

弾塑性構成式を用いた浸透破壊解析法とその応用

岡二三生*・八嶋 厚**・加藤 満***・
中島 豊****

土質試験などによって求まる土の変形・強度定数を用いて浸透破壊発生予測が可能なFEM連成解析手法を開発した。本論文では、既往の簡易的な理論式や実験結果を用いて提案解析手法の精度を検証し、均一モデル地盤を用いた数値シミュレーションを通して実際問題への適用性を検討する。砂の弾塑性構成式（非線形移動硬化型）を導入した本解析法は、間隙水圧の蓄積に伴う塑性変形、破壊域の拡大、そして地表面の隆起や沈下などを数値解析的に表現可能である。また、水の圧縮性を考慮した解析も可能なため、地盤中の水に含まれる気泡による浸透破壊現象に対する影響についても考察する。

Key Words : seepage failure, sand, constitutive equation, FEM, FDM

1. 序論

近年、地下空間の有効利用や大深度地下利用構想が注目されているが、地下構造物の建設に伴う掘削工事では、ボーリングやヒーピングなどの浸透破壊現象に対する安全性が常に要求される。実際、地下水対策の良否が工事全体の成否を左右することも少なくなく、ひとたび事故が発生すれば、出水や地盤沈下などの影響は広範囲におよび、短期間には復旧困難であることなどから、社会的な問題となることもある。従来、このような浸透破壊問題に対しては、実験・解析の両面から盛んに研究がなされ、メカニズムの解明や設計手法の改善などに寄与してきたが、掘削工事の実務においては、掘削時において時々刻々と変化する（揚水や復水といった複雑な条件も含めた）矢板や地盤の変位、そして地盤内の間隙水圧などの把握が重要であり、それらを精度良く予測できる解析法の開発が望まれている。本研究の主たる目的は、そのような実務における期待に応える解析法の開発であり、本論文はその基礎的検討に位置づけられる。

透水現象の解析法としては、複素関数論などによって微分方程式を直接解く方法、有限要素法（FEM）や差分法（FDM）を用いる数値解析法があるが、上記のような浸透破壊現象の予測方法としては、従来よりTerzaghi¹⁾の限界動水勾配やJustin²⁾の限界流速といった理論式が多く用いられてきた。また、計算機性能の急速な向上によって発展を遂げている数値解析法では、不飽和透水現象や非定常問題の解析を行うなど、研究が高度化しているが、従来より、土を剛体として浸透水の流

れのみを解析する手法が多い。地盤の変形や破壊を浸透と結び付けて考えるには、水と土の相互作用の問題、いわゆる多相系の問題を検討しなければならないのは明らかであるが、土を剛体として取り扱う方法は時々刻々と変化する地盤の応力あるいは変形を考慮しないものである。最近になり、応力変化と透水現象を同時に考慮した連成あるいは非連成解析手法が提案されているが、土を弾性体と仮定するものがほとんどであり、間隙水圧が蓄積してゆく過程での塑性変形を考慮できるものは非常に少ない。

西垣ら³⁾によれば、砂の弾塑性構成式を用いた浸透破壊解析法の研究は、山上ら⁴⁾（構成式は西・江刺モデル⁵⁾）の非連成解析手法に代表されるのみである。山上らは、接線剛性法に基づく弾塑性解析法を提案し、二次元解析モデルを用いて破壊域の拡大や地盤変位、そして有効応力経路を示すことにより、浸透破壊現象を弾性解析結果より実際に近い状態で定性的に表現することに成功している。しかし、このような砂の弾塑性構成式を用いた解析法の研究が非常に少なく、実務において用いられることがほとんど無いのは、土の挙動を正確に表現する構成式自体が研究段階にあることや、その取扱いが非常に複雑であること、さらには計算機の能力や経費を勘案すると、土の高度な構成式を導入した解析手法が必ずしも実用的でなかったことなどに起因している。そのような背景から、著者らは、より応用しやすく高精度な構成式の研究^{6),7)}を行ってきた。また、最近の大型計算機の急速な発達と構成式研究の進歩が相まって、上記の問題が解決されつつあるといえる。

そこで、本論文では、土質試験などによって得られる土の変形・強度定数を用いた詳細検討が可能なFEM連成解析法（有効応力解析法）を開発・提案し、従来の簡易的手法、実験結果を用いた検証や、モデル地盤を用いたシミュレーションを通して浸透破壊問題に対する適

* 正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科
(〒501-11 岐阜市柳戸1-1)

** 正会員 工博 岐阜大学助教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工修 岐阜大学大学院博士後期課程

(株)鴻池組土木本部東京技術部

**** 正会員 (株)鴻池組土木本部東京技術部課長

用性を検討する。本解析法は弾塑性構成式を導入しているため、間隙水圧の蓄積に伴う塑性変形を表現できる。この点および実際問題への適用性を検討している点（精度の検証は除く）は、先述した山上らの研究と同様である。しかし、本研究では、地盤中の水に含まれる空気やガスなどの気泡成分による影響を考慮し、水の圧縮性を考慮した解析を行っている。これは、特に地下水の深度20 m程度より浅い部分では独立した気泡が含まれておらず、不飽和であることが多いことを考慮したものであるが、気泡と水の相対変位はないものとしている。なお、気泡と水の相対変位がある場合には、気泡を含むことによって局所的な破壊が促進されるという実験結果が小高⁸⁾および小高ら⁹⁾によって報告されている。本論文では、水の圧縮性を考慮できるという特長を利用し、気泡と水の相対変位がない場合について、飽和度から換算される水の体積弾性係数や、水面上昇速度に対する動水勾配および限界動水勾配の依存性の検討を行う。さらに、一次元および二次元モデル地盤に対する弾性解析結果と弾塑性解析結果の相異について考察も行う。これらは、従来の研究ではあまり検討されたことがない事柄であり、今後の地下開発の増加を勘案すると、工学的に有用であると考えられる。

