

不飽和浸透理論に基づく斜面流出モデルの集中化について

松林宇一郎*・高木不折**・古田 直***

本研究は流出解析法の一つである貯留関数法のS-Q関係 ($S=kQ^p$) を飽和・不飽和浸透流を基礎として導き、そのパラメータk, pを斜面の地形特性、土壌特性と関係づけることを目的としている。そのため、長方形の鉛直2次元斜面の浸透流解析および斜面内流れの抽象化を行った。その結果、kには斜面の形状と土壌特性が関係し、pは土壌の不飽和透水係数を表わす一般化Kozeny式の指数 β の逆数であることが明らかとなった。

Key Words : lumping of runoff model, saturated-unsaturated flow analysis, storage function model

1. まえがき

流出解析法は昭和20~30年代に相次いで襲った水害を契機として短期流出解析が、また昭和30年代の高度経済成長に伴う水需要の増大に応じて長期流出解析法が精力的に研究されてきた。そして、現在ではその中のいくつかのモデルが定着し、研究・実務に使用されている。即ち、合理式、単位図法、貯留関数法、タンクモデル、特性曲線法などである。これらのモデルはその見方によっていくつかの分類が出来るが、集中系・分布系という分類では前4者が集中系で特性曲線法が分布系ということになる。特性曲線法は雨水流法とも呼ばれ流れの基礎式を積分することによって流出量を計算しようとするものであり、モデルの中に物理的機構が陽に組み込み易いという特徴をもつが、計算量が多いという欠点も持っている。集中系モデルは逆に計算は容易であり、実務上は有利であるが構造やパラメータの意味が曖昧であるという欠点をもっている。

こうした基本的問題の他に、現在の状況として次のようなものがあろう。まず、1)近年流域開発が従来の下流域のみでなく中・上流域までひろがっているが、環境問題に関する論議の活発化とともにこうした開発による流出量の変化の事前評価が必要になる。ところが、パラメータの意味が曖昧なモデルでは開発後の状況を正しく予測することが出来ない。また、その評価をする上での基礎的事項として2)森林・森林土壌の流出への影響の定量的把握が必要である。3)環境問題との関係で水だけでなく物質

の循環も重要となり単に河川に流出してきた水量だけではなく大気や地中での水・物質の流れの把握が重要となってきている。一方、流出解析において数値地形情報の普及とともに流域を格子分割し特性曲線法などによって雨水流を数値計算する方法が研究されつつあるが、それにともない、4)単位となっているメッシュ内での現象の物理構造の解明を通した運動則の検討が必要とされている。

以上のように、まず水循環の機構を明らかにすることが必要不可欠であるが、流出解析という点からはそのような構造を正しく表現した、かつ実用的なモデルが要求されている。流出場としての山腹斜面での流れについては、昭和50年代に全国の試験流域で活発な観測が実施され、地表流、基岩上の飽和浸透流、飽和・不飽和浸透流、パイプ流などの流れのメカニズム^{3,4)}が調べられているが、これらを実用的な集中系のモデルに書き直した研究には、藤田による地表面流(kinematic wave)を基にした貯留関数の誘導¹⁾、高木らによる飽和浸透流を基礎とし斜面特性の分布を考慮することによる線形な貯留関数の誘導²⁾、谷らによる鉛直1次元飽和・不飽和流による貯留関数の誘導^{4,5)}がある。

本研究では山腹斜面での現象が飽和・不飽和浸透流であること、鉛直・斜面流下方向の2方向流れであることを考慮し、2次元不飽和浸透理論を基礎とした貯留関数法への集中化を行った。なお、飽和・不飽和現象は後述するように関係する土壌の不飽和特性が多様性に富み、かつ基礎式が非線形であるため解析的に解くことが出来ない。そこで、まず種々の斜面での流出現象を数値計算し、その特性を吟味したうえで半解析的に貯留関数を誘導した。

*正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科
(〒464-01 名古屋市千種区不老町)

**正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

***正会員 鴻池組

2. 斜面流出場のモデル化

本研究の目的は、ある特定の山腹斜面の解析をすることではなく、普遍的な流出特性を明らかにし、貯留関数への集中化をおこなうことである。したがって斜面の流れを解析するに当たり、対象とする斜面モデルとしては流出場としての本質を失わない範囲で、できるだけ抽象化する必要がある。その際、注意すべき点としては次のようなものがある。まず1)流域は斜面と河道網の複合体と考えられているが、その場合の斜面とは小縮尺(1/2.5万)地形図で認識される斜面とは異なり、実際にはもっと短く小規模である。2)斜面の土壌の鉛直構造は地表から順に有機物の集積によるA層、母岩の構造を残しているC層、A層とC層の中間に位置し両層の中間の性質を持つB層からなっている。このうち流出、とくに短期流出を支配する流れの生起場はA~B層と考えられる。一般に、これらの層の土壌の特性は気候・生物・地質(母岩)・時間・人為の要因に左右され、種類もさまざまであるが、わが国の森林土壌は褐色森林土がほとんどを占めていることもあり⁷⁾、ある程度標準化して扱えると考えられる。3)斜面内部での流れとして、森林土壌には枯死した木の根によるルートチャンネルや動物の通路の穴などがあり、非毛管空隙として重力水の流出経路となるといわれているが、その詳細はまだ明らかではなく、現在のところマトリック部を流れる飽和・不飽和浸透流が定量的に扱い得る最善のものである。

以上の点を考慮して、本研究ではきわめて自由度の高い斜面形状を単純な長方形斜面で近似し、その斜面長、層厚、勾配さらに不飽和特性を変えることで一般的な斜面の流出特性を明らかにしようとした。ただ、用いる斜面が実際とかけ離れないようにするため、1)の点を考慮し実在流域としては犬山試験流域(愛知県犬山市名古屋大学地震観測所内、流域面積8800m²)を念頭に置いた。この流域は基岩盤が主に古生層チャート、頁岩によって構成されている。A~B層の土壌は褐色森林土壌である。

