

材料の不確定性を考慮したコンクリート 構造物の熱伝導有限要素解析

中村秀明*・浜田純夫**

本研究は、コンクリートの温度解析に影響を及ぼす種々の要因について検討を行ったものである。まず、感度解析法により温度解析に影響を及ぼす熱特性値等の要因分析を行い、次いで感度解析法により得られた感度とテイラー展開による近似理論を用いて、各熱特性値や環境条件がばらつく時の構造物内の温度のばらつきを求める手法を示した。

Key Words : sensitive analysis, first-order approximation, FEM, probabilistic transient heat conduction analysis

1. ま え が き

コンクリート構造物の設計において温度解析を必要とする構造物も増えてきた。特に近年のコンクリート構造物の大型化により、従来問題とされなかった温度にともなうひび割れ等の問題が生じ始めた。コンクリート構造物の温度応力問題については実験的、解析的研究が従来から数多く行われ、熱伝導計算や温度応力の計算手法にも種々の方法が提案されている。また、ひび割れ発生の可能性を定量的に評価する方法についても研究が進められ、日本コンクリート工学協会・マスコンクリートの温度応力委員会からは温度ひび割れの発生を定量的に評価するシステム¹⁾が提案され、実用に供されている。土木学会コンクリート標準示方書²⁾においても昭和61年にマスコンクリートに関する規定の大幅な改訂が行われた。これらの方法はいずれも温度ひび割れ指数といった指数を定義し、実構造物の調査データと有限要素解析結果等を基に、温度ひび割れ指数からひび割れ発生の可能性を確率的に求めるものである³⁾⁻⁶⁾。これに対し、森本らは文献7)でひび割れ発生の評価をさらに詳細に行っている。現在土木学会示方書改訂小委員会においても、従来のデータに加えて実構造物に対する調査の集積を行っており、より良いひび割れ発生確率が得られるものと思われる。

温度ひび割れの発生を予測するためには、まず始めにコンクリート構造物内の温度分布を求める必要がある。また、温度ひび割れを制御するためのパイプクーリングシステムの設計や路面の凍結防止・融雪のための温水パイプによるロードヒーティングシステムの設計などにおいても、コンクリート中の温度分布が必要となる。温度

分布を予測する手段として、近年ワークステーションやパーソナルコンピュータの普及および数値解析技術の著しい進展により有限要素法などの数値解析法が広く用いられている。しかしながらこれらの解析結果は入力される熱特性値等によって大きく影響されるものであり、熱特性値等が正確に求まっていなければ正確な解析結果は得られない。コンクリートの温度解析に必要な熱特性値としては、発熱特性、熱伝導率、熱伝達率、比熱などであるが、これらの熱特性値は、使用するコンクリートの材令や配合、コンクリートの湿潤状態、温度などによってばらつく不確定量である。また、外気温等の環境条件もばらつきを有する不確定量である。このような不確定量に関する確率・統計的な検討は現在の所ほとんど行われておらず、適切な解析法が切望されている。現在、パイプクーリングシステム⁸⁾およびロードヒーティングシステム⁹⁾の研究もかなり行われており、設計にも取り入れられる様になりつつある。これらの設計においてもクーリング媒体あるいはヒーティング媒体の温度は必ずしも一定とは限らず、媒体の温度のばらつきがどの程度まで許容できるかを解析的に求められれば現場技術者にも有用な手助けとなる。

過去の研究において解析値と計測値が良く一致している場合もあるが、常に解析値と計測値が合うとは限らない。このため逆解析手法によりコンクリートの熱特性値を得て、それを解析の熱特性データに用いている研究もある¹⁰⁾。小野は数値実験によりマスコンクリートの温度上昇に及ぼす各種要因の影響を調べている¹¹⁾。これは要因因子を変化させた時の温度解析を行う方法であった。これに対し松井らはモンテカルロ法を用いて熱特性値および環境条件のばらつきを考慮した研究成果を発表している¹²⁾。さらに、1次の感度を用いた感度解析による研究¹³⁾も行っている。本来材料にある程度のばらつきを有するコンクリート構造物に対しては感度解析は必要欠く

* 正会員 工修 山口大学助手 工学部社会建設工学科
(〒755 山口県宇部市常盤台 2557)

** 正会員 Ph. D. 山口大学教授 工学部社会建設工学科

べからずものとなりつつある。

本研究においては、温度解析を必要とするコンクリート構造物に対して従来から研究がなされていなかったばらつきの要因分析法として感度解析法を示すとともに、材料の熱特性値及び環境条件のばらつきが、解析した温度にどの様に影響を及ぼすかを検討するものである。本研究で用いた解析法は確率論を用いた非定常熱伝導解析法であり、感度解析により得られた感度とテイラー展開による近似理論を用いて、材料および境界条件の不確かさを確定量として従来の非定常熱伝導解析法と同様に定式化することにより、構造物各点の温度とそのばらつきを求めることとした。モンテカルロ法でもこのような解析は可能であるが、非定常熱伝導解析に用いる場合には統計的に信頼度の高い値を得るには多数回の非定常熱伝導解析を行う必要があり、膨大な計算量となり、本研究で提案する方法に比較すると莫大な計算時間、計算容量が必要となる。そこで本研究では、この解析法を示すとともに、本解析法による結果とモンテカルロ法から得られた結果とを比較し、本解析法の有効性を検討することとした。また、本解析法を壁状構造物、スラブ状構造物および、パイプクーリングを有する構造物に適用し、それらのばらつきとその要因について検討を行った。

2. 解析理論

(1) 有限要素法による非定常熱伝導感度解析

温度解析における感度^{(14), (15)}とは、図-1に示される様に、節点温度を $\phi(t)$ 、系に関与する任意のパラメータ群(熱特性値)を $X_i(i=1-n)$ とした時の $\frac{\partial \phi}{\partial X_i}$ であり、これらが求まればパラメータの重要度が判別できる。

一般に有限要素法により離散化された非定常熱伝導方程式は次のように表すことができる⁽¹⁶⁾。

$$[K]\{\phi\} + [C]\{\dot{\phi}\} = \{F\} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $[K]$ 、 $\{\phi\}$ 、 $[C]$ 、 $\{\dot{\phi}\}$ は、コンクリートの節点に関する熱伝導マトリクス、温度ベクトル、熱容量マトリクスおよび温度の時間変化率ベクトルであり、 $\{F\}$ は熱流束ベクトルである。

