

岩盤節理の幾何学的分布性状の推定に関する研究

大西有三*・中川誠司**・田中 誠***

岩盤内部の節理は、しばしば規則的な方向、大きさなどを有する。岩盤構造物の設計・施工に際しては、こうした節理の特性を把握するための地質調査が行われるが、現状ではその結果は定性的に用いられているだけである。本研究では不連続性岩盤の解析に応用するために、節理調査の結果からその特性を定量的に把握するための手法について改良を行った。

Key Words : rock joint geometry, systematic joint, site investigation, statistical model

1. はじめに

岩盤の自然露頭面や、トンネルの掘削面を観察すると、表面に現れる節理（トレース）の様子は、地域毎に同様の傾向をもっていることに気付く。こうした節理のうち、特に方向性について明瞭な傾向を持つものは系統的節理（systematic joint）と呼ばれ、岩盤の強度、変形特性、透水性等の異方性に大きく影響する。

一般に、岩盤構造物の設計・施工に際しては地質調査が行われ、その一環としてこうした節理系の特性が計測される。しかしその結果は、定性的・経験的に考慮されることはあっても、量的には十分利用されているとは言い難い。これは岩盤の工学的な性質に節理系が影響するメカニズムが、現状では不明確なためでもあるが、それ以前に節理について得られる情報が限られており、これから岩盤内部に複雑に分布する節理系の特性を把握することが困難であることも大きな原因となっている。

一方で近年、節理系の幾何学的な特性を考慮した不連続性岩盤の挙動の解析が行われつつある。こうした解析に際しては、節理系の特性の適切な評価が必要となる。本研究では、節理系の特性として特にその方向性と大きさ、そして分布密度を取り上げ、これらの分布モデルを比較的限られた観測条件下で推定する方法について論じる。なおここでは、節理系の特性がその性質に大きく影響する、比較的良好な岩盤（ C_M 程度）を対象とする。

2. 節理特性とそのモデル

節理は岩盤内に三次元的に分布しており、これらを直接観察することはできない。そこで様々な仮定を設けた

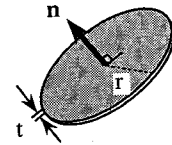


Fig.1 Joint disk model

上で、露頭やボアホール、調査坑で得られる限られた情報源からその特性を推定する必要がある。

節理のモデルとしては円盤モデル¹⁾ (Fig.1) を用いる。これは、節理の方向、大きさ、開口性を円盤の向き、半径、厚さで代表させた節理形状の1次近似であるが、実岩盤で得られる節理の幾何学情報の質・量からみて、これ以上モデルを複雑化させる意義は低いと考える。また、このような単純化を行っても、節理が岩盤特性に及ぼす影響をある程度説明しうることが、乱数によるシミュレーション²⁾、あるいはクラックテンソルを用いたアプローチ³⁾で示される。

さらに、系統的な節理は一般に複数の方向グループを持っており、各グループの節理の大きさ、開口性等の特性にはそれぞれ特徴がある。これらを踏まえ、以下のような仮定を設ける。

- 節理形状は、方向を法線ベクトル n 、大きさを半径 r 、開口性を代表開口幅 t で置き換えた円盤で表される
- 節理は複数の方向グループ (cluster) に分けられる
- 節理の方向、大きさ、開口性等の特性は、方向グループごとに特定の分布を有する
- 節理中心は空間中に一様に分布する

上記のうち、開口性は岩盤の透水性に及ぼす影響は大きいものの、適切に評価・計測することが難しく、現地実験等より逆算する方が適当であるので、ここでは深く論じない。

* 正会員 Ph. D・工博 京都大学教授 工学部交通土木工学科 (〒606-01 京都市左京区吉田本町)

** 学生会員 工修 京都大学大学院博士後期課程

*** 正会員 工修 京都大学助手 工学部交通土木工学科

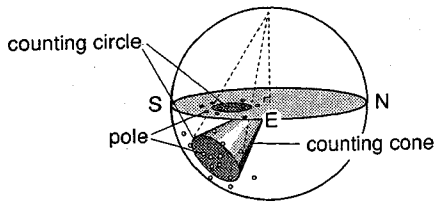


Fig.2 Counting cone and circle

以下では、こうしたモデルを規定する分布パラメータ推定の系統的方法について論じる。

3. 節理方向の分布とクラスタリング

(1) 節理方向の分布密度

節理方向の分布密度は、一般に節理の単位法線ベクトルが単位球面上に指し示す点(極 pole)の分布から決定する。従来は Fig.2 に示すような計数円錐(counting cone) 内に入る極の数でこれを与えているが、かなり少数のデータから方向分布を導かねばならないことが多く、このような場合、以下のような問題を生じる。

- a) データが少ない時、分布のコントラスト(分布密度の高低差)が極端に大きくなる。
- b) ある広がりを持つ領域の平均密度をとるため、分布の全体的なコントラストが低下する。

そこで方向分布密度の決定法を次のように改良する。

- a) 基準計数円錐の大きさは、半球面全立体角の $1/N$ (データ数) となるように与える。
- b) 単純に計数円錐内のデータを計数せず(各データの重み一定)、全データについて適当なサンプリング関数で重みづけしたものを加算する。

a) は、従来の半球面の 1% の大きさの計数円を用いた分布密度決定では、経験的にデータ数が 100 個以上で全体的な分布形状が安定すること、またデータ 1 つ当たりの分布密度決定への貢献度をデータの総数に関わらず等しくするという理由に基づく。すなわち一様分布の場合、計数円内に入る(分布に寄与する)データ数の期待値は、常に 1 となる。

次に b) は、密度計測点近傍のデータをより重視し、かつ遠方のデータも無視しないことで、分布の局所的な変化をよりよく表すためである。ここではサンプリング関数として次式を用いる。

$$w(\theta|N) = \frac{1}{d(N)} \exp(\kappa(N) \sin^2\theta) \times \frac{1}{N} \dots\dots(1)$$

これは密度計測点まわりの等方な(半球面上) Bingham 分布¹⁾を用いたものである。 θ は密度計測点からのばらつきの角、 κ は集中度を表す係数、 d は正規化定数である。 κ の大きさは、例えば従来の計数円がこの分布の $1 \cdot \sigma$ の信頼区間(分布の 68.3% が含まれる)を示す円に一致するように選ぶ。この場合 κ は次式を用いて