3. 斜面の不飽和浸透流解析

斜面の飽和・不飽和浸透流の基礎式はよく知られたRichardsの式であり式(1)で表される。

$$C \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K(\theta) \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K(\theta) \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right] \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 θ : 体積含水率、 Φ : 全水頭 ($\Phi = \Psi + z$)、 Ψ : 圧力水頭(不飽和状態では毛管水頭)、 z : 位置水頭 ($z = x \sin \alpha + y \cos \alpha$)、 $C(\theta)$: 比水分容量 ($C(\theta) = d\theta/d\Psi$)、 $K(\theta)$: 不飽和透水係数である。

この問題を解くためには土壌の不飽和特性として、

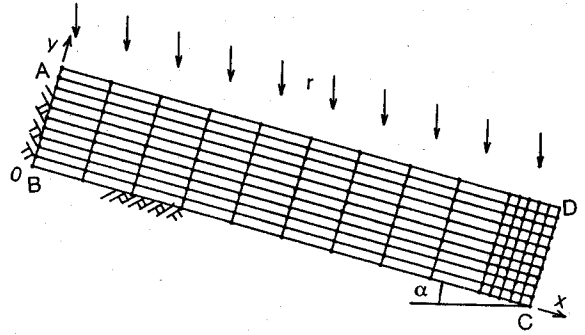


Fig. 1 Mesh diagram of elemental slope.

$K-\theta$ 、 $\theta-\Psi$ 関係(水分特性曲線)を与える必要があるが、それは土壌によって非常に自由度があり、一般的に扱うため何等かの理想化・標準化を行わなければならない。

まず、水分特性曲線について、真下は森林土壌分類による $\theta \sim \Psi$ 関係の相違について調べている⁹⁾。犬山試験流域でも水分特性曲線が求められている⁹⁾。一方、水分特性曲線を関数形で表現しようとした研究もこれまで多く行われており、代表的なものにBrooks & Corey式、van Genuchten式、Ahuja & Swartendruder式、谷式などがある⁹⁾。一方、不飽和透水係数については、一般化Kozeny式、Child & Colis-George式、Campbell式、Burdine-Brooks-Corey式、Mualem式、van Genuchten式などがある。これらの中から、本研究ではパラメータが少なく取扱いが容易であり、しかも表現性のよい式として、 $\theta \sim \Psi$ 関係として式(2)で表されるAhuja & Swartendruder式を、 $K \sim \theta$ 関係として一般化Kozeny式に式(2)を代入した式(3)を用いた。

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{1}{1 + (a|\Psi|)^n} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$K = K_s S_e^{\beta} = K_s \left(\frac{1}{1 + (a|\Psi|)^n} \right)^{\beta} \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 S_e : 有効飽和度、 θ_s : 飽和含水率、 θ_r : 気乾含水率、 K_s : 飽和透水係数、 a, β, n : 定数 である。

式(2)のパラメータは、わが国に広く分布するB_B土壌(粒状・堅果状構造型乾性褐色森林土壌)⁷⁾について、真下によって得られている水分特性曲線をよく表す値($a=1$, $n=2$)を、式(3)中の飽和透水係数 K_s は犬山にて得られた最終浸透能の値¹⁰⁾を参考にして与えた。なお、斜面流下方向の透水係数は鉛直方向より大きいことがしばしば指摘されることから、ここでは流下方向の値が鉛直方向の値の10倍であるとして計算した。

数値計算には差分法を用いた。メッシュ分割はFig. 1に示す通りであり、下流端では計算結果が振動し易いことから分割を細かく取っている。一般部のメッシュサイ

ズは $\Delta x = 4 \text{ m}$, $\Delta y = 0.1 \text{ m}$ とし、下流端近傍では $\Delta x = 1 \text{ m}$ を採用した。時間差分 Δt は線形方程式を前提とした von Neuman の安定性の条件を援用し $\Delta t = 10 \text{ sec}$ とした。

境界条件について、Fig. 1 の斜面の上流端 (A B) は分水界、また底部 (B C) は基岩盤に接していると仮定して不透水の境界条件を与える。地表面 (A D) について森林土壌は通常透水性が大きく、表土がきわめて薄い場合以外は降雨はすべて浸透すると考えられるので降雨による流量境界条件を与えた。すなわち、次式で与えた。

$$A B : \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0, \quad B C : \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0$$

$$A D : -r \cos \alpha = -K \frac{\partial \Phi}{\partial y}$$

ここに、 r : 降雨強度、 α : 斜面勾配である。

斜面下流端 (C D) では飽和・不飽和浸潤面があり条件は複雑である。そこで、不飽和状態の浸透面からの浸出量が実質的に無視できることを考慮し次の境界条件を与えた。まず、1) 境界上の各節点で浸出が無い ($\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$)

と仮定して仮計算をしたとき $\psi > 0$ かどうか、2) 各節点が飽和している ($\Phi = z$) として仮計算したとき浸出が生じるかをチェックし、1), 2) のいずれかの条件を満たすとき節点は飽和しているとして $\Phi = z$ の境界条件を与え、そうでない節点は浸出が無いとして $\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0$ の条件を与えた。

初期条件については、斜面全体が飽和 ($\Phi = z$) している状態からある期間 (3 日間) 無降雨状態で自然排水計算を行った結果の毛管水頭分布を初期状態として与えた。

4. 流域の諸条件が流出特性に及ぼす影響

前章で示した斜面浸透流出モデルを用いて流出特性を検討するわけであるが、土壌の不飽和特性、斜面の幾何特性など流出場の多様性がきわめて高く全ての組み合わせについて計算することは難しい。そこで犬山流域の斜面を基準として流域特性値を変化させて数値解析し、その結果から流出過程をなるべく一般的に議論する。流域特性として本研究では、地形特性として斜面長 L 、土層厚 D 、および斜面勾配 α を、土壌特性として、前出の飽和透水係数 K_s 、 β 、 a 、および有効間隙率 $w (= \theta_s - \theta_r)$ を、降雨波形は継続時間 12 時間の三角形分布とし、降雨特性としてピーク降雨強度 r_p とピーク降雨生起時刻 t_p を取り上げる。計算に用いたパラメータの値を Table 1 に示すが、下線をつけた値 (基準値) を中心として 3 ケースずつ取り上げている。実際の解析においてこれらすべての組み合わせの計算結果を示すことは難しいので、各特性量毎に他の特性については基準値を用い、考えている特性値について値を変えた場合の比較を行った。

本研究の主課題は飽和・不飽和浸透流を基礎とする分

Table 1 Range of parameters used in the calculation. (underlined values are reference values)

