

# 地盤のS波速度とQ値の部分同定法の開発

沢田 勉\*・岡本 康\*\*・平尾 潔\*\*\*・  
辻原 治\*\*\*\*

筆者らは、これまで鉛直アレー観測記録を用いて地盤各層のS波速度とQ値を同定する手法を提案してきた。この方法では、地盤を構成する層の数が増加すると、同定すべきパラメータが増加するため、同定精度が低下するという問題点が生じた。本研究は、この問題の1つの解決策として、ある特定のいくつかの層のみを独立に同定する、いわゆる部分同定法を開発し、その妥当性を検討したものである。具体的には、地中の連続する3点で得られた鉛直アレー観測記録を用いて、これらの記録が得られた最上点と最下点の間の各層のS波速度とQ値を独立に同定する手法を提案した。

**Key Words** : localized identification, S-wave velocity, quality factor

## 1. まえがき

本研究は、地震時に地盤中のいくつかの点で鉛直アレー観測記録が得られたという前提のもとに、地盤内の特定の層のS波速度とQ値を部分的に同定する手法(部分同定法)を開発し、その妥当性を数値計算より検討したものである。

地中構造物を含む土木・建築施設のほとんどは地盤で支持されているため、耐震設計の入力となる地震動の特性を的確に把握することは重要である。地表および地中の地震動特性は、震源機構、伝播経路および当該地点直下の地盤特性の影響を受けるが、特に表層地盤の応答特性は地震動に複雑な影響を及ぼす。地盤特性のうち、土の剛性と減衰は特に重要であるため、現地の土を用いた室内試験より土の剛性と減衰を明らかにする研究が多くなされてきた<sup>1),2)</sup>。しかし、室内試験より得られた土の特性が、地震時の地盤各層のそれとどのように対応するかについては、現在のところ十分解明されるまでには至っていない。特に、減衰については、室内試験が土の内部減衰を対象としているのに対し、地震時の地盤では内部減衰に加えて逸散減衰も含まれるので<sup>3)</sup>、両者の対応関係は明確でなくなる。他方、弾性波探査やPS検層による現地試験から、地盤各層のS波速度やQ値(または減衰定数)が推定されるが<sup>4),5)</sup>、これらは土の微小震動時の値である。強震時の土は強い非線形性を示すから、PS検層等から推定されたS波速度とQ値は地震時の実地盤のそれとはかなり異なることが予想される。

近年、国内外で地震動のアレー観測が多数実施されるようになり、それより得られた記録はデータベース化さ

れつつある<sup>6)-8)</sup>。これらのうち、鉛直方向に設置された地震計による鉛直アレー観測記録を用いると、地震時の地盤特性が推定でき、耐震工学上有用な情報が得られる。このような観点より、鉛直アレー観測記録を利用して、実地盤のS波速度やQ値(または減衰定数)を同定しようとする研究が盛んに行われるようになった<sup>9)-14)</sup>。これらのうちで最近注目されているのは、鉛直アレー観測記録によるQ値の周波数依存性の同定である。Q値の周波数依存性については、従来よりPS検層や地震記録により種々の検討がなされ、Q値が振動数にほぼ比例して増加するという説が支配的になりつつあるが<sup>15)-17)</sup>、鉛直アレー観測記録による同定からは十分信頼できる結果が得られていないのが現状である。これは、Q値の同定精度がS波速度に比べて劣ることに起因しているためであると考えられる<sup>10)</sup>。他方、強震時の軟弱地盤の周波数応答倍率が従来の等価線形化法で説明できない事実に対し、杉戸等は、ひずみ波形のスペクトル振幅に対応した等価剛性と等価減衰を用いれば、観測と理論が十分に対応することを示した<sup>18)</sup>。実地盤の減衰特性が単なる周波数依存なのか、または、ひずみ依存性を有するのかが議論の別れるところであり、今後さらに検討されるであろうが、本研究の目的からははずれるので、ここではこれ以上の言及は避ける。

以上のように、鉛直アレー観測記録による地盤の同定に関する研究は、最近多く見られるようになったが、手法的には次のような問題点もある。すなわち、このような同定手法では、地中最深部に設置された地震計より浅い地盤各層を対象として、S波速度やQ値が同定されるため、地盤を構成する層の数が多くなると同定すべきパラメータの数が増加し、解の精度が低下するとともに同定不能になる場合も生じるという点である。この問題の1つの解決策として、地盤内の特定のいくつかの層のみに着目し、同定すべきパラメータ数を減少させるこ

\* 正会員 工博 徳島大学助教授 工学部建設工学科  
(〒770 徳島市南常三島町2-1)

\*\* 正会員 工修 西松建設(株)

\*\*\* 正会員 工博 徳島大学助教授 工学部建設工学科

\*\*\*\* 正会員 工修 和歌山工業高等専門学校助教授

とが考えられる。また、地震時においては、ある特定の層の動特性のみが重要となる場合も考えられる。

このような観点より、本研究では、地盤内のいくつかの層のみを独立に同定する、いわゆる部分同定法を開発し、その妥当性を数値計算により検討する。具体的には、地中の3点で得られた鉛直アレー観測記録を用いて、これらの記録が得られた最上点と最下点の間の各層のS波速度とQ値を部分的に同定する手法を提案する。ところで、上記の鉛直アレー観測記録を用いて地盤の動特性を推定する場合、観測記録に含まれるノイズは同定精度を劣化させる。本研究では、周波数領域の解析においてノイズの影響を低減する一手法であるスペクトルの平滑化を考慮した同定手法<sup>13),19)</sup>を解析に取り入れ、解の推定精度を検討した。

なお、本研究では、同定すべきパラメータの1つであるQ値は周波数によらず一定であると仮定する。前述のように、表層地盤のQ値については、周波数依存性またはひずみ依存性のあることが指摘されているが、本論文の目的が部分同定法の提案とその妥当性の検討であること、また、Q値の周波数依存性を同定に取り込むことは本研究では本質的でないこと等から、Q値は周波数によらず一定であるとした。

