

投稿論文 (和文)
PAPERS

コンクリート材料統一弾塑性モデル

田辺忠顕*・呉 智深**・余 国雄***

現在までのコンクリート構成モデルにおいては、異なる応力状態に対して少なくとも2つ以上の基準が設けられている。本論文では、統一化塑性モデルを提案した、即ち唯一の基準によって任意の応力状態におけるコンクリートの力学的挙動を表すことができるということである。提案されたモデルでは、クラックせん断応力伝達機構、テンションステップニングおよび圧縮強度の低下などのコンクリートに関する主な非線形現象を表すことができる。さらに、提案されたモデルを用いた場合、従来のモデルによる解析における煩雑さが全く失われる。

Key Words : concrete, plasticity, load history, hardening, softening

1. 序 論

現在、大型の有限要素法ソフトウェアパッケージは構造解析の多くの分野で広く利用されるようになってきているが、強い材料非線形性を持つ構造物の解析に対して一般的に信頼できる結果を得られる段階には至っていないものと思われる。それは、複雑な材料非線形性によって生じたひずみ局所化、分岐現象に対しては特別な数値アルゴリズムが必要とされるからである。一方、より一般的で合理的な材料モデルの構築も強く要求されている。しかし、現在、コンクリート材料の基本的な性質を十分に表して、引張、圧縮挙動を同様な理論で表現し、任意の応力パスに対して、厳密な理論で保証できる構成方程式は存在しない。現在までに提案された数多くのモデルはすべて、一般的な応用をする際にモデル固有の長所と短所が顕在化する。

ところで、粒状の離散性材料で複合されたコンクリートは、載荷状態によって材料は引張脆性破壊から延性破壊へ漸次に移り変わっていく。さらに、側圧程度によって、材料の延性は大幅に増えあるいは減少する。従って、鉄筋あるいはその他の摩擦材料と違って、特別な破壊基準が必要とされる。コンクリート材料の破壊基準にはしばしば、Mohr-Coulombの基準やDrucker-Pragerの基準などが用いられる。しかし、これらの基準により得られる引張強度および引張挙動は実際の挙動と比べて本質的な違いがある。この点を改善するために引張側頂部を切断した曲面を破壊基準にする方法、あるいは全く別の理論で構成則を構築する方法がこれまでに考案されてきたが、連続関数で表すことは不可能に近いと思われて

きた。

さらに、クラックを有する鉄筋コンクリート構造(特に平板構造)の非線形挙動は引張りひ割れによるコンクリート圧縮劣化、鉄筋とコンクリート間の付着すべりによる引張剛性硬化及びクラック間のせん断伝達などが主要な原因と思われ、これらを算定することはこの分野の大きな課題となってきた。現在までに、そのための種々の実験がなされ、その実験結果から、実用的な数値モデルが構築され、鉄筋コンクリート構造の数値解析が可能になってきた。しかし、理論的な観点から実験で観察された現象を解釈し、しかもコンクリート材料自身を統一的に取り扱う研究は、依然として少なく、その必要性は増してきているものと思われる。最近、著者らは塑性破壊理論のApproachからクラック間での応力伝達の機構、損傷過程などを模擬し、いくつの新しい知見を得た¹⁾。それに基づいて、本研究は力学的観点から、統一の数式でコンクリート材料の破壊基準を適切に表現することを試みた。応力履歴を考慮した損傷蓄積の観点から、引張軟化挙動と鉄筋コンクリートの引張硬化挙動を関連づけ、鉄筋コンクリート構造解析に簡単に適用できるコンクリート材料の統一的な硬化および軟化モデルを提案した。但し、本論文ではコンクリート軟化性状は材料挙動に伴うものと仮定する。

2. コンクリート材料の硬化及び軟化を考慮した接線剛性マトリックス

以下の定式化においては、等方ひずみ硬化塑性理論の基本概念に基づき²⁾、後続の降伏曲面は、コンクリート材料に蓄積される損傷の程度によって、その形状及び大きさを絶えず変化させるものとした。即ち、降伏曲面は損傷 $\omega(W^p)$ の関数であると考え³⁾。

$$f=f(\sigma_{ij}, \omega(W^p))=0 \dots \dots \dots (1)$$

蓄積された損傷 ω は W^p の関数であり、 W^p は初期

* 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科
(〒464 名古屋市千種区不老町)

** 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設工学科

*** 学生会員 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻

降伏後にコンクリート材料内部に逸散された塑性仕事を表す。ここでは、塑性仕事の概念は一般化され、粘着軟化および摩擦硬化などの過程における全体の材料非線形を表現する。よって、後で定義される塑性歪みも一般化非線形歪みになる。そして、 σ_{ij} はコーシーの応力テンソルである。

また、独立関数である塑性ポテンシャル関数 g は、
 $g = g(\sigma_{ij}, \omega(W^p)) = 0 \dots\dots\dots (2)$

一般に、等方ひずみ硬化塑性理論では全体のひずみ増分は弾性部分と塑性部分によって構成されていると定義されており、次のように表される。

$$\dot{\epsilon}_{kl} = \dot{\epsilon}_{kl}^e + \dot{\epsilon}_{kl}^p \dots\dots\dots (3)$$

塑性ひずみ増分は塑性流れ則に従って、次式(4)で表すことができる。

$$\dot{\epsilon}_{kl}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \dots\dots\dots (4)$$

λ は载荷中のコンシステンシーの状態より決められるスカラーである。

一方、弾性ひずみ増分は弾性剛性マトリックス D_{ijkl}^e により、次のように応力増分テンソルに関連づけられ、

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}^e \dot{\epsilon}_{kl}^e \dots\dots\dots (5)$$

コンシステンシー状態は式(1)の全微分式で表すことができる。

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial W^p} \dot{W}^p = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\dot{W}^p = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dots\dots\dots (7)$$