Parameters	Values
Slope length L (m)	30, <u>40</u> , 60
Slope depth D (m)	1.0, <u>1.2</u> , 1.5
Slope angle α (deg)	30, <u>40</u> , 45
β	4, <u>8</u> , 12
Saturated permeability K_s (cm/s)	0.0005, 0.001, <u>0.002</u>
a	0.7, <u>1.0</u> , 2.0
Effective porosity w	<u>0.1</u> , 0.2, 0.4

布系の流出過程から貯留関数モデルへの集中化であるが、その議論の前に種々の特性パラメータが流出特性にどの様に影響を与えるかについて検討する。

Fig. 2 と Fig. 3 は各パラメータの影響を見たものである。Fig. 2 はハイドログラフを斜面下流端からの単位幅当りの流出量で示しており、Fig. 3 は初期水分状態を毛管ポテンシャルの等値線によって示している。この初期水分状態は斜面内部の水分状態を大まかにつかむため示したものである。なぜなら水分状態はこの状態を基準として変化するからである。考えているパラメータはそれぞれの図中に括弧をつけて示している。以下、これらについて考察する。

まず、地形特性のうち斜面長 L の影響について見てみる。Fig. 3-(L) は、それぞれ $L = 30, 40, 60 \text{ m}$ とした場合の初期水分状態である。 L の長い方が流出が長引くため下流端底部で若干湿潤気味であるが全体的な傾向として下流部の水分状況は L による差は少ない。また上流部での分布も等しく、 L の相違は中流部の長さの違いといえる。

Fig. 2-(L) のハイドログラフを見ると、まず立ち上がり部は L が変化しても差はほとんどなく、下流端の状態のみによって決まる。これは、この時点では上流の影響がまだほとんどないからである。一方、ピークと低減部では、斜面長の長いものほど流出量は多くなっている。また、ピーク生起時刻は斜面長の長いものほど上流からの成分が影響するため遅くなっている。ピーク流出量は斜面長 L に単純に比例せず L が 2 倍になっても約 1.4 倍にしかならなかった。また低減曲線は平行であり、 L による低減特性の差はほとんど認められない。これは水分分布において下流端の相違が小さいことに対応している。

次に流域の土層厚 D の影響について Fig. 2-(D) はそれぞれ $D = 1.0, 1.2, 1.5 \text{ m}$ の場合のハイドログラフを示したものである。図には D によるピーク流量への影響が顕著に現れている。すなわち、土層厚の薄い方がピークは早く表れ、その値も大きい。これは土層厚 D の薄い方が同一

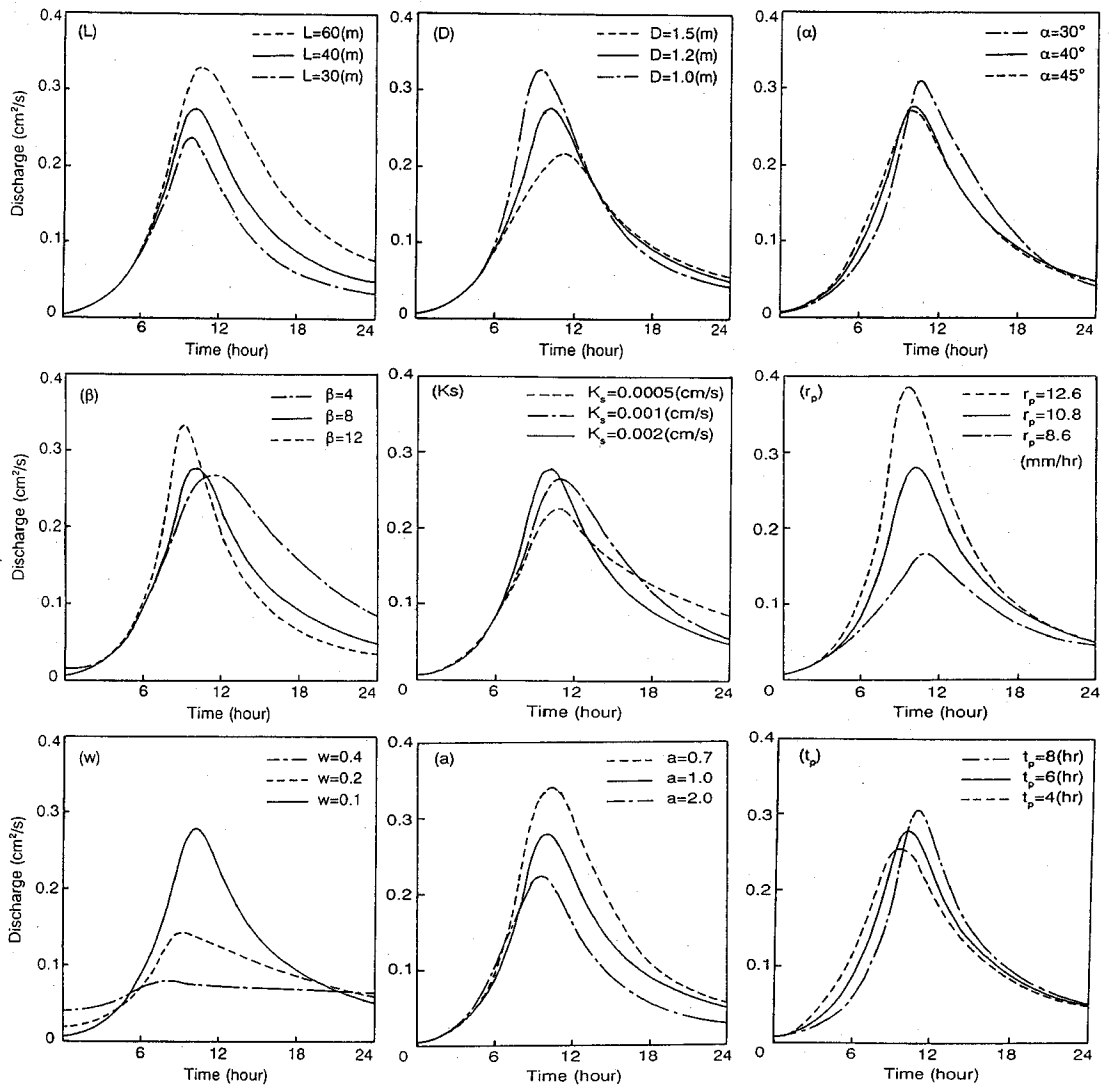


Fig.2 Calculated hydrographs for various sets of parameters.