2. 間隙水の圧縮性を考慮した連成支配方程式

定式化では、Biot¹⁰⁾の二相混合体理論に立脚した支配方程式を用いた。支配方程式の離散化は、空間的にはFEM、時間的にはFDMで離散化することによって行った¹¹⁾。連成解析における未知数は、変位 u と間隙水圧 p （ $u-p$ 定式化）であり、間隙水の体積弾性係数を与えることによって間隙水の圧縮性（間隙水中の気泡の存在）を考慮できる。ここでは間隙水中の気泡の存在を三相（固相・液相・気相）としては取り扱っていない。つまり、間隙水と気泡の相対変位は無いものとし、間隙水のみかけの圧縮性を増加（体積弾性係数を低下）させることで、気泡の存在、不飽和の影響を考慮している。

支配方程式の誘導の際には次のことを仮定する。

①ひずみは、微小ひずみである。

②流体の固体に対する相対加速度は、固体の加速度に比べて十分小さい。

③土粒子は非圧縮性である。

以上の仮定に基づいて速度型の支配方程式を誘導すると、次のようになる（物体力の項は無視した）。

（つりあい式）

$$\dot{\sigma}_{ij,j} = 0 \quad (1)$$

（連続式）

$$p_{,ii} + \frac{\gamma_w}{k} \dot{\varepsilon}_{ii} - \frac{n}{k} \frac{\gamma_w}{K_f} \dot{p} = 0 \quad (2)$$

ここに、 σ_{ij} は全応力テンソル、 p は間隙水圧、 γ_w は水

の単位体積重量、 k は透水係数、 n は間隙率、 K_f は水の体積弾性係数である。

式（1）を有限要素法や差分法を用いて空間離散化および時間離散化し、式（2）については差分法を用いて時間離散化すると、最終的な連成支配方程式は次のようになる。

（つりあい式）

$$[K] \{ \Delta \vec{U}_{t+\Delta t} \} + \{ \vec{K}_v \} p_{t+\Delta t} = \{ \Delta \vec{F}_{t+\Delta t} \} + \{ \vec{K}_v \}^T p_t \quad (3)$$

（連続式）

$$\begin{aligned} \{ \vec{K}_v \}^T \{ \Delta \vec{U}_{t+\Delta t} \} + \left(\frac{k}{\gamma_w} \Delta t \alpha - \int \frac{n}{K_f} dv \right) p_{t+\Delta t} \\ - \frac{k}{\gamma_w} \Delta t \alpha_i p_{i,t+\Delta t} = - \int \frac{n}{K_f} p_i dv \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、 $[K]$ は要素剛性マトリックス、 $\{ \vec{K}_v \}$ は節点変位を要素体積ひずみに変換するベクトル、 α は要素辺の長さと重心間距離に基づいて計算される定数（= $\sum_{i=1}^4 \alpha_i$ （四角形要素の場合））¹²⁾、 t は時間、 Δt は時間増分である。

なお、数値解析手法の精度を検討し、その手法の信頼性を検証することは、実際問題に適用するにあたって重要なが、既に著者らはSimonら¹³⁾が得た二相系の弾性解析解を用いて本数値解析手法の妥当性を検証している¹¹⁾。そして、間隙水の圧縮性を考慮した本解析法による数値解は、二相系における一次元動的弾性問題の解析解を精度良く再現できることを示している。

3. 砂の繰返し弾塑性構成式

（1）非線形移動硬化則を用いた弾塑性構成式の誘導

砂の構成式は、繰返し荷重下における塑性ひずみと間隙水圧の蓄積を表現できるものが望ましい。ここでは、この条件を満足するものとして、既に著者らが提案している繰返し弾塑性構成式⁷⁾を導入する。この構成式は、入力パラメータが少ないという特長を有しており、繰返し三軸試験によって得られる応力～ひずみ関係や有効応力経路のフィッティングを実施することによって求める移動硬化パラメータ B^* を除けば、すべて通常の室内土質試験で直接求めることができる。また、地震時液状化解析^{14), 15)}や波浪による海底地盤の液状化解析^{14), 15)}にも用いられるなど、その適用範囲は広く、応用しやすい。

本構成式は、

①微小ひずみ

②弾塑性論

③非関連流動則

④過圧密境界面

の基本的仮定を用いている。また、金属塑性の表現に応用されている非線形移動硬化理論¹⁶⁾に立脚しており、以下のように誘導される。

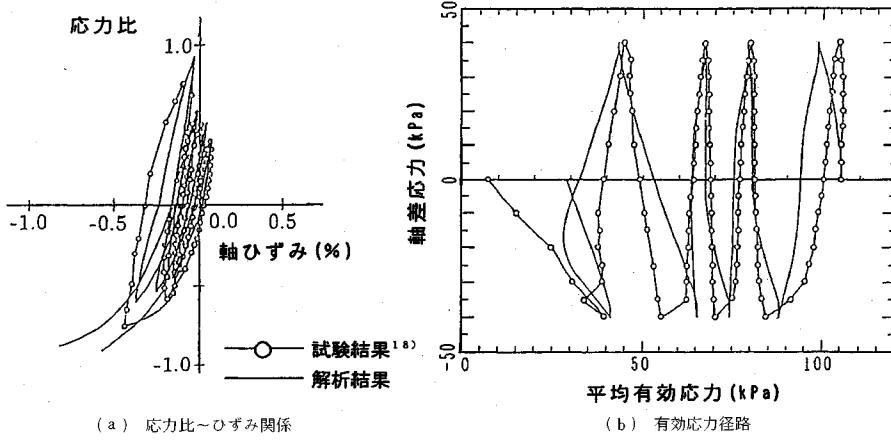


図-1 解析結果と既往の試験結果との比較

表-1 材料パラメータ

過圧密比	O.C.R.	1.30
初期間隙比	e_0	0.816
圧縮指數	λ	0.017
膨潤指數	κ	0.008
破壊応力比(圧縮側)	M_{sc}^*	1.409
(伸張側)	M_{se}^*	0.735
変相応力比(圧縮側)	M_{mc}^*	0.836
(伸張側)	M_{me}^*	0.500
移動硬化パラメータ	B^*	340.0
せん断弾性定数(MPa)	G	80.0

