

# 特性曲線法に関する考察

瀬崎満弘\*・Ömer AYDAN\*\*・川本朧万\*\*\*

トンネル壁面の内圧と変位の関係を示す特性曲線について、右上がりの曲線を得るための理論解析法について考察した。トンネル周辺の岩盤が塑性化した場合に重力が作用すると仮定し、岩盤の強性特性が Tresca と Mohr-Coulomb の破壊規準に従うとし、変形特性として、ピークに達した直後に残留状態になるものとモデル化した。パラメトリクスタディを実施した結果、特性曲線が右上がりの部分を持つかどうかは、破壊後の内部摩擦角、一軸圧縮強度、粘着力、土被りが大きく影響することが明らかになった。

**Key Words** : tunnel, characteristic curve, continuum mechanics, gravity loading

## 1. はじめに

山岳トンネルの標準工法である NATM は、その基本原理が連続体力学に基づいて説明されることが多い。この工法の理論的な概念としては、静水圧応力状態下の弾塑性岩盤内に円形トンネルを掘削したとした場合の解析解が、しばしば使われてきた。Rabcewicz ら<sup>1)~4)</sup> は、この原則をいかに適用するかを示し、支保の設置時刻についての基本的な概念を説明している。また、Pacher は、Fenner の式に経験的、理論的にあまりはつきりしないゆるみ荷重という考え方を導入し、荷重が最も小さくなる最適変形量があるはずだとした。この関係をわかりやすくグラフに表し、最適変形量よりもわずかに小さい変形量になるように、地山の動きを管理することが NATM の原則だとした。この曲線がドイツ語圏では“Fenner-Pacher Curve”と、英語圏では“Characteristic curve”と呼ばれており、NATM の基本的な概念を説明するのに使われている<sup>5)</sup>。わが国では、当初フェナー・ハーパー曲線、あるいは地盤応答曲線と呼ばれていたが、最近では特性曲線に統一されてきた。この論文でも特性曲線と呼ぶこととする。

特性曲線は、支保反力が掘削によって初期応力から連続して減少し、極小点に到達後は、逆に支保反力が増加する右上がりの曲線で表される。この右上がりの部分は、トンネル周辺の岩盤特性が劣化するか、あるいは周辺岩盤がゆるむことが原因であると考えられていた。しかしながら、Rabcewicz や Pacher ともこのような曲線を得るための理論式を示さなかった。特性曲線の右上がりの部分は、落し戸の実験やトンネルのモデル実験で経験的に存在することが示されている<sup>6)~11)</sup>。Fig.1 に代表的な実

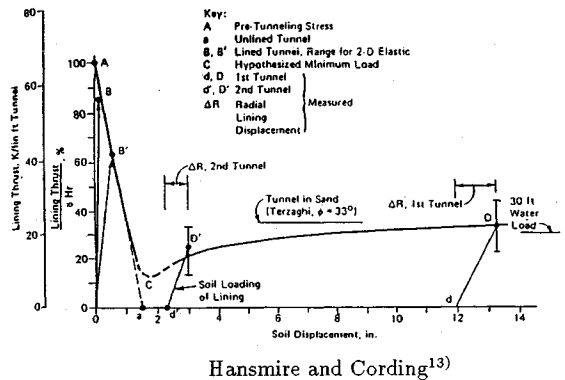
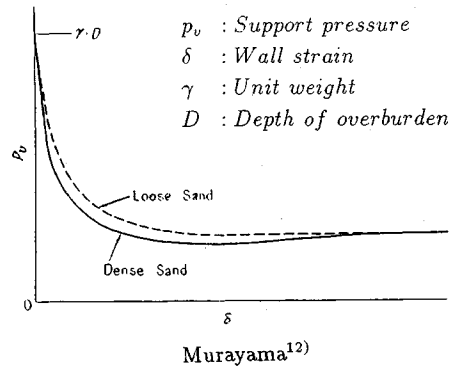
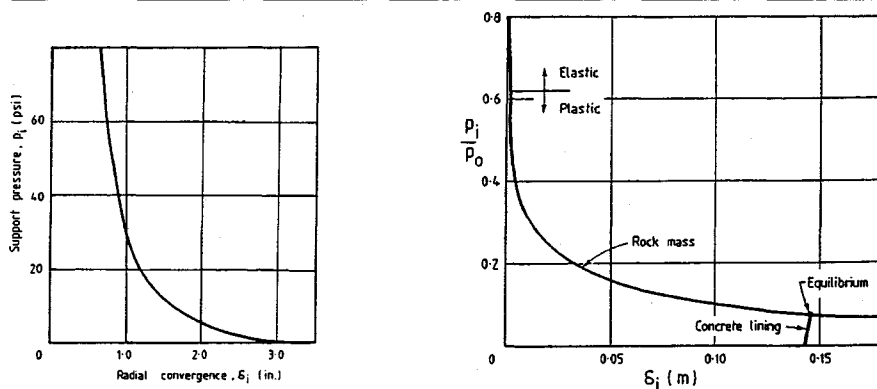


Fig.1 Characteristic curves in model tests of tunnels and trap doors

験結果を示すが、Murayama<sup>12)</sup> は落し戸の実験より、作用する圧力は壁面変位に伴って急激に下がり、ある変位量を超えると右上がりの傾向を示すことを報告している。しかし、その値もある一定値に収束する。同じような傾向は Hansmire and Cording<sup>13)</sup> の報告している実際のトンネルでも観察されている。

\* 正会員 工博 宮崎大学助教授 工学部土木環境工学科  
(〒 889-21 宮崎市学園木花台西 1-1)  
\*\* 正会員 工博 東海大学助教授 海洋学部海洋土木工学科  
\*\*\* 正会員 工博 愛知工業大学教授 工学部土木工学科