の降雨でも有効飽和度が大きくなり易く、その結果、透水係数が大きくなったためと考えられる。このように、斜面長が同一で排水速度が速くなる場合にはピーク流量が増加し低減は急になる特徴がある。

流域の斜面勾配 α を変化させた場合についてFig.3-(α)はそれぞれ $\alpha=30^\circ, 40^\circ, 45^\circ$ の場合の初期水分状態を示したものである。図で明らかなように、斜面勾配の小さなものほど、斜面内に残っている水分量は多くなっている。これは同一の無降雨期間では勾配の小さい方が排水速度が小さいためと考えられる。これに対し、Fig.2-(α)の hidrographでは斜面勾配の小さな方がピーク流量はむしろ大きくなっている。

この理由は次のように考えられる。Darcy則より流速

は透水係数と全水頭勾配の積で表わされるが、このうち、全水頭勾配は山腹ではほぼ斜面勾配に等しいと考えてよく(このことは、窪田による桐生水文試験地での観測結果からも得られている¹¹⁾)、勾配が小さいことは流速を小さくする方向に働く。一方、透水係数は式(3)より有効飽和度 S_e の β 乗に比例し、その初期の S_e は勾配が小さいほど大きかったから、結果的に S_e の効果が勝って流速を、ひいては流量を大きくしたものと考えられる。

次に、土壌特性としてKozeny式のパラメータ β と飽和透水係数 K_s 、水分特性を表わす(2)式のパラメータ a と有効間隙率 $w = \theta_s - \theta_r$ を取り上げこれらが流出特性に及ぼす影響を検討する。

まず、パラメータ β について、Fig.3-(β)は $\beta=4, 8, 12$ の

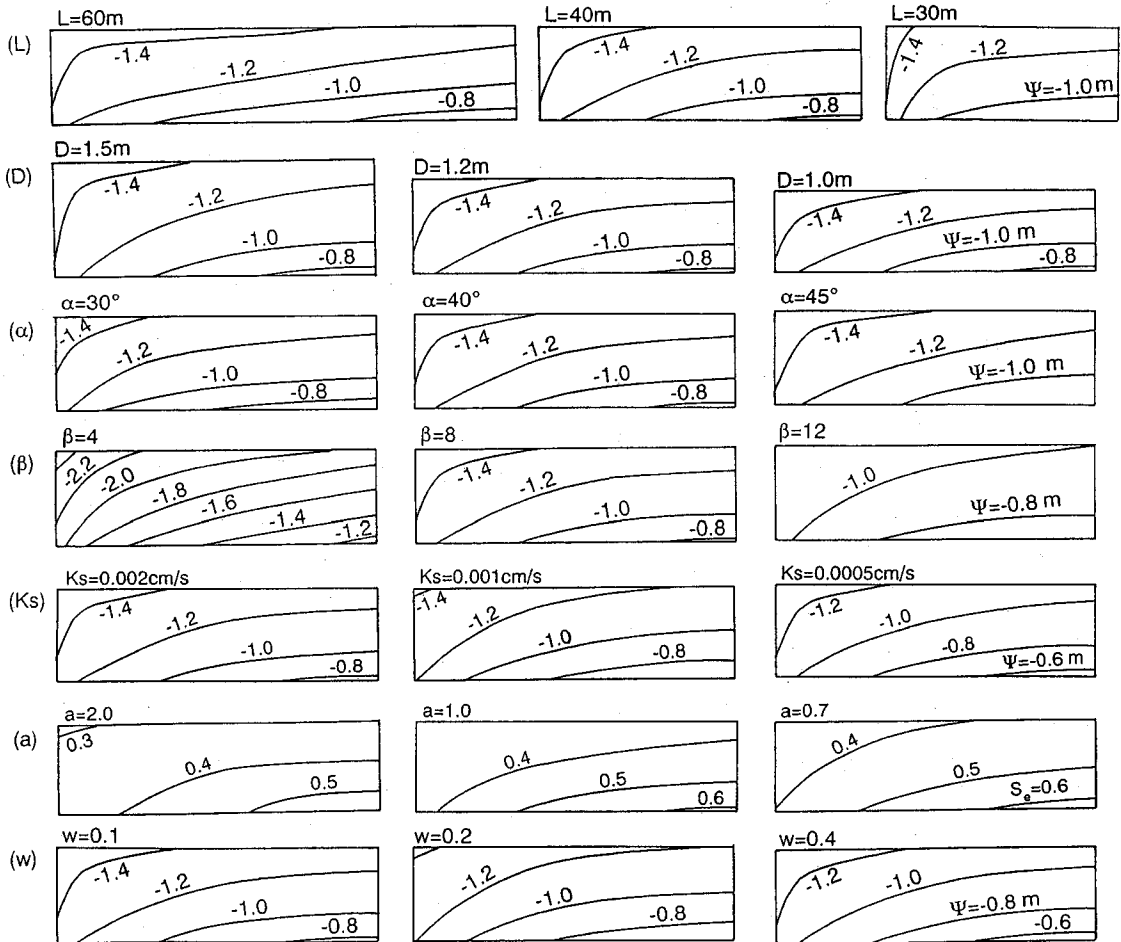


Fig.3 Initial capillary potential distributions for various sets of parameters.