## 2. 地盤同定問題の定式化

一般に、比較的深い震源の近距離地震による地盤震動の強震部ではS波が卓越し、その震央直角成分は、SH波であると考えられる。図-1に示す水平成層構造をもつモデル地盤において鉛直下方よりSH波が入射すると仮定し、地中3点で得られた鉛直アレー観測記録より、記録が得られた最上点と最下点の間の各層のS波速度とQ値を部分的に同定する問題を考える。層厚及び密度は、標準貫入試験等により比較的精度よく推定されるため既知とする。

いま、図-1において第p層上面、第q層下面、及び第r層下面において同時観測記録が得られているとし、以下では便宜上これらの点をそれぞれp点、q点、及びr点とする。これら各点での変位振幅を $u_p, u_q, u_r$ とし、せん断応力を $\tau_p, \tau_q, \tau_r$ とすると、重複反射理論より次の2式が得られる<sup>20)</sup>。

$$\begin{Bmatrix} u_q \\ \tau_q \end{Bmatrix} = [R_q] \begin{Bmatrix} u_p \\ \tau_p \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{Bmatrix} u_r \\ \tau_r \end{Bmatrix} = [R_r] \begin{Bmatrix} u_p \\ \tau_p \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、

$$[R_q] = [S_q][S_{q-1}][S_{q-2}] \dots [S_m] \dots [S_{p+1}][S_p] \dots (3)$$

$$[R_r] = [S_r][S_{r-1}][S_{r-2}] \dots [S_m] \dots [S_{p+1}][S_p] \dots (4)$$

上式に含まれる $2 \times 2$ 行列 $[S_m]$ ( $m=p, p+1, \dots, r-1,$

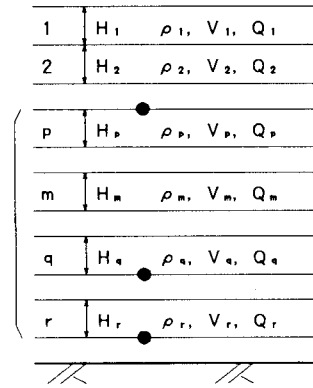


図-1 水平成層地盤モデル (●:地震観測点)

r) は第m層の状態を表す行列で、その成分は次式で与えられる。

$$\begin{cases} S_{m,11} = [\exp(ia_m\omega) + \exp(-ia_m\omega)]/2 \\ S_{m,12} = [\exp(ia_m\omega) - \exp(-ia_m\omega)]/(2ib_m\omega) \\ S_{m,21} = ib_m\omega[\exp(ia_m\omega) - \exp(-ia_m\omega)]/2 \\ S_{m,22} = S_{m,11} \end{cases} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 $\omega (= 2\pi f)$  は円振動数、 $i$  は虚数単位であり、係数 $a_m, b_m$ は次式のようになる。

$$a_m = H_m / (V_m \sqrt{1 + i/Q_m}) \dots\dots\dots (6)$$

$$b_m = \rho_m V_m \sqrt{1 + i/Q_m} \dots\dots\dots (7)$$

式(1)および(2)より次式が得られる。

$$u_q = R_{q,11}u_p + R_{q,12}\tau_p \dots\dots\dots (8)$$

$$u_r = R_{r,11}u_p + R_{r,12}\tau_p \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $R_{ij}$ は行列 $R$ の $ij$ 成分である。式(8)、(9)より $\tau_p$ を消去し、 $u_p$ について解くと

$$u_p = \frac{R_{r,12}u_q - R_{q,12}u_r}{R_{r,12}R_{q,11} - R_{r,11}R_{q,12}} \dots\dots\dots (10)$$

式(10)の関係よりq点、r点で得られる観測記録の複素フーリエスペクトルを $F_{q0}(f), F_{r0}(f)$ とすると、p点での複素フーリエスペクトル $F_p(f)$ を以下のように表すことができる。

$$F_p(f) = \frac{R_{r,12}F_{q0}(f) - R_{q,12}F_{r0}(f)}{R_{r,12}R_{q,11} - R_{r,11}R_{q,12}} \dots\dots\dots (11)$$

式(6)及び式(7)からわかるように、式(3)及び式(4)の行列 $[R_q], [R_r]$ を構成する $[S_m]$ は、部分的に同定される地盤各層の層厚 $H_m$ 、密度 $\rho_m$ 、S波速度 $V_m$ 及びQ値 $Q_m$ を含むから、式(11)の $F_p(f)$ はこれら地盤パラメータの非線形関数となる。ここで、地盤各層の層厚 $H_m$ 、及び密度 $\rho_m$ を既知とすると、同定すべきパラメータはS波速度 $V_m$ とQ値 $Q_m$ 、 $m=p, p+1, \dots, r+1, r$ となる。これら同定すべきパラメータを一般的に $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$ として、式(11)の $F_p(f)$

を  $F_p(f; \alpha)$  で表すと、パラメータ  $\alpha$  は、 $p$  点の観測記録より得られるスペクトル振幅  $|F_{p0}(f)|$  と式 (11) のスペクトル振幅の残差平方和を最小にする評価関数を用いて同定される。

$$Se = \sum_{i=1}^{Nf} \{|F_p(f_i; \alpha)| - |F_{p0}(f_i)|\}^2 \rightarrow \min \dots \dots \dots (12)$$

ここで、 $f_i$  は対象とする振動数領域を分割したときの  $i$  番目の振動数点、 $Nf$  はそのときの離散振動数点の数、また、 $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$  は同定すべきパラメータ、 $N$  はパラメータの数で  $N = 2(r - p + 1)$  である。

### 3. 地盤同定問題への平滑化の導入

観測記録には種々の原因によるノイズが含まれており、その大小がパラメータの推定精度と深くかかわっている。したがって、精度の高い同定結果を得るためには、ノイズの影響を低減する必要がある。ノイズの性質が明らかかな場合には、フィルターに通す等により除去することが可能であるが、一般にはわからない。そこで、周波数領域の解析では、スペクトルの平滑化がなされている。しかし、観測記録より得られるスペクトルを平滑化するとスペクトルに本来含まれている正しい情報がゆがめられるという問題があり、記録のみの平滑化では同定精度を向上させることができない。そこで、本研究では、観測値のみならず理論値をも平滑化することにより、地盤パラメータの同定精度を改良する方法<sup>(13), (19)</sup>を導入する。

