価され、 σ^P は式(14)を満足しなければならない。以下では σ^P をインターアクション・テンソル、式(14)をコンシステンシー式と呼ぶことにする。

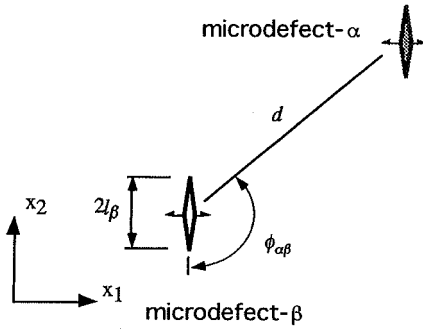


Fig. 3 Definition of d , $\phi_{\alpha\beta}$ and l_{β}

次に、発展方程式を考える。前述したようにクラックは最大圧縮主応力方向に進展するものとし、載荷過程においてクラック密度は一定と仮定する。クラックの進展条件は線形破壊力学に従い、クラック先端での応力拡大係数 K_I が破壊靱性値 K_c に達した際に進展するものとする。

$$\begin{cases} f = K_I - K_c = 0 & ; \quad \delta l \geq 0 \\ f = K_I - K_c < 0 & ; \quad \delta l = 0 \end{cases} \quad (15)$$

ここで、クラックの表面には平均応力とインターアクション・テンソルが作用するため、応力拡大係数は次式で与えられる。

$$K_I = \sqrt{\pi l} (\hat{\sigma}_{11} + \sigma_{11}^P) + \frac{c_0}{\sqrt{\pi l}} \{-\lambda_1 (\hat{\sigma}_{22} + \sigma_{22}^P) + \lambda_2 (\hat{\sigma}_{11} + \sigma_{11}^P)\} \quad (16)$$

上記の発展方程式 (15), (16) は、本来離散的に存在する微視欠陥について成立するものであるが、均質化によって微視欠陥は連続的に分布し、微視欠陥長 l は場の変数となっているため、発展方程式も材料内の全ての点で成立する場の方程式と考える。

結局、本連続体理論ではつり合い方程式 (4)、ひずみ-変位関係 (5)、応力-ひずみ関係 (9)、コンシステンシー式 (14)、発展方程式 (15) を満足する変位 \hat{u} 、ひずみ $\hat{\epsilon}$ 、応力 $\hat{\sigma}$ 、クラック長 l 、インターアクション・テンソル σ^P を求める問題に帰着される。また、 σ^P に関しては特に境界条件を必要としないことを付記する。

(3) 数値解析法および解析結果の概要

まず、発展方程式 (15) において厳密には不等式を判定して計算を行わなければならないが、簡略化のため常に $f(\hat{\sigma}, \sigma^P, l) = 0$ として計算を行った。このことは非可逆パラメータである l を可逆パラメータとし、非弾性問題を非線形の弾性問題にしたことに対応する。しかし、3章で述べるクリープ解析において、クラック長 l は減少せず増加を続けるため、これは妥当な簡略化と言える。

次に、以上の基礎方程式を有限要素法で離散化し、三角形要素を用いて変位は要素内線形、インターラクシ

ョン・テンソルおよびクラック長は要素内一定として近似した。仮想仕事の原理から、剛性方程式が得られるが剛性マトリクス K は l の非線形関数となる。また、コンシステンシー式の積分を数値的に評価すれば次の連立方程式が得られる。

$$K\hat{u} - \hat{q} = \mathbf{0} \quad (17a)$$

$$(\mathbf{I} - \Gamma)\hat{\sigma}^P - \Lambda\hat{u} = \mathbf{0} \quad (17b)$$

$$f(\hat{u}, \hat{l}, \hat{\sigma}^P) = \mathbf{0} \quad (17c)$$

ここで、 $\hat{\cdot}$ は離散化された量を表し、(a) 式は剛性方程式、(b) はコンシステンシー式、(c) は発展方程式を表す。 N, M を給接点数、総要素数とすると、 Γ, Λ は各々 $3M \times 3M, 3M \times 2N$ のマトリクスであり、次式で表される。

$$\Gamma = \sum_{i,j}^{M,M} \hat{\gamma}^{ij} = \sum_{i,j}^{M,M} \int_{V_j} \rho \gamma(\hat{x}^i | \xi) d\xi \quad (18a)$$

$$\Lambda = \sum_{i,j}^{M,M} \hat{\gamma}^{ij} S^j \quad (18b)$$

ただし、 V_j と \hat{x}^i は各々要素 j 面積と要素 i の重心を表し、 S^j は要素 j の応力マトリクスを示す。以上の非線形方程式を Newton-Raphson 法を用いて解を求めた。

以上の解析法によって得られる計算結果については文献 5) に詳しいが、次章で述べるクリープ解析を説明する上で必要となるため、概説する。荷重がゼロの状態から漸次増加させて解を求めると、載荷の初期段階ではひずみ、クラック長とも解析領域内ではほぼ一様に分布する状態が得られる。更に荷重を増加させると、分岐点が存在し解の多価性を生じる。基本経路上では分岐点以後も荷重を増加に伴いマイクロクラックが進展するが、分岐経路上では軸圧縮荷重が減少し解析領域内のある要素においてのみクラック長が増加する軟化挙動を示す。この分岐荷重は拘束圧の増加に伴い増加し、分岐後の変形モードは拘束圧が低い領域では最大圧縮主応力方向に局所化し、拘束圧が基準応力 $\sigma_0 = K_c / \sqrt{\pi c_0}$ の約 10% 以上の場合では最大圧縮主応力方向に対し斜めの方向に局所化する。なお、これらの傾向は実際の岩石の短期の破壊試験で観察される縦割れ破壊、せん断破壊などの傾向と一致している。