Brown, Bray, Ladanyi and Hoek<sup>19)</sup>

Fig.2 Characteristic curves for circular tunnels in softening ground

多くの研究者が、右上がりの部分をもつ特性曲線を得るための理論式を解明しようと試みた。Lombardi<sup>14)</sup>が粒状体に掘られたトンネルに対して、重力の作用を考慮した有限要素解析を用いることで、このような特性曲線を得ようとした最初の人であろう。しかしながら、Lombardiはトンネルの掘削荷重を等価節点力で計算したため、右上がりの部分を得ることはできなかった。有限要素解析を用いて特性曲線の右上がりの部分を得ようとする場合は、トンネルの掘削を変位で制御する時にだけ可能となる。岡<sup>15)</sup>は、岩盤の軟化を考慮することでそのような特性曲線を得ようと試みた。しかしながら、Aydan<sup>16)</sup>が指摘したように、岡の公式化には決定的な間違いがあった。岡の解析法を用いれば、右上がりの部分を得ることは可能になるが、修正された式では、決してそのような右上がりの部分を得ることができない。岡の解析法については、後で詳細に述べる。Hoek and Brown<sup>17)</sup>と Aydan<sup>18)</sup>は、塑性化した領域の岩盤に対して重力の作用を考えた場合に、特性曲線の右上がりの部分を得ることができることを示した。

この論文で筆者らは、弾塑性構成則にしたがう岩盤内における円形トンネルについて、重力の作用を考慮することによって、右上がりの部分をもつ特性曲線を得るための理論式を導く。さらに、これらの式の適用と妥当性を述べ、他の理論との比較検証を行うものである。

## 2. 既存の方法

はじめに述べたように、Rabcewicz および Pacherとも右上がりの部分を得るための理論式を示さなかったため、ここでは基本的な考え方と有効な理論式について簡潔に述べることにする。

### (1) 岡の方法

岡<sup>15)</sup>は、この右上がりの部分は塑性ひずみの増大に伴って、周辺岩盤の強度が劣化するために生じると考えた。そして、この塑性ひずみの増大に伴う強度劣化をひ

ずみ軟化現象であると解釈した。そのため、本来のひずみ軟化挙動を考慮した解法を得るかわりに、岩盤が Mohr-Coulomb の破壊規準に従うとして、完全弾塑性挙動として問題を定式化して、塑性領域での応力、ひずみ量も求めた。そして、ひずみ軟化現象を表現する方法として、塑性ひずみの増大に伴って岩盤の粘着力と内部摩擦角を低下させる手法を採った。周知のように、Mohr-Coulomb の破壊規準は次式で表される。

$$\sigma_\theta = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \sigma_r + \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\sigma_r$  : 岩盤の半径方向主応力、 $\sigma_\theta$  : 接線方向主応力、 $c$  : 粘着力、 $\phi$  : 内部摩擦角である。

この式の最後の項は、岩盤の破壊前の一軸圧縮強度を  $\sigma_c$  とすると、次のようになり等しくなる。

$$\sigma_c = \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} \dots \dots \dots (2)$$

つまり、塑性ひずみに伴って内部摩擦角と粘着力を変化させることは、破壊前の岩盤の一軸圧縮強度を変化させていることになり、破壊規準と矛盾する。このように公式化したため、得られた特性曲線は右上がりの部分を持つことになった。しかしながら、正しいひずみ軟化挙動を考慮した解析では、右上がりの特性曲線を得ることができない。これらについては、Brown, Bray, Ladanyi and Hoek<sup>19)</sup>の論文を参考にされたい (Fig.2)。したがって、岡の解析法はひずみ軟化モデルの正しい解法ではなく、塑性ひずみに伴って弾塑性境界での破壊前の岩盤の強度を低下させるのは間違った方法であろう。わが国ではこの解法をよく使用しており、右上がりの部分をもつ特性曲線を得ることができるが、適切な解法ではないと筆者らは考えている。

### (2) Hoek-Brown の方法

Hoek-Brown は、岩盤が塑性化すると重力が作用すると仮定した。そして、静水圧応力状態下の弾塑性岩盤に掘られた円形トンネルにおいて得られた理論式に、塑性

領域の死荷重を単純に追加した。上の概念に基づいた式は、次式となる。

$$P_i = P_i^t + P_i^g \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $P_i$ ：支保工に働く圧力、 $P_i^t$ ：掘削による真の圧力、 $P_i^g$ ：塑性化した領域の死荷重による圧力である。

死荷重による圧力は、天端、側壁、それにインバートの部分で、次式で与えられるとした。

$$\begin{aligned} P_i^g &= \gamma(R_p - a) && \text{(天端)} \\ P_i^g &= 0 && \text{(側壁)} \dots\dots\dots (4) \\ P_i^g &= -\gamma(R_p - a) && \text{(インバート)} \end{aligned}$$

ここに、 $\gamma$ ：岩盤の単位体積重量、 $R_p$ ：弾塑性境界半径、 $a$ ：掘削半径である。

さらに、Hoek-Brown は塑性化した岩盤で内部摩擦角の影響を考慮したとしているが、式(4)で与えられる死荷重による圧力は、3.(3)で述べるように Tresca の降伏条件を用いた場合の塑性領域の死荷重による支保圧となるため、岩盤の内部摩擦角を考慮しない場合に相当する。この場合については、右上がりの特性曲線を得ることができ、述べてきたように塑性領域の応力とひずみを求める際には、Mohr-Coulomb の破壊規準に従うとし、重力の作用を考える場合には Tresca の破壊規準を使うことになり、矛盾する。

(3) Aydan の方法

Aydan もまたトンネル周辺の岩盤が塑性化した場合に、重力が作用すると仮定し、岩盤が Mohr-Coulomb の破壊基準に従うと仮定した時の理論式を示した。式(3)の  $P_i^t$  と  $P_i^g$  は、天端では次式で表されるとした。

$$P_i^t = \sigma_{rp} \left( \frac{a}{R_p} \right)^{q^*-1} \dots\dots\dots (5)$$

$$P_i^g = \frac{\gamma a}{q^* - 2} \left[ 1 - \left( \frac{a}{R_p} \right)^{q^*-2} \right] \dots\dots\dots (6)$$