前述の式 (12) の評価関数において、理論値と観測値の両方のスペクトルに平滑化を考慮すると、式 (12) の評価関数は次式のように表わされる。

$$Se = \sum_{i=1}^{Nf} \{|\hat{F}_p(f_i; \alpha)| - |\hat{F}_{p0}(f_i)|\}^2 \rightarrow \min \dots \dots \dots (13)$$

ここで、 $\hat{\phantom{x}}$  は平滑化を意味し、 $|\hat{F}_p(f_i; \alpha)|$ 、 $|\hat{F}_{p0}(f_i)|$  は次式のようになる。

$$|\hat{F}_p(f_i; \alpha)| = \sqrt{\sum_{k=-Nb}^{Nb} w_k |F_p(f_{i+k}; \alpha)|^2} \dots \dots \dots (14)$$

$$|\hat{F}_{p0}(f_i)| = \sqrt{\sum_{k=-Nb}^{Nb} w_k |F_{p0}(f_{i+k})|^2} \dots \dots \dots (15)$$

ここで、 $w_k$  は振動数点  $f_i$  においてパワースペクトルの平均をとるときの重み係数であり、 $Nb$  は平滑化バンド幅によって決まる振動数点の数を表している。

観測記録に含まれるノイズの影響を低減するために、以上のような平滑化を考慮した解析を行う。平滑化には種々のスペクトルウィンドウが用いられるが、以下の数値計算においては Parzen ウィンドウを用いる。

### 4. 改良 SLP 法による同定問題の解析法

上述の式 (12) または式 (13) を評価関数とした最小化問題を改良 SLP 法により解く方法<sup>(1)</sup>を示す。式 (12) の評価関数  $Se$  を未知パラメータ  $\alpha$  の初期値  $\alpha^{(0)}$  のまわ

りでテーラー展開して 2 次の項まで含む次式で近似する。

$$Se \approx Se^{(0)} + \sum_{j=1}^N \left( \frac{\partial Se}{\partial \alpha_j} \right)^{(0)} \Delta \alpha_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left( \frac{\partial^2 Se}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right)^{(0)} \Delta \alpha_j \Delta \alpha_k \dots \dots \dots (16)$$

ここで、上付の添字 (0) は初期値での値を示し、 $N$  は同定すべきパラメータの数、 $\Delta \alpha_j = \alpha_j - \alpha_j^{(0)}$  はパラメータ  $\alpha_j$  の増分量である。また、 $\partial Se / \partial \alpha_j$ 、 $\partial^2 Se / \partial \alpha_j \partial \alpha_k$  は評価関数  $Se$  の 1 次、及び 2 次の偏微分係数である。従来の SLP 法では、式 (16) の右辺第 2 項におけるパラメータ  $\alpha_j$  の増分量  $\Delta \alpha_j$  を次のような move limit の制約により、LP を用いて決定する。

$$-\xi \alpha_j \leq \Delta \alpha_j \leq \xi \alpha_j \dots \dots \dots (17)$$

式 (17) における  $\xi$  は、move limit を決定する係数であり、 $\xi = 0.02 \sim 0.2$  の値が用いられる。SLP 法では、各段階の増分量を求め解を修正していくと、最適解近傍で解が振動し、収束解を得るために多大の計算が必要となる。改良 SLP 法は、式 (16) が  $\Delta \alpha$  の 2 次関数の形であることに着目し、これに SLP 法を適用して解の収束性を改良するものである。説明の便宜上、式 (16) を次のように表す。なお、定数項  $Se^{(0)}$  は最小化とは無関係であるのでこれを省略する。

$$T = \sum_{j=1}^N D_j \beta_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N E_{jk} \beta_j \beta_k \dots \dots \dots (18)$$

ここで、

$$D_j = \left( \frac{\partial Se}{\partial \alpha_j} \right)^{(0)}, E_{jk} = \left( \frac{\partial^2 Se}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right)^{(0)} \dots \dots \dots (19)$$

$$\beta_j = \Delta \alpha_j, \beta_k = \Delta \alpha_k \dots \dots \dots (20)$$

式 (18) における係数  $D_j$  および  $E_{jk}$  は、各反復過程において一度だけ計算しておけばよい。式 (18) をテーラー展開して線形化すると、次式のようになる。

$$T \approx T^{(0)} + \sum_{j=1}^N \left( \frac{\partial T}{\partial \beta_j} \right)^{(0)} \Delta \beta_j \dots \dots \dots (21)$$

ここで、偏微分係数  $(\partial T / \partial \beta_j)^{(0)}$  は次式のようになる。

$$\left( \frac{\partial T}{\partial \beta_j} \right)^{(0)} = D_j + \sum_{k=1}^N E_{jk} \beta_k \dots \dots \dots (22)$$

また、この場合の  $\Delta \beta_j$  の move limit は次式で与えられ、この制約下で LP により解くことができる。

$$-\zeta \beta_{jm} \leq \Delta \beta_j \leq \zeta \beta_{jm} \dots \dots \dots (23)$$

ここで、 $\beta_{jm} = \xi \alpha_j$ 、 $\zeta$  は move limit を決定する係数であり、式 (17) の  $\xi$  と同様の値をとる。

ところで、上述の LP 問題を解く際に、制約条件が式 (23) の move limit のみであることを考慮すると、増分量  $\Delta \beta_j$  は以下のように簡単に求められる。

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial T}{\partial \beta_j}\right)^{(0)} \geq 0 \text{ のとき } \Delta\beta_j = -\zeta\beta_{jn} \\ \left(\frac{\partial T}{\partial \beta_j}\right)^{(0)} < 0 \text{ のとき } \Delta\beta_j = \zeta\beta_{jn} \end{cases} \dots\dots\dots(24)$$