3. 硬岩のクリープ解析

Kranz^{12),13)} は一定圧縮応力下における花崗岩のクリープ試験を行い、載荷応力と破壊時間の関係、拘束圧の影響などを調べた。また、クリープ試験中の複数の段階において、走査電子顕微鏡を用いて供試体内のクラックの長さ、アスペクト比、配向、密度等を観察している。Kranz によれば、クリープ試験時において時間の経過と共にクラックの平均長が増加し、クリープ変形時の非弾性挙動はクラック発生、進展に起因することが確認されている。さらに、無載荷時の供試体内の初期欠陥の配向は等方的

に分布しているが、クリープ変形時に生じたクラックの配向は最大圧縮主応力方向にほぼ平行であることが報告されている。このことは、クリープ破壊時においても静的破壊と同様にマイクロクラックの進展が支配的メカニズムであることを示唆している。したがって、以下の解析では硬岩のクリープ解析においてもマイクロクラックの進展モデルとして Fig.1 (b) に示すモデルを用いることにする。この場合、発展方程式を除く支配方程式は2章で示したものと同一であり、以下では発展方程式についてのみ述べることにする。

(1) クリープ変形時の発展方程式

一定応力下の脆性材料内においてクラック先端での応力拡大係数が破壊靱性値以下でも、クラックが時間と共に非常にゆっくりとした速度で進展することが知られている。この現象は時間依存型クラック進展 (subcritical crack growth) または静的疲労 (static fatigue) と呼ばれ、この時のクラック進展速度は化学的な環境 (例えば温度, pH, 湿度など) に依存し、そのメカニズムは応力腐食割れが有力視されている。

Atkinson¹⁴⁾は多数の岩石について2重ねしれ試験片を用いたクラック進展速度試験を実施し、クラックの進展速度 dl/dt とモード I での応力拡大係数 K_I の関係を図示している。これより、クラックの進展速度と応力拡大係数の間には、次のべき乗則が成立することを示した。

$$\frac{dl}{dt} = A(K_I)^n \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 A, n は温度、湿度などの化学的な試験条件に依存する定数である。クラックの進展速度の単位を [m/s]、応力拡大係数の単位を [MPa m^{1/2}] とした場合、室温、湿潤条件の基での花崗岩 (Westerly granite) では n は 30-46 の範囲をとる。一方、係数 A はバラツキが大きく 10^{-3} - 10^{-12} の範囲をとることが報告されている。

以下では、式(15)の代わりにクリープ変形時のマイクロクラックの発展方程式として式(19)を用いて計算を行うことにする。したがって、クリープ解析において問題はつり合い方程式、ひずみ-変位関係、応力-ひずみ関係、コンシステンシー式、クリープ変形時発展方程式を満足する初期値境界値問題に帰着される。

(2) 数値解析法

まず、載荷開始直後の短期の挙動については、2章で説明した発展方程式 $K_I = K_c$ を用いて解析を行う。次に、クリープ変形時の時間依存の挙動については、上記の計算結果を初期値とし、発展方程式(19)を用いてオイラー法により時間積分を行い各時刻における解を求めた。ある時刻 t の Δt 時間後のクラック長の増分 Δl を式(19)から

$$\Delta l = A(K_I)^n \Delta t \dots\dots\dots (20)$$

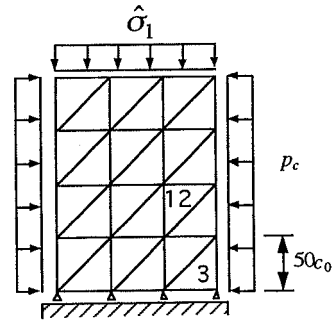


Fig. 4 Finite element mesh for creep test of rocks

Table 1 Model parameters used in numerical calculation for creep test of Barre granite

Young's modulus	$E = 57 \text{ GPa}$
Poisson's ratio	$\nu = 0.32$
Fracture toughness	$K_c = 1.0 \text{ MPa m}^{1/2}$
Initial defect length	$c_0 = 9 \text{ }\mu\text{m}$
Normalized crack density	$\rho c_0^2 = 0.32$
Initial defect angle	$\theta = 45 \text{ deg.}$
Coefficient of friction	$\mu = 0.3$
Subcritical crack index	$n = 30$
Coefficient A in Eq.(19)	$A = 10^{-7}, 10^{-6}, 10^{-5} 10^{-4}$

と与えられる。この時、 K_I は式(16)を用いて評価することにより、その要素の応力とインターアクション・テンソルによって表され、他の位置に存在するマイクロクラックの影響を考慮していることになる。式(19)を用いて全ての要素のクラック長を更新した後、剛性方程式(17-a)を解いて Δt 時間後の変位、ひずみ、応力を求める。最後に、コンシステンシーを離散化した次式

$$(I - \Gamma)\bar{\sigma}^P = \Gamma\bar{\sigma} \dots\dots\dots (21)$$

を解いてインターアクション・テンソル $\bar{\sigma}^P$ を求める。ここで、 I は $3M \times 3M$ の単位マトリクス、 M は要素の全数を表す。