場合の初期状態を示している。図から明らかなように β が小さい方が初期水分が少なくなっている。

次に、Fig.2-(β)に示すハイドログラフをみると、 β が小さいものはフラットな形をしており、逆に、 β が大きい場合はピークが大きく低減が速い流出特性を示している。ここにも β の初期状態と透水係数への影響における競合が認められる。すなわち β が大きい場合は同一飽和度では透水係数が小さいが、初期有効飽和度が大きくなるため結果的に透水係数が大きくなりピーク流量が大きくなったと考えられる。なお、図では24時間しか示していないが、初期状態に相当する3日後では、有効飽和度 S_e が1.0以下であるから、 β が小さいものほど透水係数が大きく、排水が進みFig.3で示したように初期水分が少なくなる。

飽和透水係数 K_s の影響も β の場合と似た傾向を示す。Fig.2-(K_s)は $K_s=0.0005, 0.001, 0.002(\text{cm/sec})$ の場合のハイドログラフであるが、 K_s が大きいと流出量は大きくなる

ものの、 K_s が倍になったからといって流量は倍にならないことがわかる。これはFig.3-(K_s)に見るように K_s が大きい場合は排水され易いため初期飽和度が低く、そのため透水係数がそれほど大きくならないことが原因であると考えられる。

水分特性曲線に関するパラメータ a は毛管水縁の高さを決めるものであり、 a が大きいと砂、小さいと粘性土の性質を持つ。Fig.3-(a)は、それぞれ、 $a=0.7, 1.0, 2.0$ の初期水分状態をこの場合は有効飽和度の等値線で示したものである。図より a の大きな砂型の方が乾いていることがわかる。このとき初期飽和度が低く、透水係数がそれほど大きくならないのでFig.2-(a)のハイドログラフはピーク流量も小さくなっている。

次に有効間隙率 w について考える。Fig.3-(w)は $w=0.1, 0.2, 0.4$ (標準値は $w=0.1$ を用いている)の場合の初期状態とハイドログラフを示したものである。これまで有効飽和度の流出への影響を指摘してきたが実際の有効貯

留は wS_e であり有効間隙率もきわめて重要である。すなわち w が大きいと同一降雨量に対し S_e は小さくなるが、透水係数はこの S_e で決まるため流量は少なくなってしまう。すなわち降雨は殆ど貯留されピークは小さくなる。 w が小さい場合はこの逆となっている。

最後に、降雨特性として、ピーク降雨強度 r_p およびピーク降雨生起時刻 t_p の変化が流出特性に及ぼす影響を検討するため、ピーク降雨強度 $r_p=8.6, 10.8, 12.6\text{mm/hr}$ 、ピーク降雨生起時刻 $t_p=4, 6, 8\text{hr}$ と変化させた場合の結果をそれぞれFig.2-(r_p)、Fig.2-(t_p)に示す。図をみると、ピーク降雨強度の差によりピーク流量が非線形的に変化することがはっきりと表れている。これは降雨により S_e が上昇し、それが透水係数の非線形的増加を引き起こすためである。一方、ピーク降雨生起時刻の影響については t_p が遅くなる方がピーク流出量は大きくなる。これはピークが遅いほどピーク時に斜面の飽和度が高くなっており、降雨が速やかに流出するためである。

5. 流出モデルの集中化

(1) 不飽和浸透解析による貯留量-流出量関係

前章では不飽和浸透解析により種々のパラメータが流出特性に与える影響について明らかにした。こうした複雑な現象を簡単な集中モデルで表現することは不可能であろうが一つの近似として、ここでは本論文の主題である流出モデルの集中化と、その物理的意味や、斜面特性との関係について検討する。またその結果を用いて流出量の再現性を検証する。なお集中モデルとしては貯留型の流出モデルを考えた。

まず、集中モデルの基本となる貯留量-流量関係(以下S-q関係と略称する)が流域特性および降雨特性によってどのように変化するかを概観しておこう。なお、解析では場を2次元として扱っているため下流端流量は単位幅当りの流量 q を、貯留量は水分量 θ のうち流出に関与しない水分量 θ_r を除いた $\theta - \theta_r$ を斜面全長にわたり積分したものを取り扱う。その結果をFig.4に示す。図をみると、これらはほぼ $S=kq^\beta$ と表されることがわかる。しかも、流量の上昇部と低減部とも互いにおおむね一致しており一価関係を示している。このことはきわめて興味深い。すなわち、表面流出を取り扱った藤田の研究や、中間流出を飽和浸透流として扱った高木・松林の研究によると、個々の斜面でのS-q関係はループを描き、実際の流域の多様でかつ複雑な斜面の分布を考慮することにより初めてS-q関係が一価に近づくと述べているのに対し、本研究で扱った不飽和浸透流に基づけば単一斜面でもS-q関係がほぼ一価の関数で表されることを意味しているからである。

さらにFig.4を詳細に見るといくつかの特徴が認められる。すなわち1) S-q曲線は β と a を変化させたFig.4(β)、

(a)を除き平行(p =一定)、2) α, r_p, t_p, K_s によるS-q関係の相違は少なく、 w, L, D の影響は大きい等である。以下、こうした特性について検討する。

(2) 貯留モデルの作成

集中型のモデルは流域の空間的な変化を考えないいわば「0次元」モデルである。本研究の解析では斜面を2次元で扱っており、2次元から0次元への集中化を考えるわけであるが、水理学的に意味のある関係を導くため、以下のように2段階に分けて議論する。1)2次元の現象を斜面流下方向の1次元として扱うため、地点 x において斜面に垂直方向に積分し水深で表現した有効な水分貯留高 $S_1(x)$ とその断面の流量 $q_1(x)$ の関係を明らかにする。2)1次元化された貯留高の分布を斜面流下方向に積分し斜面全貯留量 S と下流端流量 q との関係を導く。

まず1)について考える。斜面上の任意の地点 x の断面における貯留高 S_1 は次のように表される。

$$S_1(x) = \int_0^D (\theta - \theta_r) dy = (\theta_s - \theta_r) \int_0^D \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) dy \dots\dots\dots(4)$$

一方、地点 x における単位断面積当りの斜面流下方向流量 q_1 は、前にも述べたように、一般の山腹斜面では圧力水頭勾配 $(\partial \Psi / \partial x)$ が位置水頭勾配 $(\sin \alpha)$ に比べて無視しうることから、 q_1 は次式で近似できる。

$$q_1(x) = K_s \sin \alpha \int_0^D \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta dy \dots\dots\dots(5)$$

