

底面粗度の変化に対する開水路流れの構造の 応答特性

辻本哲郎*・清水義彦**

底面粗度の変化に対する開水路流れの構造の応答特性として、とくに Reynolds 応力分布の応答特性に着目して検討を行った。まず、粗度変化に対する Reynolds 応力分布の変化過程をインパルス応答を使った畳み込み積分で記述する relaxation model を提案し、水路実験、野外観測での粗度急変流データから緩和モデルの有効性を示した。次に、粗面流れの構造を検討するための $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた数値解析法を提案し、緩和モデルと比較した結果、両者の対応は良好で、緩和モデルの物理的背景が保証された。

Key Words : abrupt change of bed roughness, Reynolds stress, relaxation model, $k-\epsilon$ turbulence model

1. ま え が き

粗度が急変する断面から下流での乱流構造の変化について Schlichting の “Boundary-Layer Theory”¹⁾ では Jacobs²⁾ の風洞での実験が紹介されている。水流では、最近 瀬津ら³⁾ がレーザー流速計による精度良い計測結果を得ている。彼らは滑面から粗面に变化した直ぐ下流で底面近傍の Reynolds 応力が一旦固有の値以上に増大するオーバーシュート現象を認めているが、この点を除くと、空気流・水流を問わずこれらの実験結果は粗度の急変後、Reynolds 応力が底面から順次新しい粗度に対応した分布へと変化していることを示している。

辻本ら^{4),5)} は粗度変化に対するこうした Reynolds 応力分布の変化過程をインパルス応答を使った畳み込み積分で記述する「緩和モデル」を提案し、風洞での Jacobs の実験結果で同定されたインパルス応答が、瀬津らの開水路流れについての粗度急変流にもパラメータを変更することなく適用できることを示した。緩和モデルによる記述では、粗度の任意の変化パターンに対して容易に流れの構造を計算することができ、このようにして Reynolds 応力分布の変化がわかれば混合距離モデルで遷移過程での流速分布の変化を精度良く表現できる。また、Reynolds analogy から浮遊砂の乱流フラックス分布の遷移にも同一のインパルス応答が使えらるとして粗度急変場での非平衡浮遊砂濃度分布の誘導⁶⁾、それに基づく砂面不安定解析⁶⁾へと研究が進められている。

このように緩和モデルは容易に様々な問題に適用できるが、流れの支配方程式を介して誘導されたものでなく、物理的背景に乏しい。そこで本研究では $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた流れの支配方程式の数値解析を行いその結果

との比較によって緩和モデルの妥当性を検討する。 $k-\epsilon$ モデルの粗度急変流への適用については既に神田ら⁷⁾ の研究がある。彼らは緩和モデルと同様、粗度急変点を摩擦速度の急変点としているが、本論文ではこうした仮定の吟味も含めこれを仮定しない境界条件の与え方を工夫する。

本論文では、まず緩和モデルの概略を説明し(2章)、次に水路実験、野外観測での粗度急変流データと緩和モデルの適合性を検討する(3章)。続いて $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた数値解析法を提案し、緩和モデルと比較することによって緩和モデルの物理的背景を保証する(4章)。最後に、粗度変化を繰り返す流れを対象として緩和モデル、数値計算、実験結果の三者を比較する(5章)。

2. 緩和モデル

底面で素早く、底面から離れるに従って応答の遅い Reynolds 応力分布の変化をインパルス応答関数を用いて次のように表す^{4),5)}。

$$\tau(\eta|\xi) = \int_0^{\infty} \tau_e(\eta|\xi-\delta) \cdot g_R(\delta|\eta) d\delta \dots\dots\dots (1)$$

ここに $\xi = x/h$, $\eta = y/h$: 水深 h で無次元化された流下方向距離 (x) と路床からの高さ (y)、 $\tau(\eta|\xi)$: ξ 断面での Reynolds 応力分布、 $g_R(\delta|\eta)$: Reynolds 応力の高さ η でのインパルス応答、 δ : 水深で無次元化された遅れ距離であり、添字 e は平衡状態での値を示す。辻本らは $g_R(\delta|\eta)$ を次のように指数関数表示した。

$$g_R(\delta|\eta) = \frac{1}{\Lambda(\eta)} \exp\left[-\frac{\delta}{\Lambda(\eta)}\right] \dots\dots\dots (2)$$

ここに $\Lambda(\eta)$ は相対高さ $\eta = y/h$ での緩和距離を水深で無次元化したものである。辻本ら^{4),5)} は Jacobs の風洞実験の結果より、

$$\Lambda(\eta) = 20\eta(1+1.5\eta^3) \dots\dots\dots (3)$$

と $\Lambda(\eta)$ を定式化し、瀬津らの開水路実験にも実験定

* 正員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
(〒920 金沢市小立野 2-40-20)

** 正員 工博 群馬大学助手 工学部建設工学科

数を変化させることなく適用できることを報告している。平衡状態で Reynolds 応力は三角形状に分布するから、式 (1) は次のように書き換えられる。

$$\tau(\eta|\xi) = (1-\eta) \int_0^\infty \tau_b(\xi-\delta) \cdot g_R(\delta|\eta) d\delta$$

$$\equiv (1-\eta) \cdot \tau_b(\xi) \cdot \Theta(\eta|\xi) \dots\dots\dots (4)$$

$$\Theta(\eta|\xi) \equiv \frac{\int_0^\infty \tau_b(\xi-\delta) \cdot g_R(\delta|\eta) d\delta}{\tau_b(\xi)}$$

$$= \int_0^\infty \phi_b(\xi-\delta) \cdot g_R(\delta|\eta) d\delta \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 $\tau_b(\xi)$ は底面せん断応力の流下方向変化であり、 $\phi_b(x-\delta) \equiv \tau_b(\xi-\delta)/\tau_b(\xi)$ 、 $\tau_b = \rho u_*^2$: 底面せん断応力、 ρ : 流体の密度、 u_* : 摩擦速度である。

Reynolds 応力分布に関して混合距離モデルを適用すると、式 (4) のように変化した Reynolds 応力分布から次式によって流速分布が求められる。

$$\frac{\partial u^+ (\xi, \eta)}{\partial \eta} = \frac{\sqrt{\Theta(\eta|\xi)}}{l^+} = \frac{1}{\kappa \eta} \sqrt{\Theta(\eta|\xi)} \dots\dots\dots (6)$$