いま、未知温度の任意のパラメータ群(熱特性値)による1次感度(1次の微係数)を求めるため、式(1)の両辺を任意の熱特性値 X_i で偏微分すると、

$$\frac{\partial [K]}{\partial X_i} \{\phi\} + [K] \frac{\partial \{\phi\}}{\partial X_i} + \frac{\partial [C]}{\partial X_i} \{\dot{\phi}\} + [C] \frac{\partial \{\dot{\phi}\}}{\partial X_i} = \frac{\partial \{F\}}{\partial X_i} \dots \dots \dots (2)$$

となり、式(2)を整理すると、

$$[K] \frac{\partial \{\phi\}}{\partial X_i} + [C] \frac{\partial \{\dot{\phi}\}}{\partial X_i} = \frac{\partial \{F\}}{\partial X_i} - \frac{\partial [K]}{\partial X_i} \{\phi\} - \frac{\partial [C]}{\partial X_i} \{\dot{\phi}\} \dots \dots \dots (3)$$

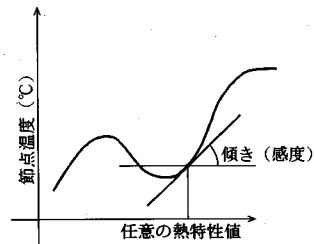


図-1 温度解析における感度

となる。

2次感度(2次の微係数)は、式(3)の両辺をさらに X_j で偏微分することにより求められる。

$$\begin{aligned} [K] \frac{\partial^2 \{\phi\}}{\partial X_i \partial X_j} + [C] \frac{\partial^2 \{\dot{\phi}\}}{\partial X_i \partial X_j} \\ = \frac{\partial^2 \{F\}}{\partial X_i \partial X_j} - \frac{\partial^2 [K]}{\partial X_i \partial X_j} \{\phi\} - \frac{\partial^2 [C]}{\partial X_i \partial X_j} \{\dot{\phi}\} \\ - \frac{\partial [K]}{\partial X_i} \frac{\partial \{\phi\}}{\partial X_j} - \frac{\partial [K]}{\partial X_j} \frac{\partial \{\phi\}}{\partial X_i} \\ - \frac{\partial [C]}{\partial X_i} \frac{\partial \{\dot{\phi}\}}{\partial X_j} - \frac{\partial [C]}{\partial X_j} \frac{\partial \{\dot{\phi}\}}{\partial X_i} \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

式(1)、(3)、(4)は空間的に離散化されているものの、時間に関しては未処理のままである。したがって未知温度 $\{\phi\}$ 、未知温度の1次感度 $\frac{\partial \{\phi\}}{\partial X_i}$ 、2次感度 $\frac{\partial^2 \{\phi\}}{\partial X_i \partial X_j}$ の他に、その時間微分 $\{\dot{\phi}\}$ 、 $\frac{\partial \{\dot{\phi}\}}{\partial X_i}$ 、 $\frac{\partial^2 \{\dot{\phi}\}}{\partial X_i \partial X_j}$ が変数として残されている。そこでCrank-Nicolsonの方法によって、時間的な離散化を行う。

Crank-Nicolsonの方法では、時刻 $t + \Delta t/2$ における温度ベクトルを

$$\left\{ \phi \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\} = \frac{1}{2} (\{ \phi(t + \Delta t) \} + \{ \phi(t) \}) \dots \dots \dots (5)$$

と表し、時刻 $t + \Delta t/2$ における温度ベクトルの時間微分を

$$\left\{ \dot{\phi} \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\} = \frac{\{ \phi(t + \Delta t) \} - \{ \phi(t) \}}{\Delta t} \dots \dots \dots (6)$$

と表す。

式(5)、(6)を式(1)に代入し整理すると、

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} [K] + \frac{1}{\Delta t} [C] \right) \{ \phi(t + \Delta t) \} \\ = \left(-\frac{1}{2} [K] + \frac{1}{\Delta t} [C] \right) \{ \phi(t) \} + \{ F \} \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

となる。同様に時刻 $t + \Delta t/2$ における温度ベクトルの1次感度を

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left\{ \phi \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\}}{\partial X_i} \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \{ \phi(t + \Delta t) \}}{\partial X_i} + \frac{\partial \{ \phi(t) \}}{\partial X_i} \right) \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

と表し、時刻 $t + \Delta t/2$ における温度ベクトルの時間微分

の1次感度を

$$\frac{\partial \left\{ \phi \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\}}{\partial X_i} = \frac{\frac{\partial \left\{ \phi(t + \Delta t) \right\}}{\partial X_i} - \frac{\partial \left\{ \phi(t) \right\}}{\partial X_i}}{\Delta t} \dots\dots\dots (9)$$

と表す。

式(8), (9)を式(3)に代入し整理すると,

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}[K] + \frac{1}{\Delta t}[C] \right) \frac{\partial \left\{ \phi(t + \Delta t) \right\}}{\partial X_i} \\ &= \left(-\frac{1}{2}[K] + \frac{1}{\Delta t}[C] \right) \frac{\partial \left\{ \phi(t) \right\}}{\partial X_i} \\ &+ \frac{\partial \{F\}}{\partial X_i} - \frac{\partial [K]}{\partial X_i} \left\{ \phi \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\} \\ &- \frac{\partial [C]}{\partial X_i} \left\{ \dot{\phi} \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

となる。

同様に式(4)は,

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}[K] + \frac{1}{\Delta t}[C] \right) \frac{\partial \left\{ \phi(t + \Delta t) \right\}}{\partial X_i \partial X_j} \\ &= \left(-\frac{1}{2}[K] + \frac{1}{\Delta t}[C] \right) \frac{\partial \left\{ \phi(t) \right\}}{\partial X_i \partial X_j} \\ &+ \frac{\partial^2 \{F\}}{\partial X_i \partial X_j} - \frac{\partial^2 [K]}{\partial X_i \partial X_j} \left\{ \phi \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\} \\ &- \frac{\partial^2 [C]}{\partial X_i \partial X_j} \left\{ \dot{\phi} \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\} \\ &\frac{\partial [K]}{\partial X_i} \frac{\partial \left\{ \phi \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\}}{\partial X_j} \\ &\frac{\partial [K]}{\partial X_j} \frac{\partial \left\{ \phi \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\}}{\partial X_i} \\ &\frac{\partial [C]}{\partial X_i} \frac{\partial \left\{ \dot{\phi} \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\}}{\partial X_j} \\ &\frac{\partial [C]}{\partial X_j} \frac{\partial \left\{ \dot{\phi} \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\}}{\partial X_i} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

