

道路網感度分析のためのカット行列および OD-カット行列の作成手法に関する研究

梶谷有三*・田村 亨**・斉藤和夫***

本研究は、道路網全体として受け入れ可能な最大交通量を表す道路網容量を通して道路網感度分析を行うために必要なカット行列および OD-カット行列の作成手法について考察したものである。本研究においては、各 OD 交通の経路選択挙動を考慮できるとともに、大規模な道路網にも適用可能な配分シミュレーション法を基に、道路網容量を規定する最小カットよりフロー水準の大きいカットを逐次探索してカット行列および OD-カット行列を作成するアルゴリズムを開発した。

Key Words : sensitivity analysis, road network capacity, cut matrix, OD-cut matrix, traffic assignment simulation

1. はじめに

道路網の感度分析とは、道路網を評価する要因に影響を与える条件が変化したとき、評価要因がどのような影響を受けるかという影響度を把握することと考えられる。したがって、道路網を評価し得る要因に対しての各種の感度分析が考えられるが、本研究においては道路網全体として受け入れ可能な最大交通量を表す道路網容量を通して行う¹⁾。この道路網容量は、容量を中心としたネットワーク計画における量的評価要因として、また次のような既存道路網の交通処理能力を超えるような自動車交通需要の増大に対する各種の計画を考えるうえでも重要な要因である。①計画道路網の交通処理能力の把握、②道路網容量の増強計画、③自動車交通量の抑制計画、④公共輸送機関への転換計画、あるいは⑤土地開発利用への規制計画、などである²⁾。

道路網容量は、一般に「各リンク（道路区間）の交通容量が与えられたとき、ODパターン（OD構成比）を保持しつつ処理可能な最大トリップ数」と定義されていることから²⁾、道路網容量はネットワーク特性およびフロー特性によって規定されることになる。すなわち、道路網容量による道路網の感度分析とは、ネットワーク特性としての各リンクの交通容量あるいはフロー特性としての OD 交通などがそれぞれ変化したとき、道路網容量がどのような影響を受けるかを定量的に分析することである。著者らは、この感度分析を行うために道路網容量を規定する最小カット（すべてのカットのうちでフロー水準が最小のカット）を含めてよりフロー水準の大

きいカットを逐次探索するとともに、これら探索されたカットから道路網感度分析のためのカット行列および OD-カット行列の作成を試みてきた¹⁾。カット行列は、道路網を構成する各リンクがいずれのフロー水準のカットに含まれているかどうかを、また OD-カット行列は、道路網上の各 OD 交通がいずれのカットを通過しているかどうかを、それぞれ表現するものである。したがって、これらの行列を通してリンクの交通容量あるいは OD 交通等の変化が道路網容量に及ぼす影響を容易に分析することができる。そして、これらの行列は、前述のような道路網容量に係わる各種の問題へ適用することが可能である³⁾⁻⁵⁾。

しかしながら、従来カット行列及び OD-カット行列作成に必要なカットの探索は、道路網容量増強問題を LP 問題（線形計画問題）として定式化するとともに、LP 問題の相補性定理を基礎に考察されてきた¹⁾。LP 問題を基礎にしたカットの探索は、LP 問題の定式化にあたって各 OD 交通の走行可能な経路を事前に選定しているとはいえ、必ずしも各 OD 交通の経路選択挙動を十分踏まえたものとはなっていない。すなわち、LP 問題による各リンクの配分交通量は、ある目的関数を最適化するようなシステム最適配分として求められているため、ネットワーク上における配分交通量が実際の交通流を反映したものになっていない場合もある。また、実際の大規模な道路交通網への適用にあたっては、取り扱う変数が膨大となって演算上種々の困難が伴うなどが指摘されてきた^{2), 6), 7)}。

そこで、本研究では、各 OD 交通の経路選択挙動を考慮できるとともに大規模な道路網にも適用可能な配分シミュレーション法を基に、道路網容量の算定手法および道路網容量による道路網感度分析のためのカット行列、OD-カット行列の作成手法について考察した。2. においては、道路網容量を規定する最小カットの探索

* 正会員 工博 苫小牧工業高等専門学校助教
土木工学科 (〒059-12 苫小牧市錦岡 443 番地)

** 正会員 工博 室蘭工業大学助教
工学部建設システム工学科

*** 正会員 工博 室蘭工業大学教授
工学部建設システム工学科

および道路網容量の算定手法について考察した。3. では、最小カットよりフロー水準の大きいカットの探索手法を考察するとともに、カット行列および OD—カット行列の作成手法について考察した。また、4. では容量超過リンク出現に伴うネットワークの非連結性の検定法およびカットの探索法について考察した。そして、5. ではこれらの手法を 10 ノードモデルへ適用した計算結果について述べた。