この段階で全ての変数が時刻 $t + \Delta t$ における値に更新されたことになり、以上の手順を繰り返すことにより全ての変数が時間の関数として求まる。

(3) 解析結果および考察

数値解析結果の一例として Kranz の行った Barre granite のクリープ試験の再現を試みた。メッシュ分割を Fig.4 に、入力データを Table 1 に示す。この表において、ヤング率、ポアソン比、初期欠陥長は文献¹²⁾より、Barre granite に対して行われた試験結果および走査電子顕微鏡を用いた観察から得られた値である。また、破壊靱性値については文献¹⁴⁾より 0.74 - $1.5 \text{ MPa m}^{1/2}$ の範囲にあることが報告されているため、Table 1 に示す値を用いた。

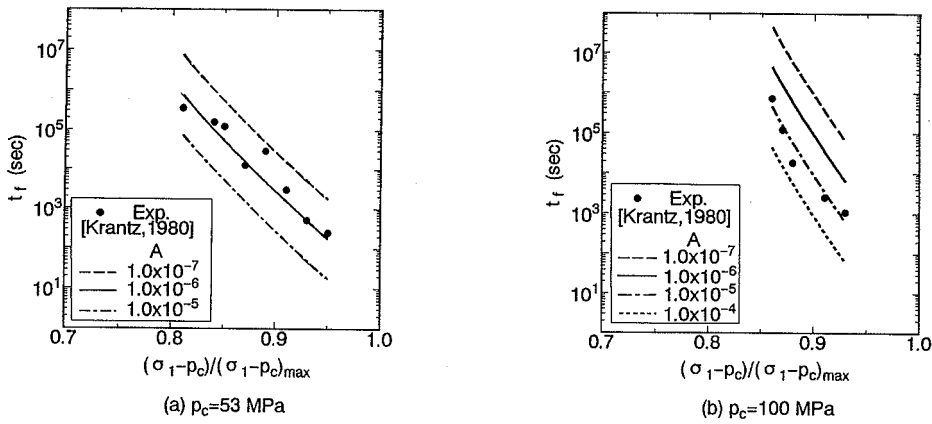


Fig. 6 Failure time vs normalized stress difference at confining pressures (a) $p_c = 53$ and (b) 100 MPa for Barre granite

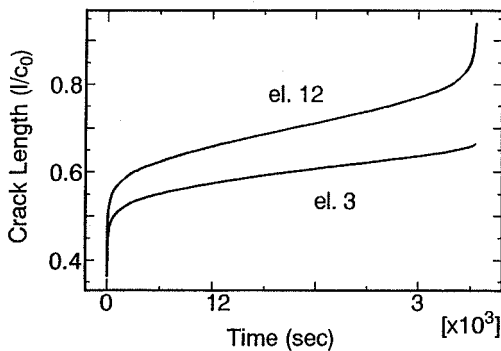


Fig. 5 Evolution of normalized crack length as a function of time for $A = 10^{-6}$, $(\hat{\sigma}_1 - p_c) / (\hat{\sigma}_1 - p_c)_{max} = 0.91$

一方、クラック密度、摩擦係数は既に公表されている論文から見出すことが出来なかったため、計算より得られた短期の破壊強度(分岐荷重)を実際の試験結果¹²⁾に合わせるように決定した。

Fig.5 に時間の経過に伴う無次元化したクラック長の進展の様子を示す。同図は拘束圧 $p_c = 100$ MPa、クリープ試験時の軸差応力 $(\hat{\sigma}_1 - p_c)$ を同じ拘束圧の短期の破壊試験で得られた最大軸差応力 $(\hat{\sigma}_1 - p_c)_{max}$ で無次元化した軸差応力比が 0.91 の場合の結果である。载荷直後では、クラックが急激に進展し(1次クリープ)、その後クラックの進展速度が減少する2次クリープへと遷移する。2次クリープの段階で既に供試体内のクラック長が一樣でなくなり、更にクラックが進展すると、ある部分のクラックのみが急激に進展し、ついにはクラックが不安定に進展する3次クリープとなる。このように、クリープによって最終的に生じる巨視的な破壊は、本解析ではクラックの不安定な進展として予測される。

上記のような硬岩のクリープ変形時の挙動は、次のようなメカニズムで説明出来る。まず、1次クリープから2

次クリープへの遷移は、载荷直後においてクラック先端の応力拡大係数はその最大値である破壊靱性値に等しく、式(19)で計算されるクラックの進展速度も最大値となる。その後、一定荷重下でクラックが進展すると Fig.1(b) のモデルでは応力拡大係数が低下し、それに伴いクラックの進展速度が減少し2次クリープへと移行する。更にクラックが進展するとクラック間の相互干渉効果が増大し、供試体内部のある部分のクラックの進展が加速され、最終的な3次クリープへと移行する。