となる。式(10)の右辺の $\phi(t + \Delta t/2)$, $\dot{\phi}(t + \Delta t/2)$ は式(7)を解くことにより得られた値を用いて、式(5), (6)のように計算される。

また、同様に式(11)の右辺 $\frac{\partial \left\{ \phi(t + \Delta t/2) \right\}}{\partial X_i}$, $\frac{\partial \left\{ \dot{\phi}(t + \Delta t/2) \right\}}{\partial X_i}$ は式(10)を解くことによって得られた値を用いて式(8), (9)のように計算される。

実際の計算では、式(10), (11)の解は、式(7)の左辺マトリクスのコレスキー分解されたものあるいは逆行列を用いることにより効率良く求めることができ、各熱特性値の1次, 2次の感度が求まる。

(2) テイラー展開による近似理論¹⁷⁾

ここでは、前節で計算された感度を用いて、ある熱特

性値がばらつきを有する場合の節点温度の変動を求める手法を示す。構造内の節点温度が確率変数 X_1, X_2, \dots, X_n の関数であり、

$$\phi = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \dots\dots\dots (12)$$

と与えられる場合、これを期待値 $\bar{X} = (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n)$ のまわりでテイラー展開すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \phi &= g(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n) \\ &+ \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_{\bar{X}} (X_i - \bar{X}_i) + \dots\dots \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \right)_{\bar{X}} (X_i - \bar{X}_i) (X_j - \bar{X}_j) + \dots (13) \end{aligned}$$

ここで、 $(\cdot)_{\bar{X}}$ は微分を $(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n)$ で評価することを意味する。

いま、右辺の第2項、すなわち X の1次の項まで考慮すると、 ϕ の期待値 $E[\phi]$ と分散 $Var[\phi]$ は、それぞれ

$$E[\phi] = g(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n) \dots\dots\dots (14)$$

$$Var[\phi] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial \phi}{\partial X_i} \right)_{\bar{X}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right)_{\bar{X}} Cov[X_i, X_j] \dots\dots (15)$$

と与えられる。 $Cov[X_i, X_j]$ は $E[(X_i - \bar{X}_i)(X_j - \bar{X}_j)]$ なる2次の期待値まわりのモーメント(中心モーメント)の意味であり、共分散と呼ばれる。これが1次近似法(First-Order Approximation)と呼ばれる手法である。

次に式(13)において、右辺第3項、すなわち X の2次の項までを考慮すれば、

$$\begin{aligned} E[\phi] &= \phi(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial X_i \partial X_j} \right)_{\bar{X}} Cov[X_i, X_j] \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var[\phi] &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial \phi}{\partial X_i} \right)_{\bar{X}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right)_{\bar{X}} Cov[X_i, X_j] \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial \phi}{\partial X_i} \right)_{\bar{X}} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial X_j \partial X_k} \right)_{\bar{X}} \\ &\times E[(X_i - \bar{X}_i)(X_j - \bar{X}_j)(X_k - \bar{X}_k)] \\ &+ \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \left\{ \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial X_i \partial X_j} \right)_{\bar{X}} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial X_k \partial X_l} \right)_{\bar{X}} \right. \\ &\times (E[(X_i - \bar{X}_i)(X_j - \bar{X}_j)(X_k - \bar{X}_k)(X_l - \bar{X}_l)] \\ &\left. - Cov[X_i, X_j]Cov[X_k, X_l] \right\} \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

が導かれる。これが2次近似法(Second Order Approximation)である。

式(10), (11)で得られた感度を式(14), (15)あるいは(16), (17)に代入することにより節点温度の期待値と分散が求まる。

3. 感度解析の数値解析例

温度解析の結果は入力される熱特性値によって大きく影響されるものであり、熱特性値が正確に求まっていな

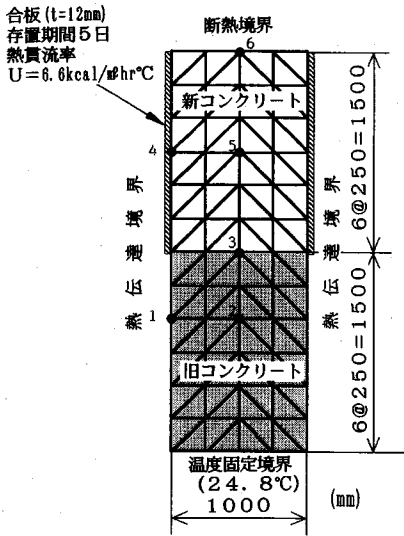


図-2 壁状構造物の有限要素モデル

ければ正確な解析結果は得られない。しかしながら熱特性値は必ずばらつくものであり、コンクリートにおいては必然的なものと考えられている。これはコンクリート強度に対し、設計では変動係数を含めて、配合が決定されているのを考えても良くわかることである。コンクリートの温度解析に必要な熱特性値は、コンクリートの発熱特性、熱伝導率、熱伝達率、比熱などであるが、これらの熱特性値は、使用するコンクリートの材令や配合、コンクリートの湿潤状態、温度などによってばらつく不確定量である。コンクリートの熱特性値は全ての条件の時に得られている訳ではない。また、熱特性値を求める試験方法自体も規定されていない場合もあり、つまり、試験方法により異なった熱特性値が得られることも多い。この様なことから、確定量を求める温度解析から得られる結果にはいくらかのばらつきが含まれている。本章においてはコンクリートの熱特性値を要因因子として感度解析を行い、解析された温度に影響を与える要因を調べようとするものである。

