

**投稿論文 (和文)**  
**PAPERS**

# 寒冷地道路トンネルの断熱材設計のための実用的な 温度算定式の提案

三上隆\*・林憲造\*\*・権田静也\*\*\*

本論文は、寒冷地道路トンネルの断熱材の設計に当たって、その材質の選択および厚さの算定を比較的簡便に、しかも十分精度良く行える実用的な温度算定式を、トンネル内空の気温変化を周期的現象とみなしたトンネル・地山系の準定常熱伝導解析に基づいて提示したものである。算定式は、系の断熱効果を支配するパラメータのみで表示されており、系の断熱特性を理論的に理解するにも有益である。

**Key Words:** road tunnel, frost prevention, heat insulator, heat conduction, design

## 1. ま え が き

トンネルは、一般に水に接する機会が多く、気象条件の厳しい地点に建設される場合には、つららや側水の発達、地山凍結による覆工の変形、凍結融解によるコンクリートの劣化等、いわゆる凍害を受ける危険性が大きい。在来工法により施工されたトンネルでは、例えば、岡田ら<sup>1)</sup>によれば鉄道トンネルの約30%が結氷し、坂本ら<sup>2)</sup>によれば北海道内の道路トンネルの約50%が覆工体や路盤に何らかの変状が認められ、冬期間は交通確保のために、多大な維持管理労力を要求されている。そのため、NATM工法により施工される新設トンネルにおいては、メンテナンスフリーを目指し、一次覆工と二次覆工の間に断熱材が施工される場合が多い。

断熱材の材料の選定や厚さの算定に関する代表的研究として、岡田ら<sup>1)</sup>の研究が挙げられる。ここでは、トンネル・地山系を二次覆工、断熱材、一次覆工および地山から成る四層系の一次元モデルを用い、トンネル内気温が周期的変動をすとして、差分により非定常熱伝導解析を行っている。しかしながら、トンネル・地山系の温度分布は、各層の厚さおよび熱伝導率、熱容量等の数多くのパラメータが影響を及ぼすため、その挙動を理解しにくい面もあり、また断熱材の設計はある条件（例えば、ある着目点での温度が正）を満たすように試行錯誤的に行う必要があり、計算量が増加するきらいがある。

以上より、本論文では、断熱材の設計を比較的簡単に行え、各パラメータ間の相互の関係もつかみやすい温度の実用算定式を提示する。そのため、上述の一次元モデル

を用い、トンネル内空気温が周期的変化をする条件のもとで行われる非定常熱伝導が十分に時間がたつと、初期温度が無視できるので、まず準定常（周期的）熱伝導解析により任意点で成立する温度算定式を求め、次にそれに数学的近似を導入し、地山の凍結防止を目的とするときに用いる一次覆工背面の温度算定式およびつらら防止を目的とするときに用いる断熱材背面の温度算定式を導く。提示した算定式は非常に簡便であり、そのため誰もが卓上計算機のみで断熱材の設計が可能となる利点を有し、またトンネル・地山系の断熱効果を支配するパラメータのみで表現されているため、系の断熱特性を理解するうえでも有益と思われる。

## 2. 問題を支配する基礎方程式

トンネル・地山系の温度挙動を解析するために、図-1に示すような二次覆工、断熱材、一次覆工および地山の四つの要素から成る一次元モデルを採用する。各要素に二次覆工から順次1, 2, 3, 4と番号付けをし、各要素の長さを $L_n$ 、熱伝導率を $k_n$ 、熱容量を $(\rho c)_n$ および温度を $U_n$ で表す( $n=1\sim 4$ , であり、以下では下付き添字 $n$ は $n$ 要素を表す)。図-1に示したように、各要素に対して位置座標を $x$ 、時間を $t$ と記せば、各要素の温度分布 $U(x, t)$ を支配する熱伝導微分方程式は次式となる。

$$U_{n,t} = a_n^2 U_{n,xx} \quad (n=1\sim 4) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、コンマ(,)に続く添字は $x$ あるいは $t$ に関する偏微分を表し、 $a_n^2 = k_n / (\rho c)_n$ は温度伝播率である。

各要素の接触面では、温度と熱量に関して次の条件が成立する。

$$U_n(L_n, t) = U_{n+1}(0, t) \quad (n=1\sim 3) \quad \dots\dots\dots (2. a)$$

$$k_n U_{n,x}(L_n, t) = k_{n+1} U_{n+1,x}(0, t) \quad (n=1\sim 3) \quad (2. b)$$

\* 正会員 工博 北海道大学助教授 工学部土木工学科 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