ここに、

$$\sigma_{rp} = \frac{2\sigma_o - \sigma_c}{q + 1} \dots\dots\dots (7)$$

$$q = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}, \quad q^* = \frac{1 + \sin \phi^*}{1 - \sin \phi^*} \dots\dots\dots (8)$$

なお、 $\sigma_{rp}$ ：弾塑性境界における岩盤の半径応力、 $\phi$ ：破壊前の内部摩擦角、 $\phi^*$ ：破壊後の内部摩擦角である。

上述の仮定に基づいた  $P_i^t$  と  $P_i^g$  については、仮定した条件を満足する解を 3.(3) に示すことになるが、式(5)の  $P_i^t$  は破壊後の一軸圧縮強度が 0 の時の解である。なお、 $P_i^g$  については仮定した条件を満足する解で、 $\cos \theta = 1$  つまり天端での値を示している。この式を使うと、右上がりの特性曲線を得ることができるが、前述したように、その適用範囲は限定される。

3. 新しい解析法

Aydan の方法を前の節で簡単に述べたが、ここでは岩盤が Tresca と Mohr-Coulomb の破壊規準に従うとした場合の理論式を展開する。まず最初に、重力が作用しない場合について、基本的な式と解を示す。続いて、重力を考慮した場合の理論式について、誘導過程も含めて詳細に述べる。

(1) 重力を考慮しない弾塑性解法

対象とするトンネルと周辺の岩盤を、Fig.3 のようにモデル化する。トンネルは半径  $a$  の円形とし、初期応力状態として  $\sigma_0$  の静水圧状態を仮定する。

トンネルの周辺岩盤の釣合い方程式は、次式で与えられる。

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $r$ ：掘削の中心からの半径、 $\sigma_r$ ：岩盤の半径応力、 $\sigma_\theta$ ：岩盤の接線応力である。

前述したように、トンネル周辺の岩盤は Tresca と Mohr-Coulomb の破壊規準に従うとする。Mohr-Coulomb の破壊規準を Fig.4 に示すが、破壊前は  $c, \phi$ 、破壊後は  $c^*, \phi^*$  の強度特性をもつものとする。図中の  $\sigma_n$  は垂直応力を、 $\tau$  はせん断応力を表す。Tresca の破壊規準では、破壊前は  $\sigma_c$  の一軸圧縮強度を、破壊後では  $\sigma_c^*$  の値をもつものとする。なお、以下 Tresca の破壊規準に従う岩盤を Tresca 材料、そして、Mohr-Coulomb の破壊規準に従う岩盤を Mohr-Coulomb 材料と記すことにする。応力-ひずみの関係を同じく Fig.4 に示すが、Tresca 材料と Mohr-Coulomb 材料も同じ挙動を示すものとし、ピーク到達後はただちに残留状態に至るものとする。ここで、 $\epsilon_1$  は軸ひずみ、 $\epsilon_3$  は側方ひずみ、 $\epsilon_p$  は破壊時のひずみである。以下、破壊後の一軸圧縮強度を残留強度と書くことにする。以上の破壊規準を式で表すと、次のように書ける。なお、この論文では圧縮ひずみ、圧縮応力を正としている。

Tresca 材料

$$\sigma_\theta = \sigma_r + \sigma_c \quad \text{(破壊前の岩盤)} \dots\dots (10)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_r + \sigma_c^* \quad \text{(残留状態の岩盤)} \dots (11)$$

Mohr-Coulomb 材料

$$\sigma_\theta = q\sigma_r + \sigma_c \quad \text{(破壊前の岩盤)} \dots\dots (12)$$

$$\sigma_\theta = q^*\sigma_r + \sigma_c^* \quad \text{(残留状態の岩盤)} \dots (13)$$

ここに、 $\sigma_\theta$ ：最大主応力、 $\sigma_r$ ：最小主応力、 $\sigma_c$ ：破壊前の一軸圧縮強度、 $\sigma_c^*$ ：残留強度である。

また、円周方向のひずみを  $\epsilon_\theta$ 、半径方向のひずみを  $\epsilon_r$  とすると、それぞれ主ひずみとなるので、Fig.4 に示す軸ひずみと側方ひずみに相当し、実験から得られる物理定数  $f$  によって、次のように表される。なお、以下円周方向のひずみを円周ひずみと書く。

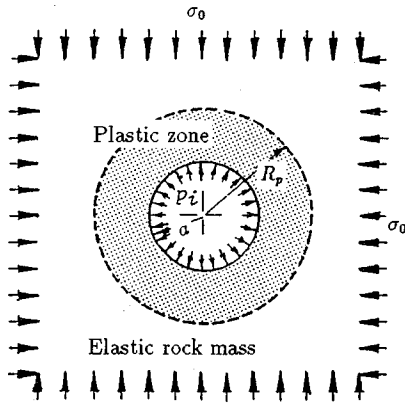


Fig.3 Notations

$$\varepsilon_r = -f\varepsilon_\theta \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $\varepsilon_r$ : 半径方向のひずみ、 $\varepsilon_\theta$ : 円周方向のひずみ (円周ひずみ) である。

岩盤の応力とひずみの構成則は、弾性領域での岩盤の材料特性を、弾性係数を  $E$ 、ポアソン比を  $\nu$  とすると、トンネル周辺では  $\sigma_\theta$  が最大主応力、 $\sigma_r$  が最小主応力になるので次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{Bmatrix} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \end{Bmatrix} \quad (15)$$

さらに、ひずみの適合式と、ひずみと半径方向の変位  $u$  の関係は、次式のように書ける。

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \frac{\varepsilon_\theta - \varepsilon_r}{r} = 0 \dots\dots\dots (16)$$