なお、式 (18) の最小化問題の初期値は  $\beta_j=0(j=1, 2, \dots, N)$  である。式 (24) により  $\Delta\beta_j$  が求まると、次の過程では以下に示す値を用いて同様の過程を繰り返す。

$$\beta_j^{(1)} = \beta_j^{(0)} + \Delta\beta_j \dots\dots\dots(25)$$

そして、 $\beta_j$  が収束した時点で式 (16) の最適な増分量  $\Delta\alpha_j$  が決定され、 $\alpha_j$  が以下のように修正される。

$$\alpha_j^{(1)} = \alpha_j^{(0)} + \Delta\alpha_j \dots\dots\dots(26)$$

以上の過程を繰り返すことにより、最適解  $\alpha_j$  を求めることができる。

この手法では、式 (16)、(18) に含まれる 1 次、2 次の偏微分係数  $\partial Se/\partial \alpha_j$ 、 $\partial^2 Se/\partial \alpha_j \partial \alpha_k$  が必要である。これらについては、付録で詳述する。

5. 数値計算および考察

上述の部分同定法を用いて、特定の層の S 波速度と Q 値を部分同定する。本研究では、手法の妥当性、及び有用性を検討するため、実際の地震記録は用いず、モデル地盤を設定して、計算機シミュレーションによる数値計算を行った。解析に用いたモデル地盤の層厚、密度、S 波速度、及び Q 値を表一に示す。ここで、Q 値は S 波速度にほぼ比例するように設定した<sup>4)</sup>。図-2 は、このモデル地盤の S 波速度と Q 値の深さ方向の分布を示したものであり、このモデルの第 8 層、第 9 層、及び第 10 層の 3 層を部分同定する。部分同定法では、観測記録が 3 点で得られている必要がある。そのため、上述のモデル地盤において、第 8 層上面 (No.1)、第 9 層下面 (No.2) および第 10 層下面 (No.3) を各観測点 (図-2 の○点) とし、第 10 層下面の入力加速度波に最大加速度を 100 gal に基準化した El Centro 地震波 (NS 成分) を用いて、各観測点での応答加速度波を表一のパラメータと重複反射理論により求めた。図-3 はシミュレートした応答波形および入力波形 ( $\Delta t=0.02$  sec, 継続時間 20.48 sec) であり、これらはノイズを含まない観測記録として解析に用いられる。なお、改良 SLP 法による繰り返し回数は 100 回とし、評価関数は、帯域幅 0.1 Hz~20.0 Hz の振動数領域を 100 等分した振動数点でのスペクトルを対象にした。

以下では、観測記録がノイズを含まない場合の部分同定法の妥当性、ならびにノイズを含む場合の同定精度について検討する。

(1) 部分同定手法の妥当性の検討

表一に示すモデル地盤の第 8 層、第 9 層および第 10 層の 3 層を部分同定し、数値計算によりその妥当性を検討した。また、従来の一括同定法を用いた同定も行い、

表一 モデル地盤の諸元

層番号	層厚 (m)	密度 (t/m <sup>3</sup> )	S 波速度 (m/s)	Q 値
1	10	1.4	100	5
2	10	1.5	200	10
3	10	1.6	300	15
4	10	1.7	250	10
5	10	1.8	300	15
6	10	1.9	350	15
7	10	2.0	400	20
8	10	2.1	250	10
9	10	2.2	300	15
10	10	2.3	550	30

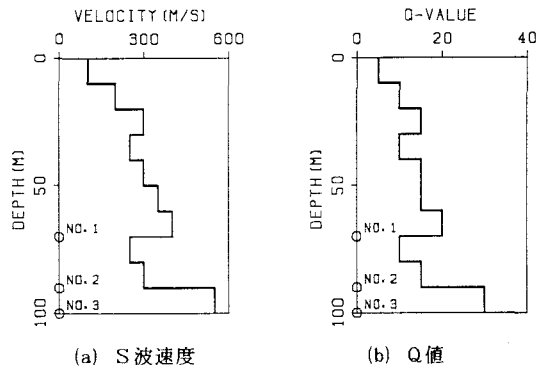


図-2 S 波速度と Q 値の深さ方向の分布

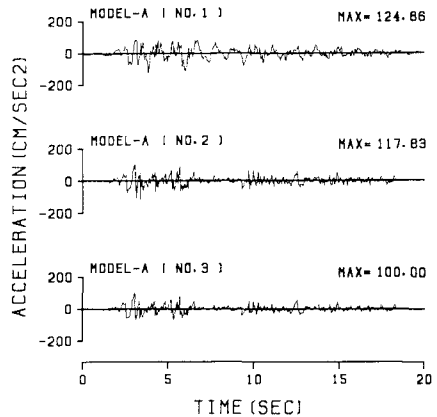
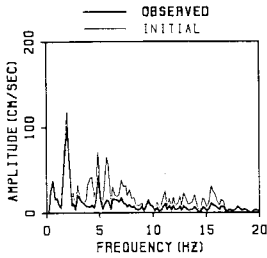


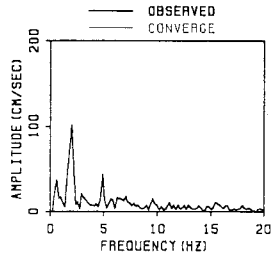
図-3 解析に用いた観測記録 (ノイズ 0%)

初期値を変化させた場合の真値への収束性を部分同定法と比較した。

最初に、同定の際の初期値を、表一に示す S 波速度と Q 値の 1.5 倍とし、図-2 の No.1 の記録のスペクトル振幅とその理論値との残差平方和を評価関数として、



(a) 観測値と初期値

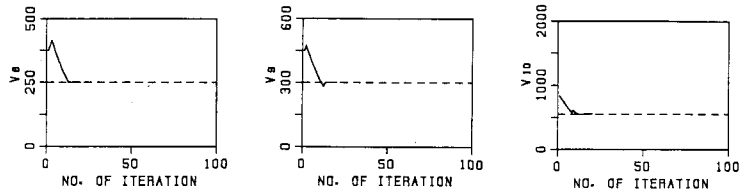


(b) 観測値と収束値

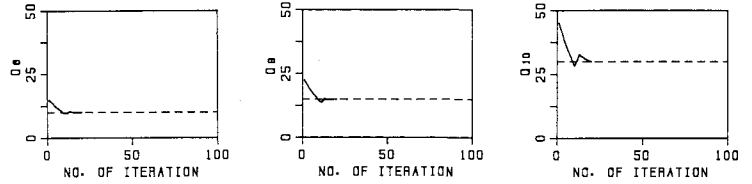
図-4 フーリエスペクトル振幅 (図-2の点 No.1)