ここに $u^+ \equiv u/u_*$ 、 l^+ : 水深で無次元化された混合距離で、開水路等流と同様に $l^+ \equiv \kappa \eta (1-\eta)^{1/2}$ と仮定した(これと Reynolds 応力の三角形分布から対数則が導かれる、ただし κ : Kármán 定数)。

また乱れ強度 u'_{rms} 、 v'_{rms} については、

$$\left. \begin{aligned} \frac{u'_{rms}(\eta|\xi)}{u_*} &= \sqrt{\frac{K_{uv}(\eta)}{r_{T*}(\eta)}} \cdot \sqrt{\Theta(\eta|\xi)} \\ \frac{v'_{rms}(\eta|\xi)}{u_*} &= \sqrt{\frac{1}{K_{uv}(\eta) \cdot r_{T*}(\eta)}} \cdot \sqrt{\Theta(\eta|\xi)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

のように与えられる。ただし $K_{uv} \equiv u'_{rms}/v'_{rms}$ 、 $r_{T*} \equiv r_T/(1-\eta)$ 、 $r_T \equiv \overline{u'v'}/(\overline{u'_{rms}v'_{rms}})$ である。 K_{uv} 、 r_T が開水路等流の場合から変化しないとすると(禰津らのデータで確認された⁴⁾)、乱れ強度についての普遍分布式⁸⁾を用いると、結局遷移過程での乱れ強度分布は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{u'_{rms}}{u_*} &= 2.3 \sqrt{\Theta(\eta|\xi)} \cdot \exp(-\eta) \\ \frac{v'_{rms}}{u_*} &= 1.27 \sqrt{\Theta(\eta|\xi)} \cdot \exp(-\eta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

3. 粗度急変流への適用

粗度が $x=0$ で急変し、底面せん断応力が τ_{b1} から τ_{b2} へ急変したとすると、緩和モデルによる Reynolds 応力分布の遷移過程は次のように書ける。

$$\frac{\tau(\eta|\xi)}{\rho u_{*1}^2} = (1-\eta) [(\beta^2-1) \cdot \Psi(\eta|\xi) + 1]$$

$$\equiv (1-\eta) \cdot \Omega(\eta|\xi) \dots\dots\dots (9)$$

ここで、

$$\Psi(\eta|\xi) = \int_0^\xi g_R(\delta|\eta) d\delta = 1 - \exp\left[-\frac{\xi}{\Lambda(\eta)}\right] \dots\dots\dots (10)$$

Table 1 Experimental conditions

Case	bed condition	i	q (cm ² /s)*	h (cm)**	u _{*1} (cm/s)	u _{*2} (cm/s)	β
A	rough to smooth	0.001	148	4.5-5.2	2.55	1.08	0.42
B	rough to smooth	0.001	213	5.8-6.5	2.78	1.11	0.40
C	rough to smooth	0.002	193	4.8-5.6	3.40	1.95	0.57
D	smooth to rough	0.001	150	5.7-4.9	1.79	4.79	2.68
E	smooth to rough	0.001	207	7.1-6.5	2.94	7.16	2.44
F	smooth to rough	0.002	148	5.5-4.9	2.87	7.39	2.57

(*): q=flow discharge per unit width; (**): range of flow depth; i=bed slope

である。ここで $\beta \equiv \sqrt{\tau_{b2}/\tau_{b1}}$ であり、添字 1, 2 は粗度急変前後の値を表す。また、遷移過程での流速分布、乱れ強度分布は次式で与えられることになる。

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{u(\eta|\xi)}{u_{*1}} \right] = \frac{1}{\kappa \eta} \sqrt{\Omega(\eta|\xi)} \dots\dots\dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{u'_{rms}}{u_{*1}} &= 2.3 \sqrt{\Omega(\eta|\xi)} \cdot \exp(-\eta) \\ \frac{v'_{rms}}{u_{*1}} &= 1.27 \sqrt{\Omega(\eta|\xi)} \cdot \exp(-\eta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

長さ 12 m、幅 0.4 m の実験水路で厚さ 1 cm のアクリル樹脂板と中央径 1.2 cm のほぼ均一な礫からなる滑面と粗面を用いて縦断方向に粗度が急変する開水路流れを用意し、直径 3 cm の小型プロペラ流速計での流速測定 (50 Hz サンプリング) を行った。粗面での対数則の原点補正を考慮すると、粗面と滑面の $y=0$ を一致させた実験と言えらる。実験では粗度変化後の流れがなるべく等流状態に近くなるように下流端堰を調整して計測を行った。禰津らの実験との相違は流速計の種類のほか、粗面の河床材料設定にある。禰津らはガラスビーズを用いたのに対しここでは礫を用いた(ガラスビーズでは幾何的粒径と等価砂粗度の懸隔が大きすぎる)。

実験条件は Table 1 に示すとおりで、粗度変化前後の摩擦速度 (u_{*1} 、 $u_{*2} = \beta u_{*1}$) は、それぞれの平衡とみなせる流速分布に対数則をあてはめて決定した。オーバーシュートは流速分布の測定からは判別しがたい。得られた流速分布を欠損則表示したのが Fig.1 で(ここで表面流速 u_s は流速分布からの外挿値である)、底面から順次新しい対数則の勾配へ変化が進行していく様子が認められる。ここで、Fig.1 の点線は粗度変化部より上流側での対数則分布を示し、曲線は緩和モデルの計算値を示す。緩和モデルによる計算値は実験結果を良く再現している。

Fig.2 は対数則の底面境界値 B_0 ($u_{*2}y/\nu = 1.0$ での u/u_{*2} の値、 ν : 動粘性係数) の変化を示したものである。底面で速度勾配は Fig.1 に示すように粗度変化に瞬時に応答するが底面境界値はゆっくりと応答しており、底面付近でも定数項を含めてその位置での粗度に対応した対数則が成立しているわけではないことを示している。図には上、下流側等流状態での値も示したが(滑面の場合を uniform flow (smooth)、粗面の場合を uniform flow (rough) として表示)、不等流効果も現れているものと