(1) 壁状構造物の温度解析

a) 解析モデル・解析条件

本手法の適用例として文献1)に取り上げられている壁状構造物の解析を行う。温度解析に影響を及ぼす熱特性値として、断熱温度上昇特性 (K, α)、コンクリートの比熱 (C_c)、密度 (ρ_c)、熱伝導率 (λ_c)、コンクリート表面からの熱伝達率 (h_c)、型枠の熱貫流率 (U)、外気温 (T_{out}) を考える。そこで、これらの感度 $\frac{\partial\{\phi\}}{\partial K}$ 、 $\frac{\partial\{\phi\}}{\partial \alpha}$ 、 $\frac{\partial\{\phi\}}{\partial C_c}$ 、 $\frac{\partial\{\phi\}}{\partial \rho_c}$ 、 $\frac{\partial\{\phi\}}{\partial \lambda_c}$ 、 $\frac{\partial\{\phi\}}{\partial h_c}$ 、 $\frac{\partial\{\phi\}}{\partial U}$ 、 $\frac{\partial\{\phi\}}{\partial T_{out}}$ を求め、これらの値から節点温度に及ぼす影響度合いを求める。図-2に解析モデルの有限要素メッシュおよび

表-1 壁状構造物の解析条件

比熱 (C_c) kcal/kg·°C (J/kg·°C)	0.302 (1264)
熱伝導率 (λ_c) kcal/m·hr·°C (W/m·°C)	2.424 (2.819)
熱伝達率 (h_c) kcal/m²·hr·°C (W/m²·°C)	12.0 (14.0)
密度 (ρ_c) kg/m³	2300
打込み温度 °C	29.8
外気温 (T_{out}) °C	24.8 (一定)
断熱温度上昇式	$T_{ad}=K(1-e^{-\alpha t})$ $K=48.5^\circ\text{C}$ $\alpha=1.426$

表-2 SI単位系への換算

比熱	1kcal/kg·°C = 4.186 × 10³ J/kg·°C
熱伝導率	1kcal/m·hr·°C = 1.163 W/m·°C
熱伝達率	1kcal/m²·hr·°C = 1.163 W/m²·°C

境界条件を示す。また壁状構造物の解析条件を表-1に示す。なお、この解析では、コンクリートの断熱温度上昇特性は次式を仮定している。

$$T_{ad}=K(1-e^{-\alpha t})=K(1-e^{-\frac{\alpha}{24}t'}) \dots\dots\dots(18)$$

ここで、 T_{ad} : 材令 t 日における断熱温度上昇 (°C)

K : 実験定数 (断熱温度上昇の最終値)

α : 実験定数

t : 材令 (日)

t' : 材令 (時間)

である。式 (18) を t' で微分することにより単位時間あたりの温度上昇が次式のように求められる。

$$\frac{dT_{ad}(t')}{dt'} = \frac{K\alpha}{24} e^{-\frac{\alpha}{24}t'} \dots\dots\dots(19)$$

従って単位時間、単位体積あたりの発生熱量は、

$$\dot{Q} = \rho_c C_c \frac{K\alpha}{24} e^{-\frac{\alpha}{24}t'} \dots\dots\dots(20)$$

となり、図-2の打設されたコンクリートに対応する要素の内部発熱量に相当する。また感度は、図-2に示される6点について示した。なお、計算は1時間刻みで行った。

b) 感度解析結果

参考のため図-2における節点1~6の基準値での温度履歴を図-3に示す。また、図-4~8に断熱温度上昇特性 K および α 、熱伝導率、熱伝達率、外気温の感度履歴を示す。図の縦軸は感度であり、これは各熱特性値が表-1に示す基準の値より単位量だけ変化した時の節点温度の変化量を示している。この値が正であれば温度は上がる側に、負であれば温度が下がる側に変化する。なお、縦軸の単位は温度を各熱特性値の単位で除したものである。参考のため表-2にSI単位系への換算を示す。