式(3)、(4)、(5)を式(6)に代入し、 λ について解くと、

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e \dot{\epsilon}_{kl}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} D_{mnpq}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{pq}} + h} \dots\dots\dots (8)$$

$$h = - \frac{\partial f}{\partial W^p} \sigma_{ij} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \dots\dots\dots (9)$$

さらに、コンクリート材料の接線剛性マトリックスが以下のように導ける。

$$D_{ijkl} = D_{ijkl}^e - \frac{D_{ijtu}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{rs}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{tu}} D_{rskl}^e}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} D_{mnpq}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{pq}} + h} \dots\dots\dots (10)$$

式(6)と(9)における $\frac{\partial f}{\partial W^p}$ は硬化には影響を持たず軟化に影響を及ぼす量である。

また後続の降伏関数はマルチパラメーター $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots$ で表すことができる。

$$f(\sigma_{ij}, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots) = 0 \dots\dots\dots (11)$$

一連のこれらのパラメーターは損傷パラメーターの関数であると仮定し、降伏関数の形状と大きさの特徴づけるために定義される。

関数 $\frac{\partial f}{\partial W^p}$ は次のように表される³⁾。

$$\frac{\partial f}{\partial W^p} = \left(\frac{\partial f}{\partial \xi_1} \frac{\partial \xi_1}{\partial \omega} + \frac{\partial f}{\partial \xi_2} \frac{\partial \xi_2}{\partial \omega} + \dots + \frac{\partial f}{\partial \xi_i} \frac{\partial \xi_i}{\partial \omega} + \dots \right) \frac{\partial \omega}{\partial W^p} \dots\dots\dots (12)$$

詳しい内容または、降伏曲面の硬化及び軟化について、文献3)、4)を参照されたい。

コンクリート材料の構成関係に関する過去の研究において、载荷形式によってまったく違った理論の適用をして来た。数少ない塑性理論の基本概念に基づく統一形式化(例えば文献9))は任意の応力パスに対して、適用できるようになったが、軟化と硬化挙動を表現するために算定式の分離、複数の非線形計量パラメーターの定義によって計算がかなり複雑になった。本形式化においては、理論の統一を保つために、損傷パラメーターは各種破壊の進行に伴う損傷の蓄積を表し、便宜上、一般化された塑性ひずみ履歴と関連づけられ、任意の応力パスに対して、次の形で定義することにする。

$$\omega = \frac{\beta}{\sigma_e \epsilon_0} \int dW^p \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 σ_e は後の式(29)のように定義される有効応力であり、 β は材料定数とする、また ϵ_0 は任意の定数であるが、 $\epsilon_0 = 0.002$ の値に固定する。

3. 修正した Drucker-Prager 降伏曲面

過去の研究において、著者らは圧縮荷重を受けるコンクリート材料の硬化及び軟化構成モデルを構築するために、損傷パラメーター $\omega(W^p)$ によって拡大あるいは縮小する Drucker-Prager の降伏曲面を用いた²⁾。このモデルでは子午線は、損傷パラメーター $\omega(W^p)$ によって勾配の変化する直線で近似され、偏差平面は円であった。しかし、同じパラメーターで圧縮挙動と同様に引張挙動を完全に表現するには至らなかった。特に任意な载荷履歴(例えば nonproportional な二軸引張、圧縮の応力パス)を計算する際いくつかの問題点が生じた。今回、本研究ではこれらの問題を改善するため、式(14)で表される修正した Drucker-Prager の降伏曲面(図-1)を提案することにする。

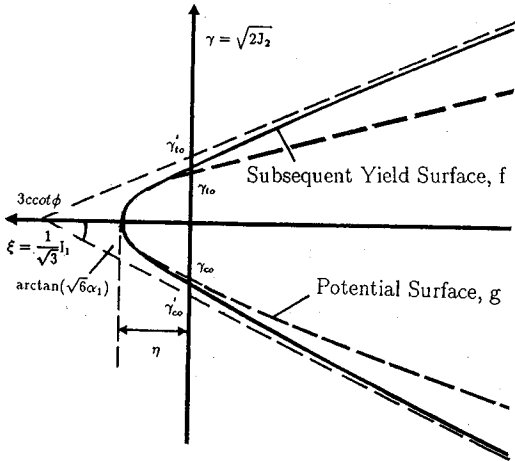
$$f = J_2 - (k_f - \alpha_f I_1)^2 + (k_f - \alpha_f \eta)^2 = 0 \dots\dots\dots (14)$$

一方、同様に塑性ポテンシャル関数は、

$$g = J_2 - (k_g - \alpha_g I_1)^2 + (k_g - \alpha_g \eta)^2 = 0 \dots\dots\dots (15)$$

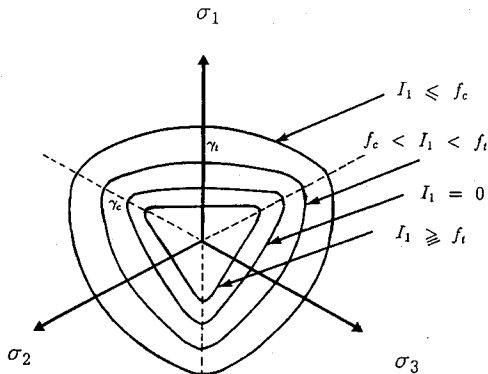
ここに、 $I_1 = \sigma_{kk}$ 、 $J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ji}$ は応力テンソルの一次不変量及び偏差応力テンソルの二次不変量であり、 $\alpha_f, k_f, \alpha_g, k_g$ および η は後述の式(16)、(17)、(22)、(23)、(25)の様に定義する。