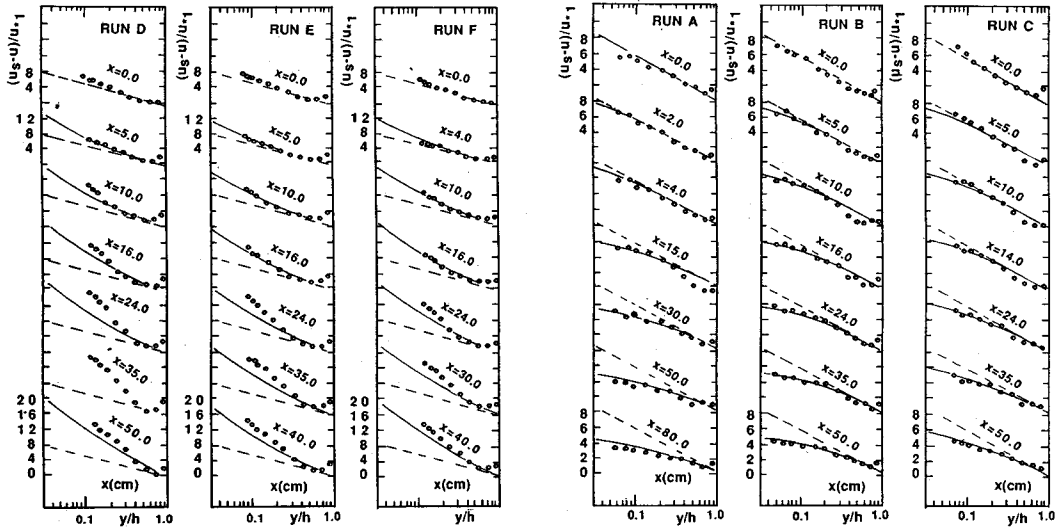


Fig.1 Transition of velocity profile due to abrupt change of bed roughness

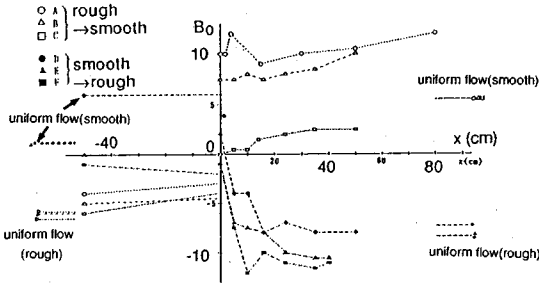


Fig.2 Longitudinal change of intersection constant of log-law in transition process

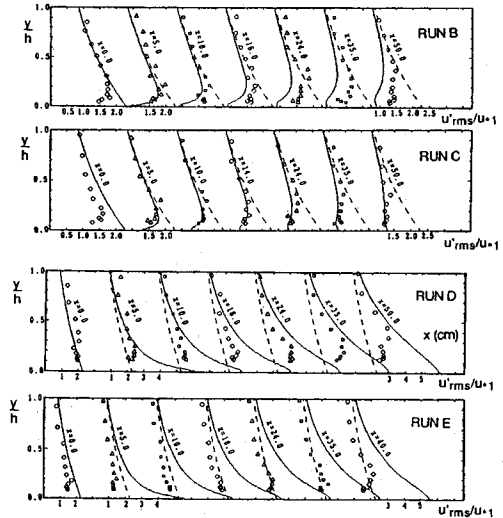


Fig.3 Longitudinal change of turbulence-intensity distribution

思われる。なお粗度変化後の乱れ強度分布の変化についても調べたが、Fig.3 に一部の例を示すように、とくに滑面から粗面への遷移部で緩和モデルが予測するほど乱れ強度の増幅が見られていない。これにはプロペラ流速計の応答性など計測上の問題も含まれているものと思われる(レーザー流速計での瀬津らの実験では緩和モデルとの対応が良かった⁴⁾)。

一方、小型電磁流速計 (VM 201, KENEK) を用いて粗度変化流れについての野外計測⁹⁾を行った。流速計の出力はサンプリング周波数 20 Hz で各測点 1 024 個のデータをデジタルレコーダに記録し、パソコン処理した。電源は乗用自動車の直流電源を 100 V 交流に変換して用いた。

Run RS1, RS2 は犀川 (金沢市) 上菊橋直上流部で、粒径 15~20 cm の礫床流路から粒径 10 cm の玉石をコンクリートで固めた流路部分 (粗度高さとしては 1 cm 程度) への境界領域で測定された。Run RS1 の測定区間は幅 7 m、水深約 40 cm、平均流速は 90 cm/s 程度であり、Run RS2 の測定区間は幅 9 m、水深約 60 cm、

平均流速は 130 cm/s 程度であった。また、Run SR1 は辰巳用水の涌波地区 (金沢市) で粒径 1 mm 以下の砂河床から粒径 3 cm 程度の礫床へ変化しているところで測定された。この区間の流路幅は 2 m で、測定時の水深は約 20 cm、平均流速は約 50 cm/s であった。Reynolds 数 ($Re = Uh/\nu$; U : 水深平均流速) で言うと先述の室内実験が 15 000~20 000 程度であったのに対し、野外流路の流れは 300 000~800 000 程度である。

Table 2 にこれらの流れの水利条件を示すが、粗度変化前後の摩擦速度は Reynolds 応力の実測値の底面外挿値から求めたものである。Fig.4 は粗度変化後の Reynolds 応力の変化を示したもので図中に示される緩和モデルで計算されたものとほぼ対応している。Fig.5

Table 2 Conditions of field measurements of turbulent flows

Case	River or Channel	width (cm)	depth (cm)	U (cm/s)	roughness
RS1	Saigawa River (Kamigiku)	700	40	88	rough to smooth cobbles*
RS2	Saigawa River (Kamigiku)	900	60	130	rough to smooth cobbles to paved
SR1	Tatsumi-Yosui (Wakunami)	200	18	50	smooth to rough concrete to gravels***

(S) U=depth averaged velocity;
 (*) d=15-20cm;
 (**) concrete with cobbles of diameter 10cm, but the roughness height is around 1cm;
 (***) d=3cm