最後に、クラックの不安定な進展を巨視的なクリープ破壊とみなし、軸差応力比と破壊時間 t_f の関係をプロットした結果を Fig.6 に示す。(a) は拘束圧が 53 MPa の場合、(b) は 100 MPa の結果であり、●が実験結果、曲線が解析結果を表す。拘束圧が 53 MPa の場合、式(19)の係数 A が 10^{-6} の時の計算結果が実験結果との相関が最も良い。しかし、更に拘束圧を上昇させた 100 MPa のケースでは、解析結果のうち実験結果と最も相関の良いのは $A = 10^{-5}$ のケースとなる。理論モデルを提案する観点からは、拘束圧の全ての範囲で同じ係数 A の値によって実験結果が整理されることが好ましいが、今回の計算結果ではこの様になっていない。係数 A が本質的に拘束圧に依存するとも考えられるが、拘束圧のもとのクラック進展速度試験の結果は既往の文献より発見することが出来ず、この原因は不明である。しかし、軸差応力比-破壊時間曲線の勾配は解析結果によって良く表されているものとする。

4. マイクロスリップモデルに基づく連続体理論

(1) マイクロスリップモデル

砂の変形の局所化を検討する目的でマイクロスリップモデルが提案されている³⁾。この節ではマイクロスリップモデルを用いて連続体理論を定式化し、粒状体への適用

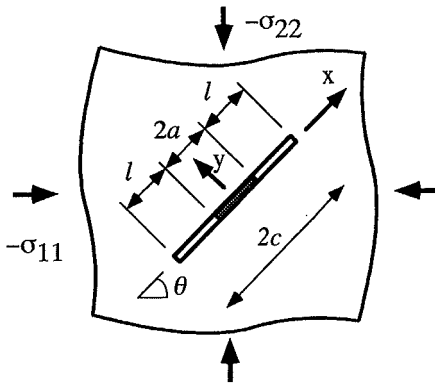


Fig. 7 Microslip model

を検討する。

粒状体の非弾性変形は粒子間の相対的な滑りに起因するが、マイクロスリップモデル (Fig.7) は粒子数個ないしは数十個の集合体の滑り変形をモデル化したものである。マイクロスリップはクラック状のスリットで、上下面は圧縮応力によって接触し、相対的な摩擦滑りを生じる。摩擦滑りの条件は長さ $2a$ の初期欠陥上と、長さ l のスリップゾーンの 2 つの部分で異なり、次式で表されるものとする。

$$\sigma_{xy} = (\sigma_{yy} + \sigma_d) \tan \phi_0, (|x| < a) \dots\dots\dots (22a)$$

$$\sigma_{xy} = (\sigma_{yy} + \sigma_d) \tan \phi_c, (a < |x| < c) \dots\dots\dots (22b)$$

ここで、 σ_{xy} , σ_{yy} は各々、マイクロスリップ表面に作用するせん断応力、垂直応力であり、初期欠陥上の摩擦角はスリップゾーン上より若干小さいものとする ($\phi_c > \phi_0$)。

また、砂の変形特性としてダイラタンシーが生じるが、微視的には粒子間の滑り変形に伴う粒子の回転、再配置によって生じるものと考えられる。この効果を表すため、式 (22) においてダイラタンシー応力 σ_d をマイクロスリップ表面に作用させる。この応力はマイクロスリップ表面を押し開く方向に作用し、大きさは初期欠陥の長さによって次式で表されるものとする。

$$\sigma_d = -\alpha_d \sigma_0 (c/a - 1)^m \dots\dots\dots (23)$$

ここで、 α_d , m は定数、 σ_0 は基準応力であり、以下の計算では拘束圧を用いる。

(2) 定式化

硬岩の際の定式化と同様に、前節で説明したマイクロスリップモデルが弾性体内に分布する場合を考え、連続体理論を定式化する。このとき、マイクロスリップの配向については、最大圧縮応力方向に対し 2 つの方向 $\theta = \pm(\pi/4 + \phi_c/2)$ に向いているものと仮定し、各々、系 I, II と呼ぶことにする。また、マイクロスリップは双方の

系とも密度 (単位面積当たりのマイクロスリップの数) ρ で分布しているものとする。

a) 応力-ひずみ関係

まず、式 (6) で定義される非弾性ひずみを計算する。その際、硬岩の場合と同様に、マイクロスリップ間の相互干渉効果は無視する。この場合、マイクロスリップの開口変位は平均応力によるものとダイラタンシー応力によるものとに分離出来るので、 $\hat{\epsilon}^*$ は次の形に表される。

$$\hat{\epsilon}^* = C^* : \hat{\sigma} + \hat{\epsilon}^{**} \dots\dots\dots (24)$$

上式で $\hat{\sigma}$ は平均応力、 $\hat{\epsilon}^{**}$ はダイラタンシー応力による平均ひずみであり、陽な形では平均応力に依存しない。

