

# 災害頻度率の変動を考慮した労働災害の発生特性に関する研究

花安繁郎\*

本研究は、発生頻度率がある確率分布に従うときの労働災害発生数や災害発生時間数などの確率分布を求め、同式を用いて災害発生数や発生時間数の評価や予測を行うことを試みたものである。災害発生数には負の二項分布が適合し、発生時間数分布には複合化ガンマ分布が適合していることを示した。これらの分布のパラメータは災害データから推定される。またデータ数が少ないときの推定法としてベイズ方式による手順を示した。

**Key Words:** occupational accidents, accident frequency rate, mixture distribution, negative binomial distribution, composite gamma distribution, Bayes' theorem

## 1. まえがき

土木工事を含め建設工事では毎年多くの労働災害が発生し、とくに死亡災害では全産業災害の4割以上の多くを占めている。これらの労働災害の発生を防止すること、あるいはその被害を低減させることは、建設事業を円滑に進めるうえで重要な課題となっている。

これらの災害の原因等に関する統計的特性については、労災保険給付統計資料による大量観察による分析によって明らかにされている。

ところで、災害には多くの要因が存在し、それらが重なりあって発生原因を構成している。従って、災害は本質的に変動、ばらつきを有する、いわば確率的特性を内蔵した事象である。しかしながら労働災害について、その変動を考慮した確率的側面からの分析研究、あるいは安全性評価の研究は極めて少ないのが現状である。

本研究の目的は、労働災害の確率的特性を明らかにし、そこでの知見を応用して災害発生数や発生時間の予測や評価を行う手法を示し、以て安全管理で意志決定を行う際の基礎的情報を提供することにある。

労働災害の発生危険性を評価する指標には、単位労働時間あるいは単位労働力当りの災害発生件数で示される災害発生頻度率が事業所等で広く用いられている。とくに単位労働時間数が100万時間のときの災害頻度率は、我国では災害度数率と呼ばれており、労働災害動向調査によって産業別、業種別などに分類された全国平均の観測値が毎年報告されている<sup>1)</sup>。

筆者はこれまで、この災害度数率に代表される労働災害発生頻度率が、事業所等において、作業時間の経過とともに変動する過程を、労働災害が発生するまでの時間数を用いて統計的に評価する方法について考察を加えて

きた<sup>2)~4)</sup>。

これまでに行ったさまざまな調査・分析から得られた結果には、例えば、最近の建設工事における労働災害の多くがほぼランダムに発生していること、すなわち、一定期間中の災害発生数の分布が近似的にポアソン分布に、また、労働災害が発生するまでの時間数の確率密度関数が指数分布やガンマ分布で表現されること、さらに、これらの分布式のパラメータが災害度数率と関連づけられることなどがあげられる<sup>2),3)</sup>。

ポアソン分布による分析では単位時間当りの発生数(災害発生頻度率)は一定とみなして分析が行われる。しかしながら、災害発生頻度率は一定した値であるよりも、むしろ常に変動し、ばらつきを有して出現する値とみなした方が合理的と考えられる。

例えば、建設工事では、一般に、作業環境や作業形態のそれぞれ異なった工程の連続的な過程を通して一つの製品が完成されてゆく。従って、工事の進捗に応じて労働災害発生危険性も同時に変動してゆくことは十分予想されることである。

そこで本研究では、災害発生頻度率がある確率分布に従って変動する場合を想定して、そのときの労働災害の発生数や発生時間数などの確率分布を求め、実際の災害事例を用いてこれら分布式の適合性を検証したのち、災害発生数や災害発生時間数の評価や予測を行うことを試みた。本稿はそれらの検討結果をまとめたものである。

## 2. 発生頻度率の変動を考慮した災害発生数および災害発生時間数の分布

### (1) 労働災害発生数の分布

本節では、労働災害の起こり方の特性を分析する一つの手法として、一定期間中での災害発生数について、とくに発生頻度率の変動するときの災害発生数の分布について検討を加える。

\* 正会員 工博 労働省産業安全研究所 安全技術課長  
(〒108 東京都港区芝5-35-1)

まず、災害はその発生確率がどの時間帯も等しくかつ相互に独立して発生すると仮定すると、ある期間での災害発生数の分布は、ポアソン分布で表され、また個々の災害の発生時間（間隔）数は負の指数分布となることが知られている<sup>5),6)</sup>。このポアソン分布は、災害のように稀な事象の発生数を分析する際に利用される最も基礎となる確率分布である。

またポアソン分布と指数分布とは、同一事象を発生件数からみた場合と、発生時間からみた場合とに観点を交えて記述したものであるから、ある事象が一方の分布を満足していれば、他方の分布も同時に満足していると考えてよい。

単位期間での災害発生数を災害発生頻度率  $\lambda$  と定義すると、期間  $t$  における災害発生数のポアソン分布は次式で示される。式中の  $E(X)$ 、 $V(X)$  はそれぞれ確率変数の期待値および分散である。ここで  $X$  は確率変数を表し、また  $x$  はその実現値を表す。

$$P(x) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} \cdot \exp\{-\lambda t\} \dots\dots\dots (1)$$

$$E(X) = \lambda t, V(X) = \lambda t \dots\dots\dots (2)$$

上式での  $\lambda$  は一定値であることを仮定しているが、実際には前述した通り、変動を伴って出現する値と考えた方が合理的と思われる。そこでこの  $\lambda$  自身も確率変数とみなし、ある確率分布のもとで変動すると想定して発生数の確率分布を求め、これを用いて確率・統計的な評価を行うことが必要となってくる。

この災害発生頻度率  $\lambda$  にどのような確率分布を想定すべきかについて現在のところ定まった説はないが、一つの参考として Greenwood-Wood, Greenwood-Yule による研究がある。彼等は第一次世界大戦下での英国軍需工場で作業した女子労働者に発生した労働災害を確率論的立場から分析を加えた。分析ではいくつかの確率モデルを導出したが、その一つとして、作業員の災害の起こし易さ（蓋然性）は各人に一様ではなく、むしろ作業員ごとに異なった大きさの蓋然性によって構成されるという考えのもとに災害発生数の分布を導出した<sup>7),8)</sup>。彼らは当初各人の災害蓋然性の分布として正規分布を想定し、この災害蓋然性をポアソン分布のパラメータと考え、ポアソン分布との複合化を経てエルミート分布と呼ばれる分布式を導出した。しかし、災害蓋然性が  $(-\infty \sim 0]$  間の負の値をとるのは不合理であるとして、 $[0 \sim +\infty)$  の範囲で分布する確率分布のうちで計算上便利な Pearson III type 分布（ガンマ分布）を新たにとりあげ、ポアソン分布との複合化を行い Greenwood-Yule の分布と呼ばれる分布を導出した。この研究以降、災害発生率の確率密度関数にはガンマ分布を利用することが多いようである。

従って、本論でも、災害発生頻度率の確率密度関数に

はガンマ分布を仮定して以降の論議を進めることとした。

まず、災害発生率  $\lambda$  の分布を次式と仮定する。

$$h(\lambda) = \frac{(c\lambda)^{k-1}}{\Gamma(k)} c \cdot \exp\{-c\lambda\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに  $c$  : 尺度パラメータ (Scale parameter)

$k$  : 指数 ( $k \geq 2$  で整数のときアールン分布)

すると  $\lambda$  を固定したときの災害発生数が式 (1) で与えられているので、同式のもとで式 (3) を複合化すれば災害発生頻度率が変動したときの発生数が次式で得られる。

$$\begin{aligned} P(x) &= \int_0^\infty \frac{(\lambda t)^x}{x!} \cdot \exp\{-\lambda t\} \cdot h(\lambda) d\lambda \\ &= \frac{c^k t^x}{x!} \int_0^\infty \frac{\lambda^{x+k-1}}{\Gamma(k)} \cdot \exp\{-(c+t)\lambda\} d\lambda \\ &= \frac{\Gamma(x+k)}{\Gamma(k)} \frac{1}{x!} \left(\frac{c}{c+t}\right)^k \left(\frac{t}{c+t}\right)^x \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

とくに  $x$  と  $k$  が整数のときは、

$$= \frac{(x+k-1)!}{x!(k-1)!} \left(\frac{c}{c+t}\right)^k \left(\frac{t}{c+t}\right)^x \dots\dots\dots (4')$$

$$E(X) = \frac{kt}{c}, V(X) = \frac{kt}{c} \left(\frac{c+t}{c}\right) \dots\dots\dots (5)$$