モデル地盤の第8層, 第9層および第10層のS波速度とQ値を式(12)を用いて部分同定した。解析に用いた観測記録を図-3に示す。ただし, ここでの観測記録にはノイズは含まれないとした。図-4は, 同定すべきパラメータの初期値, 及び収束値に対する点No.1でのフーリエスペクトルの解析値(式(11)の $F_p(f)$ または式(12)の中の $F_p(f; \alpha)$ )と観測記録のフーリエスペクトル(図-3のNo.1の観測記録のフーリエスペクトルであり式(12)の中の $F_{p0}(f)$ , 以下では観測値と呼ぶ)を比較して示したものである。図において, (a)には観測値(太線)と初期値(細線)に対するフーリエスペクトルを, また, (b)には観測値(太線)と収束値(細線)に対するそれらを示す。ただし, 図(b)では観測値と収束値が完全に一致しているため, 両者は識別できない。図-5には, 各パラメータの収束状況を示す。図において, 破線がそれぞれの真値であり, 横軸は繰り返し回数, 縦軸は図(a)がS波速度, 図(b)がQ値である。この図より, 各パラメータは約20回程度の繰り返し回数で真値に収束することがわかる。以上の結果より, 部分同定法により, 特定の層のS波速度とQ値を精度よく同定できることがわかる。

次に, 初期値を真値の0.4~2.0倍で0.2刻みに変化させ, 部分同定法と一括同定法で同定を行い, 解の精度を比較した。部分同定法では, 先程と同様に下部の3層を同定する。他方, 一括同定法では, 表-1に示した10層すべてのS波速度とQ値を一度に同定することになるが, ここでは, 3層のみの同定精度を対象とする。表-2は, 両手法による同定精度を比較したもので, ○印



(a) S波速度



(b) Q値

図-5 S波速度とQ値の収束状況(部分同定)

表-2 初期値が同定結果に及ぼす影響

初期値	部分同定	一括同定
0.4	×	×
0.6	○	×
0.8	○	○
1.2	○	○
1.4	○	×
1.6	○	×
1.8	○	×
2.0	○	×

は解が真値に収束したもので, ×印は真値とは異なる値に収束したか, あるいは発散したものである。表-2より, 部分同定法では, 初期値がある程度離れた値からでも真値に収束することがわかる。しかし, 一括同定では, 一度に同定すべきパラメータが多くなり, 解曲面が複雑になるため, 真値に近い初期値を与えないと同定不能になる。これらのことから, ある特定の層の同定を目的とする場合, 一度に同定すべきパラメータを少なくすることが可能な部分同定法が有効であると考えられる。

(2) 平滑化を考慮した同定手法による解の精度

スペクトルの平滑化を考慮した手法を部分同定法に導入し, 観測記録がノイズを含む場合の推定精度を検討した。解析に用いた地盤モデルは, 前述の表-1で示したものとし, 記録が得られた観測点も同様とした。観測記録は, 図-3の応答波形および入力波形に対し, r. m. s. 強度で2%, 5%の有帯域ホワイトノイズをそれぞれ加えたものとし, これらをノイズ2%, 5%の観測記録とした。解析では, 乱数の初期値が異なる30組の有帯域ホワイトノイズを付加した観測記録を作成し, 同定を

表一3 部分同定における推定誤差 (平滑化の影響)  
[ノイズ 2% および 5%]

ノイズ (%)	バンド幅 (Hz)	S波速度のr.m.s.誤差 (%)			Q値のr.m.s.誤差 (%)		
		V <sub>0</sub>	V <sub>90</sub>	V <sub>10</sub>	Q <sub>0</sub>	Q <sub>90</sub>	Q <sub>10</sub>
2	0.0	1.1	1.1	0.6	37.0	27.1	56.1
	0.2	0.2	0.2	0.2	8.6	8.8	14.1
	0.4	0.2	0.2	0.2	5.8	6.4	10.5
	0.6	0.2	0.2	0.2	5.0	5.7	9.0
	0.8	0.2	0.2	0.2	4.4	5.6	7.6
	1.0	0.2	0.2	0.2	4.4	5.8	7.6
5	0.0	3.6	3.1	2.4	77.1	55.3	74.7
	0.2	0.6	0.5	0.5	15.6	20.2	22.8
	0.4	0.6	0.5	0.5	11.5	13.0	17.9
	0.6	0.6	0.5	0.5	8.9	10.3	17.4
	0.8	0.6	0.5	0.6	8.2	9.9	14.9
	1.0	0.7	0.5	0.6	8.4	9.5	15.3

行った。同定の際の各パラメータの初期値は、真値の 1.5 倍とした。また、評価関数としては、平滑化を考慮した式 (13) を用いた。表一3は、ノイズを含む各観測記録を用いて、平滑化バンド幅を 0.0~1.0 Hz まで 0.2 Hz 刻みで変化させて同定した場合の 30 組の観測記録に対する r.m.s. 誤差を % で示したものである。この表より、平滑化しない場合 (バンド幅 0.0 Hz) には、Q 値の r.m.s. 誤差の最大が、ノイズ 2% の場合で約 56%、また、ノイズ 5% の場合で 77% と極端に悪いことがわかる。しかし、平滑化を行った場合、どのバンド幅でも Q 値の r.m.s. 誤差は改善されている。特にノイズ 2% の場合、バンド幅 0.4 Hz 以上では、Q 値の r.m.s. 誤差が 10% 以下となり、ノイズ 5% でもバンド幅 0.8 Hz、1.0 Hz の場合には、15% 以下となっている。また、S 波速度については、どの場合でも 3% 以下の誤差内で同定された。このように、観測記録にノイズが含まれる場合、スペクトルの観測値と解析値を同時に平滑化すると、Q 値の推定精度が改善されることがわかる。