式 (24) を式 (6) に代入すると、次の応力-ひずみ関係が得られる。

$$\hat{\sigma} = D^{ep} : \hat{\epsilon} + \hat{\sigma}^* \dots\dots\dots (25)$$

ここで、

$$D^{ep} = (I + D^e : C^*)^{-1} : D^e \dots\dots\dots (26a)$$

$$\hat{\sigma}^* = -D^{ep} : \hat{\epsilon}^{**} \dots\dots\dots (26b)$$

応力-ひずみ関係式 (25) は一般的な 3 次元問題に関するものであるが、以下ではマイクロスリップが存在する 2 次元弾性体について、具体的に C^* , $\hat{\epsilon}^{**}$ の表示式を求める。硬岩の場合と同様に、以下では応力、ひずみをベクトル形 $\hat{\sigma} = \{\hat{\sigma}_{11}, \hat{\sigma}_{22}, \hat{\sigma}_{12}\}^T$, $\hat{\epsilon} = \{\hat{\epsilon}_{11}, \hat{\epsilon}_{22}, 2\hat{\epsilon}_{12}\}^T$ で表す。今の問題では、マイクロスリップによって生じる全体座標系 (x_1, x_2) におけるひずみ成分 $\hat{\epsilon}^*$ は系 I のマイクロスリップによる局所座標系でのひずみ成分 $\hat{\epsilon}^{*I}$ と系 II のひずみ成分 $\hat{\epsilon}^{*II}$ の 2 つより表される。したがって、 $\hat{\epsilon}^*$ は 2 つの系のひずみ成分を座標変換し、加え合わせることにより求められる。

$$\hat{\epsilon}^* = R^T(\theta_I) \hat{\epsilon}^{*I} + R^T(\theta_{II}) \hat{\epsilon}^{*II} \dots\dots\dots (27)$$

ここで、 $\hat{\epsilon}^{*\alpha} = \{\hat{\epsilon}_{xx}^{\alpha}, \hat{\epsilon}_{yy}^{\alpha}, 2\hat{\epsilon}_{xy}^{\alpha}\}^T$, ($\alpha = I, II$) であり、 R は座標変換マトリクスで $\theta_I = -\theta_{II} = \pi/4 - \phi_c/2$ である。

一方、局所座標系 (x^α, y^α), ($\alpha = I, II$) における系 α の応力成分を $\hat{\sigma}^\alpha = \{\hat{\sigma}_{xx}^\alpha, \hat{\sigma}_{yy}^\alpha, \hat{\sigma}_{xy}^\alpha\}^T$ で表せば、 $\hat{\epsilon}^{*\alpha}$ は式 (24) と同様な形

$$\hat{\epsilon}^{*\alpha} = C^{*(\alpha)} \hat{\sigma}^{(\alpha)} + \hat{\epsilon}^{**\alpha}, (\alpha = I, II) \dots\dots\dots (28)$$

で表される。ここで、() 内の指標については和を取らない。式 (28) の C^* および $\hat{\epsilon}^{**\alpha}$ は無限弾性体に単一のマイクロスリップが存在する弾性論の問題を解いて、変位のジャンプ量を求め式 (5) を計算すれば得られる。具体的には系 I に関しては

$$C_{32}^{*I} = -\frac{2\rho}{E'} \{ \pi c_I^2 \tan \phi_c - 4ac_I (\tan \phi_c - \tan \phi_0) \}$$

$$C_{33}^{*I} = \frac{2\rho}{E'} \pi c_I^2$$

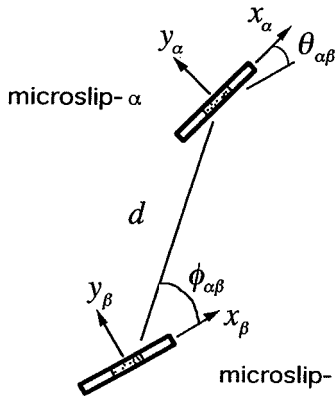


Fig. 8 Discrete system of two microslips

$$\{\omega_i^{\alpha\beta}\} = \frac{1}{2} \left(\frac{c_\beta}{d} \right)^2 \begin{Bmatrix} e_1 + ba_1 \\ e_2 - ba_2 \\ e_3 - ba_3 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (33)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \sin(4\phi_{\alpha\beta} - 2\theta_{\alpha\beta}) + \sin 2\phi_{\alpha\beta} \\ a_2 &= \sin(4\phi_{\alpha\beta} - 2\theta_{\alpha\beta}) - \sin 2\phi_{\alpha\beta} \\ a_3 &= \cos(4\phi_{\alpha\beta} - 2\theta_{\alpha\beta}) \\ e_1 &= -\cos(4\phi_{\alpha\beta} - 2\theta_{\alpha\beta}) + \cos(2\phi_{\alpha\beta} - 2\theta_{\alpha\beta}) \\ &\quad - \cos 2\phi_{\alpha\beta} \\ e_2 &= \cos(4\phi_{\alpha\beta} - 2\theta_{\alpha\beta}) - \cos(2\phi_{\alpha\beta} - 2\theta_{\alpha\beta}) - \sin 2\phi_{\alpha\beta} \\ e_3 &= -\sin(4\phi_{\alpha\beta} - 2\theta_{\alpha\beta}) + \sin(2\phi_{\alpha\beta} - 2\theta_{\alpha\beta}) \\ b &= \tan \phi_c - \frac{4a}{\pi c_\beta} (\tan \phi_c - \tan \phi_0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\epsilon}_{yy}^{**I} &= -\frac{2\rho}{E'} \pi c_I^2 \sigma_d^I \\ \hat{\epsilon}_{xy}^{**I} &= -\frac{2\rho}{E'} \{ \pi c_I^2 - 4ac_I (\tan \phi_c - \tan \phi_0) \} \sigma_d^I \end{aligned}$$