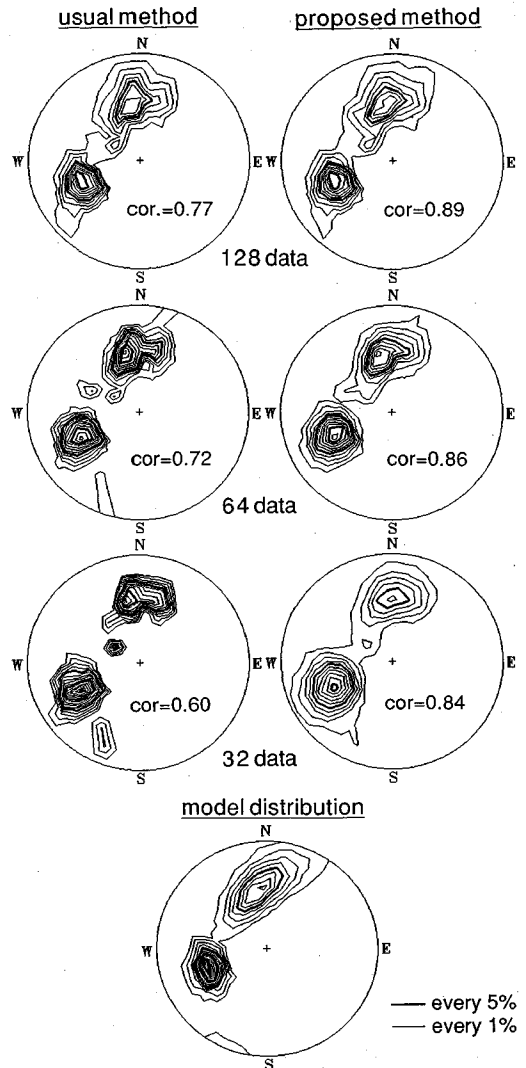


Fig.3 Comparison between two methods to determine orientational joint density

近似できる。

$$\kappa(N) = -0.586 \times N \dots\dots(2)$$

ただしデータ数が非常に多いと今度は局所的な分布の変化が誇張されすぎるため、基準計数円の大きさは例えば $N=100$ に対するものを下限とする。

Fig.3 は、図最下段に示すモデル分布(Bingham 分布から発生)に従って方向データを発生させ、サンプル数を変えたときの極の分布密度、およびモデル分布と計算された分布の間の相関係数 cor. の変化を従来のものと提案法と比較した例である。ここでは等角ステレオ投影を用いており、等分布密度線(コンター)は、半球面上の分布密度に 1% の面積を掛けて表示している。図から、従来の方法ではデータ数が少なくなると、分布の全体的な様子が元のものとは大きく異なってくるが、提案する方

法ではこうした変化は小さい。また相関係数を見ても、提案法は元の分布により近い分布を再現できることが分かる。

(2) 節理方向グループ (クラスター) の決定

a) 3次元方向データのクラスタリング

前章の仮定から、節理データを方向性に基づいてグループ分け (クラスタリング) する必要がある。この方法としてこれまでに筆者らは、節理の方向分布関数の推定とグループ化を同時に行う手法を開発した⁵⁾。これは、データの各クラスターへの所属度を [0, 1] で二値的に与える第一段階と、{0, 1} の非二値で与える第二段階のクラスタリングから構成される。しかし方向グループ同士が近接する場合、前者においてはこれらを同一のクラスターと認識してしまいがちである。そこで、クラスタリングの方法を以下のように改良する (Fig.4)。

- 1) できるだけ等方・等面積の半球面上セルを作成し、セル中心 (ノード) における分布密度を計算する
 - 2) 各参照ノードにつき、その隣接ノードを極の計数に用いたもの同様のグループ化円 (錐) で選択する
 - 3) 分布密度の、ノード間の大小関係を決定する
 - 4) 分布のピークをなす点 (モード) 毎にノードあるいはセルのグループ化、クラスタリング領域の決定を行う
 - 5) 各クラスタリング領域内の極をグループ化する
 - 6) 上記グループを初期クラスターとし、前出の方法⁵⁾によってクラスターおよび方向分布を推定する
- なお6)に関連し、本研究においては、分布の集中性と、異方性を表現しうる Bingham 分布⁴⁾を用いて、節理の方向分布を記述する。分布密度関数は次式で表される。

$$E(n) = \frac{1}{2\pi d} \exp\{\kappa_1(v_1, n)^2 + \kappa_2(v_2, n)^2\} \dots\dots (3)$$

単位ベクトル v_1, v_2 は単位半球面上で分布集中方向をさすベクトルと直交系をなす。 κ_1, κ_2 は分布の集中度および異方性を表す係数、 d は正規化定数であり、半球面での積分が1となるよう定められる。こうして方向分布関数が推定されると、同時に各クラスターに対する各データの所属度 (重み) が次式で定義される。

$$w_i^c = \frac{\gamma_c E^{(c)}(n)}{\sum_{j=0}^{\infty} \gamma_j E^{(j)}(n)} \dots\dots (4)$$

γ_c は各クラスターの比率、 $E^{(c)}(n)$ は方向分布密度関数である。 w_i^c は、極 i の位置 n が与えられたとき、それがクラスター c に属する確率と考えられる。なお、式中 $j=0$ は集中性をもたない節理の方向分布 (一様分布) の項を表す:

b) 2次元方向データのクラスタリング

特に露頭面において、あまり数多くの節理を実際に計

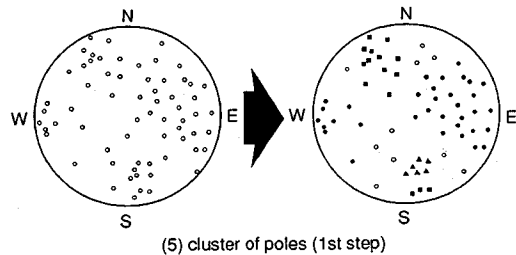
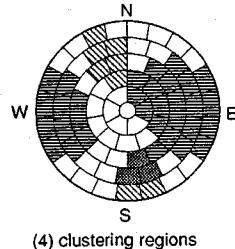
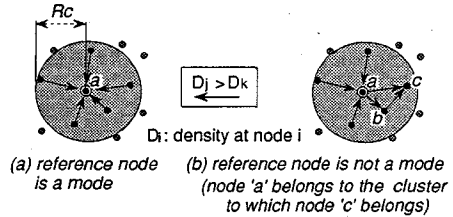
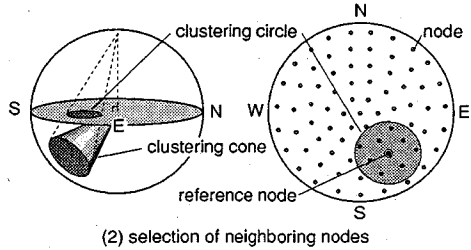
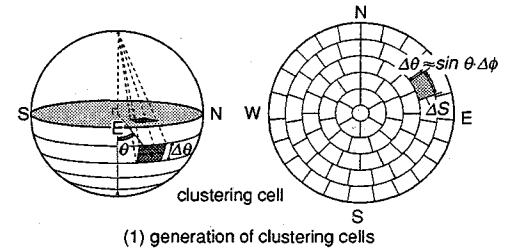