\*\* 正会員 北海道開発コンサルタント(株) 交通施設部 技師長

\*\*\* 北海道開発局道路建設課 課長補佐

トンネル内の温度は一般に不規則的に変化したが、基本的には地球の自転による日変化、公転による年変化の周期的現象としてとらえられ<sup>3)</sup>、このうち日変化の地山温度に与える影響は小さく<sup>1),4)</sup>ほとんど無視できるので、ここでは年変化の影響のみを考慮する。また地中温度については、地中のある深さに達すると地温変化が見られなくなる不易層が存在し、地温はその地域の年平均気温に等しい一定値になることが知られている。従って、トンネル内空側と地山側の温度に関する境界条件は次式となる。

$$U_4(L_4, t) = U_m \dots \dots \dots (3. a)$$

$$k_1 U_1(0, t) = \alpha \{U_1(0, t) - U_0\} \dots \dots \dots (3. b)$$

ここで、 $U_m$  は年平均気温、 $\alpha$  は熱伝達率、 $U_0$  はトンネル内空温度を表し次式で与えられる。

$$U_0 = U_m + A_Y \sin(pt) \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 $A_Y$  は年振幅であり、 $p = 2\pi / (365 \times 24)$  は角速度である。式 (3. a) の  $L_4$  は、掘削後の地山を半無限体とし、表面における温度振幅の 1% になる深さと '便宜的' に仮定すれば、以下となる。

$$L_4 = 243.16 \sqrt{k_4 / (\rho c)_4} \text{ [単位 (m)]} \dots \dots \dots (5)$$

ただし、熱伝導率  $k_4$  と熱容量  $(\rho c)_4$  の単位はそれぞれ、[kcal/mh °C] および [kcal/m³ °C] である。上式の妥当性は後程、数値例で示す。

### 3. 基礎方程式の解

式 (1), (2) および式 (3) の解は、定常解  $U_{n1}(x, t) = U_m$  と周期的変動に対する準定常解  $U_{n2}(x, t)$  の和で与えられる。ここで、記述を容易にするために単位振幅 ( $A_Y = 1$ ) に対する解を求めれば以下となる。

式 (1) の一般解は、次式で表される。

$$U_{n2}(x, t) = [A_n \exp\{- (1+i)x \sqrt{(p/2)/a_n}\} + B_n \exp\{(1+i)x \sqrt{(p/2)/a_n}\}] \exp(ipt) \quad (n=1 \sim 4) \dots \dots \dots (6)$$

ここで、 $A_n$  と  $B_n$  は複素定数、 $i = \sqrt{-1}$ 。式 (4) の周期変動成分  $\sin(pt)$  が  $\exp(ippt)$  の虚数部であることに留意すれば、解は、式 (2) および式 (3) を満たすように  $A_n$  と  $B_n$  ( $n=1 \sim 4$ ) を求め、その結果を式 (6) に代入・整理すれば、虚数部分で与えられることになる<sup>8)</sup>。

すなわち

$$U_{n2}(x, t) = \left[ \sum_{m=1}^s G_m f_m \exp(h_{nm}(x)) \{A \sin(pt + h_{nm}(x)) - B \cos(pt + h_{nm}(x))\} - \sum_{m=1}^s H_m f_m \exp(-h_{nm}(x)) \{A \sin(pt - h_{nm}(x)) - B \cos(pt - h_{nm}(x))\} \right] / (A^2 + B^2) \quad (n=1 \sim 4) \dots \dots \dots (7)$$

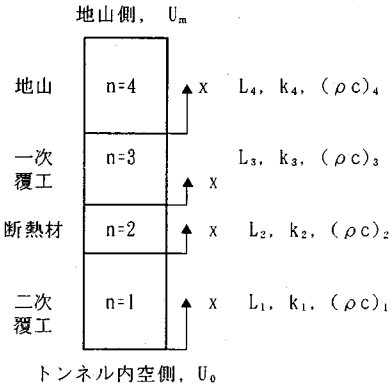


図-1 解析に用いたトンネル・地山系モデル

ただし、 $G_m$  と  $H_m$  は次章の略算式の誘導において必要な諸量で、本章での議論では  $G_m = H_m = 1$  である。さらに、式 (7) に現れる  $A$  と  $B$  は以下となる。

$$A = \sum_{m=1}^8 f_{1m} [M_m (1+c) \exp(g_m \sqrt{p/2}) \cos(g_m \sqrt{p/2}) - N_m (1-c) \exp(-g_m \sqrt{p/2}) \cos(g_m \sqrt{p/2}) - c \{ \exp(g_m \sqrt{p/2}) - \exp(-g_m \sqrt{p/2}) \} \sin(g_m \sqrt{p/2})] \dots \dots \dots (8. a)$$

$$B = \sum_{m=1}^8 f_{1m} [M_m (1+c) \exp(g_m \sqrt{p/2}) \sin(g_m \sqrt{p/2}) + N_m (1-c) \exp(-g_m \sqrt{p/2}) \sin(g_m \sqrt{p/2}) + c \{ \exp(g_m \sqrt{p/2}) + \exp(-g_m \sqrt{p/2}) \} \cos(g_m \sqrt{p/2})] \dots \dots \dots (8. b)$$

ただし、 $c = \sqrt{p k_1 (\rho c)_1} / \alpha$  であり、 $M_m$  と  $N_m$  は略算式の誘導において必要なもので、ここでは  $M_m = N_m = 1$  である。