図-4は断熱温度上昇の最終値 K の感度履歴を示し

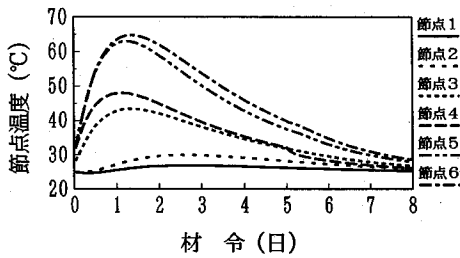


図-3 壁状構造物の節点温度

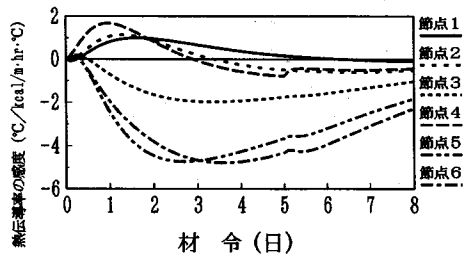


図-6 熱伝導率の感度履歴

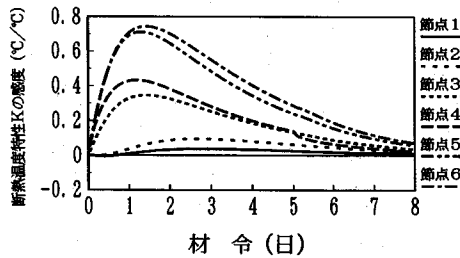


図-4 断熱温度上昇特性Kの感度履歴

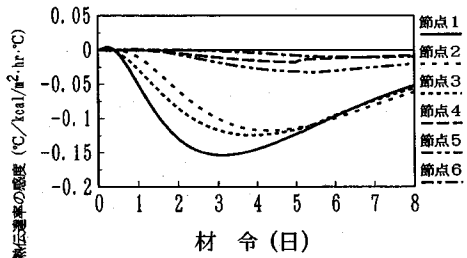


図-7 熱伝達率の感度履歴

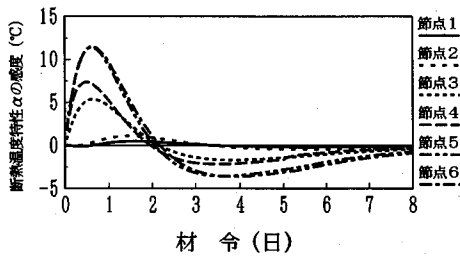


図-5 断熱温度上昇特性 alpha の感度履歴

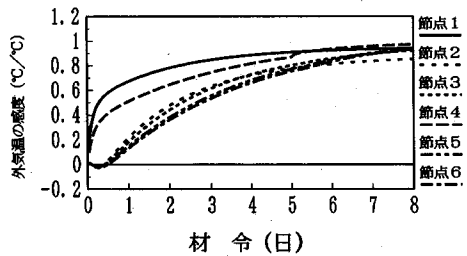


図-8 外気温の感度履歴

ている。この図によると感度の値は場所と時間によって異なっていることがわかり、新たに打設されたコンクリートほど感度が大きくなっており、材令1日程度で最大値をとっている。また、旧コンクリートに対するKの感度は非常に小さいが、これは発熱が新コンクリートのみで起こっているためである。図-5は断熱温度上昇特性 α の感度履歴で、感度のピークが他のものに比べ割合早くに現れ、初期の節点温度に影響を及ぼしている。図-6の熱伝導率の感度は、熱伝導率が基準の値より大きくなるにつれて、旧コンクリートのように温度が高くなる位置(感度が正)と新コンクリートのように温度が低くなる位置(感度が負)が存在する。図-7の熱伝達率の感度は、初期の段階では小さいものの徐々に負の側に大きくなっていく。初期の段階ではコンクリートと外気温とにあまり差がないため熱伝達率はほとんど影響していないが、時間の経過とともにコンクリート表面と外気の温度差が大きくなるため、感度の値は大きくなる。熱伝達率が大きくなるにつれてコンクリート表面から外気に熱を伝達しやすくなり、コンクリート内の温度が下がりやすくなるため感度は負の値をとっている。図-8の

外気温の感度は、時間の経過とともに大きくなっており定常状態に近づくにつれて外気温の影響が大きくなっていく。感度の履歴は材令8日まで求めるが、最終的には、外気温の感度は1に漸近し、外気温以外の感度は0に漸近する。

c) 節点温度に影響を及ぼす要因

各熱特性値や環境条件が節点温度にどの程度影響を及ぼしているか把握するため、各パラメーターが基準の値よりある割合(ここでは10%)だけ変化した時の最高温度を示す節点6の節点温度の変化量を図-9に示す。節点温度の変化量として、熱特性値のうち断熱温度上昇特性(K, α)、コンクリートの比熱(C_c)、熱伝導率(λ_c)、熱伝達率(h_c)、型枠の熱貫流率(U)の6個の要因と外気温(T_{out})について求めた。密度(ρ_c)は比熱と解析的に同じ様に取り扱われるので削除した。また外気温については基準とする値が0℃付近では、10%の意味が不明となるため、他の熱特性値と同レベルでは扱えず、外気温1℃の変化に対する節点温度の変化量で表した。

図-9によると各熱特性値が同じ割合で変動した場合には、断熱温度上昇特性Kおよび比熱が節点温度の変

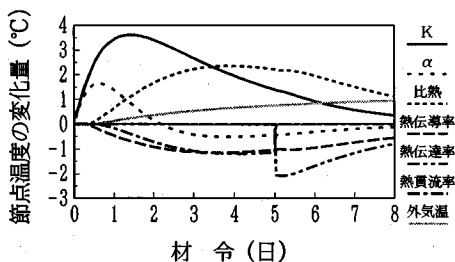


図-9 節点温度 (節点6) の変化量

表-3 円盤状スラブの解析条件

	コンクリート	岩盤
比熱 kcal/kg·°C (J/kg·°C)	0.21 (871)	0.38 (1591)
熱伝導率 kcal/m·hr·°C (W/m·°C)	1.9 (2.21)	1.1 (1.28)
熱伝達率 kcal/m ² ·hr·°C (W/m ² ·°C)	10.0 (11.63)	10.0 (11.63)
密度 kg/m ³	2300	1800
初期温度 °C	20.0	20.0
外気温 °C	20.0 (一定)	
断熱温度上昇式 $T_{ad}=K(1-e^{-\alpha t})$	K = 40.0°C $\alpha = 0.755$	

化に大きく影響を及ぼしている。また α は断熱温度上昇のいわば温度上昇率を示していることと同様に、初期の節点温度に影響を与えている。熱伝達率の影響が5日目まで非常に小さくなっているのは、新しく打設されたコンクリートと外気の間には型枠があるため、型枠を取り外す5日目までは、型枠の影響が出ているためである。5日目以降では熱伝達率の影響が大きく出ている。外気温については1°Cの変化に対する節点温度の変化を示しているが、実際には日によっても、また時間によってもかなりの変動があるため、相当節点温度に影響を与えると考えられる。今後設計に用いる温度解析の際にはこの影響もふまえて上昇温度に対して検討の必要性を示している。各熱特性値間に相関がないとした時は、各熱特性値が変動した時の節点温度の変化量は図-9の各値を重ね合わせることで容易に求めることができる。

(2) 円盤状スラブの温度解析

a) 解析モデル・解析条件

解析例の2番目として岩盤上に打設された厚さ2m、半径6mの円盤状スラブの解析を行う。解析は図-10に示すような軸対称有限要素モデルとして行った。解析条件の詳細を表-3に示す。

b) 節点温度に影響を及ぼす要因

図-11は図-10に示す6つの節点の温度履歴を示したものである。また、各パラメーターが基準の値より10%だけ変化(外気温については1°Cの変化)した時の最高温度となる節点4の節点温度の変化量を図-12に示す。

壁状構造物の場合と同様の傾向となっており、各熱特

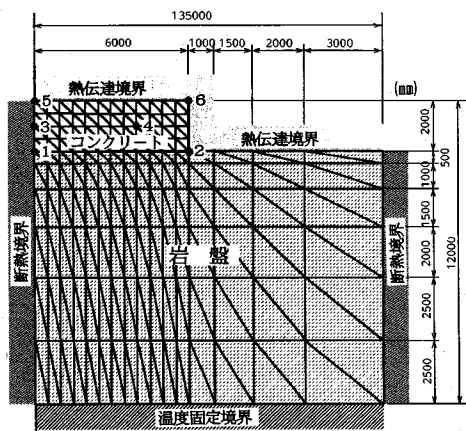


図-10 円盤状スラブの有限要素モデル

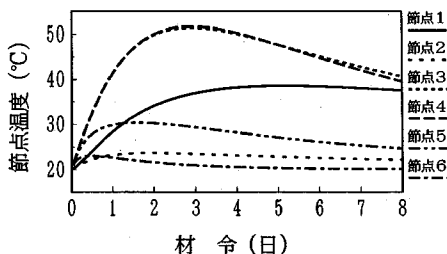


図-11 円盤状スラブの節点温度

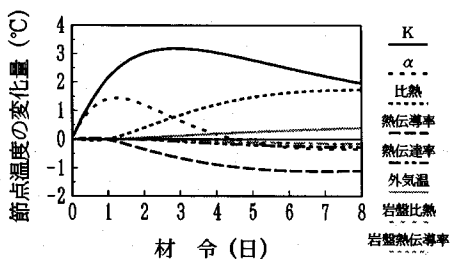


図-12 節点温度の変化量

性値が同じ割合で変動した場合には、断熱温度上昇特性 K および比熱が節点温度の変化に大きく影響を及ぼしている。また α は断熱温度上昇の初期の節点温度に影響を与えている。岩盤の熱特性値の影響は一般に小さい。壁状構造物の場合と同様にセメントの水と反応により発熱しているコンクリートの温度を精度良く求めるためには断熱温度上昇特性 K および α が精度良く求まっている必要がある。