6. ま と め

本研究では、地中 3 点で得られた鉛直アレー観測記録を用いて、記録が得られた最上点と最下点の間の S 波速度と Q 値を、部分的に同定することを目的とした部分同定法を提案し、その妥当性を数値計算により検討した。さらに、従来の一括同定との比較を行い、その有用性もあわせて検討した。また、スペクトルの平滑化を同定手法に導入した場合の推定精度も検討した。本研究で得られた結果を要約すると、次のようになる。

(1) 水平成層地盤において、特定の層の部分同定が可能であることがわかった。また、S 波速度と Q 値の初期値を変化させて解析を行った結果、初期値がある程度真値と離れている場合でも同定が可能であり、精度面でも一括同定より優れている。

(2) 観測記録にノイズが含まれる場合、スペクトルの観測値と理論値を同時に平滑化する手法を用いると、Q 値の推定精度が改善される。

以上の結果より、部分同定法は、従来の一括同定法では同定不能である地盤モデルに対しても、同定が可能であり、観測記録にノイズが含まれている場合でも、平滑化を考慮することにより精度の良い推定値が得られることが明らかになった。

なお、本研究で提案した部分同定法を用いた実地盤の同定については、現在解析中であるので、別途報告したい。

[付録] 評価関数の 1 次および 2 次偏導関数

ここでは、式 (16)、(18) に含まれる 1 次、2 次の偏微分係数  $\partial Se / \partial \alpha_j$ 、 $\partial^2 Se / \partial \alpha_j \partial \alpha_k$  を求める。式の表示を簡単にするため、式 (12) を次式のように表す。

$$Se = \sum_{i=1}^{N_f} (F - F_0)^2 \rightarrow \min \dots \dots \dots (A-1)$$

ここで、 $F = |F_p(f; \alpha)|$ 、 $F_0 = |F_{p0}(f)|$  である。式 (A-1) を  $\alpha_j$  について偏微分すると次式のようになる。

$$\frac{\partial Se}{\partial \alpha_j} = 2 \sum_{i=1}^{N_f} (F - F_0) \frac{\partial F}{\partial \alpha_j} \dots \dots \dots (A-2)$$

上式をさらに  $\alpha_k$  について偏微分すると次式になる。

$$\frac{\partial^2 Se}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} = 2 \sum_{i=1}^{N_f} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \alpha_j} \frac{\partial F}{\partial \alpha_k} + (F - F_0) \frac{\partial^2 F}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right\} \dots \dots (A-3)$$

また、 $F$  は次式のようにも表すことができる。

$$F = \left| \frac{A}{B} \right| = \sqrt{\frac{AA^*}{BB^*}} \dots \dots \dots (A-4)$$

上式の  $A$ 、 $B$  は、式 (11) における分子、および分母であり、\* は共役であることを意味する。

$$A = R_{r-12} F_{q0}(f) - R_{q-12} F_{r0}(f) \dots \dots \dots (A-5)$$

$$B = R_{r-12} R_{q-11} - R_{r-11} R_{q-12} \dots \dots \dots (A-6)$$

以下では、式 (A-4) を用いて式 (A-2)、(A-3) に含まれる  $\partial F / \partial \alpha_j$ 、 $\partial^2 F / \partial \alpha_j \partial \alpha_k$  を求める。 $F$  を  $\alpha_j$  について偏微分すると次式のようになる。

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha_j} = \frac{1}{2} H^{-1/2} \left( \frac{C_1 - C_2}{E} \right) \dots \dots \dots (A-7)$$

ここで、 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $E$ 、 $H$  は、次のようになる。

$$\begin{cases} C_1 = \left( \frac{\partial A}{\partial \alpha_j} A^* + A \frac{\partial A^*}{\partial \alpha_j} \right) B B^* \\ C_2 = A A^* \left( \frac{\partial B}{\partial \alpha_j} B^* + B \frac{\partial B^*}{\partial \alpha_j} \right) \dots \dots \dots (A-8) \\ E = (B B^*)^2 \\ H = A A^* / B B^* \end{cases}$$

式 (A-7) を  $\alpha_k$  について偏微分すると次式のようになる。

$$\frac{\partial^2 F}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} = \frac{1}{4E^2} \left[ 2H^{-1/2} \left\{ \left( \frac{\partial C_1}{\partial \alpha_k} - \frac{\partial C_2}{\partial \alpha_k} \right) E - (C_1 - C_2) \frac{\partial E}{\partial \alpha_k} \right\} \right]$$

$$-H^{-3/2}(G_1-G_2)(C_1-C_2) \dots\dots\dots (A-9)$$

ここで、 $G_1, G_2, \partial C_1/\partial \alpha_k, \partial C_2/\partial \alpha_k, \partial E/\partial \alpha_k$  は、次式で表される。

$$\left\{ \begin{aligned} G_1 &= \left( \frac{\partial A}{\partial \alpha_k} A^* + A \frac{\partial A^*}{\partial \alpha_k} \right) B B^* \\ G_2 &= A A^* \left( \frac{\partial B}{\partial \alpha_k} B^* + B \frac{\partial B^*}{\partial \alpha_k} \right) \\ \frac{\partial C_1}{\partial \alpha_k} &= \left( \frac{\partial^2 A}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} A^* + \frac{\partial A}{\partial \alpha_j} \frac{\partial A^*}{\partial \alpha_k} + \frac{\partial A}{\partial \alpha_k} \frac{\partial A^*}{\partial \alpha_j} \right. \\ &\quad \left. + A \frac{\partial^2 A^*}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right) B B^* + \left( \frac{\partial A}{\partial \alpha_j} A^* + A \frac{\partial A^*}{\partial \alpha_j} \right) \left( \frac{\partial B}{\partial \alpha_k} B^* + B \frac{\partial B^*}{\partial \alpha_k} \right) \\ \frac{\partial C_2}{\partial \alpha_k} &= \left( \frac{\partial^2 B}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} B^* + \frac{\partial B}{\partial \alpha_j} \frac{\partial B^*}{\partial \alpha_k} + \frac{\partial B}{\partial \alpha_k} \frac{\partial B^*}{\partial \alpha_j} \right. \\ &\quad \left. + B \frac{\partial^2 B^*}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right) A A^* + \left( \frac{\partial A}{\partial \alpha_k} A^* + A \frac{\partial A^*}{\partial \alpha_k} \right) \left( \frac{\partial B}{\partial \alpha_j} B^* + B \frac{\partial B^*}{\partial \alpha_j} \right) \\ \frac{\partial E}{\partial \alpha_k} &= 2 B B^* \left( \frac{\partial B}{\partial \alpha_k} B^* + B \frac{\partial B^*}{\partial \alpha_k} \right) \end{aligned} \right. \dots\dots\dots (A-10)$$