Fig.4 The first clustering of poles

測することが困難な場合、写真撮影やスケッチで得たトレースマップ (2次元情報) を元にトレース長の分布等を推定することが考えられる。しかし上記のクラスタリング法は、各節理の3次元的な方向性 (走向/傾斜) が分かっていることが必要であるので、こうした場合は適用できない。そこで比較的少数のデータから節理の3次

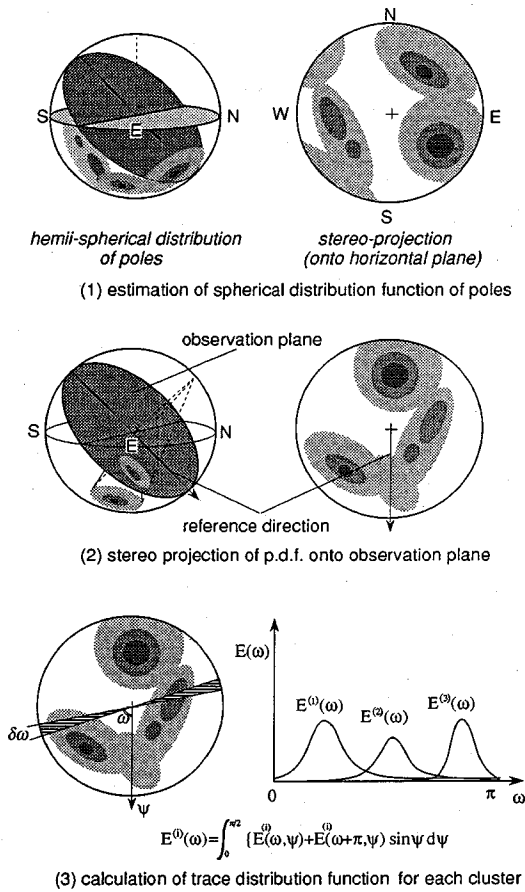


Fig.5 Determination of distribution function for trace orientation

元的な方向分布の確率密度関数 (p. d. f.) が与えられているとして (Fig.5 (1)), これを元にトレースマップのクラスタリングを行うことを考える。

このためには、まず与えられた観測面 (露頭面等) に対して各クラスターの (3 次元的) 方向分布 (p. d. f.) のステレオ投影を行う (Fig.5 (2)). 次に面の最大傾斜方向を規準方向と定義し、投影図の周に沿い、ステレオ投影図の半径方向 (半球面上では角 ψ の方向) に方向分布密度の積分を行う (Fig.5 (3)). これは、極限分布を求めて確率密度関数の次元を下げることに当たる。周上の点対称位置の点での積分値を互に加え、規準方向から $0^\circ \sim 180^\circ$ の範囲でこの値をプロットする。こうして得た半円周上の方向分布を 90° ずらせた分布 ($E^0(\omega)$) は、観測面上の節理トレースの方向分布である。すなわち、 r_c を各クラスターの比率とすれば、前述の式 (4) 同様にして各方向に現れるトレースがクラスター c に属する確率 (重み) を与えることができる。こうしてトレースマップ上のトレースをクラスタリングすることができる。

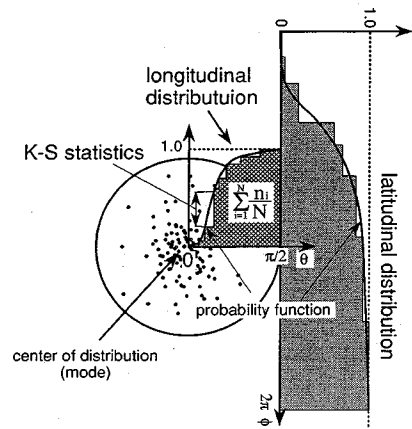


Fig.6 Kolmogorov-Smirnov goodness of fit test for hemispherical distribution

節理群が互いに高角度な方向に卓越し、かつ一つの群が露頭面に平行となるような場合は、本手法は有効である。しかし観測面上のステレオ投影において節理群同士が点対称な方向を持つ場合は、トレースの方向分布同士の重なりが大きくなり、クラスタリングが効果的に行われないことに注意すべきである。

(3) 方向分布の適合度の検討

推定された分布の妥当性を調べるには、データに対する適合度の検定を行わねばならない。従来は χ^2 適合度検定法が用いられているが、これはデータのクラス分けを必要とし、特に半球面上では、分割を小さくすれば検定に必要なデータ数が非常に多くなる。また検定結果は、分割の仕方に強く依存する。

もう一つの代表的な適合度検定の方法は、Kolmogorov-Smirnov 適合度検定である。これは、観測データの累積率と理論的な確率分布関数値を比較し、この二つのグラフ (前者は不連続なグラフとなる) の隔たりの最大値 (K-S 統計量と呼ばれる) により、検定を行う方法である。半球面上の分布への適用においては、これは本来一次元の分布の検定法であり、検定の規準点 (分布関数の値=0) を要するという問題がある。しかし連続した確率分布に対して、観測値が離散的に与えられるごく一般的な問題に対して適用が可能であり、データが少なくても検定を行えるという利点を有する。そこで以下の考え方にに基づき、分布の適合度を検討する (Fig.6)。

- 検定を行う (半) 球面上確率分布は、単一分布モード (最大集中方向は一つ) とする。
- 検定は、分布モードを基準点 (極) として、緯線方向、および経線方向の 2 方向につき行う。これは、各クラスターにおいて、緯線方向に対しては分布の異方性を、経線方向に対しては分布の集中度を検