正規圧密領域 ($f_b \geq 0$) と過圧密領域 ($f_b < 0$) を規定する過圧密境界面 ($f_b = 0$) を次式で定義する。

$$f_b = \bar{\eta}_{ab} + M_m^* \ln(\sigma'_m / \sigma'_{mb}) = 0 \quad (5)$$

ここに, $\bar{\eta}_{ab}$ は異方圧密終了時と現時点との相対応力比, M_m^* はせん断変形過程における最大体積圧縮ひずみの発生する時点での応力比(変相応力比), σ'_m は平均有効応力である. σ'_{mb} は異方圧密終了時の平均有効応力 σ'_{mbi} を用いて次のように表される.

$$\sigma'_{mb} = \sigma'_{mbi} \exp\{(1+e)/(\lambda-\kappa)v^P\} \quad (6)$$

ここに, e は間隙比, λ は圧縮指數, κ は膨潤指數, v^P は塑性体積ひずみである.

降伏関数 $f=0$ は次式で与えられる.

$$f = \{(\eta_{ij}^* - x_{ij}^*)\} \{(\eta_{ij}^* - x_{ij}^*)\}^{1/2} - R_d = 0 \quad (7)$$

ここに, η_{ij}^* は応力比テンソル ($\eta_{ij}^* = S_{ij}/\sigma'_m$), S_{ij} は偏差応力テンソル ($S_{ij} = \sigma'_{ij} - \sigma'_m \delta_{ij}$), σ'_{ij} は有効応力テンソル, δ_{ij} はクロネッカーデルタ, R_d は弾性領域の大きさを定義する数値パラメータである.

移動硬化則は A^* , B^* を材料定数として次式で与えられる.

$$dx_{ij}^* = B^* (A^* d\epsilon_{ij}^* - x_{ij}^* d\gamma^P) \quad (8)$$

$$d\gamma^P = (d\epsilon_{ij}^* \cdot d\epsilon_{ij}^*)^{1/2} \quad (9)$$

ここに, $d\epsilon_{ij}^*$ は塑性偏差ひずみ増分テンソル, $d\gamma^P$ は塑性偏差ひずみ増分測度である. また, 一次元状態で式(8)を積分すると指数関数式になることから, $x_{ij}^* - \gamma^P$ 関係は指数関数型に属することが分かる.

非関連流動則により, 塑性ポテンシャル関数 $f_p = 0$ を定義する.

$$f_p = \{(\eta_{ij}^* - x_{ij}^*)\} (\eta_{ij}^* - x_{ij}^*)^{1/2} + \tilde{M}^* \ln(\sigma'_m / \sigma'_{ma}) = 0 \quad (10)$$

ここに, σ'_{ma} は数値パラメータである. また, \tilde{M}^* は定数でなく, 次のように求められる. まず, 過圧密領域では,

$$\tilde{M}^* = -\eta^* \ln(\sigma'_m / \sigma'_{mc}) \quad (11)$$

$$\eta^* = (\eta_{ij}^* \cdot \eta_{ij}^*)^{1/2} \quad (12)$$

であり, 正規圧密領域では,

$$\tilde{M}^* = M_m^* \quad (13)$$

で与えられる. ここに, M_m^* は式(5)で用いた変相応力比である. なお, σ'_{mc} は過圧密境界面と σ'_m 軸との交点であり, 等方応力状態の時は σ'_{mb} と等しくなる.

以上の式に Prager の適合条件を適用することにより, 三次元応力状態での構成式が導かれる^{7), 17)}.

(2) 構成式の精度の検証

既往の試験結果と解析結果によって行った構成式検証の一例を示す. 用いた試験データは, Ishihara ら¹⁸⁾による過圧密砂に対する非排水繰返し三軸試験結果である. 材料パラメータを表-1に示す. ここで用いる M_m^* , M_m^* および B^* は, それぞれ一般応力状態での破壊応力比, 変相応力比, そして移動硬化パラメータであり, e_0 は初期間隙比, G は初期せん断弾性定数である.

図-1 は応力比～ひずみ関係と有効応力経路の比較を示している. 図中の○印は試験値, 実線は解析値であるが, これらにより, 本構成式は試験結果を精度良く再現できるといえる.

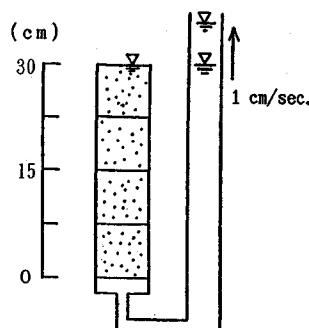


図-2 解析モデル

表-2 材料パラメータ

比重 G_s	2.498
初期透水係数 k_0	1.0×10^{-2} cm/sec.
静止土圧係数 K_0	0.5
変相応力比 M_m^*	1.087
破壊応力比 M_f^*	1.265
水の体積弹性係数 K_f	2.53×10^5 kPa
移動硬化パラメータ B^*	200