上式は一般に負の二項分布と呼ばれる確率分布である。かくして、分布のパラメータ  $c$ 、 $k$  を得ることが出来れば、同式を用いて任意の発生件数の確率分布を求めることが出来る。

なお、M. Greenwood, U. Yule らは観測期間に単位時間を用い、式 (4) で  $t=1$  とおいた式を非均等分布 (Unequal liability distribution) と名づけている。また同じく式 (4) において  $t=1$  として、パラメータ  $c$ 、 $k$  を新たに  $h=k/c$ 、 $b=1/c$  とおくと同式は下式のようになる。

$$\begin{aligned} P(x) &= \frac{\{h+(x-1)b\} \{h+(x-2)b\} \dots\dots\{h+b\}h}{x!} \\ &\quad \cdot (1+b)^{-h/b-x} \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

上式は、壺のモデルで有名なポリヤ・エッゲンベルガー (Polya-Eggenberger) 分布と呼ばれている<sup>9)</sup>。このほか、幾何分布の和の分布として負の二項分布（この場合の分布名はパスカル分布と呼ばれる）を導出することが出来るなど、負の二項分布は多くの成因を有している。従って、同式を用いる場合には元の母集団特性を十分理解しておく必要があると指摘されている<sup>10)</sup>。

さて式 (4) のパラメータ  $c$ 、 $k$  を推定するには、モーメント法によれば、データ平均を  $M$ 、データ分散を  $S$  とすると、式 (5) を用いて  $c$ 、 $k$  が以下のように求められる。

$$c = \frac{Mt}{S-M}, k = \frac{M^2}{S-M} \dots\dots\dots (7)$$

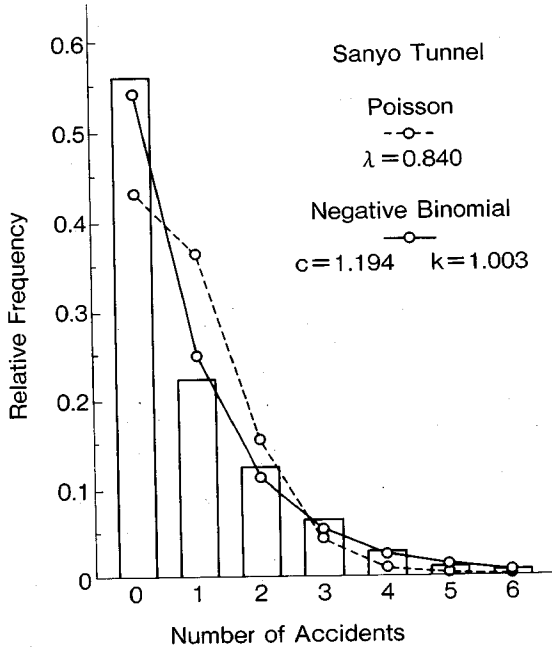


Fig. 1 Frequency distribution of accidents during Sanyo-Shinkansen tunnel construction

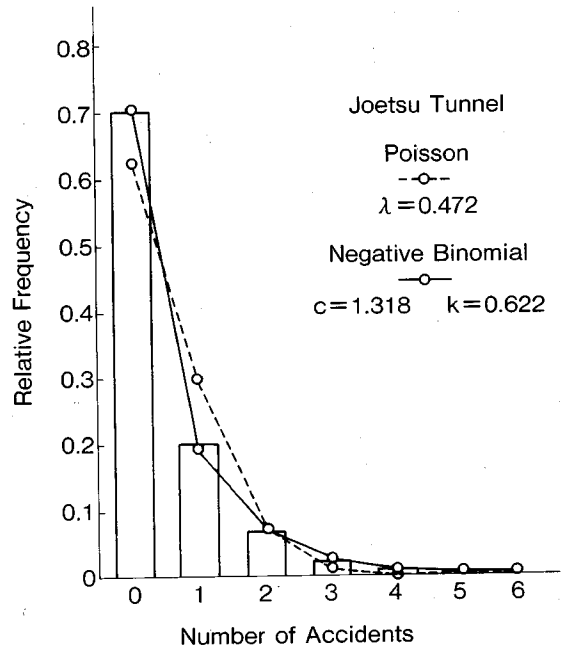


Fig. 2 Frequency distribution of accidents during Joetsu-Shinkansen tunnel construction

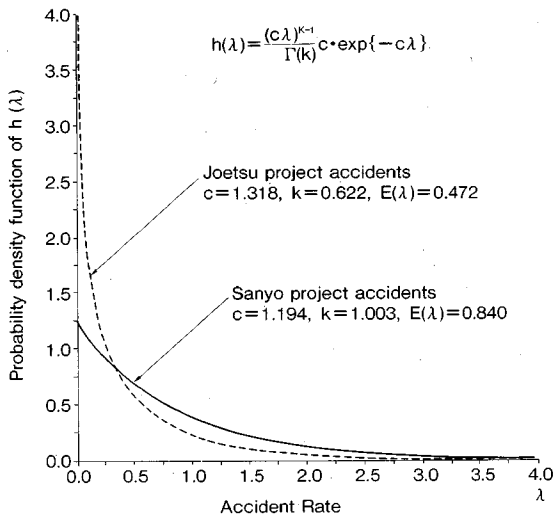


Fig. 3 Frequency distribution of accident rate  $\lambda$  from Shinkansen tunnel construction accidents

以上の考察を実際の労働災害に適用した事例として、Fig. 1には、山陽新幹線トンネル建設工事（広島、山口県内）で発生した労働災害について、1カ月当りの災害発生件数の分布を調べた結果を示した。同図には式(4)による負の二項分布に加えて、式(1)によるポアソン分布も併せて記した。同様に、山陽新幹線工事に引き続いて行われた上越新幹線建設工事でのトンネル建設工事に

おける労働災害発生数の分布を Fig. 2 に示した。

分析に用いた災害資料は、労働災害が発生した際に事業所より所轄労働基準監督署へ報告された「労働者死傷病報告」である。得られた災害資料件数は、山陽新幹線トンネル建設工事（1970～1974年、延施工月数（各工事事務所で工事が完了するまでに要した施工月数の総計）2157ヶ月）では1812件（負傷者1896人）、また上越新幹線トンネル建設工事（1971～1982年、延施工月数3002ヶ月）では1416件（負傷者数1566人）であった。

これらの図より、両トンネル建設工事での災害発生数は、ポアソン分布よりも負の二項分布の方がうまく適合していることがわかる。また、両トンネル工事災害を負の二項分布で表現した場合の分布のパラメータ  $c$ 、 $k$  を式(7)によって求め、これらを用いて式(3)によって各プロジェクトの災害発生頻度率の確率密度関数を求めた結果が Fig. 3 である。同図から、それぞれのプロジェクトにおける災害発生頻度率は、その平均値が上越新幹線トンネル工事災害=0.47件/月、山陽新幹線トンネル工事災害=0.84件/月となっているが、全体では図に示されたような分布となっていると考えられる。例えば、山陽新幹線トンネル建設（広島・山口県内）工事では、1970年～1974年の5年間、延べ月数2157カ月の長期間にわたって施工されたが、その間各月の災害発生頻度率は一定ではなく、工事の進行に応じて変動し、全体としては図に示したような災害頻度率分布のもの