定すると考えられる。また検定の基準点 (Fig.6のグラフの原点) は、緯線方向についてはK-S統計量を最小化する点、経線方向については最大集中方向を取る。これは観測データから推定された分布を検定に用い、またデータの数に重みによって修正されたものを用いるために厳密なK-S検定とは言い難いが、特にデータ数が少ない場合に分布の適合度を検討する上で有用であると考える。

4. 節理の大きさの分布

(1) 岩盤表面の節理 (トレース) 長の分布形

一般に観測面上でサンプリングウィンドウ、あるいはサンプリングラインを用いた計測では、観測面に現われる節理 (トレース) の長さに関する情報が得られる。これは一般に、後述するような偏差のため、細く短いものは観察されないか無視される。そのため細かい部分を無視した分布をどのような分布形で与えるかということになる。これについては様々な議論があるが、取り扱いの容易さと、細かいトレースほど数多く存在するという性質から、指数分布を採用し、分布に下限長を設ける。これは平均値のみをパラメータにもつ。数多くのトレース長のデータがあれば、分布形をよりよく表すために、指数分布の拡張形であるガンマ分布 (平均、分散をパラメータにもつ) 等を用いることが考えられるが、実際の岩盤では得られるデータの数に限られており、あまり分布形を複雑にしても信頼性は低いと考える。なおベキ分布 (フラクタル分布)⁶⁾ もやはりパラメータを一つしか持たない分布であり、非常に広い範囲での不連続面の大きさの分布はこの分布で表されるとの主張もあるが、サイトスケールではあまり用いられない。

(2) トレース長分布の偏りと分布推定

トレース長計測に際しては以下のような分布の偏りが発生することが知られている。

- 1) proportional bias: より大きなトレースほど、より数多くサンプリングされることによる偏り
 - 2) censoring bias: 観測面が有限なため、あまり大きなトレースはその全長を計測できないことによる偏り
 - 3) truncation bias: 短く微小な節理は計測から省かれることによる偏り
- またこの他に
- 4) resolution bias: 開口性が小さいため、観察されなかったことによる偏り

が考えられる。ここで、3)、4)の偏りは観測の精度に大きく依存したものである。工学的に意味のある節理を対象と考えれば、計測を行うべき基準が存在するはずであるが、現状では客観的なものはなく、前者については任意の節理長 c_L 以上、後者については単に「目に見え

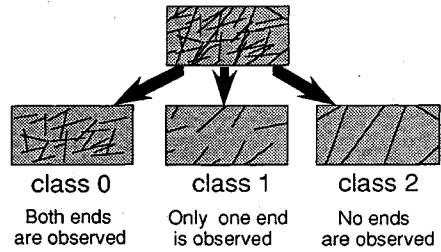


Fig.7 Classification of observed traces

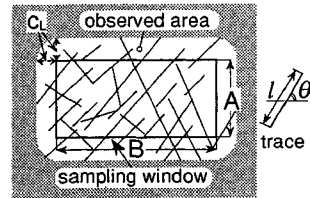


Fig.8 Estimation of mean trace length by sampling window

る範囲」のものが計測されている。1)、2)については、トレース長の分布を数学的に補正できる。特にサンプリングラインを用いた計測結果の補正法について Priest & Hudson⁷⁾が詳しい考察を行っている。しかし特に2)の補正を行うためには、節理は互いに平行である必要があり、またトレース長の分布形を仮定せねばならない。

一方 Kulatilake & Wu⁸⁾は、サンプリングウィンドウを用いて、分布を仮定したり、個々の節理トレース長を用いることなく、1)、2)の偏差を受けずにその平均値を求める方法を考案した。この方法では全トレースを Fig.7 に示す3つのクラスに分ける。節理長の観測下限値として c_L を与えるため、サンプリングウィンドウの大きさは、観察が可能な領域の大きさよりもこの分だけ小さく取る必要がある。全観測トレース数 N に占めるクラス0、2のトレースの比率を $r_0 (= N_0/N)$ 、 $r_2 (= N_2/N)$ とすると、トレース長平均値 μ_f は Fig.8 を参照して

$$\mu_f = \frac{A \cdot B}{B \cdot E[|\cos\theta|] + A \cdot E[|\sin\theta|]} \frac{1 + (r_2 - r_0)}{1 - (r_2 - r_0)} \dots (5)$$

で与えられる。ただし、 $E[*]$ は、トレースの方向分布に関する積分を表す。これらは、実際の計算においては観測データからの値を用いて

$$E[|\cos\theta|] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\cos\theta_i|, \quad E[|\sin\theta|] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\sin\theta_i| \dots (6)$$

で代用すればよい。ただし式中の θ_i は、実際に観察された各トレースに関する値である。

次に、この方法による平均値の推定精度をシミュレーションで検討する。方向による推定精度の違いを避けるために正方形のウィンドウ ($L \times L$) を用い、ランダムな方向と位置を持つトレースを平均値 μ_{true} の指数分布

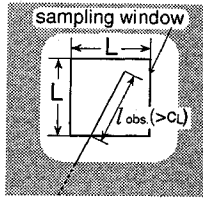


Fig.9 Simulation of random traces

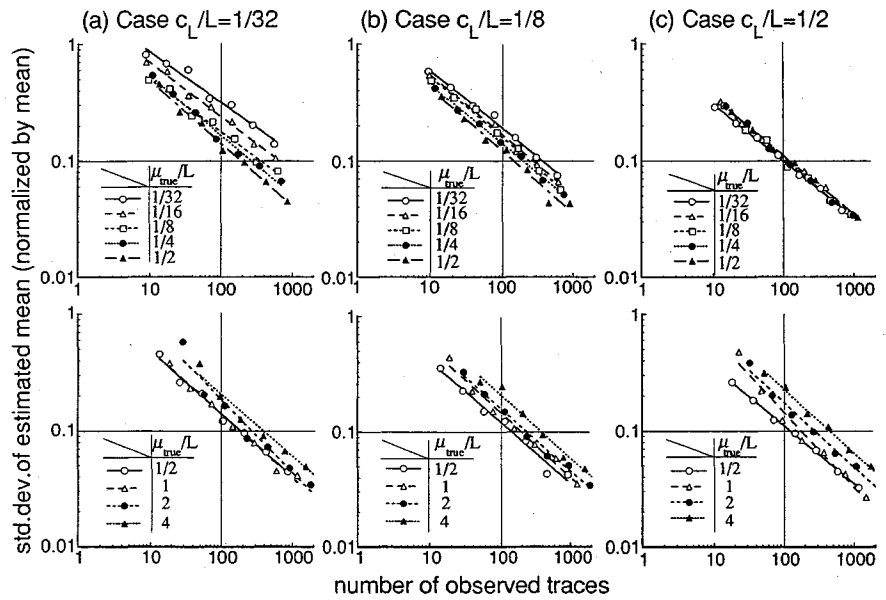


Fig.10 Precision of estimation for mean trace length

により発生させる (Fig.9)。これは推定精度に方向性を影響させないためである。また観察を行うトレース長の最小値を c_L とする。実際に観察されるトレースのみについて計算を行った場合、その平均値 μ_{obs} は μ_{true} と比べて大きな値を取る。特に指数分布の場合、これらの関係は簡単に