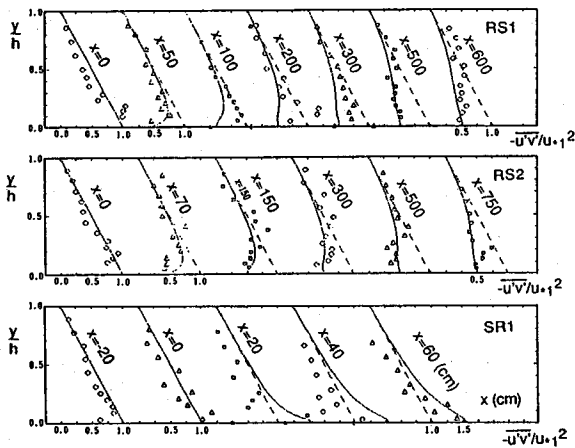


Fig.4 Transition of Reynolds-stress distribution due to abrupt change of bed roughness

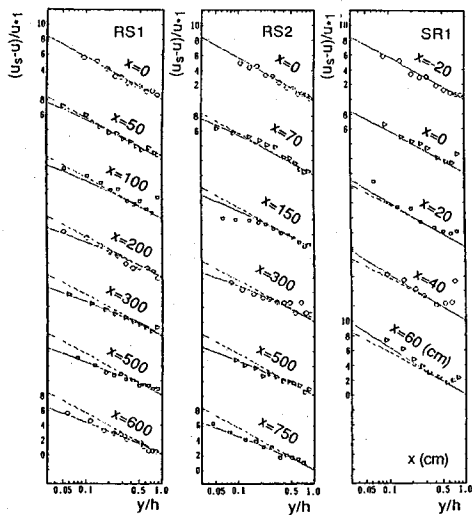


Fig.5 Transition of velocity profile due to abrupt change of bed roughness

には欠損則表示された流速分布, Fig.6には乱れ強度分布を示し, いずれも緩和モデルによってほぼ表現される.

4. 粗度の変化を伴う開水路流れの数値計算

上述のように著者らが提案した緩和モデルで粗度変化部の流れがモデルのパラメータをいじらずに適用できそうであることがわかった. ただし, インパルス応答につ

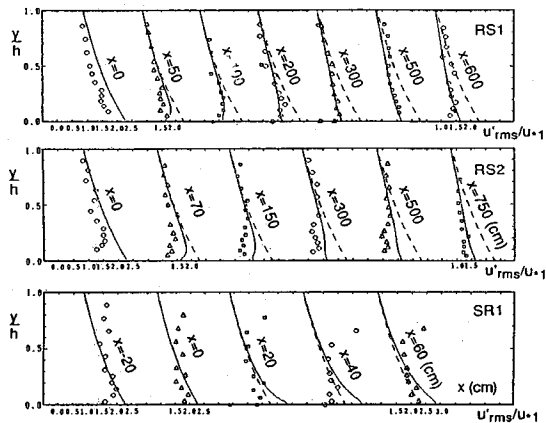


Fig.6 Transition of turbulence-intensity distribution due to abrupt change of bed roughness

いて本来流れの支配方程式から決められるべきであるにもかかわらず, 単に実験的に決められていること, 粗度変化部で底面せん断応力の変化は瞬時に応答することなどが仮定された. こうしたモデルの物理的背景, 仮定の妥当性を検討するため Reynolds 方程式に基づき k-ε 乱流モデルを用いた数値解析を行った. 先に行われた神田ら⁷⁾の k-ε 乱流モデルを用いた数値計算では, 緩和モデルと同様に粗度変化を底面せん断応力の変化として与えている. これに対し, ここではいわゆる基準面 (対数則の原点, y=0) から粗度頂部までを流れに対して有効な形状抵抗が働く粗度層 (透水層) とみなし, 同様に形状抵抗を考慮して植生流れに適用した著者ら¹⁰⁾の k-ε 乱流モデルによる数値計算によって, 粗度変化部下流の遷移区間での流れ構造の変化を解析する. ここでは粗面の基準面は粗度頂面から粒径 (d) の 20% 下方としている (K=0.2d: 粗度層厚さ). 流れの基礎式は次のようで, 粗度層では形状抵抗とそれに起因する項を付加しており, また, 計算メッシュ内で空間平均された関係式である.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = gI_c - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} - F_x + \frac{\partial}{\partial x} \left[2(\nu_t + \nu) \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu_t + \nu) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \dots (13)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} - F_y + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\nu_t + \nu) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2(\nu_t + \nu) \frac{\partial v}{\partial y} \right] \dots (14)$$

$$u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[(\nu_t + \nu) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu_t + \nu) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + P_k - \varepsilon + C_{fk} (F_x u + F_y v) \dots (15)$$

$$u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[(\nu_t + \nu) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu_t + \nu) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + \frac{\varepsilon}{k} \{ C_1 [P_k + C_{f\varepsilon} (F_x u + F_y v)] - C_2 \varepsilon \}$$

.....(16)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots(17)$$

ここで、乱れエネルギー生成率 P_k 、抗力 (F_x, F_y) は次のように与えられる。

$$P_k = \nu_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots(18)$$

$$F_x = \frac{1}{2} C_{dx} \lambda \nu \sqrt{u^2 + v^2}; \quad F_y = \frac{1}{2} C_{dy} \lambda \nu \sqrt{u^2 + v^2} \dots\dots\dots(19)$$

ここで、(u, v) は流下・鉛直方向流速、 ν_t : 渦動粘性係数、 p' : 静水圧からの偏差、 k : 乱れエネルギー、 ε : 乱れエネルギーの逸散率、 λ : 粗度層の単位体積あたりの遮蔽面積、 C_{dx}, C_{dy} : 抗力係数である。渦動粘性係数 ν_t は乱れエネルギー、逸散率と次のように結ばれる。

$$\nu_t = \frac{C_\mu k^2}{\varepsilon} \dots\dots\dots(20)$$

経験定数には Launder と Spalding¹¹⁾による標準値 $C_\mu = 0.09, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3$ を用い、また新しく導入した形状抵抗にかかわる経験定数には著者ら¹⁰⁾が植生模型を用いた水路実験で同定した値、 $C_{fk} = 0.07, C_{f\varepsilon} = 0.15$ を用いた。

基礎方程式は Patankar¹²⁾のコントロールボリューム法によって離散化され、SIMPLE アルゴリズムによる Gosman と Ideriah¹³⁾の TEACH コードに準拠した数値計算を行った。底面境界条件としては第1格子点で対数則を仮定し乱れエネルギーとエネルギー逸散率についてエネルギー平衡関係を仮定した。水面では自由水面での乱れの減衰を瀬津・中川¹⁴⁾の方法で考慮した。