式 (7) の総和記号  $\sum$  に現れる  $s$  は各層毎に異なる値を取り、式 (6) の複素定数  $A_n$  と  $B_n$  の求める順序 (地山側から二次覆工側へ) に依存して、二次覆工 ( $n=1$ ) に着目すれば  $s=8$ 、断熱材 ( $n=2$ ) では  $s=4$ 、一次覆工 ( $n=3$ ) では  $s=2$ 、地山 ( $n=4$ ) では  $s=1$  となる。さらに、式 (7) および式 (8) の他の係数は、 $\delta_n = L_n / a_n$ 、 $\beta_n = a_n / k_n$  および  $\beta_{ij} = \beta_i / \beta_j$  なる諸量を導入すれば、以下のように表示される。

二次覆工 ( $n=1$ ) について;

$$\left. \begin{aligned} f_{11} &= (1 + \beta_{12})(1 + \beta_{23})(1 + \beta_{34})/8 \\ f_{12} &= (1 + \beta_{12})(1 - \beta_{23})(1 - \beta_{34})/8 \\ f_{13} &= (1 - \beta_{12})(1 - \beta_{23})(1 + \beta_{34})/8 \\ f_{14} &= (1 - \beta_{12})(1 + \beta_{23})(1 - \beta_{34})/8 \\ f_{15} &= -(1 - \beta_{12})(1 + \beta_{23})(1 + \beta_{34})/8 \\ f_{16} &= -(1 - \beta_{12})(1 - \beta_{23})(1 - \beta_{34})/8 \\ f_{17} &= -(1 + \beta_{12})(1 - \beta_{23})(1 + \beta_{34})/8 \\ f_{18} &= -(1 + \beta_{12})(1 + \beta_{23})(1 - \beta_{34})/8 \\ h_{1m}(x) &= (g_m - x/a_1) \sqrt{p/2} \quad (\text{ただし、} m=1 \sim 8) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4, & g_2 &= \delta_1 + \delta_2 - \delta_3 + \delta_4 \\ g_3 &= \delta_1 - \delta_2 + \delta_3 + \delta_4, & g_4 &= \delta_1 - \delta_2 - \delta_3 + \delta_4 \\ g_5 &= \delta_1 - \delta_2 - \delta_3 - \delta_4, & g_6 &= \delta_1 - \delta_2 + \delta_3 - \delta_4 \\ g_7 &= \delta_1 + \delta_2 - \delta_3 - \delta_4, & g_8 &= \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 - \delta_4 \end{aligned} \right\} \dots\dots (10)$$

断熱材 (n=2) について；

$$\left. \begin{aligned} f_{21} &= (1 + \beta_{23})(1 + \beta_{34})/4 \\ f_{22} &= (1 - \beta_{23})(1 - \beta_{34})/4 \\ f_{23} &= -(1 + \beta_{23})(1 - \beta_{34})/4 \\ f_{24} &= -(1 - \beta_{23})(1 + \beta_{34})/4 \\ h_{21}(x) &= (\delta_2 + \delta_3 + \delta_4 - x/a_2) \sqrt{p/2} \\ h_{22}(x) &= (\delta_2 - \delta_3 + \delta_4 - x/a_2) \sqrt{p/2} \\ h_{23}(x) &= (\delta_2 + \delta_3 - \delta_4 - x/a_2) \sqrt{p/2} \\ h_{24}(x) &= (\delta_2 - \delta_3 - \delta_4 - x/a_2) \sqrt{p/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots (11)$$

一次覆工 (n=3) について；

$$\left. \begin{aligned} f_{31} &= (1 + \beta_{34})/2 \\ f_{32} &= -(1 - \beta_{34})/2 \\ h_{31}(x) &= (\delta_3 + \delta_4 - x/a_3) \sqrt{p/2} \\ h_{32}(x) &= (\delta_3 - \delta_4 - x/a_3) \sqrt{p/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots (12)$$

地山 (n=4) について；

$$\left. \begin{aligned} f_{41} &= 1 \\ h_{41}(x) &= (\delta_4 - x/a_4) \sqrt{p/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots (13)$$

式 (7) を用いれば、トンネル・地山系の任意点における温度変動の評価が可能である。さらに、角速度を  $\rho = 2\pi/24$  とすれば、日変化に対しても成立する<sup>4)</sup>。

4. 実用的な温度算定式

地山の凍結防止に着目すれば、一次覆工背面の温度が次式を満足するように断熱材の材質・厚さを決めればよい。

$$U_4(0, t) = U_m - A_Y \cdot \text{Max}(U_{42}) \geq 0 \text{ } ^\circ\text{C} \dots\dots (14. a)$$

同様に、つらら防止に着目するならば、防水シートが添付される断熱材背面の温度が次式を満たせばよい。

$$U_3(0, t) = U_m - A_Y \cdot \text{Max}(U_{32}) \geq 0 \text{ } ^\circ\text{C} \dots\dots (14. b)$$

式 (14) で、Max( $U_{42}$ ) と Max( $U_{32}$ ) は式 (7) より得られる解の最大振幅である。これらの値は、断熱材施工したトンネルの断熱効果のよしあしを表す指標になり、その値が小さければ小さい程、断熱効果がよいことになる。