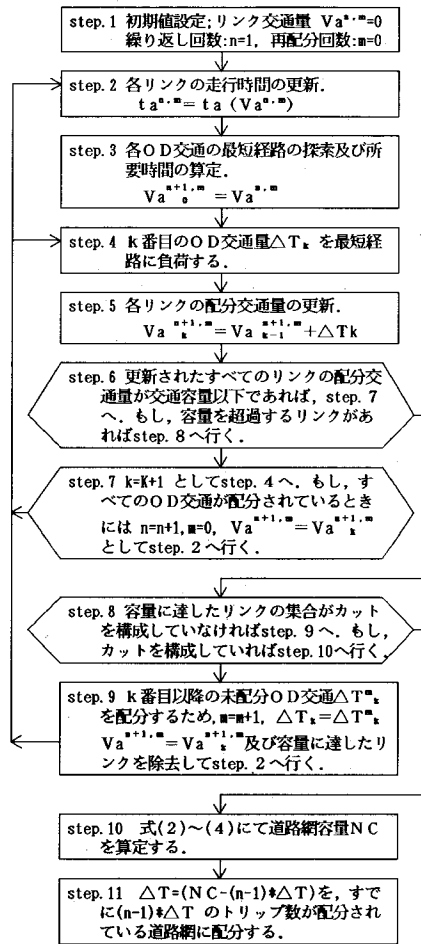
2. 道路網容量の算定手法

道路網容量の算定手法としては、LP 法、カット法および配分シミュレーションによる方法などが提案されてきたが²⁾、本研究においては、前述のように OD 構成比一定のもとで総トリップを漸次増加させながら各 OD 交通を分割等時間配分で行う配分シミュレーション法^{8),9)}を用いて道路網容量の算定を行う。この配分シミュレーション法を基に道路網容量を求めるときには、OD 交通量を順次配分する過程でネットワークの非連結性の検討、いわゆる道路網容量を規定する最小カットの探索についても考えなければならない。LP 法およびカット法では最適解等を通して容易に最小カットが探索されるが、配分シミュレーション法においては次のような 2 つの方法がある。ひとつは、配分の段階ごとにリンク交通量を調べ、配分交通量が当該リンクの交通容量に達したあるいは超過したリンクの集合がカットを構成しているかどうかを検討する方法がある⁹⁾。他のひとつは、総トリップを漸次増加させる段階で、容量に達したあるいは超過したリンクを順次除去してゆき、除去されたリンクの集合がカットを構成するかどうかを検討する方法である^{9),10)}。本研究においては、需要（各リンクの配分交通量）と供給（各リンクの交通容量）のバランスを考慮した最小カットを求めるとともに、3. で述べる最小カットよりフロー水準の大きいカットを逐次探索することを考慮して後者の方法を用いる。すなわち、各リンクの配分交通量が当該リンクの交通容量を超過することがないときの道路網容量を求めるとする。そうすると、ある配分段階で交通容量に達したリンクが出現したときには、その配分段階で当該リンクを配分対象経路とする OD 交通のなかには他の経路に再配分しなければならないものもある。このことを踏まえた道路網容量の算定および道路網容量を規定する最小カットの探索に関する手順は、図—1 に示すフローチャートのように以下となる。

step. 2 は、各リンクの走行時間 $t_a(V_a)$ の計算であり、ここでは式 (1) の BPR (Bureau of Public Roads) タイプの関数を用いることとする。

$$t_a(V_a) = t_{a0}(1 + r(V_a/C_a)^k) \dots \dots \dots (1)$$

ここで、
 V_a : リンク交通量



図—1 道路網容量の算定手順

- C_a : リンク a の交通容量
- t_{a0} : $V_a=0$ のときの走行時間
- r, k : パラメータ

step. 3 は、step. 4 で OD 交通量 (ΔT_k) を配分するため、step. 2 で求められた各リンクの走行時間を用いて各 OD 交通の最短経路の探索および所要時間の算定を行う。

step. 4, 5 は、OD 交通量 $\Delta T_k (= \Delta T \times p_k)$ を各 OD 交通の最短経路に負荷して各リンクの配分交通量を更新する。ここで、 p_k は各 OD 交通の構成比である。

step. 6, 7 は、step. 5 で更新された配分交通量が当該リンクの交通容量 C_a を超えているかどうかを検討する。もし、すべてのリンクが交通容量以下のときには、step. 7 へ行き、step. 4~6 をすべての OD 交通が配分されるまで繰り返す。そして、すべての OD 交通配分終了の時には step. 2 へ行き、次のトリップ数 ΔT を配分する。

一方、配分交通量が交通容量に達したリンクがあると

きには step. 8 へ行く。

step. 8 は、交通容量に達したリンクの集合（あるいは部分集合）がカットを構成しているかどうかを検討するものであり、このネットワークの非連結性の検定およびカットの探索は 4. (1), (2) の手順を通して行う。

step. 9 は、OD 交通を順次配分する過程で交通容量に達したリンクが出現したとき、当該リンクを最短経路とする未配分の OD 交通の交通量 ΔT_k^m を他の経路に配分するプロセスである。このとき、未配分の OD 交通だけを対象に再配分を行うため、交通容量に達したリンクを除去して step. 2~8 を行う。

step. 10 は、step. 8 で探索されたカットを対象に、通過する OD 構成比の和 P_i およびフロー水準 F_i を求める。ここで、式 (2) は総トリップ数 $n \cdot \Delta T$ を配分しようとするときに、カット i を通過しようとする需要交通量（カットを構成するリンクの交通容量の和（カット容量）と未配分 OD 交通量の和とからなる）と総トリップ数の比から当該カットを通過する OD 構成比の和 P_i を求めるものであり、式 (3) はカット容量と P_i から当該カットのフロー水準 F_i を求めようとするものである。なお、未配分 OD 交通量の和を求めるとき、カットを 2 度通過しようとする OD 交通に対しては 2 倍する必要がある。そうすると、式 (4) に示すようにフロー水準の最小値が道路網容量 NC となり、最小のフロー水準値を取るカットが最小カットとなる。

$$P_i = \left(\sum_{a \in T_i} C_a + \sum_{k \in K} \Delta T_k^m \right) / n \cdot \Delta T \dots\dots\dots (2)$$

$$F_i = \sum_{a \in T_i} C_a / P_i \dots\dots\dots (3)$$

$$NC = \min \{ F_i \} \dots\dots\dots (4)$$

- T_i : カット i を構成するリンクの集合
- R : カット i の出現に伴って配分不可能となった未配分 OD 交通の集合

なお、ここではある総トリップ数のときに、多数の容量超過リンクが出現して数本のカットが同時に探索される場合もあることを想定しているが、step. 8 で探索されたカットが 1 本のみときには、式 (3) のフロー水準の値が道路網容量そのものとなる。

step. 11 は、2. で考察する最小カットよりフロー水準の大きいカットを探索するために必要な、道路網容量に相当する総トリップを配分したときの各リンクの配分交通量及び配分率を求める。

以上、従来用いられている配分シミュレーション法(分割等時間配分で行う方法)の手順を基に、各リンクの配分交通量が交通容量を超えることがないリンクからなる最小カットが探索できるとともに、道路網容量をも容易に算定することができる。