$$\mu_{obs} = \mu_{true} + c_L \dots \dots \dots (7)$$

と書き表すことができる。ここでは発生させるトレース長の平均値は μ_{true} で与えるが、推定精度の検討は μ_{obs} について行う。こうして、 L を一定にして c_L 、 μ_{true} を変化させ、観察されるトレースの数 N に対する推定精度を検討する。精度の指標としては、各々のケースで100回のシミュレーションにおいて推定されたトレース長の平均値(100個)の標準偏差を μ_{obs} で規準化した値 δ とする。すなわち、この値が大きければ推定値は大きくばらつき、推定精度が悪いということになる。Fig.10はこうした結果の一部を示したものである。これによると、一般的傾向として比 $\mu_{true}/L = 1/2$ を境に推定の状況は大きく異なる。 $\mu_{true}/L < 1/2$ の範囲では、比 μ_{true}/L が小さいほど推定精度は悪くなり、その傾向は比 c_L/L が小さいほど強くなる。 $\mu_{true}/L > 1/2$ の範囲では逆に、比 μ_{true}/L が大きいほど推定精度は悪くなる。ただしその傾向は比 c_L/L によってあまり差がない。また図から、推定精度 δ は観測データ数 N に対して常に

$$\delta > \sqrt{\frac{1}{N}} \dots \dots \dots (8)$$

なる関係を満たしていることが分かる。すなわち、これは本推定法の推定精度の限界を与える。

結局、計測すべきデータの数に対する実計測作業上の

指針は、次のようになる。

- 1) 簡易な調査によって平均トレース長(指数分布の平均値に換算)の目安を得る
- 2) ほぼ $\mu_{true}/L = 1/2$ となるようなサンプリングウィンドウの大きさを設定する
- 3) 要求する推定精度に応じて、計測データ数、およびカット長 c_L を決める
- 4) こうして与えられる理想的な推定精度は式(8)で与えられる

なお一般に $\mu_{true} < L$ では、図より c_L が大きいほど推定精度は良いが、この場合、必要数のトレースをサンプリングするために要する調査領域は大きくなる。

(3) 分布の適合性の検討

トレース長の分布については、かなり大きな観測面を用いないかぎり個々のトレース長を得ることが出来ないために、分布の検定を行うことは困難である。つまり推定された分布が実際のもものと異なっても分からない。しかし1パラメータの分布を仮定する場合、以下のようにして推定されたパラメータの妥当性を検討することがある程度可能である。

前述の方法で推定されたトレース平均長を μ_{obs} とすると、指数分布においては分布の真の平均値は

$$\mu_{true} = \mu_{obs} - c_L \dots \dots \dots (9)$$

で与えられる。ここで異なる c_L を用い、これより大きなトレースについて各々 μ_{obs} を推定し、分布全体に対する平均値 μ_{true} を比較する。 μ_{true} が一定であれば c_L の範囲の実トレース長分布は平均値 μ_{true} の指数分布に適合しているとみなすことができる。こうした検討は、フラクタル分布においても可能であるが、分布の真の平均

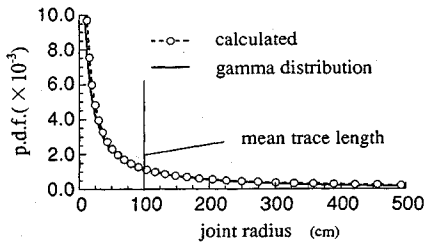


Fig.11 Approximation of joint radius distribution by gamma distribution

値は定義できないため、唯一のパラメータである次元 D を用いる。これは

$$D = \mu_{obs} / (\mu_{obs} - c_L) = \mu_{obs} / \mu_{true} \dots \dots \dots (10)$$

で与えられるので、やはり c_L を変化させることで適合性を検討できる。

ただし、以上のような手法は、 c_L が大きく取れ、かつ十分な数のデータがある場合に有効であることに注意が必要である。

(4) 節理円盤の半径分布の推定

以上のようにして、各方向グループ毎にその方向分布とトレース長の分布を得る。円盤状の節理モデルを考える場合、トレース長の分布から次のようにしてその半径の分布が導かれる⁹⁾。

$$g(r) = \int_0^{2r} \frac{r_{mean} l^2}{2r^3 \sqrt{4r^2 - l^2}} \cdot f(l) dl \dots \dots \dots (11)$$

ここで $g(r)$ は節理半径、 $f(l)$ はトレース長の分布である。指数分布 ($c_L=0$) の場合、 $g(r)$ の平均、および分散の値を合わせた Fig.11 のような Γ 分布で近似すると、これは

$$g(r) = \frac{\lambda^{0.176-1} r^{0.176}}{\Gamma(0.176)} e^{-\lambda r}, \quad \lambda = \frac{0.176}{r_{mean}} \dots \dots \dots (12)$$

と表される。これは、平均値 $r_{mean} = 0.098 \mu_{true}$ を有する。実際は余り細かい節理は工学的には無視できると考えられるので、分布の下限値を与える。この値としては、実際に観測されたトレース長の下限値 c_L を与える半径の最小値である $c_L/2$ が適当である。

5. 節理密度の推定

各クラスターの節理の方向分布、半径分布が決まると、サンプリングウィンドウ内の、あるいはサンプリングラインと交差する節理数から、岩盤内部の節理の分布密度を決定することができる。

まずトレース長の観測下限長 c_L でサンプリングウィンドウによる調査を行った場合を考える。この時、例えば節理半径の分布の下限値を $c_L/2$ で与えても、観測面では長さ c_L 以下のトレースにも分布が生じてしまう。実際に観測されるトレースの数は c_L 以上の長さをもつものであるから、観測されるトレースの数 $N(I > c_L)$ を