断熱材の設計に当たっては、温度振幅 Max( $U_{42}$ ) および Max( $U_{32}$ ) が簡単な数式で与えられていれば、計算は電卓のみの使用ででき、しかもその特性を理解するうえで有益と考えられる。以下に、Max( $U_{42}$ ) と Max( $U_{32}$ ) の簡単な評価式を導く。用いた基本的な仮定は次の通りである。

① 地山を半無限体とする。すなわち、式 (6) で  $B_4$

=0 である。

② 一次、二次覆工は同じ熱的特性のコンクリートで施工されるとする。すなわち、 $k_1 = k_3$  および  $(\rho c)_1 = (\rho c)_3$  とする。

③ 熱伝達率を無限大とする ( $a \rightarrow \infty$ )。

④ 断熱材の熱容量は、他のそれと比較して小さいので、無視する。

なお、仮定①、③および④の妥当性は後述の数値計算例で明らかにする。

Max( $U_{42}$ ) と Max( $U_{32}$ ) の評価は、式 (7) の  $x=0$  における  $U_{i2}(x, t)$  より求められる (ただし  $n=3, 4$  であり、式 (7) の総和は  $n=3$  で  $s=2$ ,  $n=4$  で  $s=1$ )。このとき、仮定①の導入により、式 (7) に現れる  $G_m$  と  $H_m$  は、 $U_{42}$  に対しては  $G_1=1$  および  $H_1=0$ ,  $U_{32}$  に対しては、 $G_1=1$ ,  $H_1=0$  および  $G_2=0$ ,  $H_2=1$  とおき、また式 (8) に現れる  $M_m$  と  $N_m$  は、 $M_1 \sim M_4=1$ ,  $M_5 \sim M_8=0$ ,  $N_1 \sim N_4=0$  および  $N_5 \sim N_8=1$  とする。さらに、式 (7) に現れる  $h_{m2}(x)$  の表示中の  $\delta_4$  を零、仮定③より式 (8) で  $c=0$  とし、三角関数および指数関数を2次までのべき級数で表し、式 (7) の分母と分子の近似式を誘導し、コンクリートの熱的定数を除くパラメータを種々変化させたパラメトリックな計算を行い影響の少ないパラメータの項を省略し、Max( $U_{42}$ ) と Max( $U_{32}$ ) の最終的な算定式を求めた。算定式は以下となる (精度については、式 (7) の厳密解との数値的比較で付録に示す)。

$$\text{Max}(U_{42}) = 1 / \sqrt{C^2 + D^2} \dots\dots (15. a)$$

$$\text{Max}(U_{32}) = \sqrt{(E^2 + F^2) / (C^2 + D^2)} \dots\dots (15. b)$$

ここで、

$$C = 1 + \lambda \dots\dots (16. a)$$

$$D = \lambda + \mu \dots\dots (16. b)$$

$$E = C + (C + D)(L_3/k_1) \sqrt{(\rho c)_4 k_4 p / 2} + DL_3^2 (\rho c)_1 p / (2k_1) \dots\dots (17. a)$$

$$F = D - (C - D)(L_3/k_1) \sqrt{(\rho c)_4 k_4 p / 2} - CL_3^2 (\rho c)_1 p / (2k_1) \dots\dots (17. b)$$

ただし、

$$\lambda = \{(L_1 + L_3) / k_1 + L_2 / k_2\} \sqrt{p(\rho c)_4 k_4 / 2} \dots\dots (18. a)$$

$$\mu = \{(L_1 + L_3)^2 / (2k_1) + L_2 L_3 / k_2\} p(\rho c)_1 \dots\dots (18. b)$$

トンネル・地山系の温度挙動に及ぼす各パラメータの影響は、例えば一次覆工背面の温度の算定に係る Max( $U_{42}$ ) を用いて調べることができる。Max( $U_{42}$ ) は、式 (15. a) より理解できるように、式 (16) で与えられた  $C$  と  $D$ 、すなわち式 (18) の  $\lambda$  と  $\mu$  が大きくなればなる程、小さくなる。さらに、一次覆工と二次覆工の

厚さ ( $L_1, L_3$ ) が地山凍結以外の他の要因で決定されること、および覆工の材料であるコンクリートの熱的定数 ( $k_1, (\rho c)_1$ ) が施工条件等によって大きな変動がないと仮定すれば、 $\text{Max}(U_{42})$  の値は、

- ① 断熱材の厚さ ( $L_2$ ) が厚い程、
- ② 断熱材の熱伝導率 ( $k_2$ ) が小さい程、
- ③ 地山の熱伝導率 ( $k_4$ ) が大きい程、および
- ④ 地山の熱容量 ( $(\rho c)_4$ ) が大きい程、

小さくなるのが理解できる。なお、③は一般の熱伝導率の果たす役割(熱伝導率が小さければ、その結果として断熱効果は大きくなる)と一見矛盾するようだが、これについては別途考察することにする。

5. 数値計算例および考察

本研究で示した温度振幅略算式 (15) の精度に関する検討を行うとともに、各パラメータの温度振幅に及ぼす影響を調べてみる。トンネル・地山系の標準諸元を次のように設定した。