4. 浸透破壊解析

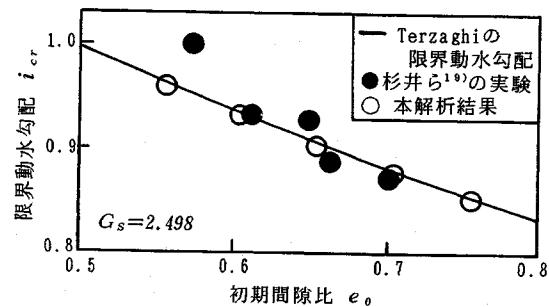
(1) 解析法の検証

数値解析解の妥当性や精度を検討するためには、数値解析解を理論解のある基本的現象と比較する、あるいは容易にモデル化が可能な実験結果と比較することが必要である。そこで、ここでは浸透破壊問題の代表的な検討手法である Terzaghi の限界動水勾配や既往の室内試験結果を用いて本解析法の検証を行う。解析モデルは杉井ら¹⁹⁾の実験報告を参考にして、高さ 30 cm の供試体（ガラスビーズ供試体；比重 $G_s = 2.498$ ）を図-2 のようにモデル化した。水位上昇速度 h も杉井らの実験にしたがい、 $h = 1.0 \text{ cm/sec.}$ としている。材料パラメータを表-2 に示す。用いた供試体はゆる詰め状態であったので、移動硬化パラメータを $B^* = 200$ とした。 B^* の値が土の変形挙動に与える影響については後述する。また、ここでは供試体の B 値を 0.9 程度と想定し、水の体積弹性係数を B 値から換算して $K_f = 2.53 \times 10^5 \text{ kPa}$ とした。 B 値は飽和土の場合、土の圧縮率 m_w 、水の圧縮率 $m_w = (1/K_f)$ 、間隙率 n を用いて次のように表される。

$$B = \frac{1}{1 + n(m_w/m_w)} \quad \dots \dots \dots (14)$$

気泡の存在を加味した水の見かけの圧縮率 m_w は、飽和度 S_r の影響を受け、 $S_r = 100\%$ の時の水の圧縮率を m_{w0} 、絶対圧力で表した間隙水圧を P_{mg} とすると、次式のように仮定される（Okusa の提案式²⁰⁾）。

$$m_w = m_{w0} \cdot S_r + \frac{1 - S_r}{P_{mg}} = \frac{1}{K_f} \quad \dots \dots \dots (15)$$

図-3 限界動水勾配 i_{cr} ～初期間隙比 e_0 関係

一方、破壊の判定条件としては、せん断破壊を取扱わず、平均有効応力 σ'_m が初期平均有効応力の 1% に達した時とした。これは、先述のように、浸透破壊を一種の液状化現象として捉えていることに起因している。なお、この破壊条件については、以下の解析すべてに適用するものとする。

解析結果を図-3 に示す。図-3 は、限界動水勾配 i_{cr} ～初期間隙比 e_0 関係であり、○印は本解析結果、●印は杉井らの室内試験結果、そして実線は Terzaghi の限界動水勾配を示している。本解析結果では、ほぼ同じ時刻で各要素の破壊が発生したため、限界動水勾配は解析モデル全体のものを採用している。杉井らは報告の中で、試料内部の欠陥、(土)粒子形状の影響、初期乾燥密度の大きさ ((土)粒子のかみあい効果) を限界動水勾配のばらつきの原因と考え、それらを考慮しても Terzaghi の限界動水勾配は浸透破壊現象の予測法として概ね肯定されると結論づけている。一方、均一材料 (粒子形状など) として実施した本解析結果は、Terzaghi の限界動水勾配と定量的に一致しており、杉井らの結論にも対応することになる。なお、試料や実験装置が異なるためにいままだ明確となっていないが、特に室内の一次元透水場においては、試料の寸法効果の影響が以前から報告されている。しかし、本解析結果は、解析モデルの高さを 10 倍にした場合や 5 倍にした場合も変化が見られず、Terzaghi の限界動水勾配と定量的に一致した。

本研究では、弾性解析と弾塑性解析による数値解析解の比較も試みているが、一次元モデルの場合は数値解析解の差異が僅かであり、例えば有効応力径路は両者とも同様に原点に向かって直線的に移動した（図-4）。図-4 は、初期間隙比 $e_0 = 0.7$ の場合における、図-2 中の最下部の要素（0.0～7.5 cm）の有効応力径路であるが、このように有効応力径路が一致する傾向は次のように説明できる。つまり、一次元解析の場合は、側方拘束の影響によってポアソン比から有効応力径路が確定してしまうため、ダイレイタンシーを考慮できる弾塑性解析とダイレイタンシーのない弾性解析の有効応力径路における差異がなくなり、ほぼ同様となるのである。なお、弾性

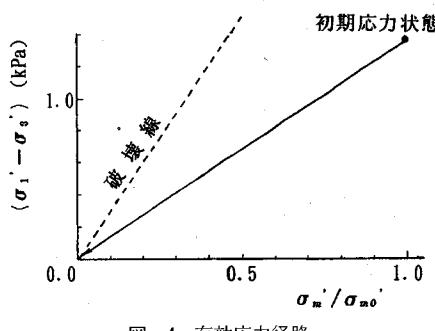
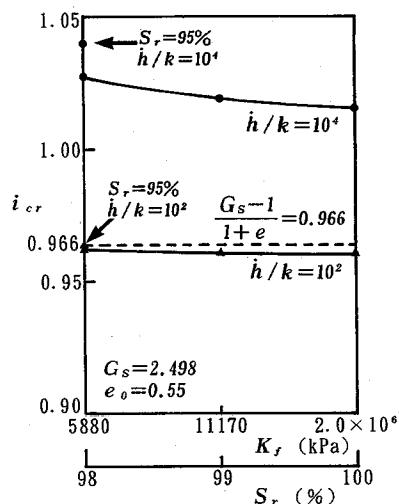


図-4 有効応力径路

図-5 K_f および $S_r \sim i_{cr}$ 関係

解析における材料パラメータは、全て弾塑性解析で用いた値と同様のもの、あるいは換算したものを用いた。

ここで、限界動水勾配 i_{cr} のパラメータ依存性について触れる。ここでは高さ 4 m の一次元モデルを用い、水位上昇速度 h および間隙水の体積弾性係数 K_f を変化させてその影響を考察した。その他の材料パラメータは表-2 と同様である。図-5 に、 K_f および間隙水の飽和度 $S_r \sim i_{cr}$ の関係を示す。 K_f は式(14) および(15) を用いて S_r から算出した。図-5 中の破線は Terzaghi の限界動水勾配であり、実線は水位上昇速度 h を透水係数 k によって無次元化した値に対応する解析結果 (S_r , $K_f \sim i_{cr}$ 関係) を示している。解析モデルのメッシュサイズや境界条件などへの依存性が考えられるため、限られた範囲での結果となるが、この図より限界動水勾配の水位上昇速度への依存性は明らかであり、水位上昇が速くなるほど水圧が伝播しにくく、地盤内の水圧伝播速度と水位上昇速度の相対差が大きくなつて限界動水勾配が大きくなることがわかる。また、この図から水位上昇が速くなるほど限界動水勾配の飽和度に対する依存性も大きくなり、間隙水の飽和度が小さいほど限界動水勾配が