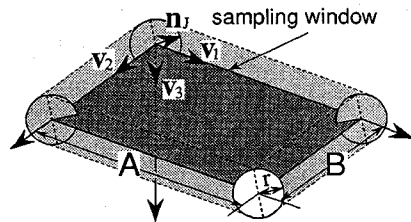


Fig.12 Space in which the center of joint disk should be to intersect the sampling window

次式を用いて補正する。

$$\frac{N(I > c_L)}{N} = \frac{\int_{c_L}^{\infty} l \cdot f_r(l) dl \cdot (B \cdot E[|\cos \theta|] + A \cdot E[|\sin \theta|]) + \int_{c_L}^{\infty} f_r(l) dl \cdot AB}{\int_0^{\infty} l \cdot f_r(l) dl \cdot (B \cdot E[|\cos \theta|] + A \cdot E[|\sin \theta|]) + \int_0^{\infty} f_r(l) dl \cdot AB} \dots \dots \dots (13)$$

式中の各記号の意味は式 (7), (8) 同様である。また $f_r(l)$ は節理半径の分布 $g(r)$ を用いて次式で与えられる。

$$f_r(l) = \frac{l}{r_{mean}} \int_{0.5l}^{\infty} \frac{g(r) dr}{\sqrt{4r^2 - l^2}}, \quad g(r < 0.5c_L) = 0 \dots \dots (14)$$

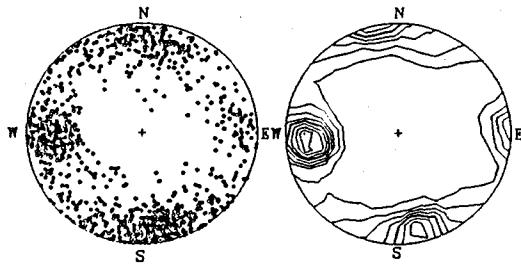
こうして補正したトレース数 N を用いて節理密度を求める。クラスター c に属する節理について、その方向を n_j とする。半径 r の節理がサンプリングウィンドウと交わるためには、Fig.12 に示すような空間領域内に節理中心がある必要がある。この体積は

$$V_{n,r} = \pi r^2 \cdot \{B|\cos(n_j, v_1)| + A|\cos(n_j, v_2)| + 2ABr|\sin(n_j, v_3)|\} \dots \dots \dots (15)$$

となる。 v_1, v_2, v_3 はそれぞれサンプリングウィンドウの辺 B, A におかれた単位ベクトル、および法線ベクトルである。節理の方向分布を $E^{(c)}(n)$ 、 $c_L/2$ 以上の半径を持つ節理の分布を $g^{(c)}(r)$ 、空間密度を $\rho_v^{(c)}$ とすれば、単位体積中の半径 r 、方向 n の節理中心の数は $\rho_v^{(c)} g^{(c)}(r) E^{(c)}(n) dr d\Omega$ となるので、露頭面に現れるクラスター c に属する節理数は次式で表される。

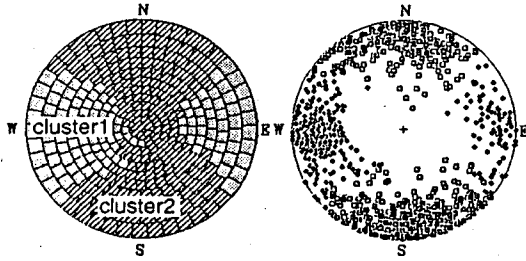
$$N^{(c)} = \rho_v^{(c)} \int_{r=0}^{\infty} \int_{\Omega} V_{n,r} g^{(c)}(r) E^{(c)}(n_j) d\Omega dr = \rho_v^{(c)} \cdot \left[\pi \mu_2 \left[B \cdot \int_{\Omega} |\cos(n_j, v_1)| E^{(c)}(n_j) d\Omega + A \cdot \int_{\Omega} |\cos(n_j, v_2)| E^{(c)}(n_j) d\Omega \right] + 2AB \mu_1 \cdot \int_{\Omega} |\sin(n_j, v_3)| E^{(c)}(n_j) d\Omega \right] \equiv \rho_v^{(c)} \cdot \beta \dots \dots \dots (16)$$

v_1, v_2, v_3 はそれぞれ辺 B, A 上のベクトル、および Π の法線ベクトルである。また μ_1, μ_2 は節理半径分布の 1 次、2 次モーメントである。 $N^{(c)}$ 、 β は観察から求まるから、空間密度 $\rho_v^{(c)}$ を計算することができる。



(a) projection of poles (b) contour for poles

Fig.13 Distribution of poles for joints



(a) clustering regions (b) clusters of poles

Fig.14 The first step clustering of poles

サンプリングラインを用いた調査の場合、露頭面上であればこれは上式で $A=0$ とすればよい。

こうして空間密度が決まれば、先の方角分布において、それぞれのクラスターの比率 $\gamma^{(c)}$ が節理の規模を考慮した形で修正され、これは次式で与えられる。

$$\gamma^{(c)} = \frac{\rho_v^{(c)}}{\sum_{i=0}^n \rho_v^{(i)}} \dots \dots \dots (17)$$

6. 実岩盤における適用例

ここでは、大西・鍵本¹⁰⁾が用いた花崗岩岩盤 ($C_H \sim C_M$ 級) の節理調査結果に対して本手法の適用を行う。この例では、節理は露頭面に対して非常に高角度に発達する。長さ 0.3 m 以上の 1 727 個の節理の方向分布を極の等角ステレオ投影、およびそのコンター図で示す (Fig.13)。

(1) 方向分布関数の決定

a) 3次元データの方向分布関数

方向分布について判別されたクラスタリング領域、および第一段階のクラスターを Fig.14 に示す。ここではグループ化円の大きさを全半球面の 10% になるように与えた。また、第二段階のクラスタリングによって推定された Bingham 分布を Fig.15, および Table 1 に示す。これによると、分布のひずみ (等分布密度線の描く楕円の長軸/短軸比) を表すパラメータ $(\kappa_1/\kappa_2)^{0.5}$ からクラスター 2 の方が異方向性が強いことが分かる。さらに、推定された分布の適合性を検討した結果を Fig.16 に示す。