式(14)の降伏曲面は図-1(a)に示す通りである。 $I_1 < 0$ の時、式(14)の曲面は Drucker-Prager の降伏



$$\begin{aligned} \gamma'_{e0} &= \frac{2\sqrt{6}c \cos \phi}{3 + (1+r) \sin \phi_1} & \gamma'_{e0} &= \frac{2\sqrt{2} \sqrt{(3 \cos \phi)^2 - (3c \cos \phi - \eta \sin \phi)^2}}{\sqrt{3(3 + (1+r) \sin \phi_1)}} \\ \gamma'_{a0} &= \frac{2\sqrt{6} \cos \phi}{3 - \sin \phi_1} & \gamma'_{a0} &= \frac{2\sqrt{2} \sqrt{(3 \cos \phi)^2 - (3c \cos \phi - \eta \sin \phi)^2}}{\sqrt{3(3 - \sin \phi_1)}} \end{aligned}$$

(a) 子午線面



(b) 偏差平面

図-1 提案する降伏面

$$y = \sqrt{a(\cos 3\theta + 1.00) + 0.01} - 1.10 \dots \dots \dots (18)$$

なお、 $a = \frac{1}{2}r^2 + 2.1r + 2.2$

$$r = \begin{cases} 3.14 & (I_1 \leq f_c) \\ 2.93 \cos\left(\frac{I_1}{f_c} \pi\right) + 6.07 & (f_c < I_1 \leq f_t) \\ 9.0 & (I_1 > f_t) \end{cases} \dots \dots \dots (19)$$

また、 $\cos 3\theta = 3\sqrt{3}J_3 / (2J_2^{3/2})$ で表され、ここに、 $J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki}$ は偏差応力テンソルの三次不変量である。

式 (18) の関数 y は二軸応力状態でのシミュレーションの結果と Kupfer の実験との比較から最適なものを選んだ。なお、この関数 y は $\theta = 0^\circ$ の時 $1+r$ 、 $\theta = 60^\circ$ の時 -1 になる。また、引張子午線の長さについては圧縮時には大きく、引張時には小さな値を使う方が良いことが認められた。これはコンクリートの特性と定性的に一致していると思われる。実験結果によるとコンクリートの偏差平面は低応力状態では三角形に近い形状になり、圧縮応力の増加によって徐々に円形に近くなるからである。式 (15) および式 (19) によって、偏差平面は図-1 (b) で示したように、実験で明らかとなった現象を表現することができた。また、提案した降伏曲面は滑らかかつ凸な形状となっており、降伏曲面の一般的な特徴を具備している。

式 (16)、(17) での ϕ 、 c は Mohr-Coulomb における 2つの強度パラメーター、つまり、内部摩擦角および粘着力であり、それらは一定ではなく損傷パラメーター ω を定義する塑性ひずみ履歴に依存する。 c 、 ϕ は物理的意味を持ちコンクリート材料の摩擦硬化および粘性軟化に関する破壊過程と密接に関係づける。しかし、この ϕ (内部摩擦角) と c (粘着力) を明らかにするのは難しい、実験の少なさにもかかわらず、 ϕ と c は以下のように損傷の蓄積に依存するものであると言える。一般的に、連続載荷に伴い、コンクリート材料体の内部に徐々にクラックが生じて進展し、初期のセメント材料体は徐々に摩擦抵抗のみで支配する粒状体の材料になる。従って、荷重の増加と共に摩擦抵抗が徐々に強くなっていく。以上により、 ϕ (内部摩擦角) は一般に損傷の増加により増加し (一定の初期値から最終破壊状態には最大摩擦角になると考えられる)、一方、材料内部のクラックの進展に伴い、材料内部の凝集力は徐々に減退し (frictional decohesion)、粘性性状が弱くなっていく。従って、 c (粘着力) は損傷の増加により減少する (初期状態では初期粘着力 c_0 と仮定し、最終的に零になると考えられる)。

以上によりハードニング及びソフトニングモデルの関係を次のように提案することにする。

$$c = c_0 \exp[-(m\omega)^2] \dots \dots \dots (20)$$

曲面に漸近する。一方、 I_1 の値が正となると、子午線はなめらかな曲線となり、引張頂部での、 I_1 値は材料パラメータ η で制御する。ポテンシャル曲面の形状も同様である。しかも、Drucker-Prager の降伏曲面を Mohr-Coulomb の偏差平面における六角形の圧縮子午線及び (r の値により変化させる) 減少した引張子午線の双方に合わせるように修正した。 α_f 、 k_f は粘着力 c 、内部摩擦角 ϕ で次のように定義した。

$$k_f = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 + y \sin \phi_1)} \dots \dots \dots (16)$$

$$\alpha_f = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 + y \sin \phi_1)} \dots \dots \dots (17)$$

ここに、 ϕ_1 は定数であり、 14° とした。関数 y は、

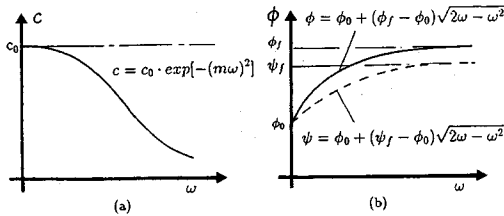


図-2 損傷パラメーター ω と材料パラメーター c, ϕ, ψ の関係

$$\phi = \begin{cases} \phi_0 + (\phi_f - \phi_0)\sqrt{2\omega - \omega^2} & \omega \leq 1 \\ \phi_f & \omega > 1 \end{cases} \quad (21)$$

m は材料定数で、固定値をとる。

c_0, ϕ_0 および ϕ_f はそれぞれコンクリートの初期粘着力、初期摩擦角、および最終摩擦角を表す。これらの関係を図-2 に示す。同様に、 k_g, α_g は次のように定義される。

$$k_g = \frac{6cc_0\cos\phi}{\sqrt{3}(3+y\sin\phi_1)} \quad (22)$$

$$\alpha_g = \frac{2\sin\phi}{\sqrt{3}(3+y\sin\phi_1)} \quad (23)$$

$$\psi = \begin{cases} \phi_0 + (\psi_f - \phi_0)\sqrt{2\omega - \omega^2} & \omega \leq 1 \\ \psi_f & \omega > 1 \end{cases} \quad (24)$$