3. カット行列および OD—カット行列の作成手法

(1) カット行列の作成手法

カット行列作成のためには、道路網容量増強問題によってカット探索を試みたと同様に、道路網容量を規定する最小カットのみならず最小カットよりさらにフロー水準の大きいカットを逐次探索しなければならない。そして、この最小カットよりフロー水準の大きいカットを探索する場合には、道路網容量を超えるような交通需要に対して各 OD 交通をどのように処理するか、あるいは最小カットも含め容量不足となるカットを構成する各リンクの容量増強をどのようにするかなどの問題がある。本研究においては、従来の LP 問題によるカット探索手法の考え方を踏まえるとともに、前述のように需要と供給のバランスを考慮したカットを探索すること、および演算を容易にすること等を考えて次のような仮定を設けた。①道路網容量を超える総トリップ数を配分するとき、最小カットも含めて容量不足となるカットにおいては、当該カットを通過すると思われる交通需要を十分に処理できるだけの容量増強が行われる。②すなわち、最小カット及び容量不足カットを構成するリンクでは、道路網容量に相当する総トリップを配分したときの各リンクの配分交通量の比率を考慮して容量増強が行われるものとする。③そして、道路網容量を超える総トリップ数の配分は、容量不足カットを構成するリンクが容量増強された道路網を対象に行う。そして、これらの前提のもとに、道路網容量の算定と同様に配分シミュレーション法を基にカットの探索を試みた。

そうすると、カット行列の作成手法は以下となる。

step. 1 2. の step. 11 で得られた道路網容量に相当する交通需要（総トリップ数）を配分したときの各リンクの配分交通量 V_a から、式 (5) で各リンクの配分交通量の比率（配分率） W_a を求める。

$$W_a = V_a / NC \dots\dots\dots (5)$$

step. 2 総トリップ数 NC がすでに配分されている道路網に、逐次 ΔT のトリップ数を配分するため、最小カットを構成するリンクに対してはそれぞれ式 (6) で求められる容量増強 ΔC_a を行う。ここで、 n は ΔT を配分する繰り返し回数である。

$$\Delta C_a = n \cdot \Delta T \cdot W_a \dots\dots\dots (6)$$

step. 3 容量増強された道路網を対象に、各 OD 交通量 $\Delta T_k (= \Delta T \cdot p_k)$ を逐次配分するために、道路網容量の算定手順の 2. の step. 2~9 を繰り返す。

step. 4 step. 3 の各 OD 交通量を配分する過程で、容量に達したリンクの集合がカットを構成するときには、当該カット i のフロー水準 F_i を式 (7) で求める。

なお、ネットワークの非連結性の検定およびカットの探索については、前述のように 4. (1), (2) の手順を通して行う。

$$F_i = \sum_{a \in T_i} C_a / \sum_{a \in T_i} W_a \dots\dots\dots (7)$$

step.5 step.4 で探索されたカット i を構成するリンクに対しては、それぞれ式 (8) で求められる容量増強 ΔC_a^i を行う。ここで、 ΔC_a^i は交通需要 $(NC+n \cdot \Delta T)$ を配分しようとしたとき、カット i のフロー水準 F_i が交通需要以下のために、カット i を構成するリンクにおいて容量増強しなければならない値である。

$$\Delta C_a^i = (NC+n \cdot \Delta T - F_i) \cdot W_a \dots\dots\dots (8)$$

このとき、カット i を構成するリンクのうち、すでに容量増強されているリンクの ΔC_a が ΔC_a^i より大きいときには、当該リンクの ΔC_a を変える必要はない。

step.6 カット i の発生によって配分されていない OD 交通量 ΔT_k を配分するため step.3 へ行く。

step.7 step.3~6 をすべての OD 交通量が配分されるまで繰り返す。もし、配分終了の時には step.8 へ行く。

step.8 次の ΔT を配分するために $n=n+1$ とする。また、すでに探索されている最小カット及び容量不足カットそれぞれに対して、当該カットを構成するリンクに対して容量増強すべき値を式 (6), (8) で求める。そして、式 (9) で各リンクの容量増強すべき値 ΔC_a を求めて step.3~7 を繰り返す。

$$\Delta C_a = \max \{ \Delta C_a^1, \dots, \Delta C_a^i, \dots, \Delta C_a^n \} \dots\dots\dots (9)$$

w : 最小カットを含めて探索された容量不足カットの本数

step.9 step.3~8 を感度分析に必要なカットを考慮して、あるトリップ数 $(n\Delta T)$ に達するまで行う。

step.10 最小カットも含め step.9 までに探索されたカットを対象に 4. (2) の手順を行い、あるフロー水準 $(n\Delta T)$ 以下のすべてのカットを探索する。

step.11 最小カットを含め step.9~10 で探索されるすべてのカットのフロー水準を式 (7) で求め、フロー水準の大小順にカットを並び変えてカット行列 C を作成する。ここで、行列 C の要素 C_{ij} はカット i がリンク j を含むとき 1、そうでないとき 0 を取る。

以上のような手順を通して、最小カットよりフロー水準の大きいカットを探索することができるとともに、カット行列も容易に作成できる。なお、step.10 は感度分析のためのあるフロー水準以下のすべてのカットを探索する手順であり、step.11 は探索されたすべてのカットをフロー水準の大小順に並びかえる手順である。これらの手順は、LP 問題による容量増強問題と同様に、本研究においても前述の仮定 1)~3) の下でひとつの容量増強方法を通してカット探索を行っているために必要である。すなわち、道路網容量を超える交通需要を配分し

ようとするとき、最小カットも含め容量不足カットにおいては容量増強がされているため、容量増強されたリンクを含む他のカットはフロー水準が大きくなってカットとして発生することができないためである。

(2) OD—カット行列の作成手法

OD—カット行列は、一般に各 OD 交通がいずれのカットを通過するかどうかを表現するものである。従来の OD—カット行列の作成においては、カットの発生によって分離された排他的な 2 つのノード集合間の OD 交通のみを対象に行われてきた^{1),11)}。しかしながら、道路網容量の算定でも述べられているように、各 OD 交通の経路選択挙動を踏まえるときには、カットの発生によって発生・集中不可能になる OD 交通、すなわち排他的な 2 つのノード集合間の OD 交通のみならず同じカットを 2 度通過する OD 交通についても十分に考慮すべきことが指摘されている⁶⁾。そこで、本研究では以下のように同じカットを 2 度通過する OD 交通をも踏まえた OD—カット行列の作成手法について考察する。

step.1 2. の道路網容量の算定手順において、道路網容量に相当する総トリップ数を配分したときの各 OD 交通の配分対象経路、経由するリンクおよび配分交通量を求めておく。