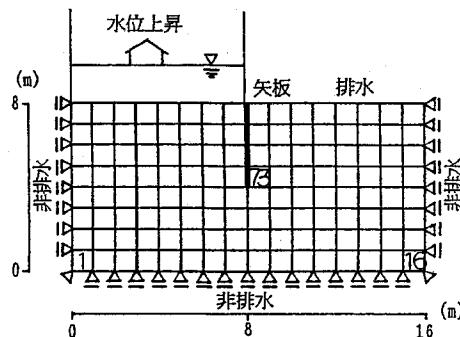


図-6 解析モデル

表-3 材料パラメータ

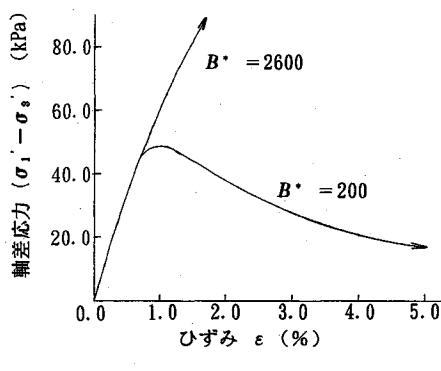
圧縮指数 λ	0.065
膨潤指数 κ	0.009
ボアソン比 ν	0.33
間隙比 e	0.87
破壊応力比 M_f^*	1.265
変相応力比 M_m^*	1.087
移動硬化パラメータ B^*	200
静止土圧係数 K_0	0.5
透水係数 k (cm/s)	0.01

大きくなる傾向が見られる。これは、間隙水の圧縮性が水圧の伝播を妨げるためであると考えられるが、この結論は間隙水と気泡との間に相対運動がない場合に限られる。小高⁵⁾および小高ら⁶⁾の実験によれば、気泡が間隙水中を独立して運動する場合、すなわち間隙水と気泡との間に相対運動がある場合には、気泡の拡大化に伴って局所破壊が加速され、限界動水勾配が小さくなることがある。

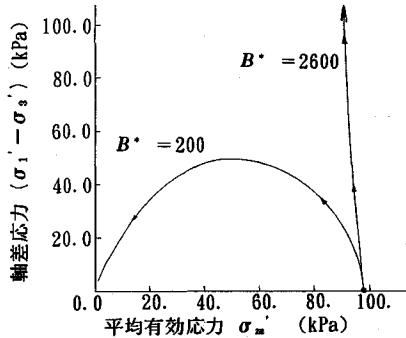
(2) モデル地盤を用いたシミュレーション

a) パラメータ依存性について

一次元解析による上記の結果および考察を踏まえ、二次元解析モデルを用いた数値シミュレーションを実施した。解析モデルを図-6 に示す。ここでは矢板左側の地表面より水位を上昇させた場合について解析を行い、矢板と地盤の間のすべりは、ジョイント要素を用いて表現した。ジョイント要素の降伏規準としては、破壊応力比 M_f^* から求まる内部摩擦角 ϕ_f を用いたモール・グーロンの破壊規準を用いた。そして、ジョイント要素は、そのせん断応力が降伏規準より大きくなった場合にすべると仮定した。また、ジョイント要素の垂直応力が引張りの時もすべりを仮定した。FEM などの数値解析法は、条件の複雑な問題に対応できることに最大の利点があるが、基礎的な検討に主眼をおいて単純なモデルとした。用いた材料パラメータを表-3 に示す。これは、北海道室蘭沖で採取された砂の土質試験結果に基づき設定しているが、 N 値 10 以下のゆるい砂地盤である²¹⁾、表-3



(a) 軸差応力～ひずみ関係



(b) 有効応力経路

図-7 非排水三軸圧縮試験のシミュレーション

の材料パラメータを用いて要素試験（非排水三軸圧縮試験）のシミュレーションを実施した例を図-7に示す。図-7の（a）は軸差応力～ひずみ関係であり、（b）は有効応力経路である。図には、以降の解析で用いる移動硬化パラメータ $B^*=200$ の場合と別途実施した $B^*=2600$ の場合の解析結果を併記してある。これらの図から、 $B^*=200$ の場合には有効応力経路が原点に向かうなど、ゆる詰め砂に見られるような挙動を示し、 $B^*=2600$ の場合には密詰め砂に見られる挙動を示すことが認められ、 B^* は試料の締め固め程度を表現するのに有效であることがわかる。なお、ゆる詰め砂のシミュレーションでは、変相応力比 M_m^* を、 $M_m^*=1.39 (> M_f^*)$ とした。これは、 $M_m^* > M_f^*$ とすることにより、有効応力経路が原点に向かって移動するというゆるい砂が液状化に至る際に見られる傾向を与えることが可能なためである。

図-8 に弾塑性構成式を用いた解析法で得られた等ポテンシャル線の分布を示す。ここでは次の3種類について検討している。

①水位上昇速度 $h=20.0 \text{ cm/sec}$. (水位上昇速度と透水係数による無次元量 $h/k=2000$) で間隙水の体積弾性係数 $K_f=11170 \text{ kPa}$ (間隙水の飽和度 $S_r=99\%$) の場合