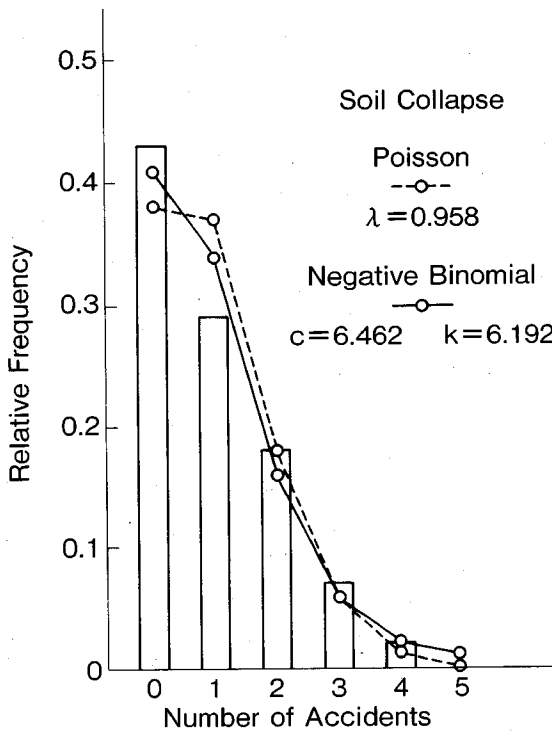


Fig. 4 Frequency distribution of serious accidents due to soil collapse

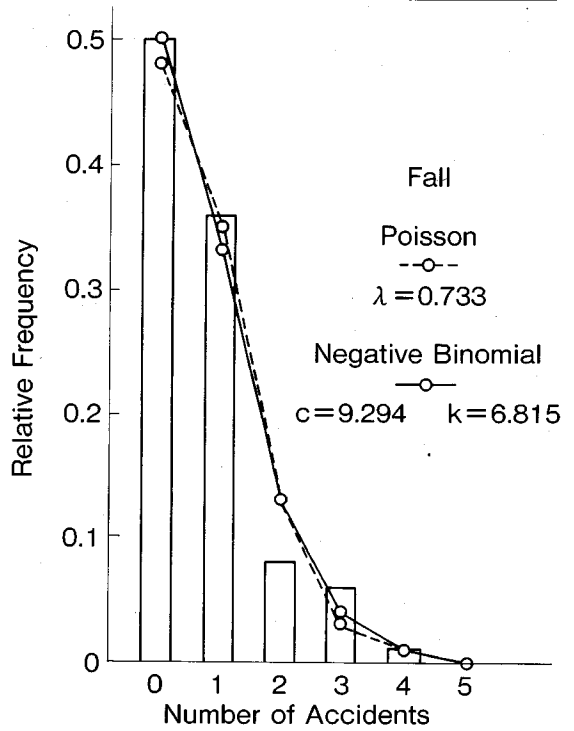


Fig. 5 Frequency distribution of serious accidents due to fall

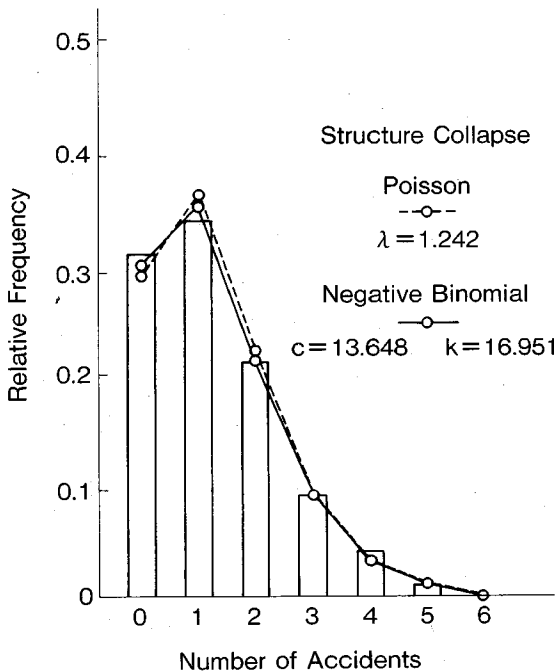


Fig. 6 Frequency distribution of serious accidents due to collapse of structure

発生件数の分布を調べ、その結果の一部を以下に示した。分析では、建設工事で多くみられる倒壊災害、土砂崩壊災害、および墜落災害についての分布を調べ、まず、Fig. 4には土砂崩壊災害の分析結果を示し、また Fig. 5には墜落災害の分析結果を、さらに Fig. 6には構造物倒壊災害の分析結果をそれぞれ示した。

これらの労働災害事例の分析結果より、災害の多くは単独に負の二項分布に、あるいは負の二項分布とポアソン分布とに同時に適合し、また、単独の分布としてはポアソン分布よりもむしろ負の二項分布の方が災害事例をうまく表現している例が多いことが分かる。

これらのことより、災害の多くは、事象そのものはランダムに発生するが、その単位時間当りの災害発生数（災害発生頻度率）は、ガンマ分布などで示される確率分布に従って生ずる、いわゆる複合過程のもとで発生していると考えられる。

## (2) 労働災害発生時間数の分布<sup>11)</sup>

労働災害の発生特性に関する他の分析法として、本節では、労働災害が発生するまでの時間数について、とくに発生頻度率が変動するときの災害発生時間数の分布について検討する。

まず、災害事象に関する基本仮定を前節と同様に、その発生確率がどの時間帯も等しくかつ相互に独立して発生すると仮定すると、個々の災害が発生するまでの時間（間隔）数は負の指数分布に、また複数件の災害が発生

とで災害が発生したと考えられる。

また、他の労働災害分析事例として、1977年～1986年の10年間に日本全国で発生した重大災害（一度に3人以上の負傷者を含んだ災害）をとりあげ、1カ月当りの

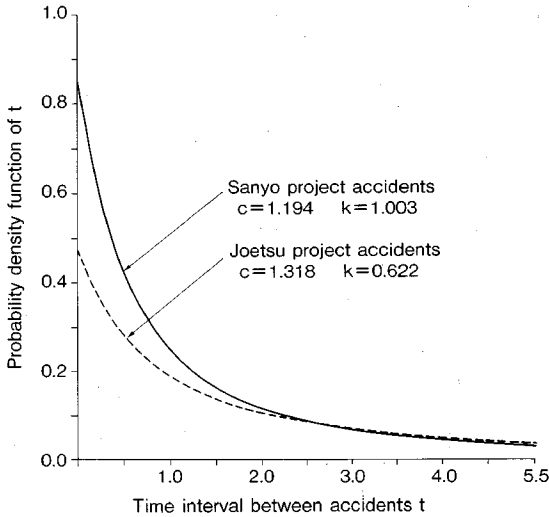


Fig. 7 Frequency distribution of time interval of accidents by Shinkansen tunnel construction

するまでの時間数は、指数分布の和の分布であるガンマ分布に従うことが知られている<sup>6)</sup>。指数分布の確率密度関数を以下に示す。ここに、 $T$ は確率変数を表し、 $t$ はその実現値である。

$$f(t) = \lambda \cdot \exp\{-\lambda t\} \dots\dots\dots (8)$$

$$E(T) = 1/\lambda, V(T) = 1/\lambda^2 \dots\dots\dots (9)$$

上式のパラメータは $\lambda$ である。この $\lambda$ は発生時間数の確率分布である指数分布の期待値 ( $1/\lambda$ ) の逆数であることから、単位期間当りの災害発生数、すなわち災害発生頻度率を表すと考えられる。従って、前節で考察したように、 $\lambda$ 自身も確率的に変動することを想定して以下に発生時間数分布を求めることとする。

この $\lambda$ 自身の確率分布は既に式(3)で与えられているので、同分布のもとでの災害発生時間数の分布は、式(8)の $\lambda$ を式(3)によって複合化することによって以下の如く得られる。

$$\begin{aligned} f(t) &= \int_0^{\infty} \lambda \cdot \exp\{-\lambda t\} \cdot h(\lambda) d\lambda \\ &= \frac{c^k}{\Gamma(k)} \int_0^{\infty} \lambda^k \cdot \exp\{-(c+t)\lambda\} d\lambda \\ &= \frac{\Gamma(k+1)}{\Gamma(k)} \cdot \frac{c^k}{(c+t)^{k+1}} \\ &= \frac{k c^k}{(c+t)^{k+1}} = \frac{k}{c} \left(\frac{c}{c+t}\right)^{k+1} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

また同式の確率分布関数および期待値、分散はそれぞれ次式で示される。

$$F(t) = \int_0^t f(t) dt = 1 - \left(\frac{c}{c+t}\right)^k \dots\dots\dots (11)$$

$$E(T) = \frac{c}{k-1}, V(T) = \frac{c^2 k}{(k-2)(k-1)^2} \dots\dots\dots (12)$$

上式はバレート分布と呼ばれるが、指数分布をパラメ

ータ $\lambda$ のガンマ分布で複合化したので、ここでは複合化指数分布と呼ぶことにする。

前節で、ポアソン分布と指数分布とが、同一事象を発生数と発生時間数とに観点を交えて記述したものであることを述べたが、同様なことが負の二項分布と複合化指数分布との間についても言える。すなわち、ある事象の発生頻度率が式(3)によるガンマ分布で表されるとき、その発生数分布は負の二項分布となり、また発生時間数分布は複合化指数分布で示される。同じくある事象が一方の確率分布を満足していれば、他方の分布も同時に満足することがこの場合も成立する。