式 (A-8), (A-10) に含まれる  $A, B$  の 1 次と 2 次の偏微分係数は、式 (A-5), (A-6) より以下のようにになる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial \alpha_j} &= \frac{\partial r_{12}}{\partial \alpha_j} F_{r_0}(f) - \frac{\partial q_{12}}{\partial \alpha_j} F_{r_0}(f) \\ \frac{\partial B}{\partial \alpha_j} &= \frac{\partial r_{12}}{\partial \alpha_j} q_{11} + r_{12} \frac{\partial q_{11}}{\partial \alpha_j} - \frac{\partial r_{11}}{\partial \alpha_j} q_{12} - r_{11} \frac{\partial q_{12}}{\partial \alpha_j} \\ \frac{\partial^2 A}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} &= \frac{\partial^2 r_{12}}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} F_{r_0}(f) - \frac{\partial^2 q_{12}}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} F_{r_0}(f) \\ \frac{\partial^2 B}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} &= \frac{\partial^2 r_{12}}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} q_{11} + \frac{\partial r_{12}}{\partial \alpha_j} \frac{\partial q_{11}}{\partial \alpha_k} + \frac{\partial r_{12}}{\partial \alpha_k} \frac{\partial q_{11}}{\partial \alpha_j} \\ &\quad + r_{12} \frac{\partial^2 q_{11}}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} - \left( \frac{\partial^2 r_{11}}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} q_{12} + \frac{\partial r_{11}}{\partial \alpha_j} \frac{\partial q_{12}}{\partial \alpha_k} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial r_{11}}{\partial \alpha_k} \frac{\partial q_{12}}{\partial \alpha_j} + r_{11} \frac{\partial^2 q_{12}}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right) \end{aligned} \right. \dots\dots\dots (A-11)$$

ここで、 $q_{11}=R_{q-11}, q_{12}=R_{q-12}, r_{11}=R_{r-11}, r_{12}=R_{r-12}$  である。式 (A-11) に含まれる  $q_{11}, q_{12}, r_{11}, r_{12}$  の 1 次、2 次の偏微分係数を以下に示す。

いま、 $q_{11}, q_{12}$  の偏微分係数に注目すると、これらは式 (3) で示した行列  $[R_q]$  の (1,1), (1,2) である。 $[R_q]$  を再度書くと、

$$[R_q] = [S_q] [S_{q-1}] [S_{q-2}] \dots [S_m] \dots [S_{p+1}] [S_p] \quad (A-12)$$

行列  $[S_m]$  の各要素は式 (5) であるから、以下では、 $\alpha_j, \alpha_k$  をもとにもどし、 $V_j, Q_j$  または  $V_k, Q_k$  で表すことにする。このとき、行列  $[R_q]$  の  $V_j, Q_j$  に関する 1 次偏微分係数は次のようになる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial [R_q]}{\partial V_j} &= [S_q] [S_{q-1}] \dots \frac{\partial [S_j]}{\partial V_j} \dots [S_{p+1}] [S_p] \\ \frac{\partial [R_q]}{\partial Q_j} &= [S_q] [S_{q-1}] \dots \frac{\partial [S_j]}{\partial Q_j} \dots [S_{p+1}] [S_p] \end{aligned} \right.$$

$$\dots\dots\dots (A-13)$$

$[R_q]$  の  $V_j, Q_j$  または  $V_k, Q_k$  に関する 2 次偏微分係数は以下のようにになる。

$[j=k]$  の場合

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 [R_q]}{\partial V_j^2} &= [S_q] [S_{q-1}] \dots \frac{\partial^2 [S_j]}{\partial V_j^2} \dots [S_{p+1}] [S_p] \\ \frac{\partial^2 [R_q]}{\partial Q_j^2} &= [S_q] [S_{q-1}] \dots \frac{\partial^2 [S_j]}{\partial Q_j^2} \dots [S_{p+1}] [S_p] \\ \frac{\partial^2 [R_q]}{\partial V_j \partial Q_j} &= [S_q] [S_{q-1}] \dots \frac{\partial^2 [S_j]}{\partial V_j \partial Q_j} \dots [S_{p+1}] [S_p] \end{aligned} \right. \dots\dots\dots (A-14)$$

$[j \neq k]$  の場合

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 [R_q]}{\partial V_j \partial V_k} &= [S_q] [S_{q-1}] \dots \frac{\partial [S_j]}{\partial V_j} \dots \frac{\partial [S_k]}{\partial V_k} \dots [S_{p+1}] [S_p] \\ \frac{\partial^2 [R_q]}{\partial Q_j \partial Q_k} &= [S_q] [S_{q-1}] \dots \frac{\partial [S_j]}{\partial Q_j} \dots \frac{\partial [S_k]}{\partial Q_k} \dots [S_{p+1}] [S_p] \\ \frac{\partial^2 [R_q]}{\partial V_j \partial Q_k} &= [S_q] [S_{q-1}] \dots \frac{\partial [S_j]}{\partial V_j} \dots \frac{\partial [S_k]}{\partial Q_k} \dots [S_{p+1}] [S_p] \end{aligned} \right. \dots\dots\dots (A-15)$$

式 (A-13)~(A-15) に含まれる行列  $[S_j]$  の 1 次、2 次の偏微分係数の各要素は、式 (5) を  $V_j, Q_j$  または  $V_k, Q_k$  で偏微分することにより容易に得られる。以上のようにして、式 (A-13)~(A-15) より得られた  $[R_q]$  の偏微分係数の (1,1), (1,2) 成分が、 $q_{11}, q_{12}$  の偏微分係数となる。 $r_{11}, r_{12}$  の 1 次、2 次の偏微分係数については、同様にして得られるので省略する。