一方、系 II については、

$$\begin{aligned} C_{32}^{**II} &= \frac{2\rho}{E'} \{ \pi c_{II}^2 \tan \phi_c - 4ac_{II} (\tan \phi_c - \tan \phi_0) \} \\ C_{33}^{**II} &= \frac{2\rho}{E'} \pi c_{II}^2 \\ \hat{\epsilon}_{yy}^{**II} &= -\frac{2\rho}{E'} \pi c_{II}^2 \sigma_d^{II} \\ \hat{\epsilon}_{xy}^{**II} &= \frac{2\rho}{E'} \{ \pi c_{II}^2 - 4ac_{II} (\tan \phi_c - \tan \phi_0) \} \sigma_d^{II} \end{aligned}$$

となり、他の成分は全て 0 である。上式で c_α ($\alpha = I, II$) は系 α のマイクロスリップ長、 σ_d^α はダイラタンシー応力であり、式 (22) において c の代わりに c_α を代入する。

結局、局所座標系における応力成分は全体座標系の応力成分によって、次式

$$\hat{\sigma}^\alpha = \mathbf{R}(\theta_\alpha) \hat{\sigma} \dots\dots\dots (29)$$

によって表されるので、式 (28) を式 (27) に代入すれば C^* と ϵ^{**} の表示式として次式を得る。

$$C^* = \mathbf{R}^T(\theta_\alpha) C^{*\alpha} \mathbf{R}(\theta_\alpha), \epsilon^{**} = \mathbf{R}^T(\theta_\alpha) \epsilon^{**\alpha} \dots (30)$$

b) コンシステンシー式

コンシステンシー式の定式化の考え方は硬岩の場合と同様であり、離散的なマイクロスリップ間の相互干渉を評価する pseudotraction 法を連続的に分布するマイクロスリップに拡張する。2つのマイクロスリップが離散的に分布する問題 (Fig.8 参照) に対するコンシステンシー式は次式で与えられる。

$$\sigma^{P\alpha} = \gamma^{\alpha\beta} \sigma^\beta + \omega^{\alpha\beta} \sigma_d^\beta \dots\dots\dots (31)$$

ここで $\sigma^\beta = \{\sigma_{xx}^\beta, \sigma_{yy}^\beta, \sigma_{xy}^\beta\}^T$, $\sigma^{P\alpha} = \{\sigma_{xx}^{P\alpha}, \sigma_{yy}^{P\alpha}, \sigma_{xy}^{P\alpha}\}^T$ であり、 $\gamma^{\alpha\beta}$, $\omega^{\alpha\beta}$ は、マイクロスリップ β のスリップ長を c_β とすると、次式で与えられる。

$$[\gamma_{ij}^{\alpha\beta}] = \frac{1}{2} \left(\frac{c_\beta}{d} \right)^2 \begin{Bmatrix} 0 & ba_1 & -a_1 \\ 0 & -ba_2 & a_2 \\ 0 & -ba_3 & a_3 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (32)$$

式 (31) において、マイクロスリップの総数が 2 つ以上の場合、添字 β に関して和を取るようになる。さらにマイクロスリップが連続的に分布する場合、全てのマイクロスリップの影響を積分で評価すれば次式を得る。

$$\sigma^{Pi}(\mathbf{x}) = \alpha_r \int_V \rho \{ \gamma^{ij}(\mathbf{x} | \xi) \hat{\sigma}^j(\xi) + \omega^{ij}(\mathbf{x} | \xi) \sigma_d^j(\xi) \} d\xi, \quad (i, j = I, II) \quad (34)$$

上式において、 $\gamma^{ij}(\mathbf{x} | \xi)$, $\omega^{ij}(\mathbf{x} | \xi)$ は式 (32), (33) と同様な定義であるが、内部の変数を以下のように変更したものである。

$$\begin{aligned} d &\rightarrow d = \|\mathbf{x} - \xi\|, \theta_{\beta\alpha} \rightarrow \theta_i - \theta_j \\ \phi_{\beta\alpha} &\rightarrow \phi = \tan^{-1} \frac{x_2 - \xi_2}{x_2 - \xi_2} - \theta_j, c_\beta \rightarrow c_j(\xi) \end{aligned}$$

ここで、 $c_\mu(\xi)$ は系 μ の位置 ξ におけるマイクロスリップ長を表し、 $i, j = I, II$ である。 α_r は相互干渉の効果を低減するために導入された係数である。式 (31) で評価される相互干渉効果は弾性体の変形によって生じるものであり粒状体の場合、ある位置での変形が他の位置に及ぼす相互干渉は粒状体の非弾性挙動によって伝達されるため、その効果は弾性体のそれに比べて小さいものと考えられる。この効果は本来式 (31) の導出の過程において考慮されるべきであるが、本論文では簡単のため低減係数 α_r を用いた。

c) マイクロスリップの発展方程式

硬岩の変形解析の場合と同様に、载荷によってマイクロスリップ長は増加するが、マイクロスリップの密度は変化しないものとする。また、マイクロスリップの進展に伴い応力-ひずみ関係は異方性を示し、特に系 I と II のマイクロスリップが等長で進展しない場合、局所的には応力の主軸の方向が変化する。したがって、厳密にはマイクロスリップの方向もマイクロスリップの進展に伴い変化させるべきである。しかし、以下の解析では簡単のため、マイクロスリップの方向は荷重の初期段階から変化しないものとする。