これら式(4)、(5)から S_1 と q_1 との関係を求めるわけであるが、直接には不可能である。そこで、まず式(4)の S_1 を断面平均飽和度 \bar{S}_e によって式(6)で表す。つぎに、 q_1 をその \bar{S}_e を用いて式(7)のように近似する。

$$S_1 = (\theta_s - \theta_r) D \frac{\bar{\theta} - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = (\theta_s - \theta_r) D \bar{S}_e \dots\dots\dots(6)$$

$$q_1 = K_s f' D \sin \alpha \left(\frac{\bar{\theta} - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^\beta = K_s f' D \bar{S}_e^\beta \sin \alpha \dots\dots\dots(7)$$

$$f' = \frac{\int_0^D S_e^\beta dy}{D \bar{S}_e^\beta}$$

ここに f' は補正係数であり、開水路におけるエネルギー補正係数と同様な意味を持つ。これら式(6)と式(7)を結び付けることにより S_1 - q_1 として式(8)が導かれる。

$$S_1 = \frac{f_1 D (\theta_s - \theta_r)}{(K_s D \sin \alpha)^{1/\beta}} q_1^{1/\beta} \dots\dots\dots(8)$$

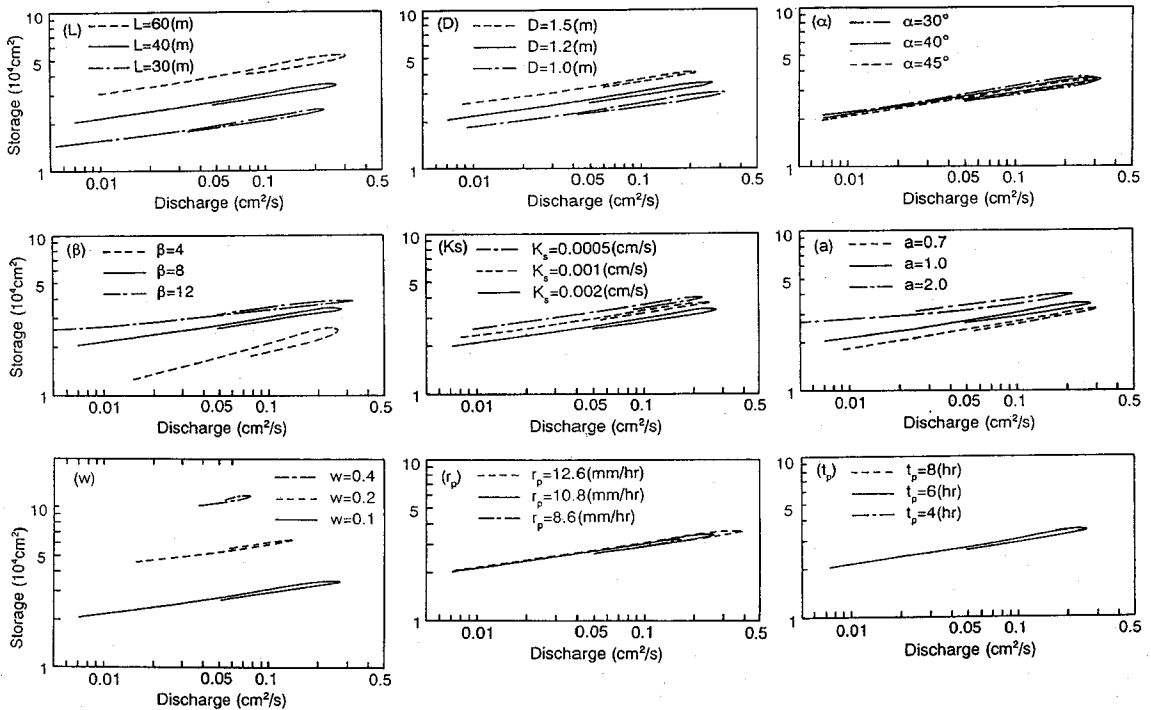


Fig. 4 Calculated Storage-Discharge relationships for various sets of parameters.

ただし $f_1 = f^{-1/\beta}$ である。ここで f は考える断面、 β によって 1.0~3.0 の範囲の値をとるが、式 (8) の f_1 は β が 4~12 と大きいのであまり変化せず、 f_1 はほぼ 0.98~1.0 であった。

また、Fig. 5 は上流部、および下流部のある地点 x での S_1 - q_1 曲線を示したものであるが両者はほぼ同一の関係で表せることが分かる。

以上の結果を踏まえて、つぎに斜面流下方向の積分を行い、1次元から0次元への集中化を検討する。Fig. 6 は基準パラメータの場合について貯留高の斜面流下方向の分布の時間変化を示したものである。ここで横軸は斜面流下距離を、縦軸は貯留量をそれぞれ貯留高で示したものである。図より、特に上流端を除くと貯留高分布はほぼ相似であり、藤田らおよび高木らの結果にみられた上昇時と低減時の際だった水深分布の相違は認められない。これが S - q 関係に見られた 1 個関係の原因であろう。そこで本研究では貯留高を斜面流下方向に積分した斜面全体の貯留量を下流端での $S_1(L)$ を用い次式で表した。

$$S = f_2 L S_1(L) \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 f_2 は貯留高の分布に依存する値で 1.0 以下の値をとる。この貯留高分布は斜面のパラメータによって個々には異なり得るため、 f_2 も斜面毎に異なった値をとる。

以上の結果より、式 (8) と式 (9) を合成し、 $f (=f_1 \cdot f_2)$ を用いると流域全体の S - q 関係として次式が導かれる。

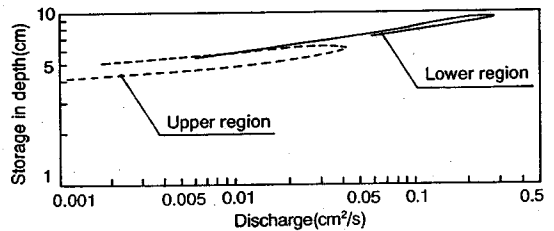


Fig. 5 Comparison of sectional Storage-Discharge relationships (S_1 - q_1) of lower and upper regions.

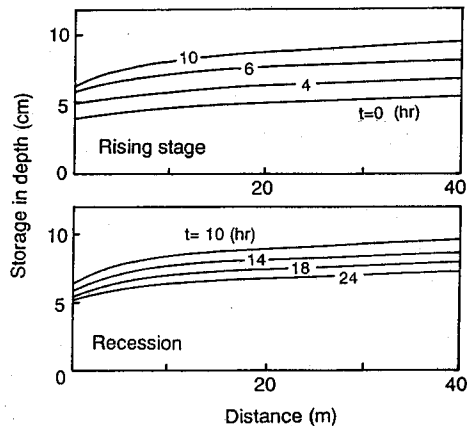


Fig. 6 Time change of storage profile by 2-D model.