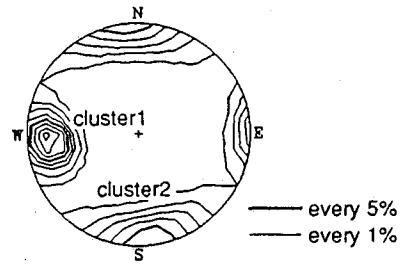
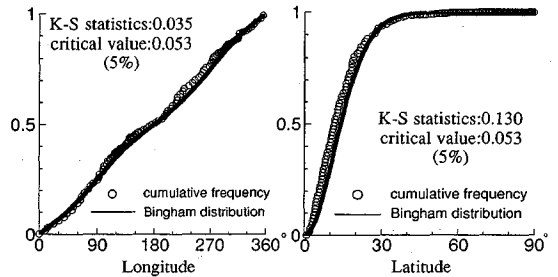


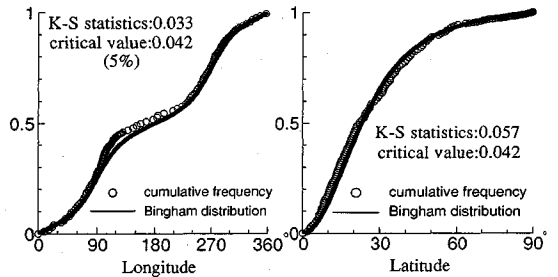
Fig.15 The orientational distribution functions of joints

Table 1 Parameters of Bingham distributions

cluster No.	ratio	center of distribution (strike/dip)	κ_1	κ_2	$(\kappa_1/\kappa_2)^{0.5}$
1	38.4%	N84E/88NW	-75.1	-9.8	1.24
2	61.6%	N4W/77NE	-10.6	-3.1	1.83



(a) cluster 1



(b) cluster 2

Fig.16 The K-S test for each cluster and direction

図のクラスター 1 については、集中方向まわりに等方的であり、かつ比較的分布が集中している。従って緯線方向 (経度 (longitude) 方向) の分布関数は直線的な形状を示し、経線方向 (緯度 (latitude) 方向) では急激に 1 に近づく。一方、クラスター 2 については非等方向性が強く、かつ分布はややばらつく。従って緯線方向の分布関数は S 字状に湾曲し、経線方向では比較的緩やかに 1 に近づく。各々の K-S 統計量をそれぞれ定義に従って求めると、クラスター 1 で 0.035 (緯線方向), 0.130 (経線方向), クラスター 2 で 0.033 (緯線方向), 0.057 (経線方向) となる。有意水準 5% で K-S 検定を行うと、緯線方向ではどちらも棄却されないが、経線方向ではいずれも棄却され、集中性に関しては適合性が良くないという結果を得る。

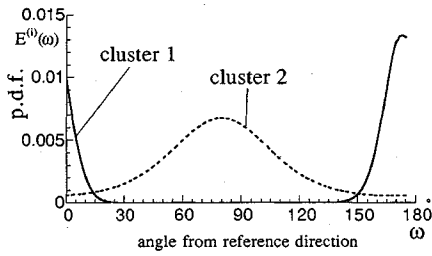
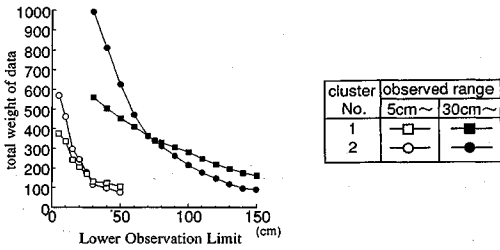
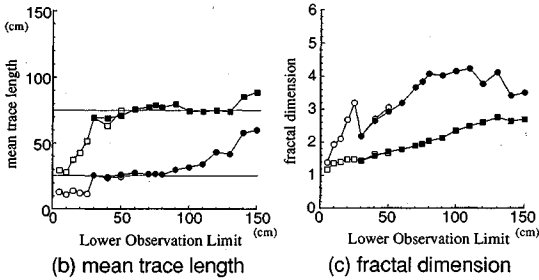


Fig.17 Orientational distribution functions of traces



(a) number of data



(b) mean trace length

(c) fractal dimension

Fig.18 Lower observation limit for trace length and estimated parameters

b) 2次元データ (トレース) の方向分布関数

ここでは、任意に抽出した100個の方向データから推定したBingham分布を用い、水平露頭面上のトレースの方向分布関数を求める。Fig.17はその結果である。露頭面が節理群に対してほぼ垂直であり、節理方向分布同士の間合いも小さいために、トレースの方向分布は互いに重なり合いが小さく、明確に分かれている。こうしたケースでは、方向データの数がさらに少なくても、重なり合いの少ない良好な分布関数が得られる。

(2) トレース長分布の推定

方向分布関数によってそれぞれの節理 (トレース) の各クラスターに対する所属度 (重み) が決定されたため、これによってトレース長の分布を与えることができる。以下では、広範囲の岩盤における長さ30cm以上の節理の調査と、その部分領域 (4.5m×4.5m) における長さ5cm以上の節理の調査結果を用いている。また計測のウィンドウとして、1.5m×1.5mの正方形格子を両者で用いた。Fig.18 (a) は、観測されたトレースの数 (実際には式 (4) で与えられる重みの和) と、その観測下限値の関係を示す。観測下限長を5cmから1.5

mまで変えて、各クラスターについて分布の平均値 (指数分布と仮定) を求めたものを Fig.18 (b) に示す。これから、推定平均値はクラスター1で30cm~130cm、クラスター2で30cm~80cmの範囲でほぼ一定 (各々約75cm, 25cm) の値を取ることが分かる。すなわち、指数分布に対する適合性としては、クラスター2の方が1に比べてやや劣っている。5cm~30cmの範囲ではいずれも推定平均値は大きく下がるが、特にクラスター2ではほぼ一定の値をとり、この範囲ではより小さな値を持つ指数分布に適合する可能性がある。

平均値ほぼ一定の部分の値のみと、ウィンドウに対する大きさの比率は、クラスター1では約1/2であり、前述のシミュレーションの結果からほぼ理想的なウィンドウを用いているといえる。一方クラスター2では比率は約1/6であり、特にカット長 c_L が小さい場合、理想としてはより小さなウィンドウで計測すべきである。