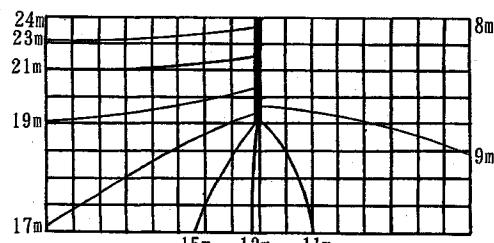
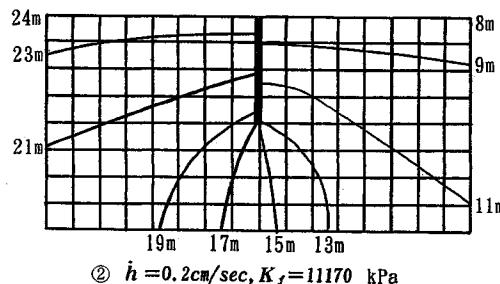
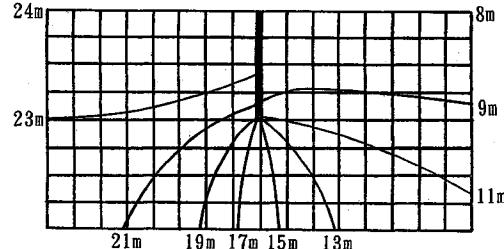
① $h=20.0 \text{ cm/sec}, K_f=11170 \text{ kPa}$ ② $h=0.2 \text{ cm/sec}, K_f=11170 \text{ kPa}$ ③ $h=20.0 \text{ cm/sec}, K_f=2.53 \times 10^6 \text{ kPa}$

図-8 等ポテンシャル線の分布

② $h=0.2 \text{ cm/sec. } (h/k=20)$ で $K_f=11170 \text{ kPa}$ の場合

③ $h=20.0 \text{ cm/sec. } K_f=2.53 \times 10^6 \text{ kPa } (S_r=99.9\%)$ の場合

図-8の①～③は全て同じ水位まで上昇させた時点 ($h=24.0 \text{ m}$) での比較であるが、一次元解析で得られた図-5の傾向と同様、浸透破壊現象の水位上昇速度および間隙水の飽和度に対する依存が見られる。すなわち、水位上昇速度を比較した①と②においては、水位上昇が速くなるほど水圧が伝播しにくく、破壊に必要な水頭は大きくなることが認められ、間隙水の飽和度を比較した①と③においては、飽和度が小さいほど水圧が伝播しにくく、破壊に必要な水頭は大きくなる傾向が認められた。これらの傾向は、最も早く破壊に至る矢板右側の部分の動水勾配 (①は 0.57, ②は 1.14, ③は 0.75) の状況から把握できる。なお、図-8で用いた材料パラメータ e , B^* の値を変化させた場合の解析結果においても、図-5と同様な傾向が得られたことを付記しておく。

b) 弹性解析結果と弾塑性解析結果の相異について
次に、一次元モデルでは有意な差が認められなかった弾性解析と弾塑性解析について、二次元モデルを用いて

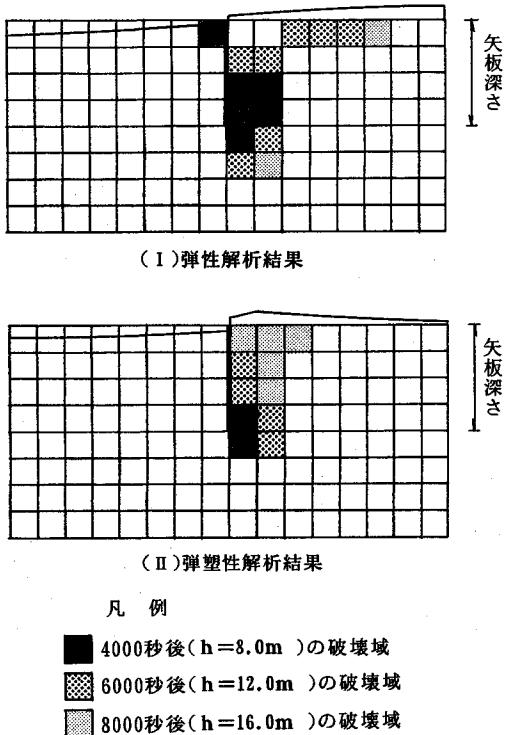


図-9 破壊域の拡大および地表面変位

比較検討した。解析モデルおよび材料パラメータはそれぞれ図-6 より表-3 と同様であるが、要素試験のシミュレーション（ゆるい砂の場合）と同様に、変相応力比 M_m^* を、 $M_m^*=1.39 (> M_s^*)$ とした。また、水位上昇速度 $\dot{h}=0.2 \text{ cm/sec.}$ 、間隙水の体積弾性係数 $K_f=11170 \text{ kPa}$ ($S_r=99.0\%$) とし、移動硬化パラメータ $B^*=200$ とした。同様なモデル（材料パラメータおよび寸法は不明）を用いて実施された吉国らのモデル実験²²⁾によると、ある限度内の水頭差であれば矢板付近の砂は安定であるが、水頭差が次第に大きくなると、ある時点では流量が急激に増大した。そして、矢板直近部の下流側で砂が持ち上がり、砂と水の混合物が矢板の下を回って吹き出し、地盤破壊に至っている。

図-9 に、破壊域の拡大の様子および 8 000 秒後における地表面の沈下および隆起を示す。図中の斜線部が破壊域を示し、沈下および隆起は、それぞれ計算値を 5 倍して重ね合わせている。(I), (II) はそれぞれ弾性解析および弾塑性解析による結果である。(II) の弾塑性解析結果では、矢板の根入れ深さ $1/2$ の幅で下流側地盤が破壊するとした Terzaghi の提案する設計法と類似した結果が得られており、その上部では最大の隆起が発生している。これは、実際の現象を定性的に表現していると考えられ、吉国らによるモデル実験結果を勘案すると妥当な解析結果であるといえる。また、このような弾塑