Table 2 The effects of parameters on f.

Range of Parameters	Range of f-value
Reference value	0.74
Slope length L = 30-60	0.65-0.80
Slope depth D = 1.0-1.5	0.73-0.74
Slope angle α = 30-45	0.74
β = 4-12	0.87-0.63

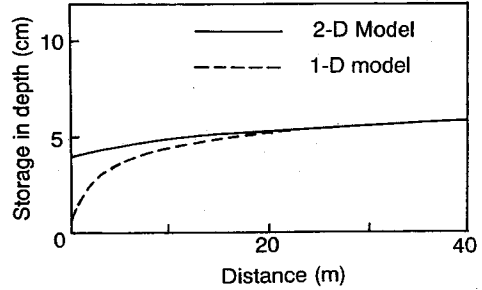


Fig. 7 Initial storage distributions calculated by 2-D model (solid line) and 1-D model(dashed line).

$$S = kq^p \dots\dots\dots(10)$$

$$k = \frac{fLD(\theta_s - \theta_r)}{(K_s D \sin \alpha)^{1/\beta}}, \quad p = \frac{1}{\beta} \dots\dots\dots(11)$$

この関係式において、指数 p は 1/β となることが分かったが、これは谷によって示された十分長い土柱での 1 次元鉛直不飽和浸透流についての貯留関数の指数と同一である。このことから β が貯留関数に対しきわめて重要な役割を果たしていることが分かる。また k の分母の K_s、D および α はその指数 1/β が 1 よりかなり小さいため、ここで考えているこれらの値の範囲では、実際には k への影響はあまりない。このことは、Fig. 4-(K_s), (α) で S-q 関係がこれらのパラメータに余り影響されないことと符合している。(D については分子にもあるため影響を受ける) 一方、分子の L、D および w の効果についても Fig. 4-(L), (D), (w) に示した k とこれらのパラメータとの関係によく対応している。Table 2 は各パラメータの f への影響を見たものである。前述のように f₁ はほぼ 1 に近いため、これはおもに f₂ の効果と考えられる。これによると、D と α を変えた結果は基準値とほぼ同一であり影響が余り無いことが分かる。これに対し、L と β は今回の計算範囲では ±10% 程の影響があることが分かる。

(3) 貯留モデルの適用結果及び考察

本節では、前節で得られた式(8) (1次元モデルと称する) および貯留モデル式(10)と各々の連続式よりハイドログラフを計算し、その結果を 2次元モデルによる計算結果と比較検討する。

まず 1次元モデルでは基礎式として式(8)と次式の連続の式によりハイドログラフが計算される。

$$\frac{\partial S_1}{\partial t} + \frac{\partial q_1}{\partial x} = r \dots\dots\dots(12)$$

この場合、初期条件が問題となるが、ここでは予備計算によって仮の降雨を与え低減時の流量が 2次元の計算の初期値になった時の貯留高分布を計算の初期値とした。こうして得られた初期状態と 2次元モデルによる t=0 の貯

留高の空間分布を Fig. 7 に示す。上流端を除けば、両者がかなり似ていることがわかる。

Fig. 8 は幾つかのパラメータの組について 2次元モデルによる結果を実線で、1次元モデルによる結果を 1点鎖線で、さらにあとで示す貯留モデルの結果を破線で示したものである。これらのハイドログラフを見ると全般に 1次元モデルの結果は 2次元モデルの結果と比べてピークが早く現れ早く低減していることがわかる。

次に貯留モデルについて考える。このモデルの基礎式は式(11)の貯留関数と次式の連続式である。

$$\frac{dS}{dt} = rL - q \dots\dots\dots(13)$$

計算の初期条件としては 2次元モデルでの初期流量に対応する貯留量を用いた。計算は Δt = 60sec として Runge-Kutta 法を用いた。

貯留モデルによるハイドログラフの計算結果は Fig. 8 に破線で示した。全体的傾向として、1次元モデルと同様、集中モデルによる計算の方がピーク流出発生時刻は早くなることが多いが、1次元モデルによる結果より特に低減部で適合性が良いようである。いずれにせよ、これらの結果から、式(11)として誘導された貯留関数は斜面内の不飽和浸透流による流出ハイドログラフをかなりの精度で再現できるものであることが示された。

以上のように、本研究の結果から不飽和透水係数を表現する一般化 Kozeny 式の指数 β の逆数が貯留関数の指数となることが導かれた。しかしながら、この β は(具体的には図示していないが)実流域の犬山流域の流出波形を再現するためには通常言われているより大きな値を用いる必要があった。これは有効飽和度が大きくなると透水係数が急速に大きくなることを示している。一方、透水係数も(浸透試験で確認はされているものの)通常よりかなり大きな飽和透水係数を用いる必要があることも分かっている。こうした結果の総合的解釈として、これらが土壌中のマクロポアやパイプの流れを近似的に表現