複合化指数分布式(10)のパラメータは式(4)と同じ $c$ 、 $k$ であり、同式による解析例として、ここでは、前節での山陽新幹線および上越新幹線トンネル建設工事労働災害の発生数の分析結果から得られたパラメータ $c$ 、 $k$ を用いて複合化指数分布を計算した結果をFig. 7に示した。同図より、両プロジェクト災害とも発生時間間隔の分布は指数分布に近い形状となっている。また、山陽新幹線工事災害の発生時間確率分布曲線が上越新幹線工事災害に比べて急勾配になっており、山陽新幹線災害が上越新幹線災害よりも短い期間で発生する割合が高いことがわかる。これはFig. 3に示したように、山陽新幹線工事災害の発生頻度率の分布が、上越工事災害に比べて大きい値の領域で分布している比率が高いからである。

### 3. ベイズ方式による災害発生数および災害発生時間数の評価

前章では発生頻度率 $\lambda$ が変動することを想定した災害発生分布特性を考察した。そこでは、災害発生率 $\lambda$ はガンマ分布に従う確率変数として取扱われ、ポアソン分布や指数分布との混合化を経て、負の二項分布や複合化指数分布などの複合化分布が導出され、実際の災害による検証も行われた。

しかしながら、災害発生頻度率 $\lambda$ の確率分布にガンマ分布を仮定したのは、主に複合化を行ううえでの計算上の都合による理由が大きく、同式が最善の分布という訳では必ずしもない。

加えて、データから推定されるパラメータの信頼性についても問題が無い訳ではない。前章で分析を行った災害事例のデータ数は、山陽新幹線トンネル工事災害では延べ月数2157カ月で発生した1812件の労働災害、同じく上越新幹線トンネル工事災害では、延べ3002カ月で発生した1416件の労働災害、さらに重大災害については1977年~1986年の10年間で発生した総数1879件など、いずれの分析においても、膨大な量の災害データを用いて分布のパラメータの推定を行っている。しかし、このように大量の災害データを観察して信頼性の高いバ

ラメータを推定出来ることは極めて限られた場合であり、実際にはその場で得られたありあわせのデータを用いて推定したり、あるいはせざるを得ないことが多い。

このように、少数データしか得られないときにパラメータをどのように推定するかは、労働災害のように比較的稀にしか生起しない事象を取り扱う際に生ずる根本的な問題点でもある。

そこで本章では、このような問題に対処するために、ベイズの定理を用いて以下に、(1) 少数のデータから災害発生率 $\lambda$ の確率分布の導出を行い、(2) 導出された確率分布を用いて、災害発生数や発生時間数の分布を求め、災害発生数や時間数の確率的な評価や予測を行うことを試みた。

(1) ベイズ方式による災害発生率の推定

近代統計学では、観測したデータを用いてベイズの定理によって分布のパラメータの推定などの統計的推測を行う方法論を総称してベイズ統計学と呼んでいる。このベイズ統計学の基礎であるベイズの定理は数式的には次の形式で表すことが出来る<sup>12)</sup>。

いま  $n$  個の事象  $A_1, A_2, \dots, A_n$  が互いに排反でかつ必ずどれかが起こるとする。また  $B$  を他の事象とする。このとき事象  $B$  のもとで任意の事象  $A_i$  が起こる確率は次式で与えられる。

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{P(A_1)P(B|A_1) + \dots + P(A_n)P(B|A_n)} \dots\dots\dots(13)$$

ただし、 $P(B|A_i)$  は事象  $A_i$  が与えられたときに  $B$  が起こる条件付確率である。また、ベイズの定理が利用されるときは、事象  $A_1, A_2, \dots, A_n$  は事象  $B$  の原因事象、 $P(A_i)$  は  $A_i$  の事前確率、 $P(A_i|B)$  は  $A_i$  の事後確率と呼ばれている。このようにベイズの定理は、原因事象の事前分布と既知の条件付確率から事後分布を求める公式である。

以上の準備のもとに、期間  $T_0$  内で  $X_0$  件の災害が発生したときに災害発生頻度率  $\lambda$  の確率分布をベイズの定理によって求めてみると、最終的に、

$$h(\lambda) = \frac{(\lambda T_0)^{X_0} \cdot \exp\{-\lambda T_0\}}{\int_0^\infty (\lambda T_0)^{X_0} \cdot \exp\{-\lambda T_0\} d\lambda} = \frac{(\lambda T_0)^{X_0} T_0}{X_0!} \cdot \exp\{-\lambda T_0\} \dots\dots\dots(14)$$

なる確率密度関数に到達する<sup>11), 13)</sup>。同確率密度関数の期待値および分散は次の通りである。

$$E(\lambda) = \frac{X_0 + 1}{T_0}, \quad V(\lambda) = \frac{X_0 + 1}{T_0^2} \dots\dots\dots(15)$$

このようにして、期間  $T_0$  において  $X_0$  件の災害が発生した条件のもとでの災害発生頻度率  $\lambda$  の事後分布は、事前災害情報である  $X_0, T_0$  をパラメータとするガンマ

分布式 (14) で示される。前章において、災害発生頻度率  $\lambda$  の分布として、主として複合化を行う計算上の都合によってガンマ分布が採用されたが、上に示したとおり、ベイズの定理によって事後確率分布として同じ分布が導出されており、ガンマ分布が計算上の利便さのみならず確率論的にも裏付けを有した分布であることを明かにすることが出来た。

また、期間  $T_0$  で  $X_0$  件の災害が発生したのに引き続き、さらに期間  $T_1$  で  $X_1$  件の災害が発生した時点での災害発生頻度率  $\lambda$  の事後確率分布は、式 (14) の分布を新たに事前分布としてベイズの定理を適用すると、

$$h(\lambda) = \frac{(\lambda T_1)^{X_1}}{X_1!} \cdot \exp\{-\lambda T_1\} \cdot \frac{(\lambda T_0)^{X_0} T_0}{X_0!} \cdot \exp\{-\lambda T_0\}}{\int_0^\infty \frac{(\lambda T_1)^{X_1}}{X_1!} \cdot \exp\{-\lambda T_1\} \cdot \frac{(\lambda T_0)^{X_0} T_0}{X_0!} \cdot \exp\{-\lambda T_0\} d\lambda} = \frac{\lambda^{X_0+X_1} T_0^{X_0+1} T_1^{X_1}}{X_0! X_1!} \cdot \exp\{-\lambda(T_0+T_1)\}}{(X_0+X_1)! \cdot \frac{T_0^{X_0+1} T_1^{X_1}}{(T_0+T_1)^{X_0+X_1+1}}} = \frac{[\lambda(T_0+T_1)]^{X_0+X_1} (T_0+T_1)}{(X_0+X_1)!} \cdot \exp\{-\lambda(T_0+T_1)\} \dots\dots\dots(16)$$

を新たな事後分布として得る。同式は、 $(X_0+X_1), (T_0+T_1)$  を新たなパラメータとするガンマ分布である。ベイズの定理ではこのように、新規にデータを得る度に得られた情報とそれ以前の情報とを統合し、情報を更新しながら新たな事後分布を求めることが出来る。以下同様に、期間  $T_i$  で  $X_i$  件の災害が発生したことを  $(X_i, T_i)$  と記すと、 $(X_1, T_1), (X_2, T_2), \dots, (X_n, T_n)$  のもとでの災害発生頻度率の事後分布の一般式は次式のようになる。

$$h(\lambda) = \frac{(\lambda T)^X \cdot T}{X!} \cdot \exp\{-\lambda T\} \dots\dots\dots(17)$$

$$E(\lambda) = \frac{X+1}{T}, \quad V(\lambda) = \frac{X+1}{T^2} \dots\dots\dots(18)$$