step.2 step.1 の結果を基に、各 OD 交通の各配分対象経路が、それぞれいずれのリンクを通過するかを表す経路行列 R を作成する。

step.3 各 OD 交通の各配分対象経路が、それぞれいずれのリンクを通過するかを表す経路—カット行列 D をカット行列 C と経路行列 R から式 (10) で求める。ここで、 T は転置を示す。

$$D = C \cdot R^T \dots\dots\dots (10)$$

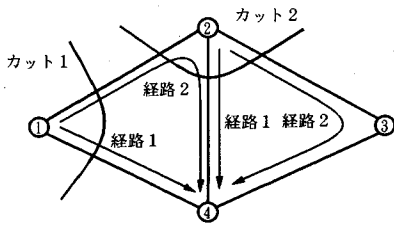
この行列 D の要素は、ある OD 交通のある配分対象経路がカット i を 1 度だけ通過するとき 1、2 度通過するとき 2、そうでないとき 0 をとる。

step.4 step.3. で求められた経路—カット行列 D の各列ベクトル (OD 交通の配分対象経路に対応する) を OD 交通ごとに取りまとめて並び変える。

step.5 step.4. で並び変えられた行列 D における各 OD 交通ごとの配分対象経路 (列ベクトルの要素) に対応する値から、各 OD 交通がそれぞれいずれのリンクを通過するかを表す OD—カット行列 K を作成する。ここで、行列 K の要素 K_{ij} はカット i を OD 交通 j が 1 度だけ通過するとき 1、2 度通過するとき 2、そうでないとき 0 をそれぞれ取る。

以上、道路網容量に相当する総トリップ数を配分したときの各 OD 交通の配分対象経路を踏まえた OD—カット行列を作成することができる。

図—2 に示すカット、OD 交通 (OD 1-4, 2-4) および配分対象経路 (それぞれ経路 1, 2) を例として説明



(1) カットと配分対象経路

	経路 OD1-4		OD2-4			OD	
カット	経路 1	経路 2	経路 1	経路 2	カット	1-4	2-4
1	1	0	0	0	1	1	0
2	0	2	1	1	2	2	1

(2) 経路-カット行列 **D** (3) OD-カット行列 **K**

図-2 OD-カット行列の簡単な作成例

すると、step.4における各列をOD交通ごとに並び変えた経路-カット行列 **D** は図-2 (2) のように作成できる。そして、この行列 **D** から step.5 を通して (3) の OD-カット行列 **K** を容易に作成することができる。OD-カット行列において要素 1 を取る OD 交通は、図-2 (2) が示すように、当該 OD 交通のいずれの配分対象経路も必ず要素 1 に対応するカット (OD 1-4 のカット 1 および 2-4 のカット 2) を通過している。すなわち、要素 1 を取る OD は、カットの発生によって発生・集中が不可能となる OD 交通である。一方、要素 2 は、図-2 の行列 **D** の OD 交通 1-4 が示すように、OD 交通のある一部の経路 (経路 2) だけが、いわゆる同じカットを 2 度通過していることを表している。したがって、カット 2 の発生によって、OD 1-4 の一部の交通量は発生・集中が不可能となるが、他の交通量はカット 1 を通過する経路によって発生・集中が可能である。このように、要素に 2 の値を取るようにすることによって、同じカットを 2 度通過する OD 交通をも考慮した OD-カット行列を作成することができる。

4. ネットワークの非連結性の検定法とカット探索手法

道路網容量増強問題を LP 問題として定式化したときの最小カットおよび最小カットよりフロー水準の大きいカットの探索は、双対問題の双対変数を通して容易に行うことができる¹⁾。しかしながら、配分シミュレーション法を基にこれらのカットを探索する場合には、前述のようにトリップ数を漸次増加させる段階で容量に達したリンクを順次除去してゆき、除去されたリンクの集合あるいは部分集合がカットを構成するかどうかを検討しなければならない。そして、このカットを検討するとき、ある総トリップ数においては多数の容量超過リンクが出現して数本のカットが同時に発生する場合もある。そこ

で、本研究ではまず容量に達したリンクの集合がカットを構成しているかどうかを検討するためのネットワークの非連結性の検定法について考察する。次に、2つ以上のカットが同時に発生するときには、非連結性の検定法によって必ずしもすべてのカットを探索することができない場合もあることから、他のすべてのカットをも探索できる手法についても考察する。

(1) ネットワークの非連結性の検定法

ネットワークの非連結性の検定法としては接続行列を用いた方法⁸⁾、あるいは各 OD 交通間の最短経路探索を用いた方法⁹⁾などがある。本研究においては、前者と同様に接続行列を基に考察したが、ここでは特にリンクを容量に達したリンクと容量以下のリンクとに分類することによって、退化された接続行列の行ベクトルの要素からカットを構成するリンクをも容易に求められる手法を考察した。

いま、 n 個のノードと m 本のリンクからなる道路網の接続行列を **E** とする。ここで、行列 **E** の要素はノード i がリンク j の端点であれば 1、そうでないとき 0 を取る。

容量に達したリンクの集合(あるいは部分集合)がカットを構成するかどうかの検定法は以下となる。

step.1 対象道路網のリンクを、容量に達したリンク(以下、容量リンクという)と容量以下のリンク(以下、以下リンクという)に分ける。

step.2 行列 **E** の各行において、容量リンクに対応する列のみが 1 で、他の列(以下リンクに対応するリンク)がすべて 0 を取る行ベクトルが存在するかどうかを調べる。もし、存在すれば step.4 へ、存在しなければ step.3 へ行く。

step.3 最上位(便宜上このようにする)にある行ベクトルにおいて、以下リンクの要素が 1 である列を探索し、次にこの列ベクトルにおいてその要素が 1 である行を求め、この行を最上位の行に mod 2 で加えて接続行列を退化させる。そして、step.2 へ行く。

step.4 当該行ベクトルは、容量リンクによって構成されるカットによって他のノードと切断されていることから、当該行ベクトルを行列 **E** から除去して step.2 へ行く。もし、行列 **E** に行ベクトルがなくなったときには step.5 へ行く。

step.5 step.4 で除去された各行ベクトルを対象にノード集合及びカットを構成するリンクを求める。このとき、ノード集合は step.2 で加えられてきた行ベクトルに対応するノードによって求められる。また、カットを構成するリンクは行ベクトルの要素(容量リンクに対応する列ベクトルの要素が 1 であるリンク)から求められる。