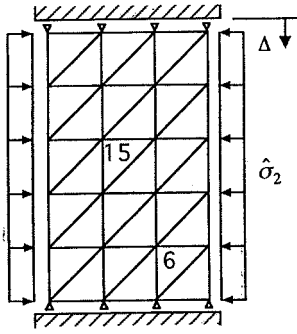


Fig. 9 Finite element mesh for granular materials

Table 2 Model parameters used in numerical calculation

Normalized Young's modulus	$E/\hat{\sigma}_2 = 500$
Poisson's ratio	$\nu = 0.2$
Normalized density	$\rho a^2 = 0.01$
Frictional angle of initial defect	$\phi_0 = 10 \text{ deg.}$
Frictional angle of slip zone	$\phi_c = 45 \text{ deg.}$
Dilatancy coefficient	$\alpha_d = 0.01$
Coeffisient in Eq.(24)	$m = 0.5$
Reduce coefficient	$\alpha_r = 0.1$

材料内のある点におけるマイクロスリップ長を規定するために、その点に1つのマイクロスリップを考える。このとき、系 α ($\alpha = I, II$) のマイクロスリップの先端におけるモードIIの応力拡大係数は、その点の応力とインターラクション・テンソルによって次式で与えられる。

$$K_{II} = \sqrt{\pi c_\alpha} \{ \hat{\sigma}_{xy} + \sigma_{xy}^{P\alpha} \mp (\hat{\sigma}_{yy} + \sigma_{yy}^{P\alpha} + \sigma_d^\alpha) \tan \phi_c \} \pm \frac{2a}{\sqrt{\pi c_\alpha}} (\hat{\sigma}_{yy} + \sigma_{yy}^{P\alpha} + \sigma_d^\alpha) (\tan \phi_c - \tan \phi_0) \quad (35)$$

上式において、複号は各々、系I, IIの場合を表し、 α に関して和をとらない。また応力拡大係数の評価において、初期欠陥上に作用する表面力の影響は集中力として評価している。マイクロスリップの先端では、スリップゾーンにおける非弾性変形によって応力が緩和され、応力の特異性が存在しないものと考えられる。そのため、 $K_{II} = 0$ の条件が必要となる。したがって、以下の計算ではこの式を若干書き直した次式

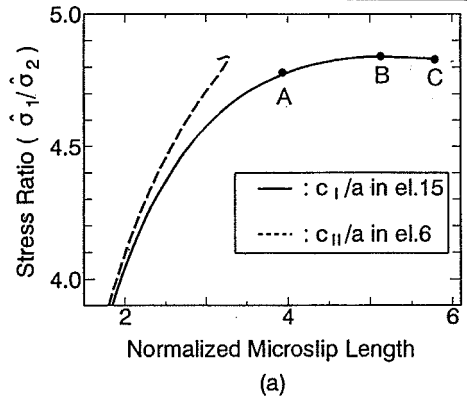
$$c_\alpha \{ \hat{\sigma}_{xy} + \sigma_{xy}^{P\alpha} \mp (\hat{\sigma}_{yy} + \sigma_{yy}^{P\alpha} + \sigma_d^\alpha) \tan \phi_c \} \pm \frac{2}{\pi} (\hat{\sigma}_{yy} + \sigma_{yy}^{P\alpha} + \sigma_d^\alpha) (\tan \phi_c - \tan \phi_0) = 0 \quad (36)$$

を発展則として用いる。上式において復号は各々系I, IIに関する発展則を表しており、 α に関して和をとらない。

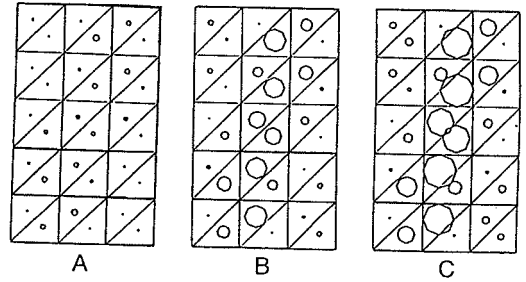
数値解析法については2章の場合とほぼ同じであるため省略し、次の節では解析結果を示す。

(3) 解析結果および考察

計算例として、Fig.9に示すメッシュ分割を用いて拘束圧一定のもとでの2軸圧縮試験の解析を行った。材料



(a)



(b)

Fig. 10 (a) Evolution of normalized microslip lengths; (b) Distributions of maximum shear strains

定数などの入力データは Table 2 に示す値を用いた。

無次元化されたマイクロスリップ長と応力比の関係を Fig.10(a) に示す。図中の実線は Fig.9 に示す要素15の系Iのスリップ長を、破線は要素6の系IIのスリップ長を表す。硬岩の場合と同様に、荷重の初期段階ではほぼ等長で進展していたマイクロスリップが、荷重の増加に伴いある要素のマイクロスリップの進展が加速される。そして最大応力比に達すると他の要素ではスリップ長が減少する。実際の現象では非可逆性からスリップ長が減少することは考えられない。厳密には、スリップ長は減少しないという条件 ($\Delta c_\alpha \geq 0$) 付きの非線形連立方程式を解くべきであるが、この計算では簡略化のためこれをしていない。そのため、せん断ひずみの減少に伴いスリップ長が減少する。図中のA,B,C点における最大せん断ひずみの分布図を Fig.10(b) に示す。同図において円の半径がせん断ひずみの大きさを表している。最大荷重以前の点Aの荷重段階では供試体の中央部にせん断ひずみがやや局所化するものの、せん断面の形成は明確では無い。最大荷重点Bに達すると斜めの方向にせん断ひずみが局所化し、軟化後の点Cではせん断面以外の部分でのせん断ひずみはあまり変化せず、せん断面に相当する要素においては急激にひずみが増大する。計算によって求められたせん断帯の角度は若干急であるが、これは入力デー