ここに  $X = \sum_{i=0}^n X_i, \quad T = \sum_{i=0}^n T_i$

これまで述べてきたベイズ定理を用いた災害発生頻度率の分布を解析的に分析した事例として、ここでは、平均災害発生頻度率を  $\lambda = X/T = 0.1$  と一定に保ち、事前情報が  $(X, T) = (10, 100), (5, 50)$  および  $(2, 20)$  の3つの異なったケースについて災害発生頻度率の事後確率分布を求めた結果を Fig. 8 に示した。

同図から、同じ平均災害発生頻度率であっても、観測期間が長いほど  $\lambda$  の変動が小さくなっている。これは、式 (18) に示されるとおり、 $\lambda$  の分散が観測時間数  $T$  の2乗に反比例しているためである。同じく、データのち

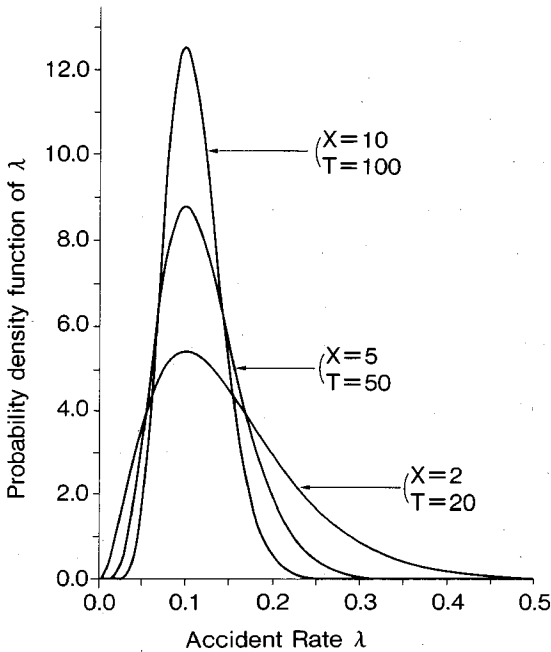


Fig. 8 Posterior distribution of accident frequency rate by Bayes' theorem

らばり具合を相対的に表す尺度である変動係数 ( $\sqrt{V}/E$ ) も,  $T$  が長いほど相対的に小さくなるのがわかる.

(2) ベイズ方式による災害発生数の分布

前節で災害に関する事前情報が与えられたときに発生頻度率の分布を推定することができたので, その知見を用いて災害発生数の分布を求めることとする.

期間  $T$  で  $X$  件の災害が発生したときの災害発生率  $\lambda$  の事後分布が式 (17) で表されることが分かったので, 同式のもとで期間  $t$  の災害発生数の分布を求めるには式

(1) のポアソン分布を式 (17) で複合化すればよい.

すなわち,

$$\begin{aligned}
 P(K) &= \int_0^{\infty} \frac{(\lambda t)^K}{K!} \cdot \exp\{-\lambda t\} \\
 &\quad \times \frac{(\lambda T)^X T}{X!} \cdot \exp\{-\lambda T\} d\lambda \\
 &= \frac{(X+K)!}{X!K!} \cdot \frac{T^{X+1} t^K}{(T+t)^{X+K+1}} \\
 &\quad \times \int_0^{\infty} \frac{[\lambda(T+t)]^{X+K} (T+t)}{(X+K)!} \cdot \exp\{-\lambda(T+t)\} d\lambda \\
 &= \frac{(X+K)!}{X!K!} \cdot \frac{T^{X+1} t^K}{(T+t)^{X+K+1}} \\
 &= \frac{(X+K)!}{X!K!} \cdot \left(\frac{T}{T+t}\right)^{X+1} \left(\frac{t}{T+t}\right)^K \dots \dots (19)
 \end{aligned}$$

$$E(K) = \frac{(X+1)t}{T}, \quad V(K) = \frac{(X+1)(T+t)t}{T^2} \dots (20)$$

結果は式 (4) と同じ負の二項分布となる. 式 (4) と異なる点は, 分布のパラメータ  $X, T$  が既に与えられていることにある. 新たに導出した式 (19) の計算を行う

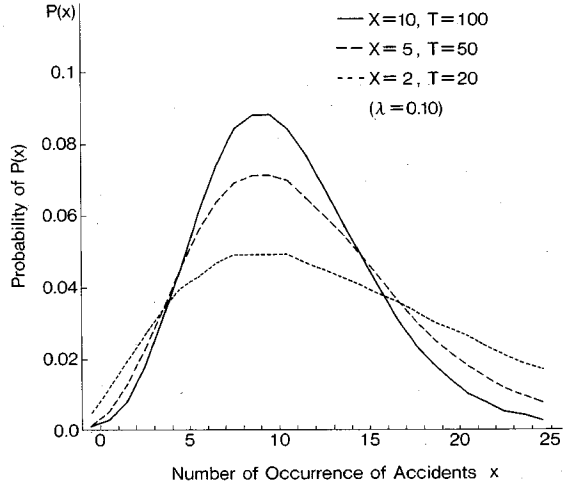


Fig. 9 Frequency distribution of accidents by Bayes' theorem

には次の漸化式を利用するのが便利である. まず,  $K=0$  のときの確率を  $P(0)$  として,

$$P(0) = \left(\frac{T}{T+t}\right)^{X+1} \dots \dots \dots (21)$$

以下, 災害発生件数  $K$  件の発生確率  $P(K)$  は, 初項  $P(0)$  から出発して次式によって求められる.

$$P(K) = \left(\frac{X+K}{K}\right) \left(\frac{t}{T+t}\right) P(K-1) \dots \dots \dots (22)$$

同式による計算事例として, 前節で求めた 3 種類の災害発生頻度率  $\lambda$  の事後確率分布 (Fig. 8) のもとで, 観測期間が  $t=100$  のときの災害発生数の分布を計算した結果を Fig. 9 に示した. 同図に示した通り, 事前情報として与えられる平均災害発生頻度率 ( $\lambda=X/T$ ) が同一であっても, その観測時間数の長さに応じて災害発生数の分布形状が異なっている. すなわち Fig. 8 と同じく, 事前情報の観測期間が長いほど災害発生数分布の変動幅が小さくなっている. その理由は, 災害発生頻度率  $\lambda$  の事後確率分布と同様に, 観測期間が長いほど分布の分散が小さくなるためである.

ここで Fig. 8, Fig. 9 において,  $\lambda=X/T=\text{const.}$  に保ったままで観測期間  $T \rightarrow \infty$  (従って  $X \rightarrow \infty$ ) の極限を考えてみると, まず  $\lambda$  の分布については式(18)より,

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \{E(\lambda)\} = X/T, \quad \lim_{T \rightarrow \infty} \{V(\lambda)\} = 0 \dots \dots \dots (23)$$

となり, 最終的には  $h(\lambda)=X/T$  の一点分布となる.

一方災害発生頻度率  $\lambda$  の極限分布が  $\lambda=X/T$  の一点分布となることから, 災害発生数の極限分布は,

$$P(K) = \frac{(t \cdot X/T)^K}{K!} \cdot \exp\{-t \cdot X/T\} \dots \dots \dots (24)$$

なるポアソン分布となることが示される<sup>11)</sup>. このようにポアソン分布は負の二項分布の極限分布であるが, 事

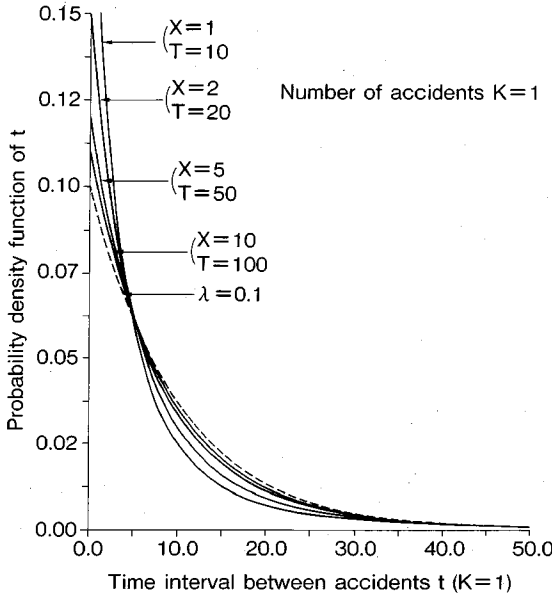


Fig. 10 Frequency distribution of time interval of accidents by Bayes' theorem ( $K=1$ )