二次覆工 :  $k_1 = 1 \text{ kcal/mh}^\circ\text{C} (= 1 \times 1.16 \text{ W/m}^\circ\text{C})$ ,  
 $L_1 = 0.3 \text{ m}$ ,  $(\rho c)_1 = 460 \text{ kcal/m}^3\text{C} (= 460 \times 4.19 \text{ kJ/m}^3\text{C})$

断熱材 :  $k_2 = 0.02$ ,  $(\rho c)_2 = 20$ ,  $L_2 = 0.05$

一次覆工 :  $k_3 = 1$ ,  $(\rho c)_3 = 460$ ,  $L_3 = 0.2$

地山 :  $k_4 = 1$ ,  $(\rho c)_4 = 500$

熱伝達率 :  $\alpha \rightarrow \infty$

特定のパラメータの影響をみるときは、そのパラメータのみを変化させ、他は標準諸元を用いた。

(1) 算定式の誘導に用いた仮定の妥当性

a) 熱伝達率  $\alpha$  の影響

図-2 は、式 (7) を用いて、熱伝達率  $\alpha$  の温度振幅  $\text{Max}(U_{42})$  と  $\text{Max}(U_{32})$  に与える影響をみたものである。 $\alpha \geq 10 \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C} (= 10 \times 1.16 \text{ W/m}^2\text{C})$  であれば、温度振幅に大きな影響を与えず、一定値となる。これは、 $\alpha \rightarrow \infty$  と仮定した略算式 (15) の妥当性を示し、また、図より、これによる結果は  $\alpha$  の値が小さい場合でも安全側の設計が行えることもわかる。

b) 地山長  $L_4$  の影響

図-3 は、式 (5) より定めた地山長  $L_4$  を規準にし、地山長を  $(0.1 \sim 2)L_4$  の範囲で変化させてその影響を調べたものである。これによれば、地山長を  $0.7 L_4$  以上の値に設定すれば、温度振幅  $\text{Max}(U_{42})$  と  $\text{Max}(U_{32})$  には大きな影響を与えず、温度振幅は一定値となっている。この結果は、地山を半無限体 ( $L_4 \rightarrow \infty$ ) と仮定した略算式 (15) の妥当性を示している。

c) 断熱材の熱容量  $(\rho c)_2$  の影響

断熱材の熱容量は、地山と覆工のそれに比べて著しく小さいのが特徴であり、ここでは、 $(\rho c)_2 = 10 \sim 80$  の範囲で変化させた<sup>5), 6)</sup>。図-4 は、式 (7) で  $(\rho c)_2$  を変

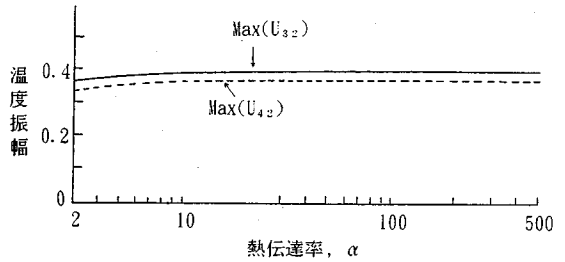


図-2 熱伝達率  $\alpha$  の温度振幅に及ぼす影響

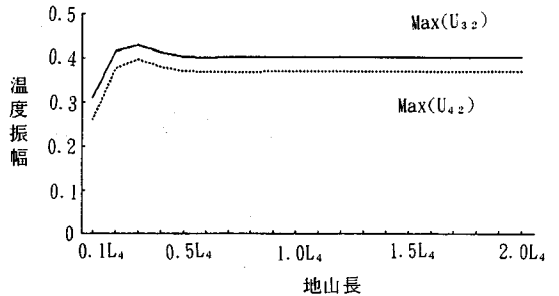


図-3 地山長の温度振幅に及ぼす影響

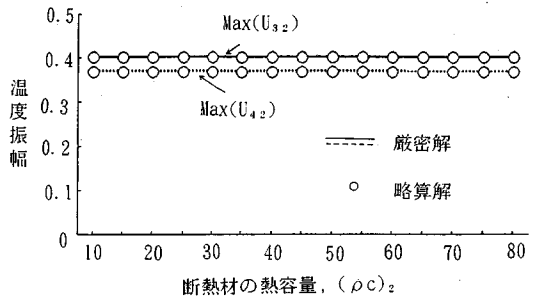


図-4 断熱材の熱容量  $(\rho c)_2$  の温度振幅に及ぼす影響

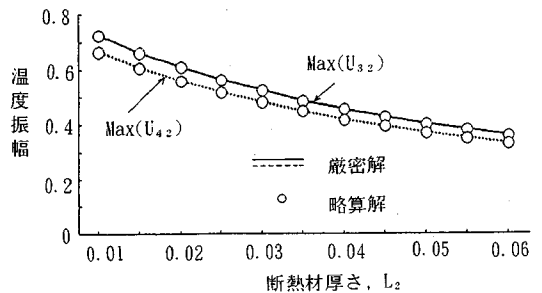


図-5 断熱材厚さ  $L_2$  の温度振幅に及ぼす影響

化させて求めた温度振幅と  $(\rho c)_2$  の影響を無視した式 (15) のそれを比較したものである。図で、実線と点線は式 (7) の解、○印は略算式 (15) の解を表す (以下の図でも同様である)。図より、解は熱容量  $(\rho c)_2$  の考慮に無関係に良好に一致しており、仮定④の妥当性がわかる。