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \dots\dots\dots (17)$$

a) 残留領域内 ( $a \leq r \leq R_p$ )

Tresca の破壊規準では式 (11) を、Mohr-Coulomb の破壊規準については式 (13) を釣合式 (9) に適用して積分し、境界条件 ( $r = a$  において  $\sigma_r = P_i$ ) を満足するように解くと、残留状態での応力は次式のように求められる。

Tresca 材料

$$\sigma_r = P_i + \sigma_c^* \ln \left( \frac{r}{a} \right) \dots\dots\dots (18)$$

$$\sigma_\theta = P_i + \sigma_c^* \left[ 1 + \ln \left( \frac{r}{a} \right) \right] \dots\dots\dots (19)$$

Mohr-Coulomb 材料

$$\sigma_r = \left( P_i + \frac{\sigma_c^*}{q^* - 1} \right) \left( \frac{r}{a} \right)^{q^* - 1} - \frac{\sigma_c^*}{q^* - 1} \dots\dots\dots (20)$$

$$\sigma_\theta = q^* \left( P_i + \frac{\sigma_c^*}{q^* - 1} \right) \left( \frac{r}{a} \right)^{q^* - 1} - \frac{\sigma_c^*}{q^* - 1} \dots\dots\dots (21)$$

つぎに残留領域内のひずみについては、両材料とも同じになる。式 (14) をひずみの適合式 (16) に適用し積分し、弾塑性境界  $r = R_p$  で円周ひずみを  $\varepsilon_\theta^{ep}$  とすると、つぎのように得られる。

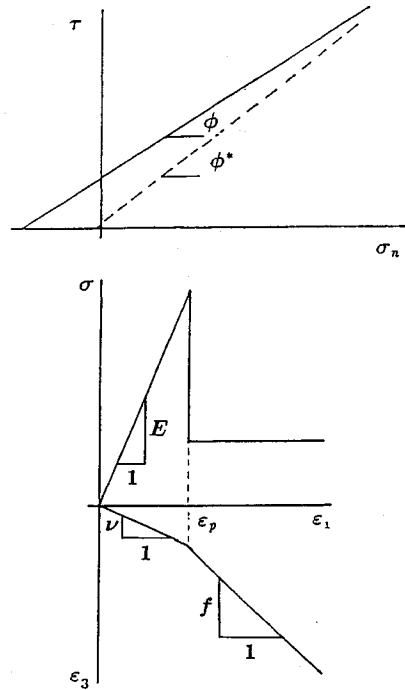


Fig.4 Assumed material behaviour of rock

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^{ep} \left( \frac{R_p}{r} \right)^{f+1} \dots\dots\dots (22)$$

弾塑性境界  $r = R_p$  での半径方向応力を  $\sigma_{rp}$  とすると、円周ひずみが連続するという条件から次式が求められる。

$$\varepsilon_\theta^{ep} = \frac{1+\nu}{E} (\sigma_0 - \sigma_{rp}) \dots\dots\dots (23)$$

これらの関係式を使うと、残留領域内の岩盤の変位は、次のように与えられる。

$$u = \frac{1+\nu}{E} (\sigma_0 - \sigma_{rp}) r \left( \frac{R_p}{r} \right)^{f+1} \dots\dots\dots (24)$$

b) 弾性領域内 ( $R_p \leq r$ )

それぞれ次のように与えられる。

$$\sigma_r = \sigma_0 - (\sigma_0 - \sigma_{rp}) \frac{R_p^2}{r^2} \dots\dots\dots (25)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_0 + (\sigma_0 - \sigma_{rp}) \frac{R_p^2}{r^2} \dots\dots\dots (26)$$

$$u = \frac{1+\nu_r}{E_r} (\sigma_0 - \sigma_{rp}) \frac{R_p^2}{r} \dots\dots\dots (27)$$

なお、弾塑性境界の半径は、破壊規準式と釣合式を適用して、弾塑性境界  $R_p$  での半径方向応力が連続するという条件から得られる。また、その境界での円周方向応力が連続するという条件から、 $\sigma_{rp}$  が求められる。Tresca 材料と Mohr-Coulomb 材料では、それぞれ次式のように書ける。

Tresca 材料

$$R_p = a \exp \left[ \frac{\sigma_{rp} - P_i}{\sigma_c^*} \right], \quad \sigma_{rp} = \frac{2\sigma_0 - \sigma_c}{2} \dots\dots (28)$$

Mohr-Coulomb 材料

$$R_p = a \left[ \frac{\sigma_{rp} + S_c^*}{P_i + S_c^*} \right]^{\frac{1}{q^*-1}}, \quad \sigma_{rp} = \frac{2\sigma_0 - \sigma_c}{q+1} \dots (29)$$

ここに、

$$S_c^* = \frac{\sigma_c^*}{q^* - 1}$$

(2) 重力を考慮した弾塑性解法

重力の作用を考慮した場合の釣合い式は、半径方向で次のように与えられる。

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = -\gamma \cos \theta \dots (30)$$

ここで、 $\theta$  は、天端で  $\theta = 0$ 、側壁で  $\theta = \pi/2$ 、インバートで  $\theta = \pi$  の値を取る。なお、塑性化した領域のみに重力が作用すると仮定しているため、半径応力と円周応力が主応力にならない可能性が有り得る。しかし、半径応力と円周応力が主応力になるように、トンネル壁面与えられる支保圧力  $P_i(\theta)$  が分布しているとする。

ここでも、Tresca 材料と Mohr-Coulomb 材料について、それぞれに厳密解を展開する。

Tresca 材料

破壊規準式 (11) を釣合い式 (30) に代入すると、次式が得られる。

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\sigma_c^*}{r} = -\gamma \cos \theta \dots (31)$$