30cm付近を境に急に分布の様子が異なる原因は、単に実際の分布がそうになっているというだけでなく、二つの調査におけるサンプリングの精度が異なったためもあると思われる。特に本研究の方法では、トレースの端点が観察されるかどうかでこれを3つのクラスに分類し、トレース長平均値を推定するが、トレースが細かい場合、この分類に偏りが生じる恐れがある。例えば、サンプリングウィンドウとの交差が実際よりも少なく評価され、クラス0の比率が増えると、推定されるトレースの平均長は実際よりも短くなってしまふ。

先に求めたトレースの方向分布関数を用いて、トレースマップから推定された平均トレース長 μ_{true} (式 (9)) (観測下限値 $c_L=30$ cm) はクラスター1, 2でそれぞれ65.6 cm, 26.2 cmとなる。この値は、上述の全節理について方向とトレース長が分かっている場合の結果 (それぞれ68.9 cm, 28.5 cm) とほぼ同じであり、このケースでは十分良好にクラスタリングが行われたことを示している。

結果を見る限りでは、観察を行っているスケールにおいてはトレース長分布に指数分布を仮定することは可能であると思われる。ただし、その適合性については方向グループ (クラスター) によって違いがあり、節理そのものの成因とも関連があると考えられる。また観察の精度を上げると細かいトレースが数多く観察され、指数分布からのずれが大きくなる。こうした細かいトレースをどの程度まで考慮すべきなのか、また応用に際し、どのスケールのトレースを最も重視し、分布形を与えるべきなのかといった問題を解決する必要がある。

1つの解決法としては、前述のフラクタル分布を用いることが考えられる。この例では、推定される次元 D の値は Fig.18 (c) のように大きく変動し、適合性が悪いことが分かる。しかし、クラスター1については、

Table 2 Parameters of Γ -distribution

cluster No.	mean	moment of 2nd order
1	38.6cm	2239.9cm ²
2	26.7cm	877.5cm ²

※distribution range is more than $c_L/2$

Table 3 Estimation of 3-D joint density

cluster No.	N (observed)	N (modified)	joint density	ratio (modified)
1	12.3	13.4	8.27 /m	50.1%
2	19.7	24.2	8.23 /m	49.9%

※mean number of traces in a 1.5m×1.5m window

10 cm～30 cm の範囲で比較の変動が小さく、分布に対する適合性が若干見られる。

(3) 節理円盤の半径分布と節理密度

Fig.11 より、観測下限長を $c_L=30$ cm として、各クラスターのトレース長分布を平均値 (c_L に影響されないもの) が 70 cm, 30 cm の指数分布とする。4. (4) で述べたように、半径分布をガンマ分布で近似することでその平均値、2次モーメントが定まる (Table 2)。半径の分布下限長を $c_L/2=15$ cm として、式(13)を用いて、サンプリングウィンドウ1つあたりで観測される節理の平均個数を補正する。これから式 (16) によって半径 15 cm 以上の大きさの節理の空間密度を導き、各クラスターの比率を修正する。Table 3 に修正結果を示す。このようにして、岩盤露頭面における2次元の観測データから、単純化されたモデルではあるが、3次元の節理の分布状態を同定することが可能である。

7. 結 語

本研究では、ポアホール、露頭面等から得られる節理の幾何学的情報を元に、岩盤内部の節理特性を簡単なモデルの形で推定する方法の改良を行った。ここでは特に方向分布と節理の規模に注目して、節理方向のグループ化と分布推定、検定法およびこれに基づく節理の規模(半径)と密度の推定法の改良を行った。これらはデータ数等が限られた場合であっても、観察者や観測の方法に左右されず、岩盤の節理状態を推定・記述することを目指している。

現在のところ、実設計・施工においては、節理の方向性や規模、頻度といった情報が量的に考慮されることは少なく、未だ半経験的な利用に留まっている。しかし、確率統計的な概念を導入し、設計・施工の最適化を図ろうとする場合、こうした情報の利用がますます必要になると考える。今後は、決定されたモデルが実際の岩盤の力学的・水理学的な挙動とどのように結びつくのかを明らかにしていく必要がある。

参 考 文 献

- 1) Dershowitz, W.S. and Einstein, H.H. : Characterizing Rock Joint Geometry with Joint System Models, Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol.21, pp.21～51, 1988.
- 2) 菊地宏吉・水戸義忠・本多 眞・三室俊昭・吉田 順：原位置試験による節理性岩盤の浸透流解析に関する研究、第8回岩の力学国内シンポジウム講演論文集, pp.435～440, 1990.
- 3) 山辺 正・小田匡寛・原 夏生：クラックテンソルによる異方弾性変形解析と実岩盤への適用性、第20回岩盤力学に関するシンポジウム講演論文集, pp.209～213, 1988.
- 4) Onstott, T.C. : Application of the Bingham Distribution Function in Paleomagnetic Studies, Journal of Geophysical Research, Vol.85, No.B3, pp.1500～1510, 1980.
- 5) 大西有三・中川誠司：節理方向のグループ化と確率的モデル化に関する一考察、土木学会論文集, 第463号, pp.173～176, 1993.
- 6) 大野博之・小島圭二：岩盤中の割れ目系に見られるフラクタル、応用地質第29巻第4号, pp.295～302, 1988.
- 7) Priest, S.D. and Hudson, J.A. : Estimation of Discontinuity Spacing and Trace Length Using Scanline Surveys, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol.18, pp.183～197, 1981.
- 8) Kulatilake, P.H.S.W. and Wu, T.H. : Estimation of Mean Trace Length of Discontinuities, Rock Mechanics and Rock Engineering, No.17, pp.215～232, 1984.
- 9) 菊地宏吉・水戸義忠・本多 眞：節理分布性状の確率統計学的モデル化に関する研究(その2)―節理分布特性要素と確率モデル―、応用地質第33巻第5号, pp.263～275, 1992.
- 10) 大西有三・鍵本広之：岩盤割れ目性状の評価方法に関する一考察、土木学会論文集, 第400号, pp.29～38, 1988. (1993.5.29 受付)

METHODS OF ESTIMATION FOR GEOMETRIC DISTRIBUTIONS OF ROCK JOINTS

Yuzo OHNISHI, Seiji NAKAGAWA and Makoto TANAKA

Knowledge of the spacing and size of discontinuities in a rock mass is of considerable importance for the prediction of rock behavior.

In order to characterize rock mass geometry, discontinuity surveys usually include measurements of discontinuity spacing, trace length and joint density. We propose some statistical methods of interpreting the geometric data collected at in-situ sites and of estimating the distribution of joint orientation, spacing and joint density in order to construct discontinuous rock mass models for various analyses.