(2) パラメータの温度振幅に及ぼす影響

a) 断熱材の厚さ  $L_2$  の影響

図-5 は、断熱材厚さ  $L_2$  を 0.01~0.06 m の間で変化させたときの結果である。温度振幅は、断熱材厚さの増加とともに減少していくが、その減少率は断熱材が厚くなる程、小さくなる。なお、略算式 (15) の結果は、式 (7) のそれによく一致し、精度が良好であることがわかる (以下の図においても式 (7)、(15) の結果を併記したが、略算式の精度は十分である)。

b) 断熱材の熱伝導率  $k_2$  の影響

断熱材の熱伝導率は、地山と覆工のそれに比べて著しく小さいのが特徴である<sup>5),6)</sup>。図-6 では、 $k_2=0.01\sim 0.05$  の範囲で変化させた。図より、温度振幅は、 $k_2$  に大きく依存し、 $k_2$  が小さい程、断熱効果がよい。なお、断熱材のみを考えれば、伝熱抵抗 (熱貫流抵抗)  $r_2$  は  $L_2/k_2$  と表される。図-5 および図-6 が示すように、温度振幅は断熱材の厚さに反比例的に減少、熱伝導率に比例的に増加する傾向が読み取れる。

c) 地山の熱容量  $(\rho c)_4$  の影響

地山の熱容量を  $(\rho c)_4=100\sim 800$  とし、温度振幅を求めたのが図-7 である。振幅の変化は、 $(\rho c)_4$  に対して単調減少的である。

d) 地山の熱伝導率  $k_4$  の影響

地山の熱伝導率  $k_4$  の値は、地山の岩石によって異なり、比較的広範囲に分布している<sup>7)</sup>。図-8 は、 $k_4=0.5\sim 4.0$  の範囲で、温度振幅の変化を示したが、例えば断熱材の熱伝導率  $k_2$  の場合と異なり (図-6)、 $k_4$  の増加とともに振幅も増加し、断熱効果はよくなる。

(3) 断熱材施工をしたトンネル・地山系の断熱効果

トンネルの断熱性のメカニズムを式 (18) の  $\lambda$  と  $\mu$  を用いて調べてみる。

式 (18.a) の  $\lambda$  は以下のように書き改めることができる。

$$\lambda = R \sqrt{\rho(\rho c)_4 k_4 / 2} \dots \dots \dots (19)$$

ここで、

$$R = (L_1 + L_3) / k_1 + L_2 / k_2 \dots \dots \dots (20)$$

であり、 $R$  は一次覆工、断熱材、二次覆工から成る系の伝熱抵抗を表し、この値が大きければ断熱効果がよいことになる。

図-8 の温度振幅の結果は、地山長  $L_4$  を無限大とし

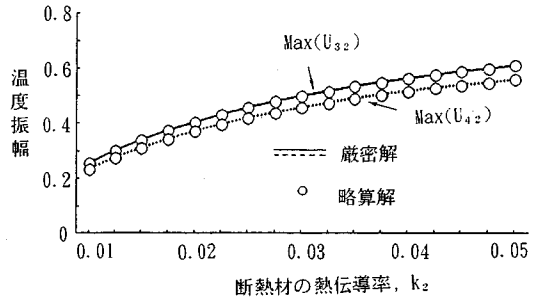


図-6 断熱材の熱伝導率  $k_2$  の温度振幅に及ぼす影響

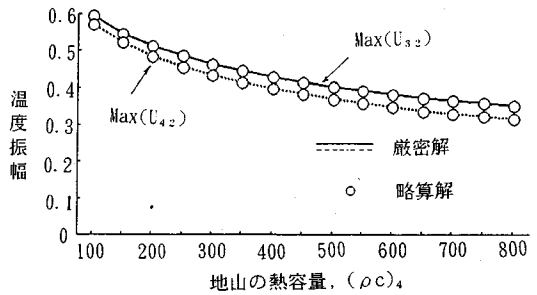


図-7 地山の熱容量  $(\rho c)_4$  の温度振幅に及ぼす影響

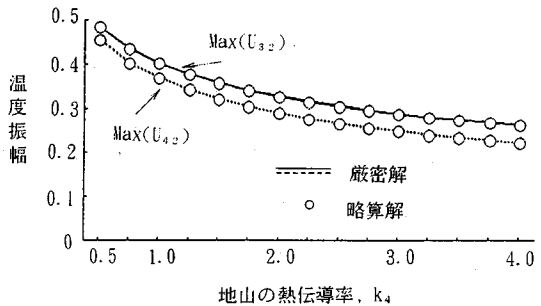


図-8 地山の熱伝導率  $k_4$  の温度振幅に及ぼす影響

た式 (15) と地山長を式 (5) で算定した式 (7) の結果が同じであることを示している。また図-8 は、地山の熱容量  $(\rho c)_4$  を一定にして描いたものである。従って、地山の熱伝導率  $k_4$  が大きくなる程、 $L_4$  が大きな値をとることになる。言い換えれば、 $k_4$  が大きくなれば、地温が一定になる不易層  $L_4$  も深くなる。ここで、式 (5) を  $k_4$  について解き、式 (19) に代入すれば、次式が得られる。