上記の微分方程式の解は、次のように求められる。

$$\sigma_r = \sigma_c^* \ln r - \gamma r \cos \theta + C \dots (32)$$

ここで、積分定数  $C$  は  $r = a$  で  $\sigma_r = P_i(\theta)$  の境界条件から、次式となる。

$$C = P_i(\theta) - \sigma_c^* \ln a + \gamma a \cos \theta$$

このように、最終的には応力は次式のように求められる。

$$\sigma_r = P_i(\theta) + \sigma_c^* \ln \left( \frac{r}{a} \right) - \gamma a \cos \theta \left( \frac{r}{a} - 1 \right) \dots (33)$$

$$\sigma_\theta = P_i(\theta) + \sigma_c^* \left[ 1 + \ln \left( \frac{r}{a} \right) \right] - \gamma a \cos \theta \left( \frac{r}{a} - 1 \right) \dots (34)$$

ここで、式 (3) で表される特性曲線を求めることにする。式 (33) において  $r = R_p$  とすると、弾塑性境界での半径方向応力が求まる。この式を式 (28) で示される  $\sigma_{rp}$  と等しいとおくと次式が得られる。

$$\frac{2\sigma_0 - \sigma_c}{2} = P_i(\theta) + \sigma_c^* \ln \left( \frac{R_p}{a} \right) - \gamma a \cos \theta \left( \frac{R_p}{a} - 1 \right) \dots (35)$$

移項すると、 $P_i$  が次のように求められる。

$$P_i(\theta) = \frac{2\sigma_0 - \sigma_c}{2} - \sigma_c^* \ln \left( \frac{R_p}{a} \right) + \gamma a \cos \theta \left( \frac{R_p}{a} - 1 \right) \dots (36)$$

Mohr-Coulomb 材料

以下、Mohr-Coulomb 材料についても同様に展開する。破壊規準式 (13) を式 (30) に代入すると次式が得られる。

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + (1 - q^*) \frac{\sigma_r}{r} = \frac{\sigma_c^*}{r} - \gamma \cos \theta \dots (37)$$

上記の微分方程式の解は、次のように求められる。

$$\sigma_r = C r^{q^*-1} - \frac{\sigma_c^*}{q^* - 1} + \frac{\gamma \cos \theta}{q^* - 2} r \dots (38)$$

積分定数  $C$  は、 $r = a$  で  $\sigma_r = P_i(\theta)$  であるという境界条件から次式となる。

$$C = \left( P_i(\theta) + \frac{\sigma_c^*}{q^* - 1} \right) \frac{1}{a^{q^*-1}} - \frac{\gamma \cos \theta}{q^* - 2} \cdot a \cdot \frac{1}{a^{q^*-1}}$$

これにより、応力は最終的には次式のように表される。

$$\sigma_r = \left( P_i(\theta) + \frac{\sigma_c^*}{q^* - 1} \right) \left( \frac{r}{a} \right)^{q^*-1} - \frac{\sigma_c^*}{q^* - 1} + \frac{\gamma \cos \theta}{q^* - 2} \left[ r - a \left( \frac{r}{a} \right)^{q^*-1} \right] \dots (39)$$

$$\sigma_\theta = q^* \left( P_i(\theta) + \frac{\sigma_c^*}{q^* - 1} \right) \left( \frac{r}{a} \right)^{q^*-1} - \frac{\sigma_c^*}{q^* - 1} + q^* \frac{\gamma \cos \theta}{q^* - 2} \left[ r - a \left( \frac{r}{a} \right)^{q^*-1} \right] \dots (40)$$

ここでも、Tresca 材料と全く同様な方法で、 $P_i(\theta)$  が次式のように求められる。

$$P_i(\theta) = \left[ \frac{2\sigma_0 - \sigma_c}{q+1} + \frac{\sigma_c^*}{q^* - 1} \right] \left( \frac{a}{R_p} \right)^{q^*-1} - \frac{\sigma_c}{q^* - 1} + \frac{\gamma a \cos \theta}{q^* - 2} \left[ 1 - \left( \frac{a}{R_p} \right)^{q^*-2} \right] \dots (41)$$

なお、弾性領域における応力と変位は 3.1 で述べた式と同様である。

(3) 支保圧

Tresca 材料では、式 (36) の  $P_i$  と半径方向における応力の式 (33) と (18) から、式 (3) の  $P_i^t$  と  $P_i^g$  が以下のよう求められる。Mohr-Coulomb 材料については、式 (41)、(39) および (20) より、同様に求められる。角  $\theta$  は、前述した通りである。

Tresca 材料:

$$P_i^t = \sigma_{rp} - \sigma_c^* \ln \left( \frac{R_p}{a} \right) \dots (42)$$

$$P_i^g(\theta) = \gamma(R_p - a) \cos \theta \dots (43)$$

Mohr-Coulomb 材料:

$$P_i^t = \left[ \sigma_{rp} + \frac{\sigma_c^*}{q^* - 1} \right] \left( \frac{a}{R_p} \right)^{q^*-1} - \frac{\sigma_c^*}{q^* - 1} \dots (44)$$

$$P_i^g(\theta) = \frac{\gamma a \cos \theta}{q^* - 2} \left[ 1 - \left( \frac{a}{R_p} \right)^{q^*-2} \right] \dots (45)$$

2.(2) で述べたように、 $P_i^t$  は掘削によって生じる真の圧力、 $P_i^g$  は重力の作用を考慮した時の塑性化した領域の死荷重による圧力である。

#### 4. 適用と考察

ここで、パラメトリック・スタディを実施するために、以下の式で表わされる無次元のパラメータを導入する。

$$F_c = \frac{\sigma_c}{\sigma_o}, \quad F_s = \frac{\sigma_c^*}{\sigma_c}, \quad F_f = \frac{\phi^*}{\phi},$$

$$F_{ah} = \frac{a}{h}, \quad F_{pi} = \frac{P_i(\theta)}{\sigma_o}, \quad \sigma_o = \gamma h$$