このような手順を通して、カットによって切断される

ノードの集合のみならずカットを構成するリンクをも容易に求めることができる。なお、対象道路網のノードの数が n のとき、計算回数は $(n-1)$ である。

(2) カットの探索手法¹⁾

前述のように、2つ以上のカットが同時に発生するようなときには、(1)の手法では必ずしもすべてのカットを求めることができない場合もある。また、3.(1)で述べたように、最小カットよりフロー水準の大きいカットを探索するときにも、感度分析に必要なすべてのカットを探索できない場合もある。そこで、ここでは対象とするカットが極小カットであること、および「ループを含めスターは極小カットである」というグラフ理論の定理を応用してカット探索の手法を考察した。

既に求められているカットから他の新しいカットを探索する手法は以下となる。

step.1 対象道路網のリンクを、内部領域(平面グラフにおいて、何本かのリンクで囲まれている領域)だけに接するリンク(以下、内部リンクという)と外部領域(囲まれていない領域)にも接するリンク(以下、外部リンクという)に分ける。

step.2 既に求められてカットだけでカット行列を作成する。

step.3 step.2で作成されたカット行列において、外部リンクに対応する列に1の要素をもつ行ベクトル(カット)が2つ以上存在するかどうかを調べる。もし存在すれば、それぞれのカットはその外部リンクで交わっているのを、該当する行ベクトル同士を mod 2 で加えて新しいカットを求める。もし、存在しなければ計算を終了する。

step.4 step.3で探索された新しいカットとstep.2で既に求められているカットの間で、前述のように同じ外部リンクで交わっているカット同士を求めて、さらに新しいカットを探索する。

step.5 このように、新しく探索されたカットとstep.2で既に求められているカットの間で、step.4と同様のことを行ってさらに新しいカットを逐次探索する。そして、step.2で求められているカットの本数が n 本するとき、これまでの計算回数は n 回である。

step.6 さらに、内部リンクだけにしか連結しないノードがあれば、内部リンクからなるカットをも求める。

このような簡単な行列演算を通して新しいカットの探索を行うことができる。なお、step.3で要素1をもつ行ベクトルが3つ以上あるときには、そのうち2つを取り出すすべての組み合わせを考えればよい。

5. 計算例

本研究で考察した各種のアルゴリズムは、大規模な道路網にも適用可能であるが¹²⁾、ここでは従来のLP問題

表-1 各OD交通の構成比と各リンクの距離(m)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		0.095	0.077	0.095	0.084	0.104	0.056	0.014	0.017	0.005
2	500		0.038	0.022	0.012	0.013	0.006	0.000	0.024	0.001
3	∞	500		0.050	0.016	0.015	0.005	0.005	0.000	0.003
4	800	∞	300		0.029	0.022	0.007	0.004	0.020	0.001
5	∞	∞	∞	300		0.068	0.013	0.003	0.000	0.000
6	600	∞	∞	600	400		0.032	0.003	0.004	0.002
7	∞	∞	∞	∞	∞	200		0.013	0.005	0.001
8	∞	∞	∞	∞	∞	500	600		0.011	0.001
9	600	∞	∞	∞	∞	∞	∞	500		0.004
10	400	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	700	

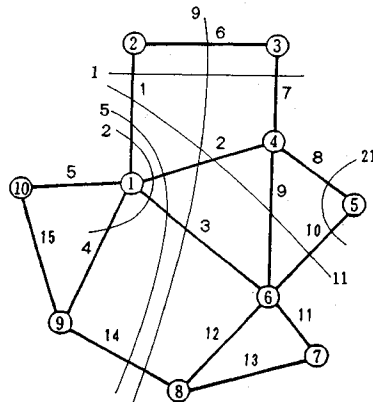


図-3 対象道路網と探索されたカット

を基礎にしたアプローチと比較検討するため、文献1)と同様に図-3に示す10ノードモデルを対象に道路網容量の算定および感度分析のためのカット行列、OD-カット行列の作成を試みる。

(1) カット行列の作成

図-3の道路網(図中のリンク上の数字はリンク番号)、表-1のOD構成比およびリンク距離を与えて行う。また、各リンクの交通容量を12000台、式(1)の走行時間関数のパラメータを $r=2.62$, $k=5$ とする。

配分トリップ数 ΔT の値によって各リンクの配分交通量も多少異なってくる場合もあるが、ここでは分割配分回数 n が一般に5~10程度であることを考慮して、 $\Delta T=10000$ 台とした。そして、図-1の道路網容量の算定手順に従ってトリップ数を漸次増加させると、 $n=7$ (トリップ数70000台)のときリンク1が容量に達した。このとき、OD 1-2, 1-3等1160台が未配分交通量となったことから、リンク1を除去した道路網を対象に再配分を行った。再配分を行う過程でリンク3および7も容量に達して、図-3に示すリンク1,7からなるカット1(最小カット)が発生した。そして、このときの未配分交通量がOD 1-3の80台であることから、最小カットを通過するOD構成比の和が式(11)で求められるとともに、フロー水準は式(12)となり、道路網容量は69767台となる。なお、LP問題による算定においても、図-3のカット1が最小カットとして発生して、道路網容量も

リ　ン　ク
(1) 2 (3) 4 5 6 (7) 8 9 10 11 12 13 14 15

計算回数1

1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
6	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

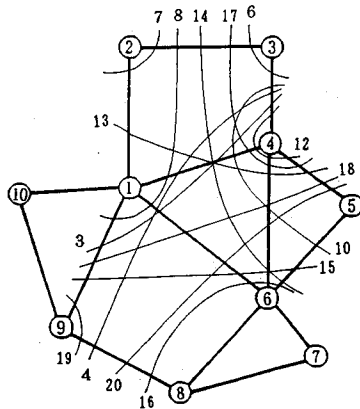
計算回数2

1+4	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
6	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
10	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