$$\lambda \propto R \cdot L_4 (\rho c)_4 \dots \dots \dots (21)$$

上式より、地山の熱伝導率が大きくなれば、地山の単位面積当たりの熱容量  $[L_4(\rho c)_4]$  が大きくなるのがわかる。

式 (18. b) の  $\mu$  は以下のように書き改められる。

$$\mu = (p/2)[R + L_2(L_3 - L_1) / \{k_2(L_3 + L_1)\}](L_3 + L_1)(\rho c)_1 \dots \dots \dots (22)$$

一次覆工と二次覆工の厚さが等しい ( $L_1 = L_3$ ) 特別な場合には、以下となる。

$$\mu \propto R \cdot (L_3 + L_1)(\rho c)_1 \dots \dots \dots (23)$$

以上より明らかなように、断熱材を施工したトンネル・地山系の断熱効果は、その多くは断熱材に依存する一次覆工、断熱材および二次覆工から成る系の伝熱抵抗  $R$  と、熱容量の大きい覆工と地山部の単位面積当たりの熱容量  $[(L_3 + L_1)(\rho c)_1, L_4(\rho c)_4]$  の相乗効果によることが理解できる。

(4) 断熱材の試設計

数値計算の最後として、地山の凍結を防止するための断熱材の設計例を以下に示す。ただし、トンネル建設地点の年平均気温を  $U_m = 6.0^\circ\text{C}$ 、年振幅を  $A_Y = 15.5^\circ\text{C}$  とし、断熱材を除いた他の緒元は、 $L_1 = 0.3\text{ m}$ 、 $L_3 = 0.2\text{ m}$ 、 $k_1 = k_3 = k_4 = 1.2\text{ kcal/mh}^\circ\text{C} (= 1.39\text{ W/m}^\circ\text{C})$ 、および  $(\rho c)_1 = (\rho c)_3 = (\rho c)_4 = 500\text{ kcal/m}^3^\circ\text{C} (= 2095\text{ kJ/m}^3^\circ\text{C})$  とする。

断熱材として、まず、熱伝導率  $k_2 = 0.02\text{ kcal/mh}^\circ\text{C} (0.023\text{ W/m}^\circ\text{C})$  および厚さ  $L_2 = 0.04\text{ m}$  のものを選定した。式 (18) より  $\lambda$ 、 $\mu$  を計算すれば  $\lambda = 1.025$ 、 $\mu = 0.182$  となる。これより、式 (16) を用いれば  $C = 2.025$ 、 $D = 1.207$  となる。単位の年振幅に対する一次覆工背面の温度振幅  $\text{Max}(U_{42})$  は、式 (15. a) より  $\text{Max}(U_{42}) = 0.424$  となる。従って、一次覆工背面温度は、式 (14. a) より  $U_4(0, t) = -0.572$  と負の温度となり地山は凍結する危険がある。この解決策としては、断熱材の厚さを大きくするか、あるいは熱伝導率の小さい断熱材を採用すればよい。ここでは、厚さを  $L_2 = 0.05\text{ m}$  に変更し再計算することにする。同様な計算より、 $\lambda = 1.237$ 、 $\mu = 0.218$ 、 $C = 2.237$ 、 $D = 1.455$ 、 $\text{Max}(U_{42}) = 0.375$  が得られ、一次覆工背面温度は、 $U_4(0, t) = 0.19 \geq 0^\circ\text{C}$  となる。従って、 $L_2 = 0.05$ 、 $k_2 = 0.02$  の断熱材を施工すればよいことになる。

6. 結論

本研究は、寒冷地道路トンネルにおける断熱材施工に当たって、その材質の選択および厚さの算定を比較的同時に行える実用的な温度算定式を提案したものである。算定式の特徴および数値計算結果から得られたトンネル・地山系の断熱特性は、次のように要約される。

(1) 算定式は、トンネル・地山系の断熱効果を支配するパラメータのみで陽な形で表されている。それゆえ、誰もが卓上計算機のみで簡単に設計が行える利点を有し、あわせて、トンネル・地山系の断熱特性を理論的

に理解するうえで有益である。

(2) 算定式は、実用上十分な精度を有している。

(3) 断熱材施工したトンネル・地山系の断熱効果は、その多くは断熱材に依存する一次覆工、断熱材および二次覆工から成る系の伝熱抵抗と、熱容量の大きい覆工と地山部の単位面積当たりの熱容量の相乗効果によるものである。

(4) 断熱材の熱容量の大きさは、トンネル・地山系の断熱特性に影響を与えない。

(5) トンネル・地山系の断熱効果は、断熱材の厚さが厚い程、断熱材の熱伝導率が小さい程、地山の熱伝導率が大きい程、および地山の熱容量が大きい程、良好である。

最後に、本報告は、北海道土木技術会道路トンネル研究委員会(委員長:北海道大学工学部教授 芳村仁)の研究テーマの一部をなすものであり、全面的にご支援いただいた委員諸氏、関係各機関に心より感謝致します。