上式での ϕ は dilatancy 角として定義され、非弾性 dilatancy 効果を算定するためのものである。もし、 $\phi = \psi$ であるなら $g=f$ となり関連流れ則が成立する。

また、式(14)及び(15)における η は引張強度に影響を与えるパラメーターで、損傷蓄積の増加に伴い、材料内部の引張結合力が減退する(tensile debonding)。よって、次のように表現される。

$$\eta = \eta_0 \exp\left(-\frac{\omega}{b}\right) \quad (25)$$

式(25)中の b は引張ソフトニング形状に影響するパラメーターであり、無筋コンクリートでは、 $b=0.06$ とするが、鉄筋の補強のある鉄筋コンクリート部材については鉄筋比に関係する値である。また、 η_0 は一軸引張強度と密接な関係のある静水圧軸上の引張強度である。

以上の定式化により、任意の応力パスにおける応力-ひずみ関係を構築し、また引張と圧縮挙動を統一的に表現するために工夫した。

4. 関連流れ則の適用

(1) 硬化および軟化係数 $\frac{\partial f}{\partial W^p}$ の導き

コンクリートに関しては、主に関連流れ則が実用的な理由から利用されている。関連流れ則を用いると、式

(4) より塑性仕事増分 \dot{W}^p は次のように表せる。

$$\dot{W}^p = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda \sigma_{ij} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (26)$$

スカラー関数 λ は式(26)の各項を2乗して加え合わ

せて得られる。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p \cdot \dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda^2 \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (27)$$

また、有効塑性ひずみ増分は単純に次のように表せる。

$$\dot{\epsilon}_p = \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij}^p \cdot \dot{\epsilon}_{ij}^p} \quad (28)$$

そのとき、有効応力は塑性仕事増分を用いて次のように表せる。

$$\sigma_e = \frac{\dot{W}^p}{\dot{\epsilon}_p} = \frac{\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p}{\dot{\epsilon}_p} \quad (29)$$

式(12)における $\frac{\partial f}{\partial W^p}$ を修正した Drucker-Prager の破壊基準により再び書くと以下のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial W^p} &= \left(\frac{\partial f}{\partial \alpha_f} \frac{\partial \alpha_f}{\partial \omega} + \frac{\partial f}{\partial k_f} \frac{\partial k_f}{\partial \omega} + \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial \omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial W^p} \\ &= 2 \left[(I_1 - \eta) (k_f - \alpha_f (I_1 + \eta)) \frac{\partial \alpha_f}{\partial \omega} \right. \\ &\quad \left. + \alpha_f (I_1 - \eta) \frac{\partial k_f}{\partial \omega} - \alpha_f (k_f - \alpha_f \eta) \frac{\partial \eta}{\partial \omega} \right] \frac{\partial \omega}{\partial W^p} \end{aligned} \quad (30)$$

ここに、

$$\frac{\partial \alpha_f}{\partial \omega} = \frac{2c_0\cos\phi}{\sqrt{3}(3+y\sin\phi_1)} \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial k_f}{\partial \omega} &= \frac{-6c_0\sin\phi}{\sqrt{3}(3+y\sin\phi_1)} \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \\ &\quad - \frac{12c_0m^2\omega}{\sqrt{3}(3+y\sin\phi_1)} e^{-(m\omega)^2} \cos\phi \end{aligned} \quad (32)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \omega} = -\frac{\eta_0}{b} \exp\left(-\frac{\omega}{b}\right) \quad (33)$$

そして、

$$\frac{\partial \phi}{\partial \omega} = \begin{cases} \frac{(1-\omega)(\phi_f - \phi_0)}{\sqrt{2\omega - \omega^2}} & \omega \leq 1 \\ 0 & \omega > 1 \end{cases} \quad (34)$$

さらに、

$$\frac{\partial \omega}{\partial W^p} = \frac{\beta}{\sigma_e \epsilon_0} \quad (35)$$

(2) 载荷基準

軟化領域においては、塑性载荷および弾性除荷は同レベルの応力状態で生じることが考えられる。従って、通常の加工硬化材料に関する载荷基準の適用は無効となる。ここでは、それに関する修正を行い、図-3に示されたように新たな载荷基準を定義する。

弾性除荷状態

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \Delta \sigma_{ij}^e \geq 0 \quad (36)$$

塑性载荷

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \Delta \sigma_{ij}^p < 0 \quad (37)$$

ここに

$$\Delta \sigma_{ij}^e = D_{ijkl}^e \Delta \epsilon_{kl} \quad (38)$$

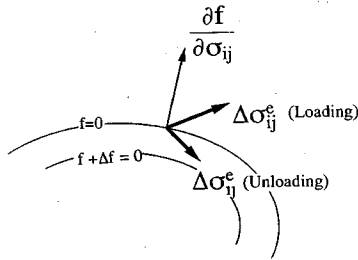


図-3 軟化領域における載荷基準

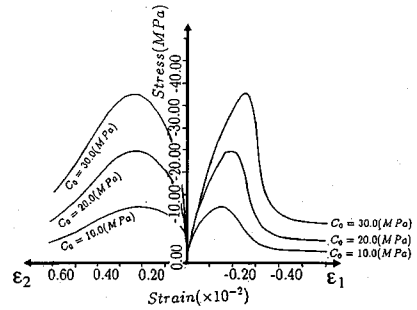


図-4 パラメーター c_0 の変化に対する挙動の変化

5. 初期パラメーターおよび材料定数に関する考察

(1) モデルへの影響

まず、数値解析において諸パラメーター及び材料定数の変化がコンクリート材料の挙動に及ぼす影響について述べる。なお、 ϕ_1 , ϕ_0 , ϵ_0 については、モデルの本質に影響しないことで適当な値、 $\phi_1=14^\circ$, $\phi_0=5^\circ$, $\epsilon_0=0.002$ と固定したため、その値の影響を考察しなかった。よって、挙動に影響を与えるパラメーターは以下の6つが考えられ、それぞれについて考察を行った。