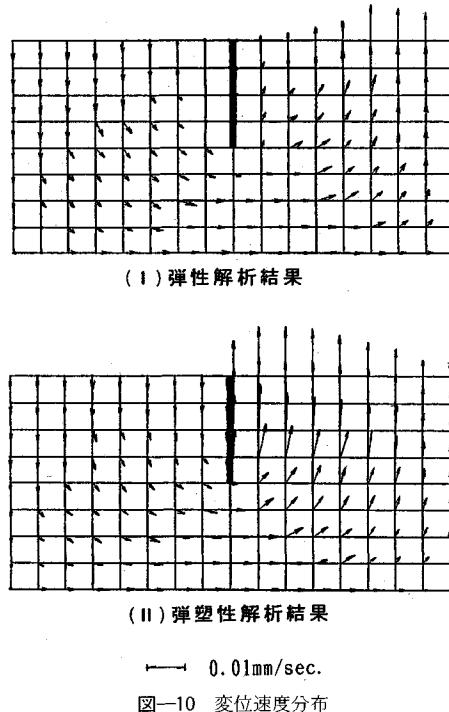


図-10 変位速度分布

性解析の傾向は、異なる透水係数、間隙水の体積弾性係数を用いた場合にも認められた。そして、要素試験のシミュレーション（図-7）において密な砂の挙動を示した移動硬化パラメータ $B^*=2600$ の場合にも認められた。一方、(I) の弾性解析結果では、破壊域の拡大の様子が弾塑性解析結果と若干異なるものの大差はない。しかしながら、地表面変位は矢板上部から端部に向かって大きくなるという、弾塑性解析結果とは異なる傾向が得られた。なお、破壊後の要素についてであるが、弾塑性解析では破壊直前の応力～ひずみマトリックスを用いて解析を継続した。一方、弾性解析では、破壊後のポアソン比 $\nu=0.49$ とし、せん断剛性を初期の $1/1000$ として解析を継続した。

図-10 は、弾性解析と弾塑性解析における地盤内の変位速度分布（8 000 秒後）を示している。弾塑性解析では矢板まわりでの変位が大きく、弾性解析結果との顕著な差異が認められる。

次に、有効応力径路を図-11 に示す。検討した要素は、矢板最深部の下流側の要素（要素番号 73、図-6 参照）である。図中の破線は弾性解析での有効応力径路であり、実線は弾塑性解析での有効応力径路であるが、弾性解析における有効応力径路では、平均有効応力の減少に伴う主応力差の増減が破壊直前まではほとんど見られないのに対し、弾塑性解析における有効応力径路では、平均有効応力の減少とともに主応力差も減少している。この弾塑性解析での有効応力径路は、ゆるい砂が液状化に至る際

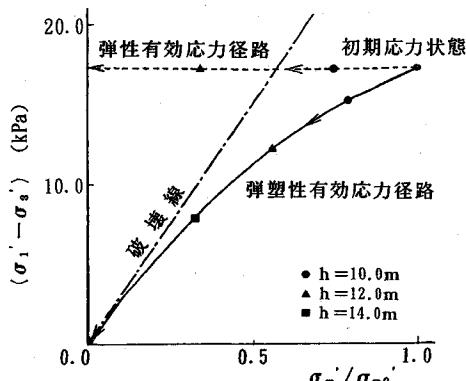


図-11 有効応力経路

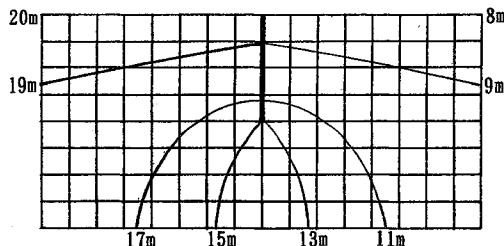


図-12 等ポテンシャル線の分布

にみられる有効応力経路と類似しており、実際の浸透破壊現象における有効応力経路を定性的に再現しているものと考えられる。一方、移動硬化パラメータ $B^*=2.600$ の場合には、弾性解析結果と類似した有効応力経路で破壊線に至る傾向が認められた。したがって、ゆるい砂の場合の方が、弾性解析と弾塑性解析における有効応力経路の相異が大きいといえる。なお、既に述べたように、破壊条件としてはせん断破壊を取り扱わず、平均有効応力が初期平均有効応力の1%に達した時としているため、弾塑性解析では、経路が破壊線に至った後、破壊線に沿って原点に向かうとしている。

上記のような弾性解析結果と弾塑性解析結果の相異、特に地盤内の間隙水圧分布や破壊域の分布の相異は、非常に遅い水位上昇速度の場合、いかえれば定常浸透状態の場合には現れなかった。一例として、表-3と同様の材料パラメータを用い、水位上昇速度を小さくさせて $h=0.002\text{ cm/sec.}$ 、水の体積弾性係数 $K_f=11.170\text{ kPa}$ とした場合の6000秒後 ($h=20.0\text{ m}$)における等ポテンシャル線の分布を図-12に示す。これは、弾性解析においても弾塑性解析においてもほぼ同様であり、破壊域の拡大の様子も同様であった。定常な状態となる場合と非定常な状態となる場合の境界を示す水位上昇速度は明確でないが、上記のことから、非定常な浸透条件下の方が弾性解析と弾塑性解析の差が顕著になることが分かる。

5. 結論

本報告で示した主な結果を以下に列挙する。

- ①砂地盤の浸透破壊現象に対し、土質試験などによる土の変形・強度定数を用いた詳細検討が可能な連成解析法の提案を行った。本解析法では初期状態から最終破壊状態に至るまで時々刻々と変化する地盤の変形や間隙水圧の蓄積などを数値解析的に表現できる。また、地震時や波浪時の液状化解析と浸透破壊解析を統一的に取り扱うことができる。
- ②既往の室内試験結果やTerzaghiの限界動水勾配を用いて本解析法の検証を行った。その結果、一次元解析モデルを用いた検証ではあるが、本解析法の浸透破壊問題に対する適用性が明確になった。
- ③限界動水勾配は水位上昇速度や間隙水の飽和度に依存することが数値解析的に明らかになった。
- ④材料パラメータの厳密な一致が困難なために定性的な傾向の比較となるが、一次元解析においては弾性解析と弾塑性解析の有意な差が認められない。しかし、ダイレイタンシーの影響が顕著となる二次元解析においては、地表面の隆起や沈下、破壊域の分布、変位速度分布、そして有効応力経路などにおいて違いが認められた。この傾向は、ゆるい砂の場合において顕著であった。なお、水位上昇速度が遅く、定常な状態では、弾性解析と弾塑性解析による間隙水圧の分布や破壊域の拡大の様子に顕著な違いが認められなかった。