こうした計算結果として得られる粗度急変後の Reynolds 応力分布の変化過程の例を Fig. 7 に示す。緩和モデルと同様に底面で Reynolds 応力が瞬時に応答し、それが上方へ伝播していく様子が計算さる。なお $y = K$ での Reynolds 応力を底面せん断応力と見做してその流下方向変化を見ると、緩和モデルで仮定したようにほぼステップ状の変化と言え、また滑・粗面遷移では $C_D \lambda$ が大きいほどオーバーシュートの出現する様子が計算でも表現できている (Fig. 8)。さらに K/h が大きくなる (相対水深が小さくなる) と底面せん断応力の応答にも遅れが出現する (Fig. 9) ことがわかる。

Fig. 10 は粗度急変後の Reynolds 応力分布の変化過程について緩和モデル (曲線) と $k-\varepsilon$ モデルに基づく数値計算結果 (プロット) を比較したもので、良好に一致していることがわかる。Table 3 は計算した流れの水利条件で表中 $\omega = C_{dx} \lambda = C_{dy} \lambda$ である。また $h = 5.0 \text{ cm}, U = 20.42 \text{ cm/s}$ (水深平均流速) の条件で計算を行った。Fig. 11 は渦動粘性係数について緩和モデルと併用した混合距離分布の普遍性を仮定したもの (曲線) と $k-\varepsilon$ モデルに基づく数値計算結果 (プロット) を比較したも

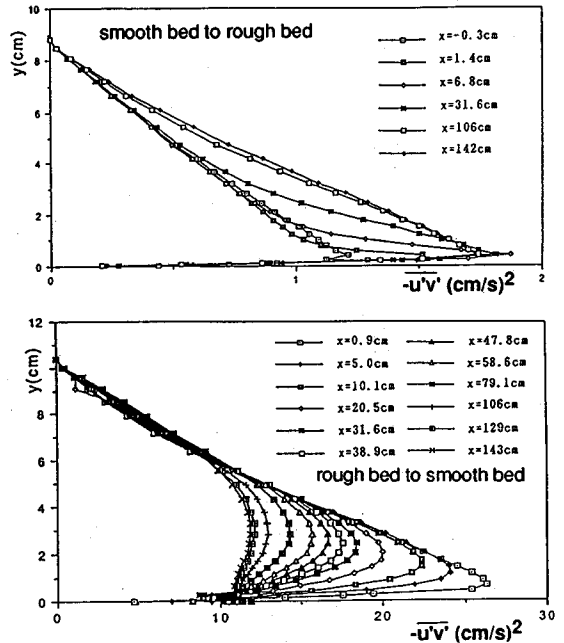


Fig. 7 Change of Reynolds-stress distribution computed by $k-\varepsilon$ model

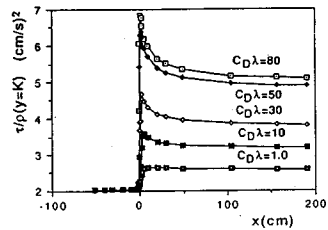


Fig. 8 Response of bed shear

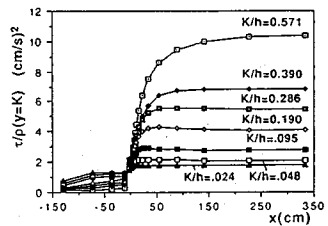


Fig. 9 Response of bed shear stress

Table 3 Condition for calculation of flow with longitudinally alternate roughness

Case	K/h	ω (cm ⁻¹)	u_{s1} (cm/s)	u_{s2} (cm/s)	β
RS0312	0.048	0.30	1.99	1.24	0.62
RS0512	0.048	0.50	2.22	1.24	0.56
RS0506	0.024	0.50	1.70	1.26	0.74
RS0712	0.048	0.70	2.38	1.24	0.53
SR0312	0.048	0.30	1.23	1.97	1.60
SR0512	0.048	0.50	1.22	2.20	1.80
SR0506	0.024	0.50	1.25	1.70	1.36
SR0712	0.048	0.70	1.22	2.37	1.94

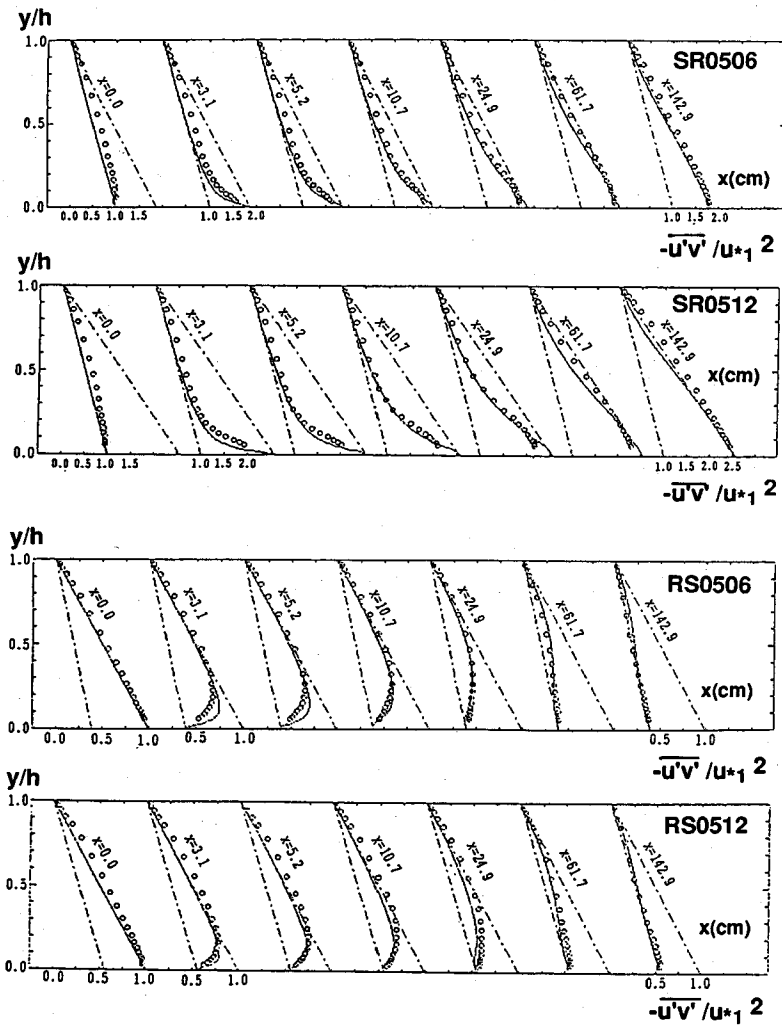


Fig.10 Comparison between Reynolds-stress distribution computed by $k-\epsilon$ model with that by relaxation model