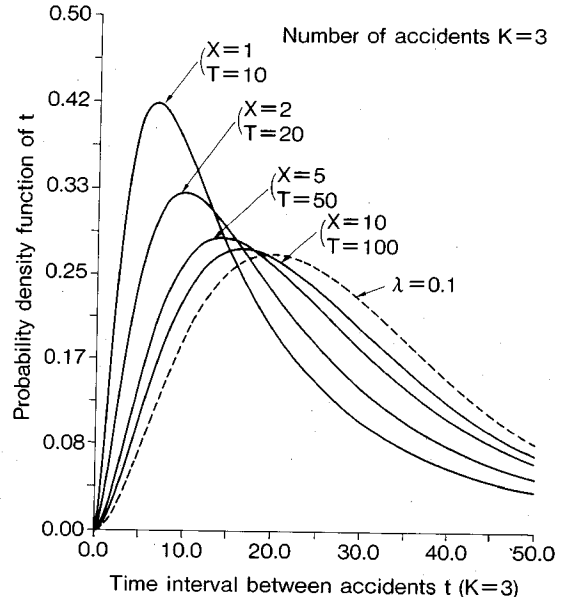


Fig. 11 Frequency distribution of time interval of accidents by Bayes' theorem ( $K=3$ )

前情報の長さによって負の二項分布の分布形状がかなり異なるので、ポアソン分布を負の二項分布の近似分布として用いる場合には、パラメータ  $\lambda$  (災害発生頻度率) の変動、分布性状を検討しておくことが重要である。

(3) ベイズ方式による災害発生時間数の分布

期間  $T$  で  $X$  件の災害が発生した条件のもとで、災害発生頻度率の変動を考慮した災害発生時間数の分布を求めるには、災害発生時間数の分布式 (8) と災害発生率  $\lambda$  の事後分布式 (17) とを複合化すればよい。

$$\begin{aligned}
 f(t) &= \int_0^\infty \lambda \cdot \exp\{-\lambda t\} \cdot \frac{(\lambda T)^X T}{X!} \cdot \exp\{-\lambda T\} d\lambda \\
 &= \frac{T^{X+1}}{X!} \int_0^\infty \lambda^{X+1} \cdot \exp\{-\lambda(T+t)\} d\lambda \\
 &= \frac{(X+1)!}{X!} \cdot \frac{T^{X+1}}{(T+t)^{X+2}} = \frac{(X+1)}{T} \left(\frac{T}{T+t}\right)^{X+2} \quad (25)
 \end{aligned}$$

同式の確率分布関数および期待値、分散は次式で示される。

$$F(t) = \int_0^\infty f(t) dt = 1 - \left(\frac{T}{T+t}\right)^{X+1} \quad (26)$$

$$E(t) = \frac{T}{X}, \quad V(t) = \frac{T^2(X+1)}{X^2(X-1)} \quad (27)$$

また上式で  $\lambda = X/T$  を一定に保ったままで観測期間を  $T \rightarrow \infty$  (従って  $X \rightarrow \infty$ ) としたとき、次式の指数分布がその極限分布として得られる。

$$f(t) = \left(\frac{X}{T}\right) \cdot \exp\left\{-\frac{X}{T}t\right\} \quad (28)$$

上式による計算事例として Fig. 10 に、平均災害発生

頻度率  $\lambda = X/T = 0.1$  のときで  $(X, T) = (1, 10), (2, 20), (5, 50), (10, 100)$  の4つのケースについて計算した結果を示した。同図には、 $\lambda = X/T$  を一定に保ち  $T \rightarrow \infty$  としたときの極限分布である指数分布を破線で示した。観測期間が長くなるに従い指数分布に漸近してゆく様子が見える。

さて、災害発生率  $\lambda$  を固定したときの個々の災害発生時間数の分布は式 (8) の指数分布で与えられるが、このとき複数件の災害が発生するまでの時間数の分布は、指数分布の和の分布として、たたみ込み積分によって次式のガンマ分布となることが知られている<sup>5),6)</sup>。

$$f_K(t) = \frac{(\lambda t)^{K-1} \lambda}{(K-1)!} \exp\{-\lambda t\} \quad (29)$$

従って、 $T$  時間で  $X$  件の災害が発生した条件のもとで、複数件の災害が発生する時間数の分布は、式 (29) を事後分布式 (17) で複合化すればよい。結果は、 $K$  件目の災害発生時間数を  $t_K$  と書くと、その確率密度関数として、

$$f_K(t_K) = \frac{(X+K)!}{X!K!} \cdot \frac{K}{t_K} \left(\frac{T}{T+t_K}\right)^{X+1} \left(\frac{t_K}{T+t_K}\right)^K \quad (30)$$

が得られ、またその確率分布関数および期待値、分散はそれぞれ次式で示される。

$$F_K(t_K) = 1 - \left(\frac{T}{T+t_K}\right)^{X+1} \cdot \sum_{i=0}^{K-1} \frac{(X+i)!}{X!i!} \cdot \left(\frac{t_K}{T+t_K}\right)^i \quad (31)$$

$$E(T_K) = K \frac{T}{X}, \quad V(T_K) = \frac{KT^2(X+K)}{X^2(X-1)} \quad (32)$$

上に示した式は特に定まった分布名はないので、こ



では複合化ガンマ分布と呼ぶことにする。上記の各式で  $K=1$  とおくと、複合化指数分布の式 (25) ~ (27) となる。

さらに、式 (30) と式 (19) を比べてみると、式 (30) の複合化ガンマ分布は、式 (19) の負の二項分布に  $K/k$  を掛けた値となっている。従って式 (30) の計算を行うには、まず式 (22) の漸化式によって所定の災害件数の  $P(K)$  を求め、この  $P(K)$  を用いて次式で求めればよい。

$$f_k(t) = \frac{K}{t} P(K) \dots\dots\dots (33)$$

ただし

$$f_{k=1}(0) = \frac{X+1}{T}, f_{k>1}(0) = 0 \dots\dots\dots (34)$$

また、式 (30) で  $\lambda = X/T$  を一定に保ち、観測期間を  $T \rightarrow \infty$  にした極限の分布は、複合化指数分布のときと同様な手続きを経て最終的に次のガンマ分布に到達する。

$$f_k(t) = \frac{(X/T \cdot t)^{k-1}}{(K-1)!} \cdot \frac{X}{T} \cdot \exp\left\{-\frac{X}{T}t\right\} \dots\dots\dots (35)$$

上式で  $K=1$  とおくと指数分布の式 (28) となる。複合化ガンマ分布による計算事例として、ここでは  $K=3$  の場合について、Fig. 10 と同じく、平均災害発生率を  $\lambda = X/T = 0.1$  として  $(X, T)$  のいくつかのケースについてその発生時間数の確率密度関数を求めた結果を Fig. 11 に示した。

事業所等において、例えば期間  $T=10$  までに  $X=1$  の災害が起こったとすると、その情報のもとでの災害発生時間数の分布は、同図の  $(X, T)=(1, 10)$  の分布曲線で示される。また、同じ事業所で引き続いて次の  $T=10$  の期間で災害も同じく  $X=1$  件の災害が起こったとすると、当初からの災害情報を合計すると、 $T=20$  において  $X=2$  を得たことになる。この情報のもとでの災害発生時間数分布は  $(X, T)=(2, 20)$  の分布曲線で表される。以下同様にして、観測期間長が延びて災害情報も増すに従って、増加した災害情報を用いて災害発生率の新たな事後分布を推定し、この新しい事後分布のもとでの災害発生時間数の分布を更新するという手続きを繰回して評価を行うことが出来る。

Fig. 10, Fig. 11 には、観測期間  $T$  が長くなるに従って災害発生時間数の分布が極限分布の指数分布あるいはガンマ分布に漸近してゆく様子が示されている。また、事前情報によって災害発生時間分布の形状がかなり異なっているので、指数分布あるいはガンマ分布を複合化分布の近似分布として用いる際には、観測期間の長さを考慮しておくことが必要である。

以上本章では、ベイズの定理を利用して、事前に得られた災害情報のもとに災害発生頻度率の確率分布を推定

し、同分布をポアソン分布やガンマ分布と複合化して負の二項分布や複合化ガンマ分布を導出し、それらの確率分布を用いて災害発生数や発生時間数の評価や予測を行うことを試みた。