これらの無次元パラメータを使えば、弾塑性境界半径  $R_p$  と式(42)から式(45)までの半径方向の支保圧は、それぞれ Tresca 材料と Mohr-Coulomb 材料で次のような関係となる。計算がしやすいように、式を少し変形する。

Tresca 材料 ( $\theta = 0$ ):

$$\frac{R_p}{a} = \exp\left(\frac{2 - F_c - 2F_{pi}}{2F_c F_s}\right) \dots\dots\dots (46)$$

$$\frac{P_i^t}{\sigma_o} = 1 - \frac{F_c}{2} - F_c F_s \ln\left(\frac{R_p}{a}\right) \dots\dots\dots (47)$$

$$\frac{P_i^g}{\sigma_o} = F_{ah}\left(\frac{R_p}{a} - 1\right) \dots\dots\dots (48)$$

Mohr-Coulomb 材料 ( $\theta = 0$ ):

$$\frac{R_p}{a} = \left[ \frac{(2 - F_c)(q^* - 1) + F_s F_c (q + 1)}{(q + 1)(F_{pi}(q^* - 1) + F_s F_c)} \right]^{1-q^*} \dots (49)$$

$$\frac{P_i^t}{\sigma_o} = \left[ \frac{2 - F_c}{(q + 1)} + \frac{F_s F_c}{q^* - 1} \right] \left( \frac{R_p}{a} \right)^{1-q^*} - \frac{F_s F_c}{q^* - 1} \dots (50)$$

$$\frac{P_i^g}{\sigma_o} = \frac{F_{ah}}{q^* - 2} \left[ 1 - \left( \frac{R_p}{a} \right)^{2-q^*} \right] \dots\dots\dots (51)$$

Mohr-Coulomb 材料について、上述の関係式の結果を示せば Fig.5 となる。用いたパラメータの値は図中に示しているが、内部摩擦角は破壊前が  $40^\circ$ 、破壊後は  $10^\circ$  とした。一軸圧縮強度は、破壊後は破壊前の 0.0 としている。式(2)より、粘着力は破壊後は 0 の値となる。さらに、 $a/h$  を 0.2 としているので、土被りは半径の約 5 倍である。Normalised Internal Pressure は支保圧を初期地圧で無次元化したもので、Normalised Plastic Radius は弾塑性境界半径をトンネル半径で無次元化したものである。図中の  $P_i^t$  は天端における支保圧、 $P_i^s$  は側壁における支保圧、 $P_i^f$  はインバートにおける支保圧をそれぞれ表している。式の誘導過程からわかるように、側壁における支保圧は右上がりになることはない。天端における支保圧は側壁における支保圧に、図中に示してある  $P_i^g$  (式(52)で  $\theta = 0$  とする) をたしたものになる。以下、この  $P_i^g$  を重力による支保圧と呼ぶことにする。インバートの支保圧は、逆に側壁の支保圧から重力による支保圧を引いたものになるため、ただちに 0 になる。以下、天端における支保圧について考察する。

なお、Tresca 材料の場合は、Mohr-Coulomb 材料で内部摩擦角を 0 とした場合と等しくなるのでここでは示さない。

天端における支保圧が右上がりの曲線になるかどうかは、重力による支保圧の値に依存する。式(49)、(51)および(8)からわかるように、影響するパラメータは、土被りと半径の関係を表す  $a/h$ 、弾塑性半径に大きく影響する破壊前と破壊後の内部摩擦角および一軸圧縮強度の値である。以下、それらの影響について考察する。

まず、破壊後の一軸圧縮強度つまり岩盤の残留強度の影響について考えてみることにする。Fig.6 は、破壊前の強度と破壊後の残留強度との比 ( $\sigma_c^*/\sigma_c$ ) を 0.0 から 0.5 まで変化させた場合の特性曲線の計算結果を示したものである。使用したパラメータは図中に示してあるが、Fig.5 で示してある条件と異なるのは、 $a/h$  を 0.1 とした点である。図からわかるように、天端における特性曲線の傾きは、その比に大きく影響される。この比の値が高い場合は、特性曲線の傾きは負になる。言い替えば、右上がりの曲線とはならない。考えてきたように、残留強度が徐々に減少するにつれて、塑性領域は徐々に大きくなり、右上がりの特性曲線が得られるようになる。

つぎに、内部摩擦角の影響について考察してみる。Fig.7 は、破壊後の内部摩擦角を破壊前に比べて減少させていった場合の結果を示している。使用したパラメータは、 $a/h$  を Fig.6 の場合と同じく 0.1 とし、残留強度は 0 である。この図からわかるように、破壊後の内部摩擦角が減少すると右上がりの曲線を得られる。このことは Pacher(1964) の判断が正しかったことを意味している。

最後に、土被りと掘削半径の関係を表すパラメータ  $a/h$  の影響について考察する。 $a/h$  を 0.1 から 0.3 まで変化させた場合の結果を Fig.8 に示しているが、土被りが掘削直径の約 4 倍から約 2 倍までの状態を意味している。使用したパラメータは、図中に示してある。図からわかるように、土被りが小さくなればなるほど右上がりの傾斜のきつい曲線を得ることができる。土被りが小さくなると、厳密には、地山の自重を考慮した解析を行わなければならない。しかし、この解析法では Fig.3 に示すように、力学モデルとして静水圧状態の初期応力状態を仮定しているため、 $a/h$  が 0.3 の場合は、ある程度の誤差を含んでいると考えられる。さらに、ここに結果は示さないが、岩盤が完全弾塑性の挙動をする場合は、どんなに土被りを小さくしても右上がりの曲線は得られない。

#### 5. 結び

筆者らはトンネル設計における岩盤の特性曲線についての現在の状況を示した。岩盤の強度特性が Tresca と Mohr-Coulomb の破壊規準に従うとした場合について、特性曲線の計算のための新しい解析法を提案した。いくつかの典型的なケースについての解析例を示し、考察した。ここで述べた式は、岩盤の特性曲線の右上がりの部