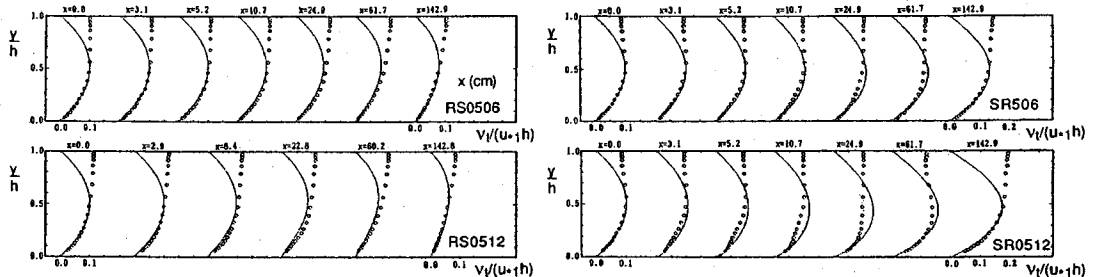


Fig.11 Kinematic eddy viscosity distributions computed by $k-\epsilon$ model of transitional flow due to abrupt change of bed roughness

ので、半水深以下では良好に一致しこれが両手法によって求められる流速分布の一致を保証している（半水深より上方のずれは数値計算では対数則からのずれ、すなわち伴流成分を表す）。

5. 粗度変化を繰り返す流れ

次に緩和モデルの適用性の利便さを示すため、粗度変化が縦断方向に繰り返す流れを検討する。こうした流れ

は縦断交互分級した河床 (diffuse gravel sheet¹⁵⁾) に対応するし、粗度の不規則さが影響する領域の厚さなどの検討に有意である。

いま流下方向の長さ L の異なる粗度を持つ区間が繰り返された路床を考える。2つの異なる部分での底面せん断応力がそれぞれ τ_{b1} 、 τ_{b2} とするとき、緩和モデルを用いると断面 x での Reynolds 応力分布は次式のように与えられる。

$$\begin{aligned} \tau(\eta|\xi) &= (1-\eta) \left\{ \int_0^\xi \tau_{b2} g_R(\delta|\eta) d\delta \right. \\ &+ \left[\int_\xi^{\xi+L_*} \tau_{b1} g_R(\delta|\eta) d\delta \right. \\ &+ \left. \int_{\xi+L_*}^{\xi+2L_*} \tau_{b2} g_R(\delta|\eta) d\delta \right] + \dots \\ &+ \left[\int_{\xi+2nL_*}^{\xi+(2n+1)L_*} \tau_{b1} g_R(\delta|\eta) d\delta \right. \\ &+ \left. \int_{\xi+(2n+1)L_*}^{\xi+(2n+2)L_*} \tau_{b2} g_R(\delta|\eta) d\delta \right] + \dots \Big\} \\ &= (1-\eta) \left\{ \left[\tau_{b2} \exp\left(-\frac{\delta}{\Lambda(\eta)}\right) \right]_0^\xi \right. \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} \left[-\tau_{b1} \exp\left(-\frac{\delta}{\Lambda(\eta)}\right) \right]_{\xi+2nL_*}^{\xi+(2n+1)L_*} \\ &+ \sum_{n=0}^{\infty} \left[-\tau_{b2} \exp\left(-\frac{\delta}{\Lambda(\eta)}\right) \right]_{\xi+(2n+1)L_*}^{\xi+(2n+2)L_*} \Big\} \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

ただし、 $0 < x < L$ で底面せん断応力が τ_{b2} であるとする。また $L_* = L/h$ である。ところで、

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \left[-\exp\left(-\frac{\delta}{\Lambda(\eta)}\right) \right]_{\xi+2nL_*}^{\xi+(2n+1)L_*} \\ = \frac{\exp[-\xi/\Lambda(\eta)]}{1+\exp[-L_*/\Lambda(\eta)]}; \\ \sum_{n=0}^{\infty} \left[-\exp\left(-\frac{\delta}{\Lambda(\eta)}\right) \right]_{\xi+(2n+1)L_*}^{\xi+(2n+2)L_*} \\ = \frac{\exp[-(\xi+L_*)/\Lambda(\eta)]}{1+\exp[-L_*/\Lambda(\eta)]} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (22)$$

であるので、式 (21) は次のように計算される。

$$\tau(\eta|\xi) = \tau_{b1} (1-\eta) \Omega'(\delta|\eta) \dots \dots \dots (23)$$

$$\Omega'(\eta|\xi) = (\beta^2 - 1) \cdot \Psi'(\eta|\xi) + 1 \dots \dots \dots (24)$$

$$\Psi'(\eta|\xi) = 1 - \frac{\exp[-\xi/\Lambda(\eta)]}{1+\exp[-L_*/\Lambda(\eta)]} \dots \dots \dots (25)$$

ここで Ω' は Reynolds 応力分布の平衡分布 (三角形分布) からのずれを表す。この Ω' を Ω の代わりに用いると式 (11)、(12) によって粗度が繰り返し変化する流れの流速分布、乱れ強度分布が計算される。

Reynolds 応力分布、流速分布についての計算例を **Figs. 12, 13** に示す。ここで、 τ_{bm} ($= \rho u_* m^2$) は τ_{b1} と τ_{b2} (図では粗面・滑面での底面せん断応力を τ_{br} 、 τ_{bs} と

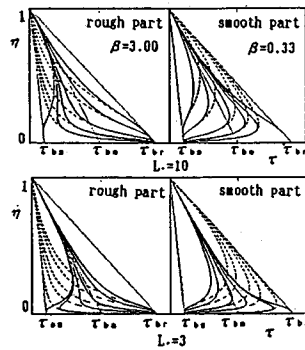


Fig. 12 Change of Reynolds-stress distribution of flow with longitudinally alternate roughness