1. c_0 (初期粘着力) の変化による影響

粘着力は Mohr-Coulomb の破壊基準における強度パラメーターの一つであり、コンクリート挙動に影響を与える重要な要素である。 c_0 の変化は、圧縮では強度および変形に影響を及ぼす。 c_0 が大きくなると強度が大きくなる (図-4 参照)。一方、引張では強度および変形にほとんど影響を及ぼさない。これは、引張では損傷の進む速度が圧縮よりかなり早いため粘着力がすぐに小さくなり、初期粘着力の影響をほとんど受けていないからであると思われる。

2. ϕ_f (最大内部摩擦角) の変化による影響

内部摩擦角も Mohr-Coulomb の破壊基準におけるもう一つのパラメーターである。 ϕ_f の変化は、圧縮では強度および変形に影響を及ぼし、 ϕ_f が大きくなると強度が大きくなる (図-5 参照)。実験との比較によって、その値は 30° から 40° が適当と思われる。また、 c_0 よりコンクリート圧縮強度に関する影響は間接的であり、本研究では $\phi_f=35^\circ$ と固定した。引張挙動では強度および変形にほとんど影響を及ぼさない。引張挙動に最大摩擦角 ϕ_f の影響がないのは、引張ではほぼ初期内部摩擦角 ϕ_0 に近い値でピーク強度を迎えるからである。

3. m (材料定数) の変化による影響

m は式 (20) の中における定数であり、 c (粘着力) のソフトニングに影響を与える量である。 m の変化は、圧縮では強度および変形影響を及ぼし、 m が大きくなると強度が大きくなる (図-6 参照)。また、引張では強度および変形にほとんど影響を及ぼさない。シミュ

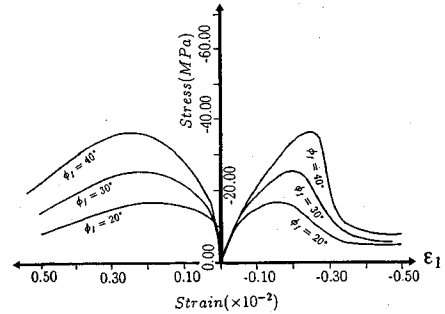


図-5 パラメーター ϕ_f の変化に対する挙動の変化

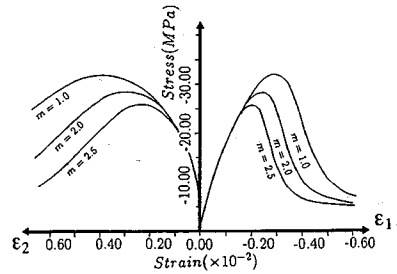


図-6 パラメーター m の変化に対する挙動の変化

レーションの結果から、特に一軸圧縮実験におけるソフトニング形状を考慮して $m=1.0$ が適当であると判断し、 m をこの値に固定した。

4. β (材料定数) の変化による影響

β は損傷パラメーター ω を定義する重要な定数である。 β の変化は圧縮では強度には影響がないが、最大強度に対応するひずみ量に影響を及ぼす。また、引張も強度には影響がないが、ソフトニングに影響を及ぼす。これは、 β が損傷パラメーター ω を定義するからである。また、Kupfer の実験と比較した結果、 β は 0.40 程度の値が適当であるとわかった。

5. η_0 (材料定数) の変化による影響

η は本構成モデルにおける静水圧軸上の引張強度である。 η_0 はその初期値であり、損傷が大きくなるにしたがって、徐々にその値は小さくなる。よって、 η_0 の変化は圧縮では若干、強度及び変化に影響を及ぼすが、非

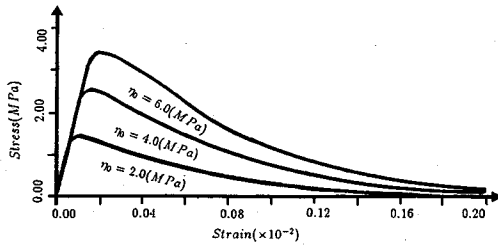


図-7 パラメーター η_0 の変化に対する挙動の変化

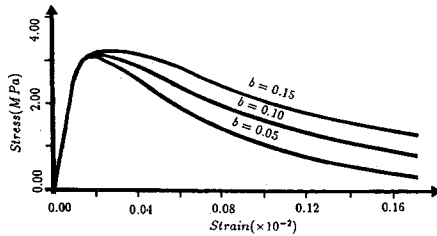


図-8 パラメーター b の変化に対する挙動の変化

常に小さいものであるためほとんど無視できると思われる。しかし、引張での挙動に影響を与える重要な要素の一つである (図-7 参照)。

6. b (材料定数) の変化による影響

b の値により引張挙動のソフトニングを調整できる。よって、 b の変化は圧縮では若干、強度及び変化に影響を及ぼすが、小さいものであるため無視できると思われる。また、引張では b は重要な要素であり、強度には影響がなく、図-8 で示されたようにソフトニングに大きく影響を及ぼす。本研究では無筋コンクリートに対し、一連の実験結果から、 $b=0.06$ を用いて適切な解析結果が得られた。しかし、補強されたコンクリートに対しては、その引張挙動はここで論じるコンクリート材料自身のソフトニング現象の他、コンクリートと鋼材との付着-すべり現象によって生じる引張硬化 (Tension Stiffening Effect) も影響される。引張硬化によって、過去において、数多くの研究が行われて来たが、未だに定説はない。著者らの既往の研究によれば鉄筋比で大きく左右されることがわかっており、コンクリート引張挙動を統一的に表現するために、実験値から鉄筋比と関係づけられる b の値を同定することが考えられる。