計算回数9
1+4+9+10
+5+6+7+8
2+3

1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

図一四 ネットワークの非連結性の検定過程



図一五 感度分析に必要な他のカット

同じ値を得ている。

$$P = (12\,000 \times 2 + 80) / 70\,000 = 0.344 \dots\dots\dots(11)$$

$$NC = 24\,000 / 0.344 = 69\,767 \text{ 台} \dots\dots\dots(12)$$

図一四には4.(1)のネットワーク非連結性の検定法を通して最小カットとしてのカット1を求める計算過程の一部を示した。図中において、括弧書きのリンク1, 3, 7がいわゆる容量リンクであり、他が以下リンクである。この例では、9回の簡単な行列演算で最小カットが探索できた。また、道路網容量に相当する総トリップ数を配分したときの各リンクの配分交通量および式(5)の配分率もそれぞれ表一に示した。

次に、カット行列を作成するために、最小カットよりフロー水準の大きいカットの探索を3.(1)で述べた手順を通して考察する。道路網容量に相当する総トリッ

表一 各リンクの配分交通量および配分率

リンク	配分交通量	配分率
1	12000	0.1720
2	11808	0.1692
3	12000	0.1720
4	8846	0.1268
5	789	0.0113
6	9121	0.1307
7	12000	0.1720
8	6497	0.0931
9	6131	0.0879
10	9201	0.1319
11	7235	0.1037
12	5460	0.0783
13	2393	0.0343
14	7433	0.1065
15	467	0.0067

表一三 最小カットよりフロー水準の大きいカットの探索過程

総トリップ数	容量に達したリンク	探索されたカット及びフロー水準	容量増強されているリンク及び△Ca
79767	なし	なし	1:1720, 7:1720
89767	2, 3, 6, 14	カット 9: 82988	1:3440, 7:3440
89767	1, 2, 3, 14	カット 5: 77457	2:1147, 3:1166 6: 886, 14: 722
99767	なし	なし	6:2200, 7:3440, 14:2380
109767	1, 2, 9, 10	カット11: 85561	1:6880, 2:5470, 3:5560 6:3500, 7:6880, 14:3450
109767	8, 10	カット21:106667	9:2180, 10:3200

ブ数NCが既に配分されている道路網、すなわち各リンクに表一に示す交通量が配分されて道路網を対象に、逐次ΔT(=10000台)を増加してカットの探索を行った。表一にカットの探索過程を取りまとめたが、総トリップ数の増加とともに、最小カットおよび容量不足カットを構成しているリンクに対して容量増強していることが理解できよう。この例では、総トリップ数89767台(=69767+20000)のときにはじめてカットが発生しているが、このときのリンク1および2の容量増強値は、それぞれ式(13), (14)で求められる。

$$\Delta C_1 = 2 \times 10\,000 \times 0.172 = 3\,440 \text{ 台} \dots\dots\dots(13)$$

$$\Delta C_2^* = (69\,767 + 20\,000 - 82\,988) \times 0.1692 = 1147 \text{ 台} \dots\dots\dots(14)$$

ここでは、探索されるカットのフロー水準等を考慮して、表一に示すように総トリップ数109767台まで計算を行った。なお、この例では各リンクの配分交通量をも考慮してリンク4も外部リンクとし、図一三に示すカット2をも含めた5本のカットを探索した。したがって、リンク5, 11, 12, 13, 15の5本のリンクはいずれのカットにも含まれないこととなる。

表一三の探索過程で求められたカットは、3.(1)で述べたようにあるフロー水準以下のすべてのカット、すなわち感度分析に必要なすべてのカットが探索されていない。そこで、図一三に示す最小カットおよび表一三で

表-4 各カットを通過するOD構成比の和およびフロー水準

カット	容量	配分シミュレーション法による結果		LP問題による結果	
		構成比の和	フロー水準	構成比の和	フロー水準
1	24000	0.3440	69767	0.3440	69767
2	48000	0.6400	75000	0.5250	91429
3	48000	0.6400	75000	0.4420	108597
4	48000	0.6197	77457	0.5420	88561
5	48000	0.6197	77457	0.5980	80268
6	24000	0.3027	79286	0.2090	114833
7	24000	0.3027	79286	0.2110	113744
8	48000	0.5987	80173	0.5210	92131
9	48000	0.5784	82988	0.5690	84359
10	48000	0.5610	85561	0.4170	115108
11	48000	0.5610	85561	0.5610	85561
12	48000	0.5222	91919	0.2500	192000
13	48000	0.5222	91919	0.4500	106667
14	48000	0.5197	92361	0.4940	97166
15	48000	0.5186	92557	0.3550	135211
16	48000	0.4983	96328	0.3590	133705
17	48000	0.4809	99813	0.3590	133705
18	48000	0.4798	100042	0.4120	116505
19	24000	0.2333	102872	0.0400	600000
20	48000	0.4595	104462	0.4160	115385
21	24000	0.2250	106667	0.2250	106667

カット	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
5	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
10	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
11	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
12	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
13	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
14	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0
15	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
16	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
17	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
18	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
20	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0
21	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0

図-6 カット行列C

探索されたカット、あわせて6本のカットから4. (2)で述べた手順を通して感度分析に必要な他のすべてのカットの探索を行った。その結果、簡単な行列演算から図-5に示す15本を求めることができた。そして、図-3, 5に示す21本のカットのフロー水準を式(7)で求め、各カットのフロー水準の大小順に並び変えて取りまとめた結果が表-4である。なお、表-4には、LP問題を基礎にして探索した各カットのフロー水準等を併せて記した¹⁾。ここでは、LP問題で求められたカットも、配分シミュレーション法を基に得られたカットのフロー水準の大小順に並び変えている。これら2つの結果から、配分シミュレーション法で求めた多くのカット(カット1, 11, 21を除く)で、いわゆる同じカットを2度通過するOD交通によって、通過するOD構成比の和が増