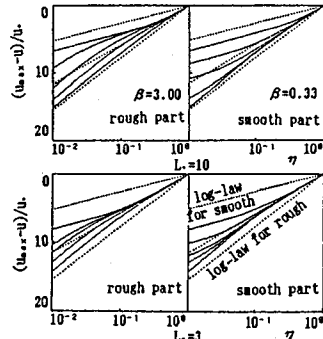


Fig. 13 Change of velocity profile of flow with longitudinally alternate roughness

書いた)の平均である。図中の破線はすぐ上流の粗度変化のみを考慮(それより上流の粗度変化の影響を無視)して計算されたものである。図より、底面から十分離れたところでは平均底面せん断応力に規定される平衡 Reynolds 応力分布に支配された乱流構造となっており、底面近傍では粗度変化に対応して周期的な変化が見られる。粗度変化の影響がなくなる空間的均質領域の厚さは繰り返し距離 L_* が小さくなるにつれて大きくなる。

このような粗度変化を繰り返す流れについても前章で提案した粗面部粗度領域での形状抵抗を取り込んだ $k-\epsilon$ モデルでの数値計算を行った結果 (**Fig. 14** 参照)、緩和モデルは乱流の基礎式からの計算と変わらない特性を示すことがわかった。

上記のような粗面・滑面が繰り返される場を実験水路に再現してその上で計測を行った。実験は長さ 12 m、幅 0.4 m の水路で厚さ 1 cm のアクリル樹脂板部分の滑面と中央粒径 1.2 cm の礫からなる粗面を繰り返して用意した。それぞれの粗・滑面区間の長さ (L) は 30 cm (Run QN)、45 cm (Run QQ) と 2 通りに変えられた。路床勾配 i_b を 0.001 とし、水深約 6 cm の疑似等流に調整し、直径 3 mm のプロペラ流速計で流速分布の測定を

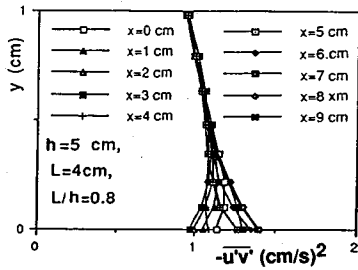


Fig.14 Change of Reynolds-stress distribution of flow with longitudinally alternate roughness computed by $k-\epsilon$ model

Table 4 Experimental conditions

Case	i	L (cm)	q (cm ² /s)*	h (cm)	u _{*z} (cm/s)	u _{*r} (cm/s)	β or 1/β**
QN	0.001	30	143	5.9	2.55	5.53	4.61, 0.21
QQ	0.001	45	160	6.1	2.78	5.38	4.48, 0.22
QR	0.001	60	160	6.1	3.40	5.38	4.48, 0.22

(*) q=flow discharge per unit width; (**) the values of u_{*z}/u_{*z} and u_{*z}/u_{*r}.

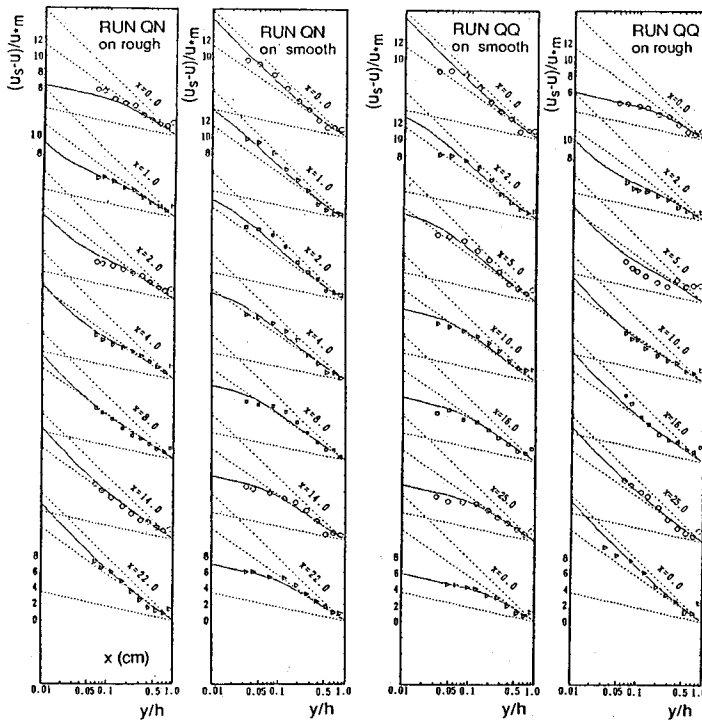


Fig.15 Longitudinal change of velocity profile of flow with longitudinally alternate roughness

行った。先の考察で底面近傍ではその粗度に支配された対数則が成立すると考えられ、底面近傍の流速データから粗面・滑面部の摩擦速度を評価することとした。ただし、粗面部では対数則成立領域が薄くて u_{*r} の評価が難しく、底面から離れたところ（空間的均質領域）の Reynolds 応力の底面への外挿から u_{*m} を評価し、これと滑面上で先に評価された u_{*s} から次式によって u_{*r} の評価を行った。

$$u_{*r} = \sqrt{2u_{*m}^2 - u_{*s}^2} \dots\dots\dots (26)$$

評価された摩擦速度をはじめ実験条件を Table 4 に示す。このようにして評価された粗面・滑面の固有の摩擦速度を用いて緩和モデルによって計算された流速分布の

変化と実験結果を比較したのが Fig.15 で両者の対応は良好である。Fig.16 は乱れ強度分布についての測定結果と緩和モデルによる結果の比較例であるが、Fig.3 と同様とくに粗面部での底面の乱れ強度が計算で予測されるほどには大きくでておらず、こうした場での小型プロベラ流速計の応答性には問題があることが示唆される。

6. あとがき

本論文では粗度変化を伴う流れの流速分布、Reynolds 応力分布、乱れ強度分布などを容易に表現できる Reynolds 応力緩和モデルをとり上げ、その適用性を検討した。緩和モデルでは Reynolds 応力分布の緩和距離についてのパラメータを風洞での空気流の実験値か