以上のことからわかるように、圧縮と引張の相互の影響を考えながら、同じパラメーターを用いて解析を行うことができ、しかも圧縮強度は c_0 で制御され、引張に対するコンクリート材料の挙動は η_0 及び b で制御されるので、本構成モデルは圧縮と引張を同時に解析するような場合に非常に適用し易いと言える。また、 f'_c と f_t の代わりにそれぞれ c_0 と η_0 で圧縮強度および引張強度を表現することを試み、次にその関係式を提案する。

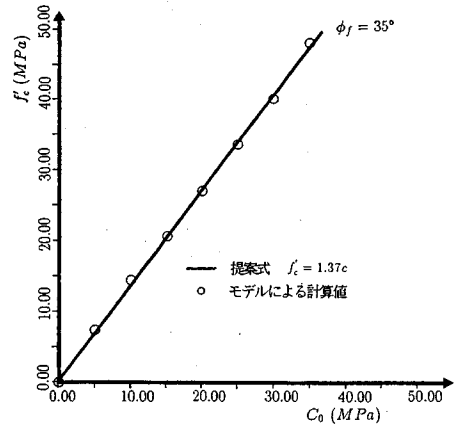


図-9 c_0 の変化による圧縮強度 f'_c の変化

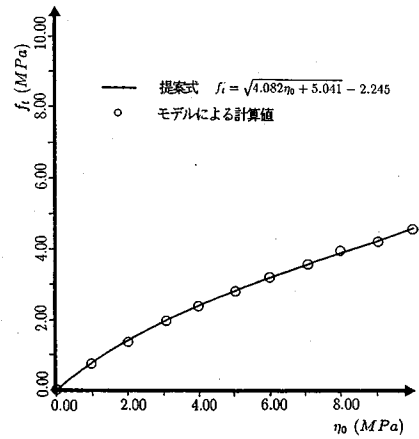


図-10 η_0 と引張強度 f_t の関係

(2) $f'_c \sim c_0$ および $f_t \sim \eta_0$ 関係

5. (1) でも触れたように数多くのシミュレーション結果に基づき、 ϕ_f , m および β の最適値は、 $\phi_f=35^\circ$, $m=1.0$, $\beta=0.4$ であると判断し、その値を固定した。

従って、圧縮を考える場合 c_0 のみ変化させることによって、実際の問題に適合させることができる。図-9 に、 c_0 の変化による圧縮強度の推移を示す。

また、引張強度に影響を与える η_0 と f_t との関係は図-10 のようになる。一般のコンクリート材料では、引張強度が 4.0 (MPa) 以上になることは少ないと考えて、 η_0 を 10.0 (MPa) 以下であるとする。

図-9 及び図-10 により、実際の圧縮強度、引張強度に照らし合わせて c_0 , η_0 を決定することができる。

6. 実験との比較

(1) Kupfer の実験との比較

Kupfer はコンクリート供試体に対し、二軸応力状態における多数の比例載荷実験を行った⁵⁾。そこで、本構成モデルにより比例載荷の解析を行い Kupfer の実験と

Kupfer (1969) $E_c = 3.25 \times 10^4 MPa$ $\eta_0 = 3.8 MPa$ $\phi_t = 35^\circ$ $m = 1.0$ $\epsilon_0 = 0.002$
 $c_0 = 24.0 MPa$ $\nu = 0.22$ $\phi_0 = 5^\circ$ $\beta = 0.40$ $b = 0.06$

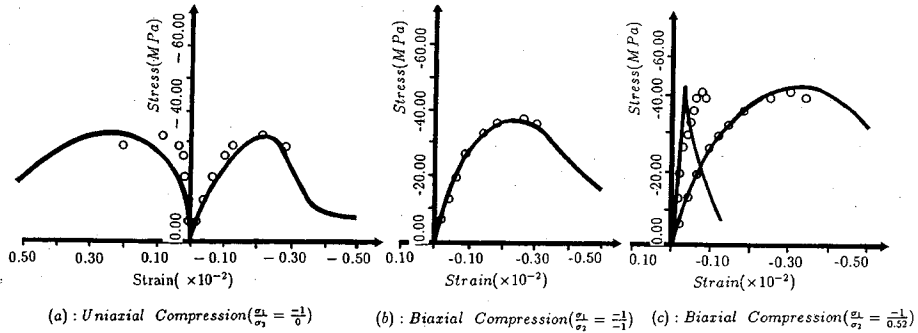


図-12 Kupferの実験との比較

Petersson (1981) $E_c = 1.72 \times 10^4 MPa$ $\nu = 0.22$ $\phi_0 = 5^\circ$ $\beta = 0.40$ $b = 0.05, 0.06$
 $c_0 = 24.0 MPa$ $\phi_t = 35^\circ$ $m = 1.0$ $\epsilon_0 = 0.002$