(3) パイプクーリングの温度解析

パイプクーリングを実施するためには、パイプの配置、クーリング水の温度、パイプ径、流量、通水時間等を適切に定める必要がある。そこで、パイプクーリングが行われている構造物を対象に感度解析を行い、パイプクーリングに影響を与える因子について調べることにする。

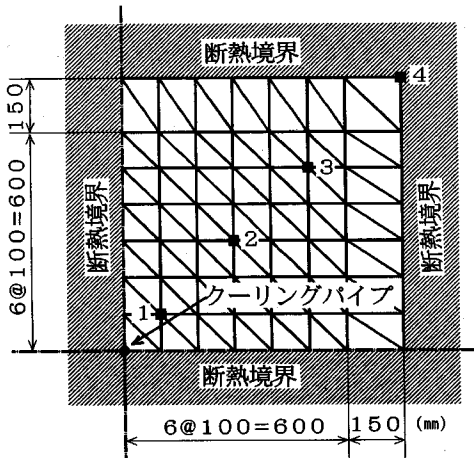


図-13 パイプクーリングの有限要素モデル

表-4 パイプクーリングの解析条件

比熱 kcal/kg·°C (J/kg·°C)	0.21 (879)
熱伝導率 kcal/m·hr·°C (W/m·°C)	2.00 (2.33)
熱伝達率 kcal/m ² ·hr·°C (W/m ² ·°C)	10.0 (11.63)
密度 kg/m ³	2300
初期温度 °C	30.0
断熱温度上昇式 $I_{ad} = K(1 - e^{-\alpha t})$	$K = 40.0^\circ\text{C}$ $\alpha = 0.889$
パイプの熱伝達率 kcal/m ² ·hr·°C (W/m ² ·°C)	233 (271)
クーリング水温 °C	10.0
パイプの径 m	0.025

a) 解析モデル・解析条件

解析はクーリングパイプが配置されたコンクリート構造物の一部を想定し、図-13に示すような断面について行う。解析条件の詳細を表-4に示す。パイプ部はクーリング水温を外部温度とする熱伝達境界とし解析を行う。表-4に示すクーリングパイプとクーリング水との熱伝達係数は、管内流速を $u=40$ cm/s とし田辺らの式⁸⁾から求めた。解析は材令8日までを行い、始めの10時間目までは、時間刻み0.1時間で、それ以後は1時間刻みで計算を行った。解析結果は図-13に示す4つの節点について示す。

b) 解析結果

図-14に4つの節点の節点温度の履歴を示す。図-15のクーリング水温の感度は、クーリング水温が上がるほど節点温度が上がることを示している。材令2日を過ぎるとクーリング水温の感度が直線的に伸びる。これは材令2日を過ぎるとセメントの水和による発熱反応が徐々に収まりクーリング水温の影響が時間に比例して大きくなるためである。図-16は各パラメーターが基準の値より10%だけ変化(クーリング水温については1°Cの変化)した時の4個の節点温度の変化量の平均を示している。ここでも節点温度に影響を及ぼしているのは断熱温度上昇特性 K および α である。次に影響を及

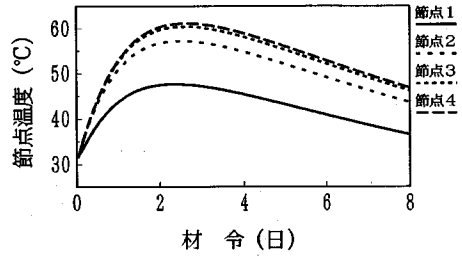


図-14 パイプクーリングの節点温度

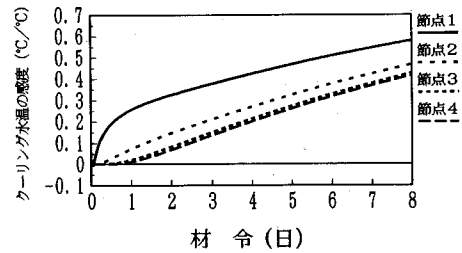


図-15 クーリング水温の感度履歴

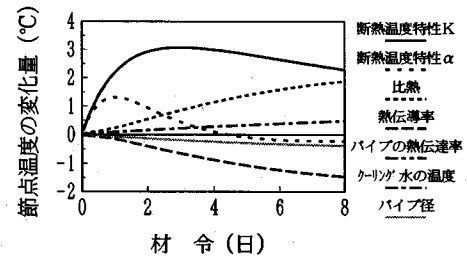


図-16 節点温度(4節点の平均)の変化量

ぼしているのがコンクリートの比熱と熱伝導率である。パイプの熱伝達率とパイプ径は同じ値を示しており、すなわちパイプの熱伝達率を2倍にするとパイプ径を2倍にするのと同じ効果があることを示している。

4. 不確かな熱特性値を有するコンクリート構造物の熱伝導解析

ここでは感度解析により得られた感度とテイラー展開による近似理論を用いて、各熱特性値や環境条件のパラメーターが変動した時の構造物各点の節点温度のばらつき(分散)を求める。このような解析としてはモンテカルロ法が良く知られているが、統計的に信頼度の高い値を得るには多数回の非定常熱伝導解析を必要とする。本節では前節で用いた図-2に示す壁状構造物のモデルを用いて、7つの熱特性値と外気温がばらつく場合の解析を行い、モンテカルロ法 ($N=5000$) による方法と比較した。モンテカルロ法では8つの確率変数を正規確率変数と仮定し、それぞれ相関をもつ5000個の確率変数を発生させ、5000個の確率変数に対し非定常熱伝導解析を行った。相互に相関をもつ複数の確率変数の抽出法に