タにおいて大きな摩擦角を用いたためと考えられる。

5. おわりに

本論文は著者らが提案した硬岩の静的破壊に関する連続体理論を硬岩のクリープ破壊および粒状体の変形に対して拡張したものである。定式化においてはなるべく現象論的考察から導かれる性質を除外し、マイクロメカニクスに基づいて連続体理論を構築した。したがって、実用上の観点からは現象論に基づいた多くの改良が本理論には必要であると思われる。しかしながら、実用的な連続体理論の定式化においてもマイクロメカニクスから導かれる連続体理論の特質を考慮することは重要と考える。単に現象論的な考察からのみ理論を構築するとあまり本質的でない性質を連続体理論に導入する恐れがある。実際、既往の研究において、変形の局所化を数値解析において再現するため、ひずみ軟化型の構成関係を用い、併せて有限要素解の要素サイズ依存性を除去するために非局所理論を用いることが行われている。しかし、非局所性の力学的な意味および重み関数(本論文の影響係数、式(13)に対応)の形は任意であり、その正当性は単に最終的な数値解析結果のみから照査されている。これに対し、本理論も相互干渉を考慮することで、形式的には非局所型の構成関係となっているが、影響係数などの形は理論的に導かれている。

本理論によって、拘束圧の変化に伴う強度(分岐応力)の変化が計算可能であり、実際の岩石の強度と計算結果を比較する事は興味深い。また、クリープ破壊においては環境条件(温度、湿度など)が大きく影響することが知られているが、本理論によって環境条件の差異による破壊時間の変化を予測可能であるかを検討することが今後の課題として挙げられる。

参考文献

1) Hill, R. and Hutchinson, J. W. : Bifurcation phenomena in the plane tension test, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.23, pp.239-264, 1975.

2) Rudnicki, J. W. and Rice, J. R. : Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.23, pp.371-394, 1975.

3) Shi, Z.-H. and Horii, H. : Microslip model of strain localization in sand deformation, *Mech. Mater.*, Vol.8, pp.89-102, 1989.

4) 堀井秀之・奥井義昭・秋山成興 : 圧縮荷重下の脆性材料に関する連続体理論, *構造工学論文集*, Vol.38A, pp.351-359, 1992年.

5) Okui, Y., Horii, H. and Akiyama, N. : A continuum theory for solids containing microdefects, *Int. J. Engng. Sci.*, Vol.31, No.5, pp.735-749, 1993.

6) Sprunt, Eve S. and Brace, W. F. : Direct observation of microcavities in crystalline rocks, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, Vol.11, pp.139-150, 1974.

7) Hadley, K. : Comparison of calculated and observed crack densities and seismic velocities in Westerly granite, *J. Geophys. Res.*, Vol.81, No.20, pp.3484-3494, 1975.

8) Hallbauer, D. K., Wagner, H. and Cook, N. G. W. : Some observations concerning the microscopic and mechanical behaviour of quartzite specimens in stiff, tri-axial compression tests, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, Vol.10, pp.713-726, 1973.

9) Horii, H. and Nemat-Nasser, S. : Brittle failure in compression: splitting, faulting and brittle-ductile transition, *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, Vol.A, No.319, pp.337-374, 1986.

10) Horii, H. and Nemat-Nasser, S. : Overall moduli of solids with microcracks: load-induced anisotropy, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.31, No.2, pp.155-177, 1983.

11) Horii, H. and Nemat-Nasser, S. : Elastic fields of interacting inhomogeneities, *Int. J. Solids Structures*, Vol.21, No.7, pp.731-745, 1985.

12) Kranz, R. L. : The effects of confining pressure and stress difference on static fatigue of granite, *J. Geophys. Res.*, Vol.85, No.B4, pp.1854-1866, 1980.

13) Kranz, R. L. : Crack growth and development during creep of Barre granite, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, Vol.16, pp.23-35, 1979.

14) Atkinson, B. K. : Subcritical crack growth in geological materials, *J. Geophys. Res.*, Vol.89, No.B6, pp.4077-4114, 1984.

(1994.2.24 受付)

A MICROMECHANICS-BASED CONTINUUM THEORY AND ANALYSIS OF LOCALIZATION PHENOMENA

Yoshiaki OKUI, Hideyuki HORII and Narioki AKIYAMA

A continuum theory recently proposed by the authors is applied to creep failure of hard rocks and short-term failure of granular materials. The governing equations of the proposed theory are formulated through the homogenization of an elastic body with many microdefects. The constitutive relation of the present theory consists of the average stress-strain relation and the evolution equation of microdefects. The main feature of the theory is that the effect of interaction between microdefects is taken into account in the evolution equation. A new field variable is introduced to take into account the interaction effect and a governing equation for the new variable, which is an integral equation, is derived. Numerical results presented here confirm that the theory reproduces macroscopic failures induced by the localization of microdefects.