災害データが数多くあるときには、これらのデータから信頼度の高い災害発生率を推定することが出来るが、一つの事業所では必ずしも十分なデータが蓄積されている訳ではない。従って、少数のデータであっても災害発生率を推定することが出来るベイズ方式による分析法は、このようなときに極めて有効な手法である。さらにベイズの定理による推定法は、観測期間が長くなり災害情報が多く得られるに従って、推定される災害発生率の確信度が高まる特性を有しているため、少数データによる推定から大量データによる推定まで、幅広い段階での評価に適用出来る利点も有している。今後この手法が安全性評価で果す役割は大きいと考えられる。

#### 4. まとめ

本論文では、労働災害発生頻度率がある確率分布に従って変動する場合を想定し、そのときの労働災害発生数や災害発生時間数などの確率分布を求めたのち、実際の災害事例を用いてこれらの式の妥当性を検討した。ついで、少数の災害データでも適用可能な災害発生頻度率推定法を考察し、それらの結果をもとに災害発生数や発生時間数の評価法の検討を行った。それらの結果をまとめると以下のようなものである。

- (1) 建設工事で発生した災害を分析してみると、一定期間中における災害発生数の分布は、多くが負の二項分布あるいはポアソン分布に適合している。とくに単独の分布としては、ポアソン分布よりも負の二項分布の方がうまく適合している場合が多い。
- (2) 災害は、事象そのものはランダムに発生するが、その単位時間当りの災害発生数(災害発生率)はある確率分布に従って生ずる、いわゆる複合過程のもとで発生している。
- (3) 災害データが数多くあるときは、それらを利用して災害発生頻度率分布のパラメータを推定することが出来る。得られたパラメータを用いて災害発生数や発生時間数の確率分布を求めることが出来る。
- (4) 災害事例が少ないときには、ベイズ方式によって災害発生頻度率の確率分布を推定することが出来る。得られた確率分布は、災害件数と観測時間数をパラメータとするガンマ分布となる。
- (5) 発生頻度率の分布を考慮した災害発生数の分布は負の二項分布となり、災害発生時間数の分布は複合化ガンマ分布となる。これらの複合化分布の極限分布は、ポアソン分布やガンマ分布となる。すなわち、ポアソン分布やガンマ分布は複合化分布の近似分布である。

(6) ベイズ方式では、データが得られる度に災害発生頻度率の事後分布を更新しながら新たな複合化分布を導出し、得られた確率分布によって災害発生数や災害発生時間数の確率的な評価や予測を行うことが出来る。

(7) 災害の確率・統計分析研究は、与えられた条件の下で災害発生数や発生時間数を予測することや、災害結果から安全管理の有効性を評価することによって、安全管理をより高度化させるための情報を導き出すことが主たる役割と考えられる。本研究は分析における一般的な方法論を示したものであるが、今後は具体的に行われているさまざまな安全管理手法と本分析手法とを結び付け、より実際に添った安全性評価の研究を行いたいと考えている。

#### 参 考 文 献

- 1) たとえば、労働災害動向調査報告(昭和63年), 労働大臣官房政策調査部, 1989.
- 2) 花安繁郎: 災害発生時間による安全水準の評価について, 土木学会論文報告集, 第301号, pp. 105~113, 1980.
- 3) 花安繁郎: 労働災害発生系列の均質性に関する研究, 建築学会構造系論文報告集, 第352号, pp. 1~9, 1985.
- 4) 花安繁郎・五十嵐日出夫: 逐次確率比検定法による労働災害発生率の統計評価に関する研究, 土木学会論文集, 第409号/VI-11, pp. 47~56, 1989.
- 5) 伊藤 学・亀田弘行訳: 土木・建築のための確率統計の基礎, 丸善, pp. 113~126, 1977.
- 6) Maguire, B. A., E. S. Pearson and A. H. A. Wynn: The Time Intervals between Industrial Accidents, *Biometrika* 39, pp. 168~180, 1952.
- 7) M. Greenwood and H. M. Wood: The Incidence of Industrial Accidents upon Individuals with Special Reference to Multiple Accidents, 1919, In: W. Haddon Jr., E. A. Suchman and D. A. Klein, *Accident Research*, Harper and Row, New York, pp. 389~396, 1964 (Reprinted from Report No. 4, 1919, Industrial Fatigue Research Board, Medical Research Committee, Great Britain).
- 8) M. Greenwood and G. U. Yule: An Inquiry into the Nature of Frequency Distributions Representative of Multiple Happenings with Particular References to the Occurrence of Multiple Attacks of Disease or of Repeated Accidents, *J. of Roy. Statis. Soc.*, Vol. 83, pp. 255~279, 1920.
- 9) 印東太郎: 確率および統計, コロナ社, pp. 104~113, 1967.
- 10) 増山元三郎: 少数例のまとめ方II, 竹内書店新社, pp. 590~595, 1976.
- 11) 花安繁郎: 災害発生時間の分布に関する研究(5), 労働省産業安全研究所研究報告, RIIS-RR-89, 1989.
- 12) 芝祐順・渡部洋・石塚智一編: 統計用語辞典, 新曜社, pp. 239~241, 1984.
- 13) 大村平・今田直孝: 推測統計のFORTRAN, オーム社, pp. 92~97, 1972.

(1994. 1. 18 受付)

## A STUDY ON THE OCCURRENCE CHARACTERISTICS OF OCCUPATIONAL ACCIDENTS CONSIDERING VARIANCE OF ACCIDENT FREQUENCY RATES

Shigeo HANAYASU

Statistical analyses of occupational accidents considering the variance of accident frequency rate were carried out. Emphasis was placed on the probabilistic and statistical analyses to clarify the frequency distribution of the number of accident occurrences and the time interval between accidents. From accident investigations, it was found that both the Poisson and negative binomial distributions agreed well with many actual accident cases. The frequency distribution of each of the number of accident occurrences and the time interval between accidents can be represented as a mixture of the probability distribution of the accident frequency rate and the corresponding probability distribution function. These mixing ultimately gives a negative binomial distribution for the number of accident frequency and a composite gamma distribution for the time intervals between accidents. Parameters of the distribution of accident frequency rate can be determined from actual accident data. Where such data is insufficient, the Bayesian statistical inference scheme can be employed as an alternative method to estimate the parameters of distribution.

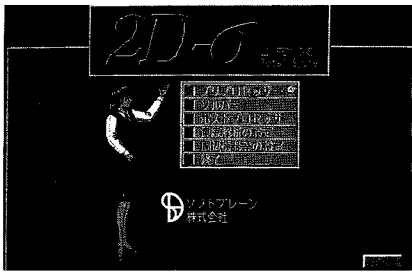
# パソコン用土木構造解析CAEシステム

ツードイーシグマ

## 2D-σ

TOTAL SYSTEM

土木業界で大好評



■システムマネージャー（動画、音声）

「噂は聞いているが、ここまでできると思わなかった！」  
「これなら私にも使える！」「もう他のソフトは使えない。」

—よく聞くユーザーの声

詳細資料提供

数日間かかった解析がわずか数十分間で！  
だれでも、どこでも、低コストで、簡単に。  
斬新なコンセプトで設計のあり方が変わる！

高性能CADを内蔵、全ての情報はCAD図面に直感的に指定。（境界・荷重条件、掘削、盛土、支保等）

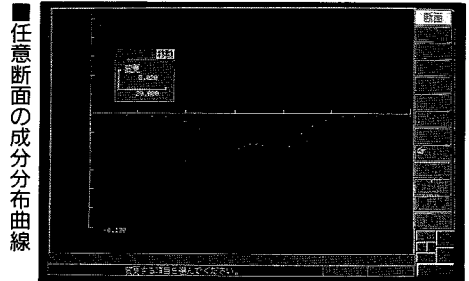
有限要素的な指定は存在しない。システムはCAD上の情報から全てのデータを自動的に生成する。