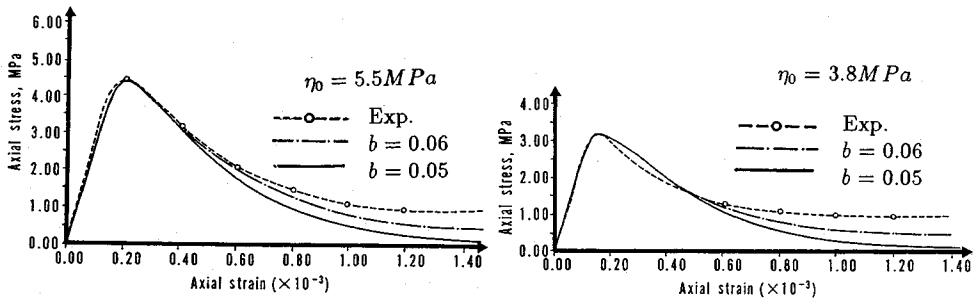


図-13 Peterssonの実験との比較

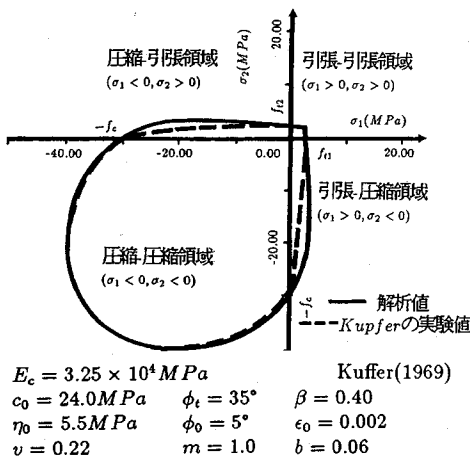


図-11 二軸応力状態での強度の包絡線

の比較を行った (図-12)。 c_0 および η_0 の値は前述の提案式を用いて同定した。

解析の結果、一軸も二軸も同パラメーターで実験値とほぼ一致させることができた。よって、本構成モデルでは同じパラメーターで一軸と二軸の挙動を表すことがで

きるようになった。

(2) Peterssonの実験との比較

Petersson の行った一軸コンクリート引張試験⁶⁾と解析値との比較を行う (図-13)。一軸引張強度の解析において、引張に影響を及ぼす初期パラメーターとして重要なものは η_0 、 b の2つである。 η_0 は前で提案された f_t との関係式で同定される。以下の実験との比較においては、2つの b が用いられているが、前章で提案された $b = 0.06$ の方がより実験値に近いことがわかる。

解析の結果、本構成モデルは引張解析においても十分に実験値と一致させることができることがわかった。

(3) 二軸応力状態での強度の包絡線

次に Kupfer の実験⁵⁾ によって、二軸応力状態での強度の包絡線を求めてみた。既存の研究では任意の二軸圧縮応力を受けるコンクリートの強度を計算し実験値と一致させるのは非常に難しく困難であった。しかし、本研究では式 (18) における関数 y の中の r により偏差平面での引張子午線の長さ r の調整を行うことによって、圧縮-圧縮領域、引張-引張領域においては Kupfer の実験⁵⁾ とほぼ一致する結果が得られた (図-11)。

ところが、圧縮-引張領域、引張-圧縮領域では実験値

$$E_c = 2.49 \times 10^4 \text{ MPa} \quad \eta_0 = 4.3 \text{ MPa} \quad \phi_t = 35^\circ \quad m = 1.0 \quad \epsilon_0 = 0.002$$

$$c_0 = 22.0 \text{ MPa} \quad \nu = 0.22 \quad \phi_0 = 5^\circ \quad \beta = 0.30 \quad b = 0.10$$

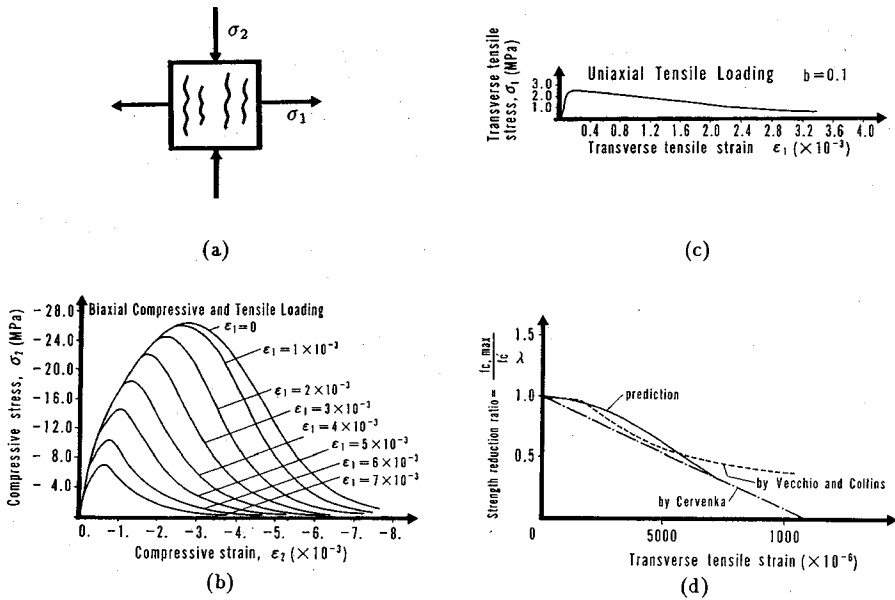


図-14 クラックによる圧縮強度の低下

とのずれが見られる。この点を更に検討し修正していくことが必要である。

(4) クラックによる圧縮強度の劣化

図-14 (a) のような二軸応力状態でクラックを有するコンクリートでは、圧縮強度が縦方向のクラックの増加に伴って劣化していくことが実験的に示されている^{6)~8)}。本研究ではこれを間接的に理論的証明をするため、非比例載荷によってクラックを有する、コンクリート板の引張-圧縮シミュレーションを行った。