付録 略算式の精度

トンネル・地山系の標準緒元を5章のように設定し、着目したパラメータの上限値、下限値とそのほぼ中間値に対する略算式(15)による温度振幅  $\text{Max}(U_{32})$ 、 $\text{Max}(U_{42})$  と式(7)による厳密解を付表に示す(付表で括弧内の数値は厳密解)。

表より理解できるように、略算式による解は厳密解のそれにほぼ一致している。

付表-A 断熱材の熱容量  $(\rho c)_2$  の影響

| $(\rho c)_2$ | $\text{Max}(U_{32})$ | $\text{Max}(U_{42})$ |
|--------------|----------------------|----------------------|
| 10           | 0.403<br>(0.403)     | 0.369<br>(0.371)     |
| 50           | 0.403<br>(0.403)     | 0.369<br>(0.371)     |
| 80           | 0.403<br>(0.403)     | 0.369<br>(0.370)     |

付表-B 断熱材の厚さ  $L_2$  の影響

| $L_2$ | $\text{Max}(U_{32})$ | $\text{Max}(U_{42})$ |
|-------|----------------------|----------------------|
| 0.01  | 0.724<br>(0.724)     | 0.663<br>(0.666)     |
| 0.05  | 0.403<br>(0.403)     | 0.369<br>(0.371)     |
| 0.10  | 0.254<br>(0.255)     | 0.233<br>(0.234)     |

付表一C 断熱材の熱伝導率  $K_2$  の影響

| $k_2$ | Max( $U_{32}$ )  | Max( $U_{42}$ )  |
|-------|------------------|------------------|
| 0.01  | 0.254<br>(0.255) | 0.233<br>(0.234) |
| 0.03  | 0.497<br>(0.498) | 0.456<br>(0.457) |
| 0.05  | 0.608<br>(0.608) | 0.557<br>(0.559) |

付表一E 地山の熱伝導率  $k_4$  の影響

| $k_4$ | Max( $U_{32}$ )  | Max( $U_{42}$ )  |
|-------|------------------|------------------|
| 0.5   | 0.485<br>(0.485) | 0.455<br>(0.457) |
| 2.5   | 0.306<br>(0.307) | 0.268<br>(0.268) |
| 4.0   | 0.264<br>(0.264) | 0.223<br>(0.224) |

付表一D 地山の熱容量  $(\rho c)_4$  の影響

| $(\rho c)_4$ | Max( $U_{32}$ )  | Max( $U_{42}$ )  |
|--------------|------------------|------------------|
| 100          | 0.596<br>(0.597) | 0.572<br>(0.574) |
| 500          | 0.403<br>(0.403) | 0.369<br>(0.371) |
| 800          | 0.351<br>(0.352) | 0.315<br>(0.316) |

- 5) 藤田仙之：断熱材の話（前編），日本造船学会誌，第707号，pp. 27~38, 1988.
- 6) 藤田仙之：断熱材の話（後編），日本造船学会誌，第709号，pp. 9~16, 1988.
- 7) 鈴木哲也・今井秀紀・岡崎健治・菊地昌博：トンネルの断熱施工を考慮した岩石の熱伝導率の測定について，'91トンネル技術の特別講演と技術研究発表会論文集，pp. 32~40, 1991.
- 8) 小平吉男：物理数学（第二巻），pp. 400~409, 岩波書店，1940.

(1993. 11. 17 受付)

### 参 考 文 献

- 1) 岡田勝也・松本嘉司：断熱二重巻覆工によるトンネルつらら防止工法の断熱材の最適化に関する研究，土木学会論文集，第388号/Ⅲ-8，pp. 71~76, 1987.
- 2) 坂本稔・川北稔・五十嵐敏彦：道路トンネルの変状実態—北海道の場合—，トンネルと地下，第20巻5号，pp. 31~35, 1989.
- 3) 鈴木栄一：気象統計学，地人書館，1983.
- 4) 三上隆・芳村仁・林憲造・奥山秀樹：寒冷地道路トンネルの断熱材厚さの一算定法（準定常熱伝導解析），土木学会北海道支部論文報告集，第45号，pp. 113~118, 1989.

## A SIMPLIFIED EQUATION FOR ESTIMATING TEMPERATURE OF ROAD TUNNELS WITH HEAT INSULATOR

Takashi MIKAMI, Kenzou HAYASHI and Sizuya GONDA

This paper presents a simple practical equation for estimating the thickness of heat insulator between the inner and outer linings which is most widely used in road tunnels. To this end, using a one-dimensional tunnel-ground model, a non-steady periodic state under the condition of sinusoidal variation of air temperature in tunnel is analyzed on the basis of the thermal analysis. By using the equation presented, we can reasonably determine the optimum material of heat insulator and its optimum thickness. In addition, the equation is useful for a better understanding of the thermal characteristics of the tunnel-ground system.