については文献18)に詳しく記されている。表-1には基本モデルの設定熱特性値を示す。解析では表-1に示されている値を期待値とし、各熱特性値が正規分布に従うと仮定し、変動係数と相関係数を変えて解析を行った。解析の比較としては、モンテカルロ法で得られた値に対する本解析で得られた値の比を選んだ。両解析が同等であればこの値は1となる。確率変数が8つある場合の節点温度の期待値と分散は、1次近似法では、式(14)、(15)よりそれぞれ次のように導かれる。

$$E[\phi] = g(\bar{K}, \bar{\alpha}, \bar{C}_c, \bar{\rho}_c, \bar{\lambda}_c, \bar{h}_c, \bar{U}, \bar{T}_{out}) \dots (21)$$

$$\begin{aligned} Var[\phi] = & \left(\frac{\partial g}{\partial K}\right)^2 Var[K] \\ & + \left(\frac{\partial g}{\partial K}\right)\left(\frac{\partial g}{\partial \alpha}\right) Cov[K, \alpha] + \dots \\ & \dots + \left(\frac{\partial g}{\partial T_{out}}\right)\left(\frac{\partial g}{\partial U}\right) Cov[T_{out}, U] \\ & + \left(\frac{\partial g}{\partial T_{out}}\right)^2 Var[T_{out}] \dots (22) \end{aligned}$$

ここに、 $g(\cdot)$: 節点温度の確定項

$Var[X_i]$: 熱特性値の分散

$Cov[X_i, X_j]$: 熱特性値相互の共分散

また、分散は、

$$Var[X_i] = (\nu_{xi} \cdot E[X_i])^2 \dots (23)$$

の関係より求めた。各熱特性値の共分散については、次式により求めた。

$$\mu_{x_i x_j} = \frac{Cov[X_i, X_j]}{\sqrt{Var[X_i]} \sqrt{Var[X_j]}} \dots (24)$$

ここに、 ν_{xi} : 熱特性値 X_i の変動係数

$\mu_{x_i x_j}$: 熱特性値 X_i, X_j の相関係数

2次近似法を用いた場合の期待値と分散は式(16)、(17)のようになるが本解析例のように確率変数が正規分布すると仮定した場合には3次モーメントは0に、4次モーメントは2次モーメントから求められる¹⁷⁾。

(1) 各節点温度の分散

図-17に外気温を含めた8つの熱特性値が10%の変動係数でばらついた時の節点温度のばらつき(分散)の履歴を1次近似法で計算したものを示す。また、図-18には図-17で分散の値の大きかった節点5と6の分散の履歴をモンテカルロ法、1次近似法、2次近似法で計算したものを示す。分散の値が最大となる時刻は材令2日から4日くらいであり、節点温度が最大となる時刻に比べ遅い。これは、図-4~8に示す感度履歴の内、外気温のような感度のピークが割合遅い熱特性値の影響を受けているためである。図-18からわかるように1次近似法、2次近似法で計算された節点温度の分散はモンテカルロ法で計算されたものより若干数値が大きめにできているものの非常に良く一致している。

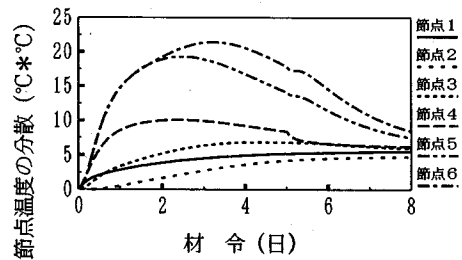


図-17 節点温度の分散

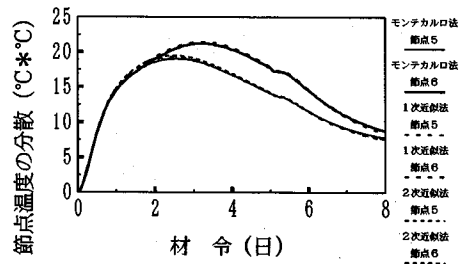


図-18 モンテカルロ法、1次近似法、2次近似法の比較

(2) 変動係数、相関係数の違いによる数値解析結果

本手法の適用性を探るため、パラメータの変動係数、相関係数をそれぞれ変化させて推定精度の検討を行った。解析の精度としては、モンテカルロ法で得られた値に対する本解析法で得られた値の比を選び、全ての時間についての平均を求めた。すなわち解析の比は次のようなノルム e で表した。

$$e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (T_{si} / T_{mi})^2}{n}} \dots (25)$$

ここに、 n : 計算時間 (8日=192時間)

T_{si} : 本手法により得られた節点温度の分散

T_{mi} : モンテカルロ法により得られた節点温度の分散

解析が同等であればこの値は1となる。図-19にはパラメータ間の相関係数を0とし、分散を5~35%まで変化させた場合のノルムを1次近似法と2次近似法について示す。図-19によれば本解析法により求めた節点温度の分散は、1次近似法、2次近似法ともにモンテカルロ法で求められたものと良く一致している。変動係数が大きくなると多少精度が落ち、1次近似法で求められた分散は、モンテカルロ法で求められたものよりも若干小さめになる。逆に2次近似法では、モンテカルロ法で求められたものより大きめになる。両解析の比は1次近似法と2次近似法では大差はなく、ばらつき(分散)を求めるのは1次近似法で十分であることがわかった。図-20にはパラメータ間に相関を持たせた場合の1次近似法による解析結果を示している。パラメータ間に

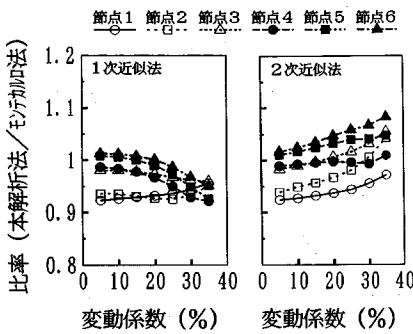


図-19 変動係数と解析精度との関係

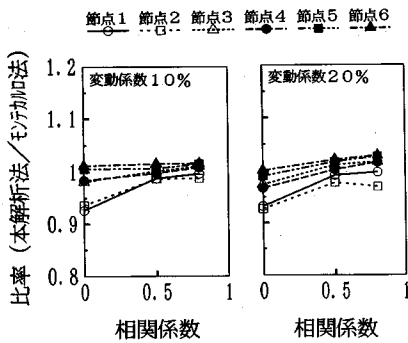


図-20 相関係数と解析精度との関係

相関がある場合でも良い結果が得られており、変動係数が10%でも、20%でも相関係数が大きくなるにつれてノルムは小さくなり、解析精度は良くなっている。これはパラメーター間に相関がある程、分散の値自体が小さくなるためである。