		O D 交通								
		1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	1-7	1-8	1-9	
1		1	1	0	0	0	0	0	0	
2		1	1	1	1	1	1	1	1	
3		2	2	1	1	1	1	1	1	
4		2	2	1	1	1	1	1	0	
5		1	1	1	1	1	1	1	0	
6		2	1	0	0	0	0	0	0	
7		1	2	0	0	0	0	0	0	
8		2	1	1	1	1	1	1	1	
9		2	1	1	1	1	1	1	0	
10		2	2	1	1	0	0	0	0	
11		1	1	1	1	0	0	0	0	
12		2	2	1	2	0	0	0	0	
13		1	1	1	2	0	0	0	0	
14		2	1	1	1	0	0	0	0	
15		2	2	0	2	1	1	1	1	
16		2	2	0	2	1	1	1	0	
17		2	1	1	2	0	0	0	0	
18		2	2	0	1	1	1	1	1	
19		0	2	0	2	2	2	2	1	
20		2	2	0	1	1	1	1	0	
21		0	0	0	1	0	0	0	0	

図-7 OD-カット行列K

		O D 交通								
		1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	1-7	1-8	1-9	
1		0.095	0.077	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
2		0.095	0.077	0.095	0.084	0.104	0.056	0.014	0.017	
3		0.002	0.066	0.095	0.084	0.104	0.056	0.014	0.017	
4		0.002	0.066	0.095	0.084	0.104	0.056	0.014	0.0	
5		0.095	0.077	0.095	0.084	0.104	0.056	0.014	0.0	
6		0.002	0.077	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
7		0.095	0.088	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
8		0.002	0.077	0.095	0.084	0.104	0.056	0.014	0.017	
9		0.002	0.077	0.095	0.084	0.104	0.056	0.014	0.0	
10		0.002	0.066	0.095	0.084	0.0	0.0	0.0	0.0	
11		0.095	0.077	0.095	0.084	0.0	0.0	0.0	0.0	
12		0.002	0.066	0.095	0.072	0.0	0.0	0.0	0.0	
13		0.095	0.077	0.095	0.072	0.0	0.0	0.0	0.0	
14		0.002	0.077	0.095	0.084	0.0	0.0	0.0	0.0	
15		0.002	0.022	0.0	0.095	0.104	0.056	0.014	0.017	
16		0.002	0.022	0.0	0.095	0.104	0.056	0.014	0.0	
17		0.002	0.077	0.095	0.072	0.0	0.0	0.0	0.0	
18		0.002	0.022	0.0	0.084	0.104	0.056	0.014	0.017	
19		0.0	0.011	0.0	0.023	0.058	0.031	0.023	0.017	
20		0.002	0.022	0.0	0.084	0.104	0.056	0.014	0.0	
21		0.0	0.0	0.0	0.084	0.0	0.0	0.0	0.0	

図-8 OD-カット行列S

加するとともにフロー水準が減少していることが窺える。このような結果からも、感度分析のためのカット探索にあたっては、OD交通の経路選択挙動を十分に踏まえることが必要であることを理解できよう。

そして、表-4の結果を基に作成した感度分析のためのカット行列Cが図-6である。この行列を通して、たとえば道路網容量の増強を図るためには少なくともリンク1あるいは7(最小カット(カット1)を構成するリンク)を対象に拡幅・新設等の容量増加を行うべきことが、また最小カットに含まれていないリンク2, 3などは最小カットを構成するリンクとの組み合わせで始めて道路網容量の増強が可能であることが理解できよう。また、ネットワーク特性としての各リンクの交通容量の変化が道路網容量にどのような影響を及ぼすか等についても、各リンクがいずれのカットに含まれているかによって容易に考察することができる。

(2) OD—カット行列の作成

各OD交通の配分対象経路から求められる経路行列 R および(1)で作成されたカット行列 C を基に, 3.(2)の手順を行うと図—7に示すOD—カット行列 K を作成することができる. ここでは, ノード1 (OD 1-10の要素はすべて0なので除く) を中心としたOD交通のみを対象に行列の一部を示したが, 以下の内容もこの行列を通して行う. そして, このOD—カット行列を通して, たとえば道路網の効率的運用面から道路網容量を増強するためには, 少なくともOD 1-2あるいは1-3を対象に, さらに交通需要がカット2のフロー水準を超えるときには, OD 1-2から1-9のいずれかのOD交通を対象に発生・集中の抑制を行うべきことが理解できよう. また, 都市活動の変化に伴うOD構成比の変化が道路網容量にどのような影響を及ぼすかなどについても各OD交通がいずれのカットを通過しているかによって容易に考察することができる.

しかしながら, この行列 K からはOD交通量のうちの程度の交通量が各カットを通過するかどうかまでは把握できない. また, この行列において要素1を取るOD交通は, 前述のように当該OD交通のOD構成比すべてが要素1に対応するカットを通過するが, 要素2を取る場合にはOD構成比のうちどの程度が要素2に対応するカットを通過しているかどうかまで把握できない. さらに, OD交通を基礎とした感度分析においては, 単に各OD交通が各カットを通過するかどうかだけではなく, 各OD交通がどの程度通過するかを表す交通量あるいは配分率も必要となってくる場合もある. そこで, ここではOD—カット行列から次のようなOD—カット感度行列の作成も試みた.

いま, k 番目のOD交通の経路 r の配分交通量を q_k^r , その配分率を $p_k^r (=q_k^r/\text{総トリップ数})$ としたとき, 式(10)の行列 D に配分率 p_k^r からなる列ベクトル p を右側から掛けて行列 D' ($=D \cdot p$) を求める. そして, 行列 D' において, 各OD交通ごとに配分対象経路の要素 p_k^r の和を求めて行列 S を作成する. そうすると, 行列 S の要素 S_{ij} は, カット i を通過するOD交通 j のOD構成比の値となる. 本研究においては, この行列 S をOD—カット感度行列といい, 図—8に示すように作成することができる. 図—7, 8の各要素を比較すると, 前述のようにOD—カット行列において要素1を取るOD交通は, OD—カット感度行列においていずれも当該OD交通の構成比に等しい. 一方, 2の値を取るOD交通においては多くのカットにおいて当該OD交通の一部が通過しているが, OD 1-3のカット8, OD 1-5のカット15のように当該OD交通の構成比を超える交通量が通過する場合もあることなどがそれぞれ理解できよう. この行列の要素は, 各OD交通がカットを通過す

るOD構成比の値を示していることから, たとえばあるOD交通をすべて発生・集中抑制して道路網容量の増強を図ろうとしたとき, OD 1-3 (0.076) に比べて1-2 (0.094) の抑制効果の大きいこと, あるいはOD 1-2, 1-3等の同じカットを2度通過するOD交通に対する経路誘導による迂回制御の効果など, OD交通の変化が道路網容量に及ぼす影響を容易に分析を行うことができる.