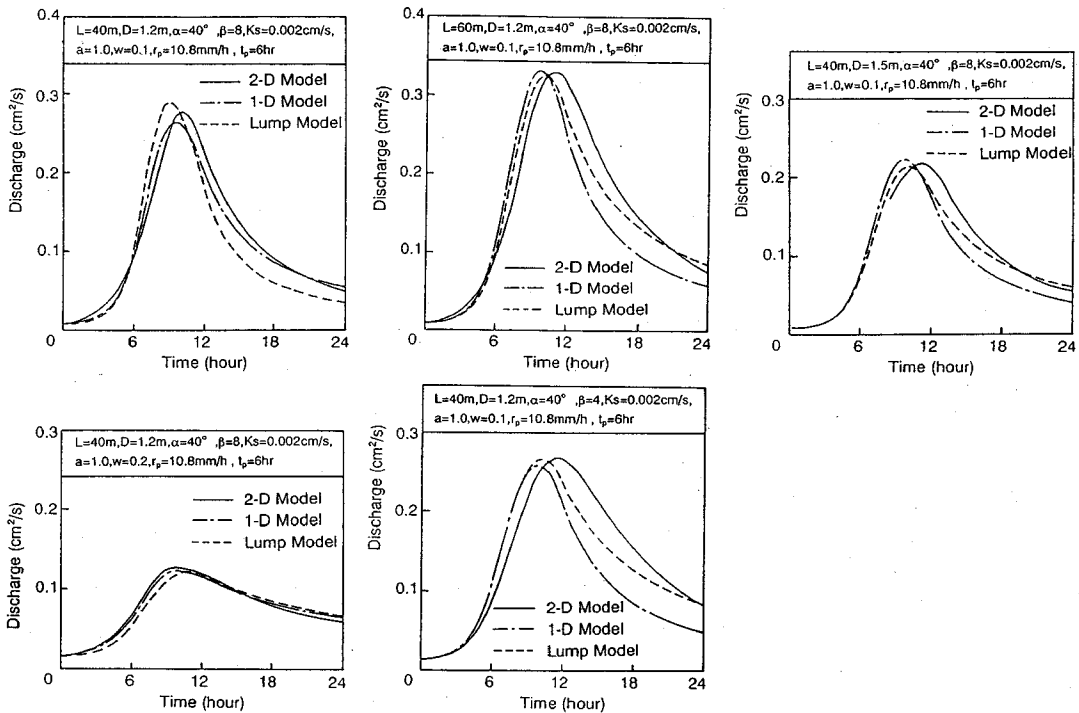


Fig.8 Comparison of hydrographs calculated by 2-D model, 1-D model and Lumped model for several parameters.

していると考えることが出来る。すなわち、実際の流れでは流れが土壌マトリックスからマクロポアやパイプへと移行すると急激にかつ非常に大きな透水性を示すと考えられるが、これが大きな K_s や β となって現れたものと考えることが出来る。

また、今回得られたS-q関係の構造、とくに $1/\beta$ を指数とする構造は、もともと β を含む一般化Kozeny式から出てきており、この構造は対象とする土壌の $\theta-\psi$ 関係あるいは各種の $\theta-\psi$ 関係の近似式の式形によらない一般性を持ったものと考えられる。

6. 結論

本研究では、不飽和浸透流理論を用いて、流域特性および降雨特性が流出特性に及ぼす影響を調べた。そしてその結果をふまえて貯留関数のパラメータの物理的意味を検討し、貯留関数をこれらのパラメータを用いて表現した。得られた結果を要約すると以下の通りである。

流域特性や降雨特性が斜面下流端からの流出特性に及ぼす影響については；

- 1) 地形特性については、土層厚が有効飽和度の変化を通じてハイドログラフに大きな影響を及ぼす。これに対し斜面長と斜面勾配の影響は比較的少ない。
- 2) 土壌特性は、流出特性に大きな影響を及ぼす。とくに

有効間隙率 w は有効貯留量と関係し、 w が小さいとピーク流量は大きくなる。またパラメータ β はハイドログラフの形状と深く関係し β が大きいとハイドログラフは急に増加しそして低減も早くなる。これらに比べると飽和透水係数 K_s の影響は意外と小さい。

- 3) 降雨特性については、降雨強度に対し特にピーク部で非線形的に応答する。

このようにこれらのパラメータは流出特性に大きく影響するが、その応答はかなり複雑であり、例えば β は単に透水係数を通じて影響するのではなく、まず初期水分状態の形成に影響し、降雨によって生ずる有効飽和度を変え、それから透水係数、流出量へと影響する。流出モデルの集中化については；

- 4) 斜面各断面での S_1, q_1 関係について、水分の分布を補正係数 f_1 を用いて理論的に誘導した。
- 5) 斜面流下方向の S_1 の分布の時間的相似性から、補正係数 f_2 を導入し斜面全体のS-q関係を誘導した。また、貯留関数に K_s や α が余り影響しない理由が誘導した式形から合理的に説明できた。
- 6) 貯留関数の指数が $1/\beta$ で表されること、また、導かれた関数形が土壌の $\theta-\psi$ 関係には依存せず一般的な関係であることを示した。

参考文献

- 1) 藤田陸博：斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究, 土木学会論文報告集, No.314, pp.75-86, 1980.
- 2) 高木不折・松林宇一郎：流域内での流出特性の平均化過程と流出モデル, 土木学会論文報告集, No.283, pp.73-81, 1981.
- 3) 奥西一夫・江角周一：山地小流域に関する陸水学的研究(3) 谷頭部に形成される地下水の特性, 京都大学防災研究所年報16B, pp.1-13, 1973
- 4) 谷誠：一次元鉛直不飽和浸透によって生じる水面上昇の特性, 日本林学会誌, No.64, pp.409-418, 1982.
- 5) 谷誠：山地流域の流出特性を考慮した一次元鉛直不飽和浸透流の解析, 日本林学会誌, No.67, pp.449-460, 1985.
- 6) 日野幹雄・太田猛彦・砂田憲吾・渡辺邦夫：洪水の数値予報<その第一歩>, 森北出版, p180, 1989.
- 7) 農林水産省林業試験場土壌部監修森林土壌研究会編：森林土壌の調べ方とその性質, 林野弘済会, p.65, 1982.
- 8) 真下育久：林野土調報, 11, 1990.
- 9) 松林宇一郎・津山尚・高木不折：トレーサーによる流出機構解明の一手法, 水文・水資源学会, 1990年研究発表会要旨集, pp.192-195, 1990.
- 10) 牧昌志：トレーサーの拡散解析による山腹斜面の雨水流出過程に関する研究, 名古屋大学卒業論文, 1991.
- 11) 窪田順平・福島義宏・鈴木雅一：山地斜面における土壌水分変動の観測とモデル化, 日本林学会誌, No.69, pp.258-269, 1987.

(1993.10.6 受付)

ON THE LUMPING OF RUNOFF MODEL BASED ON THE UNSATURATED FLOW THEORY

Uichiro MATSUBAYASHI, Fusetsu TAKAGI and Sunao FURUTA

This paper aims to physically explain the storage function $S=kQ^p$, one of the typical lumped models, on the basis of fundamental equation of saturated-unsaturated flow given by Richards with fundamental relationships of soil water properties, i.e. water retention $\theta-\psi$ and permeability $K-\theta$. At the first stage of this paper, outflow properties are examined using a two dimensional saturated-unsaturated flow model. At the second stage, the relationship between parameters (k, p) of storage function and basin properties are made clear. Results show that the parameter k is dependent on the slope properties (slope dimension and soil properties) and the parameter p is the inverse of β which is the exponent of $K-\theta$ relationship shown by Kozeny.