ここでは、まず横方向にある一定レベルまでの引張ひずみを与えることによって横方向の損傷を蓄積し、その蓄積された一定の損傷状態から垂直に破壊するまで圧縮載荷していく。図-14 (b) はその時の縦方向の圧縮応力-ひずみ関係を表した図である。この図では、様々な横方向の引張ひずみに対して縦軸に縦方向の圧縮応力、横軸に縦方向の圧縮ひずみを描いている。また、図-14 (c) に一軸引張挙動と解析に用いたパラメーターを示す。前で議論したように、定数 b は引張ソフトニング挙動に影響するパラメーターであり、本例に対しては横方向での鉄筋比によって変化する。従って、本例では横方向に一定な鉄筋補強が存在すると想定して、 $b=0.1$ にした。ただし、引張ソフトニングパラメーター b と鉄筋比の関係については論文⁹⁾ に論じてある。図-14 (d) に一軸圧縮強度に対する強度低下の割合を示す。この図では、縦軸にそれぞれの横方向の引張ひずみにおける圧縮強度と一軸圧縮強度との比を、横軸に横方向の引張ひ

ずみを描いている。図-14 (b), (d) より、横方向引張ひずみが増加することによって圧縮強度が低下し、最大強度に対応するひずみも減少していくことがわかる。

解析の結果、本構成モデルにより実験の強度低下の現象を表すことが可能であることがわかった。このことから、地震などの横揺れ繰り返し荷重を受け、クラックをもったコンクリート構造物の解析なども本構成モデルで解析することができると言える。

本研究では一次元問題に限として展開して来たが参考文献3) のように三次元問題に関しても適用しようと考えられる。

7. 結 論

本研究は従来のコンクリート材料に関するある特殊な応答現象、力学特性に着目した多くの定式化に対して、破壊基準を定義するマルチパラメーターは物理的な意味を持つ内部摩擦角、軟着力と関連づけ、損傷蓄積の観点から定式化された著者らの既往の研究を一般化した。定式化においては引張結合力の減退を算定する新しいパラメーターの定義によって、三つのパラメーター c, ϕ, η を用いて、引張または圧縮性状、軟化または硬化挙動などを統一の数式で表現できるようにした。また、著者らにより、コンクリート材料内部の不連続面間の応力伝達の損傷破壊過程も上記の理論で展開しており、さらに、引張軟化挙動と鉄筋コンクリート挙動を関連づけることにより、鉄筋コンクリート引張挙動を簡便に算定できる

一方、引張クラックなどによるコンクリートの圧縮強度の劣化も取り扱いやすくなると思われる。従って、鉄筋コンクリート構造物の非線形問題を解くための統一された構成材料モデルとして期待できると考えられる。この種のモデルを適用していけば、鉄筋コンクリート構造解析を行う際、設計者は多様な非線形モデルの選択及び組み合わせに努力を払う必要がなくなるであろう。

紙面の関係でこれらに関する内容および議論、また複雑応力パースに関する適用などは今後別の論文で報告する予定である。一方、前にも触れたように、本論文ではコンクリート軟化性状は材料挙動に伴うものと仮定しているため、ひずみ局所化などの不安定現象、引張強度に関する、寸法効果などを究明するため、別の工夫がなされる必要がある。これらの問題は本モデルに破壊エネルギー、仮想的粘性などの概念を導入することによって改善できると考えられる。最後に、損傷蓄積に伴う除荷時のコンクリート材料弾性性状の劣化および動的性状に伴う損傷蓄積などを考慮することは将来の課題であると考えられる。

参考文献

- 1) Z.S. Wu, Farahat, A.M. and T. Tanabe: Modeling of Concrete Discontinuities with Dilatancy and Surface Degradation. *Proceedings of the Japan Society of Civil Engineers*, Vol.20, No.472, pp.119~130, 1993.
- 2) Chen, W.F.: *Plasticity in Reinforced Concrete*, McGraw-Hill, New York, 1982.
- 3) Z.S. Wu and T. Tanabe: A Hardening/Softening Model of Concrete Subjected to Compressive Loading. *Journal of*

Structural Engineering, Architectural Institute of Japan, Vol.36 B, pp.153~162, March, 1990.

- 4) T. Tanabe and Z.S. Wu: Strain Softening under Bi-Axial Tension and Compression. *IABSE col. Stuttgart*, pp.623~636, 1991.
- 5) H. Kupfer, H.K. Hilsdorf and H. Rusch: Behavior of Concrete under Biaxial Stresses. *ACI Journal*, Vol.66, No.8, pp.656~636, Aug. 1969.
- 6) P.E. Petersson: Crack Growth and Development of Fracture Zone in Plane Concrete and Similar Materials, Report No. TVBM-1006, Lund Institute of Technology, Dec. 1981.
- 7) V. Cervenka: Constitutive Model for Cracked Reinforced Concrete. *ACI Journal*, Vol.82, No.6, pp.877~882, Nov.-Dec., 1985.
- 8) F.J. Vecchio and M.P. Collins: The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. *ACI Journal*, Vol.83, No.2, pp.219~281, Mar.-Apr. 1986.
- 9) E. Pramono and Willam: Fracture Energy-Based Plasticity Formulation of Plain Concrete. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, vol.115, No.6, pp.1183~1204, June, 1989.
- 10) 宮原長久・川上泰司・前川宏一, ひびわれを含む鉄筋コンクリート板要素の一軸圧縮応力下における非線形挙動. 土木学会論文集, 第378号/V-6, pp.249~258, 1987年2月.
- 11) Z.S. Wu, H. Yoshikawa and T. Tanabe: Tension Stiffness Model for Cracked Reinforced Concrete. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol.117, No.3, pp.715~732, March, 1991.

(1993.4.15 受付)

A UNIFIED PLASTIC MODEL FOR CONCRETE

Tada-aki TANABE, Zhishen WU and Guoxiong YU

Up to now, the existing constitutive models of concrete are composite more than one criterion corresponding to the different stress states. In this paper, a unified plastic model for concrete, in which only one criterion is used to describe the behavior of concrete under different stress states, is proposed. This model can treat the major nonlinear phenomenon of concrete such as cracking, shear transfer degradation, tension stiffening and compressive strength reduction. By use of this model, the cumbersome consideration in an analysis the concrete structures by using other models can be eliminated.