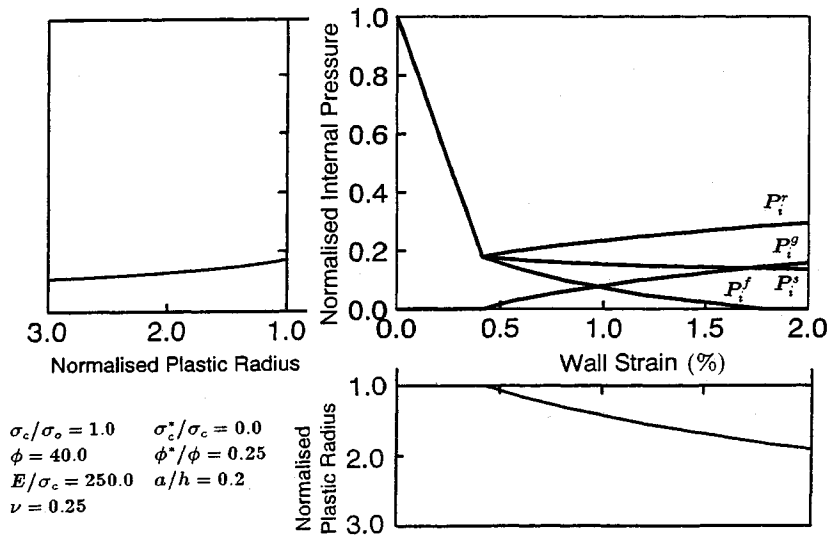


Fig.5 A typical application of the proposed solution

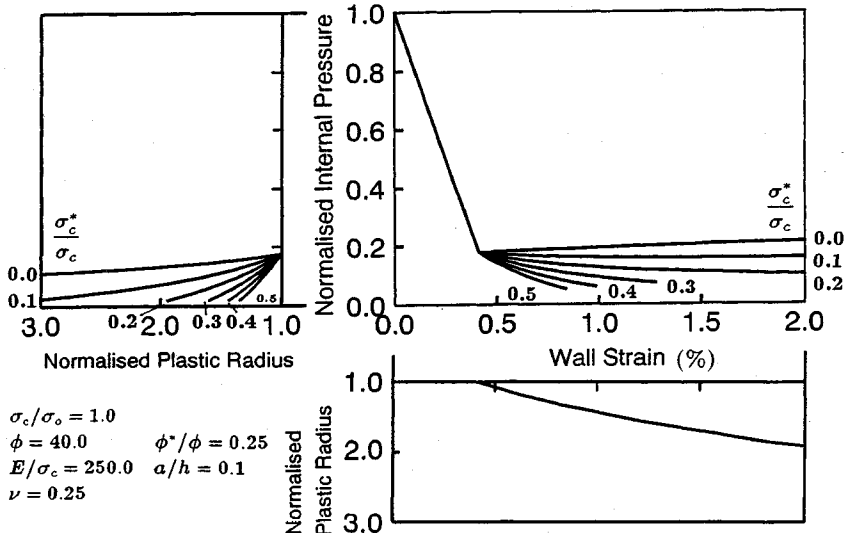


Fig.6 Effect of the residual strength of ground

分をいかにすれば得ることができるかの基本に捉えたもので、Fenner と Pacher が経験的知識に基づき示した特性曲線について、いくつかの理論的背景を与えるものと考えている。

ここで示した解析結果の妥当性について、実際のトンネル現場の計測結果、あるいはモデル実験等で検討する必要があるが、いままでのところは行っていない。支保圧については、トンネル現場での検討は非常に困難と考えられるので、遠心力載荷装置を使ったモデル実験で検証していきたいと考えている。また、この解析で得られる壁面変位については、トンネル現場で計測される内空変位と容易に比較できることから、実用的には内空変位で検討できるのではないかと考えている。

参考文献

- 1) Rabcewicz, L.V.: New Austrian Tunnelling Method, *Water Power*, pp.453-457(Nov.1964), pp.511-515(Dec.1964), pp.19-24(Jan.1965).
- 2) Rabcewicz, L.V.: Stability of tunnels under rock load, *Water Power*, pp.225-229(June), pp.266-273(July), pp.297-302(Aug.), 1969.
- 3) Rabcewicz, L.V. and Golser, J.: Principles of dimensioning the supporting system for the New Austrian Tunnelling Method, *Water Power*, pp.88-93, March, 1971.
- 4) Fenner, R.: Untersuchungen zur Erkenntnis des Gebirgsdrucks, *Glückauf*, 74, pp.681-695, 1938.
- 5) Pacher, F.: Deformationsmessungen im Versuchstollen als Mittel zur Erforschung des Gebirgsverhaltens und zur Bemessung des Ausbaues, *Felsmechanik und Ingenieur-geologie*, Suppl. I, pp.149-161, 1964.