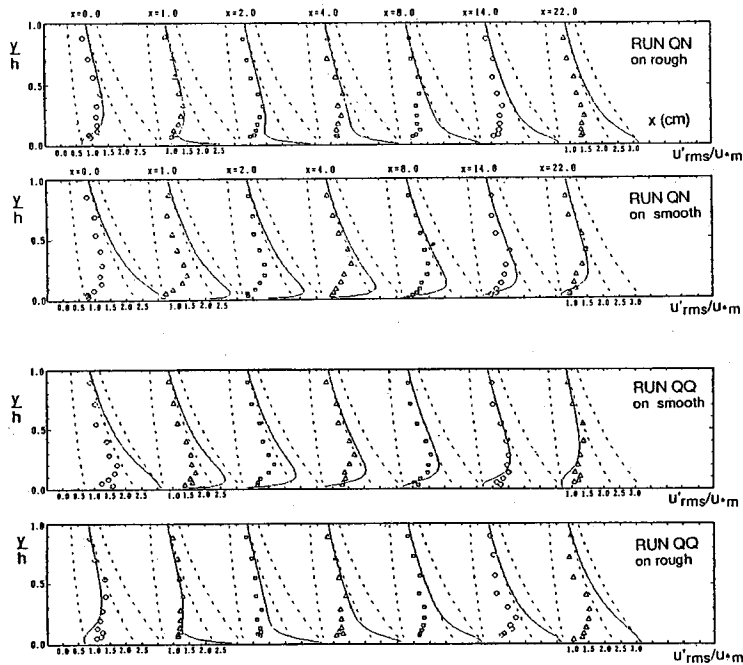


Fig.16 Longitudinal change of turbulence-intensity distribution of flow with longitudinally alternate roughness

ら同定しており、すでに実験室開水路流れでも数値を変えることなく適用できることを確認していたが、今回野外流路での粗・滑遷移部流れで乱流測定を行い、実験室での流れより1オーダー大きなスケールの流れでも緩和距離にかかわる数値パラメータを変えずに適用できることがわかり、モデルが汎用性のあるものであることがわかった。

乱流の基礎式に基づいたアプローチとして粗面上の流れについては粗度層内で形状抵抗を考慮した $k-\epsilon$ 乱流モデルに基づく数値計算を適用し、計算結果の比較から緩和モデルが乱流基礎式に基づいた取り扱いと変わらず現象を適切に表現できることがわかった。

緩和モデルの有効性の一つに複雑な場でも比較的容易に乱流特性を表現できることが挙げられるが、ここでは粗面・滑面が繰り返す流れへの適用を試し、満足すべき結果が得られた。とくにこうした流れでは、粗度変化を繰り返す空間スケールが小さくなってくると、底面から離れたところに平均底面せん断応力に支配される空間的に均質な領域が発達してくることが明らかにされた。今後、路床形状や剥離を伴う流れについての乱流特性の遷移についても簡便に表現できるような工夫をして河床形態を伴う流れ、流砂の問題への適用を検討して行きたい。

なお、実験・解析に当たっては当時金沢大学大学院学生宮垣圭吾君(現 JR 東海)、同工学部学生漆崎正人君(現 福井県)の協力を得た。記して謝意を表す。

参考文献

- Schlichting, H. : Boundary-Layer Theory, 6th Ed., McGraw-Hill, pp.615~616, 1968.
- Jacobs, W. : Umformung eines turbulenz Geschwindigkeits-Profiles, ZAMM, 19, pp.87~100, 1939.
- 瀬津家久・中川博次・瀬谷和彦・鈴木康弘：開水路粗度急変流れの流速分布及び河床せん断応力の応答特性，水工学論文集，第34巻，pp.505~510, 1990.
- 辻本哲郎・A. Cardoso・斉藤 彰：底面せん断応力が変化する開水路流れの特性，水工学論文集，第34巻，pp.433~438, 1990.
- 辻本哲郎・斉藤 彰：非平衡状態での浮遊砂濃度分布，土木学会論文集，No.423/II-14, pp.63~71, 1990.
- 辻本哲郎・北村忠紀：非平衡浮遊砂による砂面不安定，水工学論文集，第35巻，pp.35~44, 1991.
- 神田佳一・村本嘉雄・藤田裕一郎・矢田哲朗：開水路粗度急変部における乱れ特性と浮遊砂濃度の遷移過程，京都大学防災研究所年報，第32号B-2, pp.619~639, 1989.
- 瀬津家久：開水路流れの乱流構造に関する基礎的研究，京都大学学位論文，118p., 1977.
- 辻本哲郎・北村忠紀・岡田敏治・王子義徳：小型電磁流速計を用いた野外流路での乱流測定，水工学論文集，第35巻，pp.35~44, 1991.
- 清水義彦・辻本哲郎・中川博次：直立性植生層を伴う流れ場の数値計算に関する研究，土木学会論文集，No.447/II-19, pp.35~44, 1992.
- Lauder, B.E. and Spalding, D.B. : The numerical computation of turbulent flow, Computer Method in Applied Mech. & Eng., Vol.3, p.269, 1974.

-
- 12) Patankar, S.V. : Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences, Hemisphere Pub. Corp., McGraw-Hill, 1980.
- 13) Gosman, A.D. and Ideriah, J.K. : TEACH-T, A Grneral Computer Program for Two-Dimensional, Turbulent, Recirculating Flows, Dept. Mec. Eng., Imperial College of Tech., London, S.W.7, 1976.
- 14) 禰津家久・中川博次：修正 $k-\varepsilon$ 乱流モデルによる開水路乱流の数値計算，土木学会論文集，No. 387/ II -8, pp. 126~134, 1987.
- 15) 辻本哲郎：河床表層粒度構成の不安定現象としての縦断交互分級の形成機構，土木学会論文集，No. 423/ II -12, pp. 143~150, 1989.
- (1993. 9. 20 受付)

RESPONSE OF TURBULENT CHARACTERISTICS IN OPEN-CHANNEL FLOW WITH ABRUPT CHANGES OF BED ROUGHNESS

Tetsuro TSUJIMOTO and Yoshihiko SHIMIZU

The turbulent characteristics of flow with spatial change of bed roughness in open channels are described by a relaxation model with an impulse response for Reynolds-stress distribution. The applicability of the model to the flow with an abrupt change of bed roughness are inspected through flume experiments and field measurements. The applicability to the flow with longitudinally cyclic changes of bed roughness is also inspected by flume experiments. Furthermore, a numerical calculation of the flow with an abrupt change of bed roughness is conducted based on a $k-\varepsilon$ turbulence model, and the physical background of the relaxation model is supplemented.