5. 結 論

本研究は、有限要素法による非定常熱伝導解析に感度解析手法を適用して、各熱特性値や環境条件が温度解析に及ぼす影響を定量的に求めるとともに、テイラー展開による近似理論を用いて、熱特性値や環境条件にばらつきがあるときの解析温度のばらつきを求める方法を示した。具体的な解析例として旧コンクリート上に打設された壁状コンクリートと岩盤上に打設された円盤上スラブ、さらにパイプクーリングが行われているコンクリート構造物の解析を行った。本研究で得られた結果を整理すると下記のようにまとめられる。

(1) 感度解析を行うことにより各熱特性値や環境条件が解析モデルの温度にどのように影響を及ぼしているかが定量的に求められるようになった。また、熱特性値や環境条件がばらつくときの温度のばらつきを感度解析により得られた感度とテイラー展開による近似理論とで求め得ることが可能となった。

(2) モンテカルロ法で求めた温度のばらつき(分散)と本解析法で求めた温度のばらつきは良く一致してお

り、変動係数が30%を越えても良い結果を与えた。

(3) 分散の推定は、1次近似法で行っても、2次近似法で行っても大差はなく、分散を求めるのは1次近似法で十分である。

(4) 各熱特性値間に相関がある場合でもモンテカルロ法で得られた分散と本解析法で得られた分散は良く一致しており、相関係数が大きくなるほど差は小さくなる。

なお、本研究においては温度解析における要因のばらつきが解析結果に与える影響を調べる手法を中心に示した。本研究で得られた結果は、パイプクーリングシステムや温水パイプによるロードヒーティングシステムの設計は勿論のこと、温度ひび割れの発生確率を算定する際の基礎となる。

謝 辞：本研究を進めるにあたり、コンクリート標準示方書改訂小委員会のマスコンクリート部会（國府主査、小野幹事）の皆様から貴重な御意見を頂き、ここに深謝致します。

参 考 文 献

- 1) 日本コンクリート工学協会：マスコンクリートのひびわれ制御指針，1986年3月。
- 2) 土木学会：コンクリート標準示方書・施工編，1991年9月。
- 3) 森本博昭・小柳治：コンクリート構造物の危険度評価に関する研究，土木学会第39回年次学術講演会講演概要集V，pp. 291~292，1984年10月。
- 4) 森本博昭・小柳治：マスコンクリートの温度ひびわれ危険度判定に関する研究，第8回コンクリート工学年次講演会論文集，pp. 53~56，1986年6月。
- 5) 榊田泰仁・小野定・名倉健二：判別関数によるマスコンクリートの温度ひびわれ発生簡易解析評価法に関する研究，土木学会第39回年次学術講演会講演概要集V，pp. 285~286，1984年10月。
- 6) 吉岡泰彦・両角昌公・渡辺真次：マスコンクリートのひびわれ予測システムの開発とその適用例，第2回マスコンクリートの温度応力発生メカニズムに関するコロキウム論文集，pp. 29~34，1984年3月。
- 7) 森本博昭・小柳治：コンクリート構造物の温度ひびわれ危険度評価に関する研究，土木学会論文集第390号/V-8，pp. 67~75，1988年2月。
- 8) 田辺忠顕・山川秀次・渡辺朗：パイプクーリングにおける管壁面の熱伝達率の決定ならびに冷却効果の解析，土木学会論文集第343号，pp. 171~179，1984年3月。
- 9) 田中周次・中村秀明・浜田純夫：橋梁床版上の路面の融雪・凍結防止システムに関する研究，コンクリート工学年次論文報告集，第15巻第1号，pp. 1201~1206，1993年6月。
- 10) 近久博志・津崎淳一・荒井幸夫・桜井春輔：逆解析によるマスコンクリートの熱伝達係数の評価，土木学会論文集，No. 451/V-17，pp. 39~47，1992年8月。
- 11) 小野定：マスコンクリートの温度上昇に及ぼす各種要因の影響およびコンクリートの上昇温度計算法の提案，土

- 木学会論文集第 348 号 / V-1, pp. 123~132, 1984 年 8 月.
- 12) 松井邦人・西田徳行・土橋吉輝・潮田和司: 不確定因子の影響を考慮したマスコンクリートの温度応力解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol. 15, No. 1, pp. 1143~1148, 1993 年 6 月.
- 13) 潮田和司・松井邦人・西田徳行・土橋吉輝: 一次近似法に基づく不確定因子の影響を考慮したマスコンクリートの温度応力解析, 土木学会第 48 回年次学術講演会講演概要集 V, pp. 686~687, 1993 年 9 月.
- 14) 大坪英臣・都井裕・矢尾哲也: 感度解析 (その 1), 日本造船学会誌第 714 号, pp. 23~31, 1988 年.
- 15) 大坪英臣・都井裕・矢尾哲也: 感度解析 (その 2), 日本造船学会誌第 716 号, pp. 16~22, 1989 年.
- 16) 矢川元基: 流れと熱伝導の有限要素法入門, 培風館, pp. 103~121, 1983 年 9 月.
- 17) 中桐滋・久田俊明: 確率有限要素法入門, 培風館, 1985 年 5 月.
- 18) 星谷勝・石井清: 構造物の信頼性設計法, 鹿島出版会, pp. 88~90, 1986 年 5 月.
- (1993. 9. 27 受付)

THE FINITE ELEMENT ANALYSIS OF HEAT CONDUCTION FOR THE CONCRETE STRUCTURE HAVING UNCERTAIN MATERIAL PROPERTIES

Hideaki NAKAMURA and Sumio HAMADA

An analytical procedure which deals influencing factors affecting to temperatures in the structure is herein proposed. Factor analyses were conducted against the thermal characteristics affecting to thermal analytical results by means of the method of sensitive analysis. The variances of temperature in the structure having variable thermal characteristics of concrete and environment were evaluated from the sensitivity obtained by the sensitive analysis and the approximated theory using Taylor's expansion.