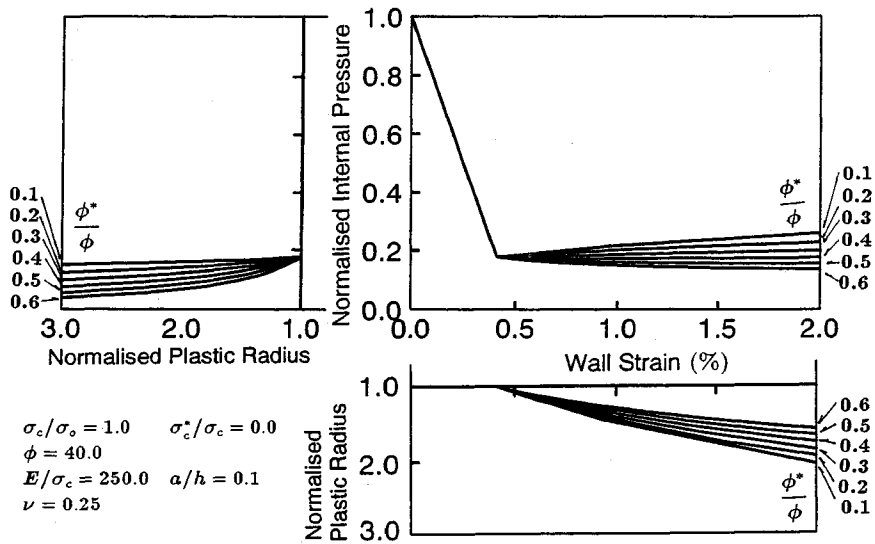


Fig.7 Effect of the reduction of friction angle

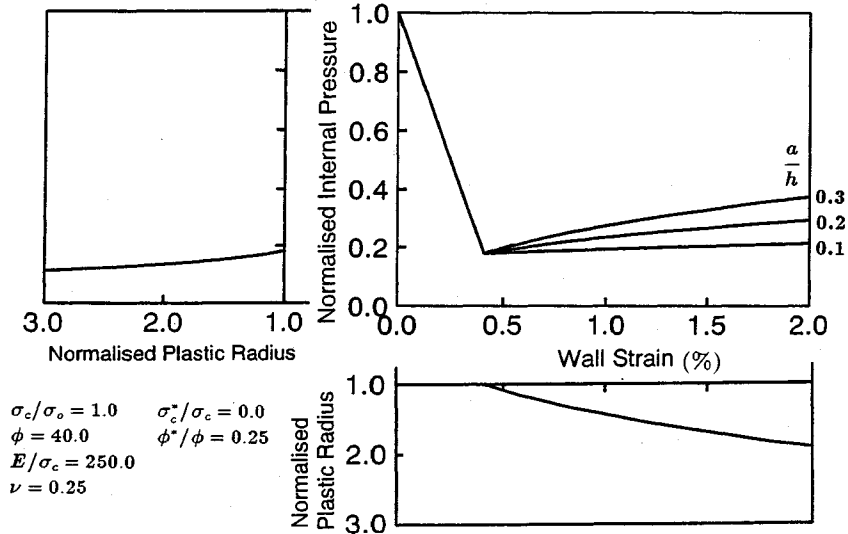


Fig.8 Effect of the parameter  $a/h$

- 6) Terzaghi, K.: Stress distribution in dry and in saturated sand above a yielding trap-door, *Procs. 1st. Int. Conf. Soil Mechs. and Found. Eng.*, 1, pp.307-311, 1936.
- 7) Ladanyi, B. and Hoyaux, B.: A study of the trap-door problem in a granular mass, *Can. Geotech. J.*, 6(1), pp.1-14, 1969.
- 8) 村山朔郎: 土層内局部沈下部にかかる垂直土圧, 京都大学防災研究所年報第 11 号 B, pp.549-565, 1968.
- 9) Atkinson, J.H. and Cairncross, A.M.: Collapse of a shallow tunnel in a Mohr-Coulomb material, *Proc. Symp. Role of Plasticity in Soil Mechs.*, Cambridge, pp.202-206, 1973.
- 10) Atkinson, J.H. and Potts, D.M.: Stability of a shallow circular tunnel in cohesionless soil, *Geotechnique*, 27, pp.203-215, 1977.
- 11) 足立ら: 土砂地山における双設トンネル掘削時の挙動, 第 24 回土質工学研究発表会, pp.1695-1698, 1989.
- 12) Murayama, S.: The time-dependency character of earth pressure, *Proc. of 6th Nat. Tunnel Symp.*, Tokyo, pp.4.1-4.27, 1970.
- 13) Hansmire, W.H. and Cording E.J.: Soil tunnel test section: Case history summary, *J. Geotech. Eng. ASCE*, 111(11), pp.1301-1320, 1985.
- 14) Lombardi, G.: The influence of rock characteristics on the stability of rock cavities, *Tunnels and Tunnelling*, March, Part 2, pp. 104-109, 1970.
- 15) 岡 行俊: NATM における支保理論, *施工技術*, 10(11), pp.6-12, 1977.
- 16) Aydan, Ö.: A note on the Rabcewicz-Oka method for dimensioning of support systems for tunnels and



its applications in practice, *Unpublished internal report, Geotechnical Engineering Dept, Nagoya University, 1986.*

- 17) Hoek, E. and Brown, E.T.: *Underground Excavations in Rock, Inst. Min. & Metall, London, 1980.* (1993. 6. 16 受付)
- 18) Aydan, Ö.: *The stabilization of rock engineering structures by rockbolts, Doctorate Thesis, Nagoya University, 1989.*
- 19) Brown, E.T., Bray, J.W., Ladanyi, B. and Hoek, E.: *Ground response curves for rock tunnels, J. Geotech. Eng., ASCE, 109(1), pp.15-39, 1983.*

## A CONSIDERATION ON THE CHARACTERISTIC CURVE FOR TUNNEL DESIGN

Mitsuhiro SEZAKI, Ömer AYDAN and Toshikazu KAWAMOTO

The modern tunnelling method NATM is based upon the principles of continuum mechanics. As a simple illustration of this method, a curve called *Fenner-Pacher Curve* in German-spoken countries or *Characteristic Curve* in English-spoken countries is used to explain the fundamental concept of the method. This curve consists of two parts; one is the descending part and the other is the ascending part. The ascending part of the curve is said to be as a result of loosening and/or deterioration of the properties of plastified ground. However, neither Rabcewicz nor Pacher has ever presented a theoretical formulation to obtain such a curve. The authors, in this study, derive theoretical expressions how to obtain the characteristic curve with an ascending part for circular tunnels by using an elasto-plastic constitutive law together with the consideration of gravitational pull. The applications of these expressions are given and their validity is discussed. The fundamental concept proposed in the present paper establishes a theoretical foundation for the ascending part of the characteristic curve.