ところで、式 (13) の平滑化を考慮した評価関数を用いる場合、式 (A-2), (A-3) は次式のようにになる。

$$\frac{\partial Se}{\partial \alpha_j} = 2 \sum_{i=1}^{N_f} (\hat{F} - \hat{F}_0) \frac{\partial \hat{F}}{\partial \alpha_j} \dots\dots\dots (A-16)$$

$$\frac{\partial^2 Se}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} = 2 \sum_{i=1}^{N_f} \left\{ \frac{\partial \hat{F}}{\partial \alpha_j} \frac{\partial \hat{F}}{\partial \alpha_k} + (\hat{F} - \hat{F}_0) \frac{\partial^2 \hat{F}}{\partial \alpha_j \partial \alpha_k} \right\} \dots (A-17)$$

ここで、 $\hat{\phantom{x}}$  は平滑化を意味し、上式に含まれる偏微分係数  $\partial \hat{F} / \partial \alpha_j, \partial^2 \hat{F} / \partial \alpha_j \partial \alpha_k$  は式 (A-7), (A-8) を式 (14) と同じ重み係数で平滑化すると得られる。

参 考 文 献

- 1) Hardin, B.O. and V.P. Drnevich : Shear modulus and damping in soil ; Design equations and curves, ASCE, Vol.98, No.SM7, pp.667~692, 1972.
- 2) 石原研而 : 土質動力学の基礎, 鹿島出版会, pp.136~208, 1982 年.
- 3) 木下繁夫 : 表層地盤の減衰特性に関する考察, 土木学会論文集, 第 330 号, pp.15~25, 1983 年.
- 4) 正木和明・飯田淑事 : 軟弱地盤の  $Q$  値と  $S$  波速度・ $N$  値との関係, 地震, 第 33 巻, pp.392~394, 1980 年.
- 5) 坂山利彦・殿内啓司 : PS 検層における反射  $S$  波を利用した減衰  $h$  の算出について, 第 18 回土質工学研究発表会発表講演集, pp.513~514, 1983 年.
- 6) Katayama, T., F. Yamazaki, S. Nagata, L. Lu and T.

- Turker : Development of strong motion database for the Chiba seismometer array, Earthquake Disaster Mitigation Engineering, Institute of Industrial Science, University of Tokyo, 1990.
- 7) 杉戸真太・亀田弘行・高山 聡：地震動アレー観測記録データベース (SMARD) の開発, 京大耐震研究報告, No. 87-4, 1987 年.
- 8) 震災予防協会：強震動アレー観測, No. 1, 1993 年.
- 9) 太田 裕：地震工学への最適化法の適用, 日本建築学会論文報告集, 第 229 号, pp. 35~41, 1975 年.
- 10) 辻原 治・沢田 勉・谷 高博：鉛直アレー観測記録による地盤震動特性値の同定, 構造工学論文集, Vol. 36 A, pp. 747~756, 1990 年.
- 11) 沢田 勉・辻原 治・平尾 潔・山本英史：地盤の S 波速度と Q 値の同定問題における SLP 法の改良とその適用, 土木学会論文集, No. 446 / I -19, pp. 205~213, 1992 年.
- 12) 武村雅之・池浦友則・高橋克也・石田 寛・大島豊：堆積地盤における地震波減衰特性と地震動評価, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 446 号, pp. 1~11, 1993 年.
- 13) 佐藤智美：観測記録から同定した地震動の統計的特性と地盤の非線形性を考慮した地震動予測に関する研究, 清水建設 ORI 研究報告 93-04 (東北大学博士論文), pp. 1~125, 1993 年.
- 14) 末富岩雄・中村 晋：強震時における表層地盤の Q 値について, 第 8 回日本地震工学シンポジウム論文集, pp. 589~593, 1990 年.
- 15) 今井常雄・殿内啓司・兼森 孝：原位置における上の減衰定数 ( $k$ ) の測定, 第 15 回地震工学研究発表会講演概要, pp. 17~20, 1979 年.
- 16) 小林喜久二・阿部康彦・天地文男：地盤の減衰特性とその定式化, 竹中技術研究報告, 第 44 号, pp. 37~45, 1990 年.
- 17) 野沢是幸・大木晴雄・安中 正：減衰の周波数依存性を考慮した 1 次元波動理論による地盤の増幅特性の解析法, 第 19 回地震工学研究発表会講演概要, pp. 109~112, 1987 年.
- 18) 杉戸真太・合田尚義・増田民雄・悦永賢司：周波数特性を考慮した等価線形化法による地震応答解析, 第 22 回地震工学研究発表会講演概要, pp. 343~346, 1993 年.
- 19) 辻原 治・沢田 勉・平尾 潔・岡本 康：地盤の S 波速度と Q 値の同定精度に及ぼすスペクトルの平滑化の影響, 構造工学論文集, Vol. 39 A, pp. 783~792, 1993 年.
- 20) 土岐憲三：新体系土工学・構造物の耐震解析, 技報堂出版, pp. 80~91, 1981 年.
- 21) 岡本 康・沢田 勉・平尾 潔・辻原 治：鉛直アレー観測記録による地盤の S 波速度と Q 値の部分同定に関する研究, 第 22 回地震工学研究発表会講演概要, pp. 255~258, 1993 年.

(1993. 7. 11 受付)

## DEVELOPMENT OF LOCALIZED IDENTIFICATION OF S-WAVE VELOCITY AND QUALITY FACTOR IN SUBSURFACE LAYERS OF GROUND

Tsutomu SAWADA, Yasushi OKAMOTO, Kiyoshi HIRAO and Osamu TSUJIHARA

It is very important to estimate the dynamic soil properties of real ground under earthquake motions. In this study, we have developed the localized identification technique which can estimate the dynamic soil properties, e.g., S-wave velocity and quality factor, in the local part of subsurface layers of the ground. In numerical analysis, 10 layers model is used in which S-wave velocities and quality factors of the lower 3 layers in the model are identified. It has been found from numerical example that the proposed technique is very effective for identification of local part of subsurface layers.