6. あとがき

以上, 本研究は各OD交通の経路選択挙動を考慮できるとともに大規模な道路網にも適用可能な配分シミュレーション法を基に, 道路網容量による道路網感度分析のためのカット行列およびOD—カット行列の作成手法について考察した. 本研究をまとめると以下ようになる.

(1) 配分シミュレーション法を基に, 各リンクの配分交通量が当該リンクの交通容量を超えることがないリンクからなる最小カットの探索手法および道路網容量の算定手法について考察した. その結果, 各リンクの需要(配分交通量)と供給(交通容量)のバランスを考慮した最小カットの探索および道路網容量を算定することができた.

(2) また, 道路網容量に相当する総トリップ数に対する各リンクの配分交通量および配分率を用いることによって, 最小カットよりフロー水準の大きいカットを逐次探索することができた. すなわち, 各リンクの配分率から道路網容量を超える交通需要を処理するためのひとつの容量増強方法を設定することによって, 道路網容量の算定手法と同様に配分シミュレーション法を基に最小カットよりフロー水準の大きいカットを探索した.

(3) その結果, 最小カットと同様に, 需要と供給のバランスを考慮した最小カットよりフロー水準の大きいカットを逐次探索することができた. そして, 探索されたカットのフロー水準を算定し, フロー水準の大小順にカットを並び変えることによってカット行列を容易に作成することができた.

(4) さらに, OD—カット行列はカット行列と各OD交通の配分対象経路を踏まえた経路行列から作成することができた. そして, この行列においてはカット発生によって分離される排他的な2つのノード集合間のOD交通のみならず, 同じカットを2度通過するOD交通についても考慮した. さらに, 各OD交通が各カットを通過するOD構成比の値からなるOD—カット感度行列についても作成した.

(5) 最小カットおよび最小カットよりフロー水準の大きいカットを探索する過程において, 多数の容量超過リンクが出現して数本のカットが同時に発生する場合も

ある。本研究においては、このような場合にも適用可能なカット探索手法をグラフ理論等を基礎に考察した。その結果、簡単な行列演算で行えることができた。

本研究の一部は既に実際の道路網へ適用を試みているが、今後はさらに本研究で得られた成果を踏まえて、大規模な道路網を対象に著者等が従来から考察してきた道路網容量に係わる各種の問題への応用を試みていく。また、OD—カット行列およびOD—カット感度行列を基にフロー特性と道路網容量の関係等を考察するとき、これらの行列も対象とする道路網の規模、すなわち取り扱うOD交通の数とともに莫大となってくることから、さらにゾーンあるいは地域レベル等を考慮した行列の作成についても考察を行っていく。

本研究では、道路網容量の評価法としては各リンクの交通容量だけを考慮して考察したが、実際の交通現象では道路区間よりむしろ道路の結節点（交差点）が隘路となることも考えられることから、今後は各交差点の交通容量をも明示的に考慮していく必要がある。

最後に、本研究の計算を進めるうえでご協力戴いた篠原修司氏（現NTTデータ通信（株）勤務）に対して謝意を表す。

また、本研究の一部は平成3年度文部省科学研究費（一般研究（C））の補助を受けたことを付記し、感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 梶谷有三・加来照俊：道路網容量による道路網の感度分析について、土木学会論文報告集，第343号，pp.73～82，

- 1984.
- 2) 土木学会土木計画学委員会：交通ネットワークの分析と計画：最新の理論と応用，土木計画学講習会テキスト，Vol.18，1987.
- 3) 梶谷有三：自動車交通抑制策が道路網容量に及ぼす影響，交通工学，第20巻6号，pp.3～16，1985.
- 4) 梶谷有三・斉藤和夫：道路網容量から見た土地利用活動の立地配分，交通工学，第22巻4号，pp.9～20，1987.
- 5) 梶谷有三・斉藤和夫：ゾーン別発生集中交通量算定に対するLP問題T—領域の適用，土木学会論文集，第407号／IV-11，pp.147～150，1989.
- 6) 梶谷有三：LP問題による道路網容量の算定に関する研究，土木計画学研究・論文集，No.3，pp.169～176，1986.
- 7) 柏谷増男・朝倉康夫：道路ネットワークの最大容量から見た都市開発基準の指標化に関する研究，平成2・3年度文部省科学研究費研究成果報告書，1992.
- 8) 飯田恭敬：道路網の最大容量の評価法，土木学会論文報告集，第205号，pp.121～129，1972.
- 9) 朝倉康夫・柏谷増男・斉藤道雄・和田拓也：配分シミュレーションによる道路網の最大容量推定に関する実証的研究，交通工学，第27巻2号，pp.7～15，1992.
- 10) 西村 昂：ルート配分法による最大フロー問題へのアプローチ，土木学会論文報告集，第242号，pp.53～62，1975.
- 11) Nishimura and Hino：Analysis of the Interaction between the Road Network Capacity and Intensive Land Use In Central Business District，Mem. Fac. Eng.，Osaka City Univ.，Vol.31，pp.147～156，1990.
- 12) 梶谷有三・篠原修司・斉藤和夫：道路網感度分析におけるカット行列作成に関する実証的研究—室蘭市を例として—，土木計画学・講演集，No.14（1），pp.309～314，1991.

(1993.4.12 受付)

A STUDY ON THE METHOD OF FORMULATING CUT MATRIX AND OD-CUT MATRIX FOR SENSITIVITY ANALYSIS OF ROAD NETWORK

Yuzo MASUYA, Tohru TAMURA and Kazuo SAITO

The road network capacity is defined as the maximum number of vehicle trips which can be loaded on the road network under the restrictions of fixed travel demand pattern and the link capacity. In this paper, we discuss the method of formulating the cut matrix and OD-cut matrix required to quantitatively analyze the effects that the changes of travel demand pattern (flow characteristic) or link capacity (network characteristic) have on the road network capacity. The Incremental Assignment Simulation technique was applied, in which small amounts of vehicle trips are gradually loaded to the network until traffic volume reaches its capacity. A numerical example of 10-node network model is executed to examine the validity of the method.