土木解析に必要な機能のほとんどに対応。（非線形、弾塑性、ジョイント、掘削、盛土、支保、熱応力など）

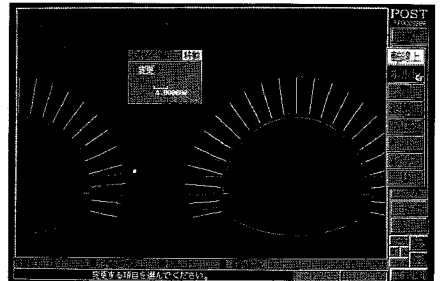
高度なステップ解析機能により、施工中の力学的変化をリアルに再現。（前ステップのデータは自動的に継承されユーザーは図面上で「施工」する感じ）

EWS並みの大規模解析能力と高速演算。（3000節点、拡張可、1400節点の演算はCPU486DXで約2分間）

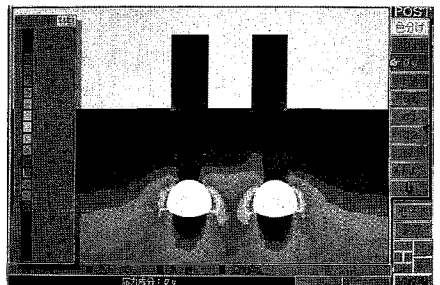
独自のウィンドウシステム、音声サポート、オンラインヘルプ、豊富で高品質な出力など。



■任意断面の成分分布曲線

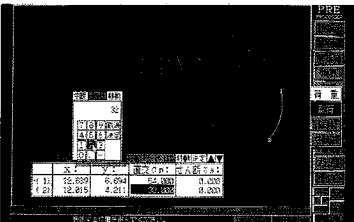


■ワンタッチでM・Q曲線

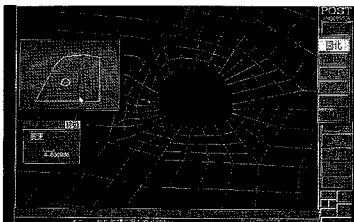


■応力/ひずみの分布状態

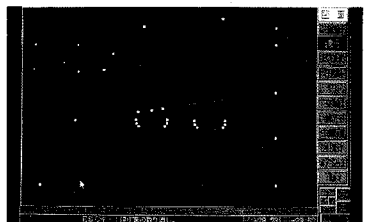
■全ての条件は図面上に直接指定



■断層・弱面の挙動はリアルに再現



■高性能CADで図面を素早く入力



開発・販売



ソフトブレン(株)

お問合せは 03-3592-7659

本社：〒001 札幌市北区北37条西4丁目王陽ビル

Tel 011-736-7009 Fax 011-736-7449

販売代理

株式会社

CRC総合研究所

# 土と水の連成逆解析プログラム

未来設計企業  
**CRC**

# UNICOUP

応力解析と浸透解析がドッキングした!

軟弱地盤の解析に!

海洋開発・埋立

盛土・掘削

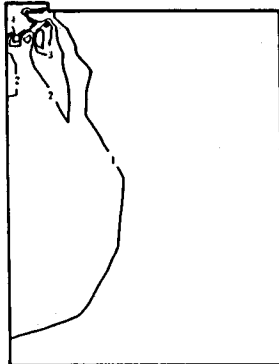
## 出力項目

- 各節点での変位、各要素での応力
- 各節点での全水頭・圧力水頭 他
- 豊富な図化処理  
変位図、変位ベクトル図、応力ベクトル図、応力コンター図、安全率コンター図、水頭コンター図、圧力水頭コンター図

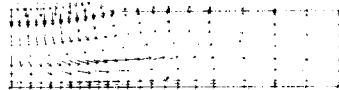
## プログラムの特長

- 応力と地下水の流れをカップルさせた問題が解析可能です。(圧密含む)
- 地下水の流れは飽和・不飽和域を対象としています。
- 多段掘削・盛土や降雨等が扱えます。
- 梁や連結要素も扱え実用的です。
- 経時観測記録(変位・水位)があれば、非線形最小二乗法に基づき変形係数や透水係数が逆解析できます。(順解析、逆解析がスイッチにて選択可能です。)
- 弾性・非線形弾性・弾塑性・弾粘塑性を示す地盤が扱えます。  
非線形弾性(電中研式、ダンカン・チャンの双曲線モデル)  
弾塑性(ドラッカー・ブラガー、モール・クーロン、カムクレイモデル、ハードニング、ソフトニング)  
弾粘塑性(関口・太田モデル)

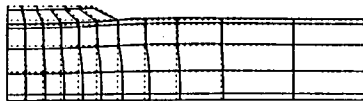
↓ (荷重)



応力増分コンター ( $\Delta\sigma V$ )  
(10日後)



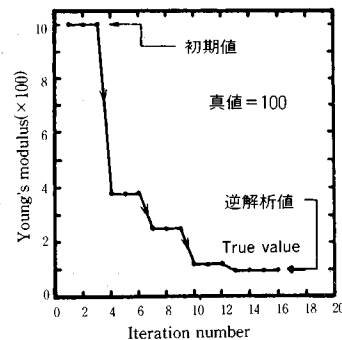
変位ベクトル図 (40日後)



盛土(40日)後の地盤の変形



盛土(40日)後の地下水の流れと水頭コンターおよび自由水面



ヤング率と繰返し回数の関係  
逆解析によるパラメータの推定

この製品は、情報処理振興事業協会の委託を受けて開発したものです。  
通商産業省 特別認可法人

IPA 情報処理振興事業協会

株式会社 **CRC** 総合研究所

西日本事業部

〒105 東京都港区芝公園三丁目1番38号  
TEL. (03) 3437-2301

問合せ先

〒541 大阪市中央区久太郎町4丁目1-3  
(06) 241-4121 営業担当: 岩崎  
(03) 3665-9741 本社窓口: 菅原

# 地盤の有限要素法解析ソフト

未来設計企業  
**CRC**

世界標準のソフトウェア

## Mr.SOIL Ver.3.0 WINDOWS 版

Mr. SOILの新バージョン (Ver.3.0) はWindows\*で稼働する強力なシステムに生まれ変わり大モデルも扱えるようになりました。

また、マウスを使ったメニュー形式の導入、画面上での出力が可能になるなどの新機能により、すぐれた操作性をもたらします。

### バージョンアップ項目

#### 入力部

- モデル作成のためのメッシュジェネレート機能。
- モデル図を参照しながら荷重条件、境界条件、材質条件、はり、棒要素のデータをメニュー画面のテーブルにより入力することが可能。

#### ソルバー部

- 強制変位。
- 解析途中の材質の変更。(薬注施工のモデル化)
- 節点数制限のUP。(約3000節点が可能)

#### 出力部

- 線画だけでなく画面塗りつぶし処理が可能。
- マウス入力とメニュー型式による操作性の大幅な向上。

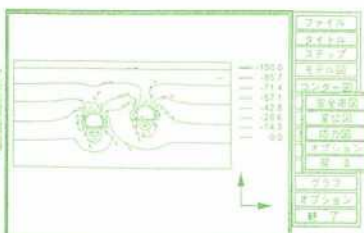
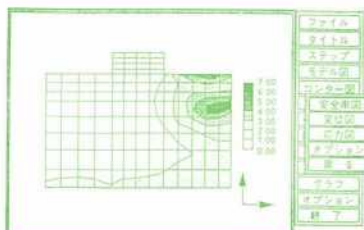
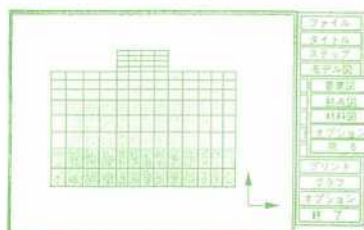
#### 動作環境

CPU 80386 以上 (推奨 80486 以上)  
Windows 3.1 以上  
メモリ 640Kbyte + 7Mbyte (プロテクトメモリー)  
ハードディスク 10Mbyte以上

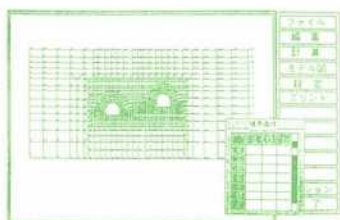
以上のメモリーは今後、改良により小さくなる場合があります。

新価格 **¥980,000**  
(当社比40%オフ)

\*Windowsは、米国マイクロソフト社の登録商標です。



製品版は、一部異なる場合があります。



株式会社 **CRC総合研究所** 西日本事業部

大阪市中央区久太郎町4丁目1-3  
(06)241-4121 担当/村中 一意