今後は、砂の構成式の改善などを行なうことによって解析法の改良を行い、さらに弾粘塑性構成式²³⁾を導入することによって現在は対応不可能な粘土層も考慮した解析法へ拡張する予定である。これにより、ヒーピング問題など、より範囲の広い浸透・掘削問題への適用が期待できる。また、試料の不均質性を考慮し、パイピング問題へ対応可能な解析法へ拡張するのも重要な課題である。

最後に、解析にご協力いただきました岐阜大学卒業生佐々木昭彦氏（前田建設工業株）と横山哲哉氏（株奥村組）に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Terzaghi, K. : Der Grundbruch an Stauwerken und sein Verhutung, From Theory to Practices in Soil Mechanics, 1960.
- 2) Justin, J.D. : Earth dam projects, Wiley, New York, pp.171~177, 1932.
- 3) 西垣誠・梅田美彦・上山一彦：地盤掘削時におけるボイリング、パイピング現象の2,3の考察、土と基礎、Vol.37, No.6, pp.69~73, 1989.
- 4) 山上拓男・春本繁・滝昌和：クイックサンド現象の弾塑性数値解析について（続報）、第18回土質工学研究発表会講演集、pp.1323~1324, 1983.

- 5) Nishi, K. and Esashi, Y. : Stress-strain relationships of sand based on elasto-plasticity theory, Proceeding of Japan Society of Civil Engineers, No.280, pp.111~122, 1978.
- 6) Oka, F. : Constitutive equations for granular materials in cyclic loadings, Proceeding of IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular Materials, pp.297~306, 1982.
- 7) Oka, F., Yashima, A., Kato, M. and Sekiguchi, K. : A constitutive model for sand based on non-linear kinematic hardening rule and its application, Proceeding of the 10th World Conference on Earthquake Engineering, Vol.5, pp.2529~2534, 1992.
- 8) 小高猛司：水一土骨格連成極限つり合い解析に基づく複合地盤の支持力に関する研究,名古屋大学博士論文,1993.
- 9) 小高猛司・浅岡顕：砂質地盤の浸透過程での気泡の発生・発達現象, 土木学会論文集, No.487 / III-26, pp. 129~138, 1994.
- 10) Biot, M.A. : Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media, Journal of Applied Physics, Vol.33, No.4, pp.1482~1498, 1962.
- 11) 柴田徹・佐藤忠信・渦岡良介・岡二三生・八嶋厚・加藤満：FEM-FDM 液状化解析手法とその適用性, 第8回日本地震工学シンポジウム, pp. 807~812, 1990.
- 12) 赤井浩一・田村武：弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文集, 第269号, pp. 98~104, 1978.
- 13) Simon, B.R., Zienkiewicz, O.C. and Paul, D.K. : An analytical solution for the transient response of saturated porous elastic solids, International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics Vol 8, pp.381 ~398, 1984.
- 14) 八嶋厚・岡二三生・加藤満：波浪による海底地盤の破壊について (特に液状化現象に着目して), ウォーターフロント開発に関する土質工学上の諸問題, 土質工学会中部支部, pp. 51~84, 1992.
- 15) Oka, F., Yashima, A., Kato, M. and Nakajima, Y. : Numerical analysis of wave-induced liquefaction in seabed, ISOPE 93, Vol.1, pp.591~598, 1993.
- 16) Armstrong, P.J. and Frederick, C.O. : A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect, C.E.G.B. Report RD/B/N/731, 1966.
- 17) Oka, F., Yashima, A., Shibata, T., Kato, M. and Uzuoka, R. : FEM-FDM coupled liquefaction analysis of an porous ground using an elasto-plastic model, Applied Scientific Research, Vol.52, No.3; pp.209~245, 1993.
- 18) Ishihara, K. and Okada, S. : Yielding of overconsolidated sand and liquefaction model under cyclic stresses, Soils and Foundations, Vol.18, No.1, pp.57~72, 1978
- 19) 杉井俊夫・佐藤健・宇野尚雄・山田謹吾：浸透破壊の発生プロセスと土の不均一性, 土と基礎, Vol. 37, No. 6, pp.17~22, 1989.
- 20) Okusa, S. : Wave-induced stresses in unsaturated submarine sediments, Geotechnique, Vol.32, No.3, pp.235~247, 1985.
- 21) 北海道開発局室蘭開発建設部：一般国道37号室蘭市白鳥大橋地質調査その2業務, 液状化検討報告書, 1985.
- 22) 吉国洋・宇野尚雄・柳澤栄司：土木学会編新体系土工学17 土の力学(II)3. 透水現象の解法, 技報堂出版, 1984.
- 23) Oka, F. : A cyclic elasto-viscoplastic constitutive model for clay based on the nonlinear hardening rule, Proceeding of the 4th International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Balkema, pp.105~114, 1992.

(1993.8.5 受付)

AN ANALYSIS OF SEEPAGE FAILURE USING AN ELASTO-PLASTIC CONSTITUTIVE EQUATION AND ITS APPLICATION

Fusao OKA, Atsushi YASHIMA, Mitsuru KATO and Yutaka NAKAJIMA

A numerical method of seepage failure using a non-linear kinematic hardening rule is proposed. The effectiveness of the analysis is confirmed through the comparison with numerical results and existing equations. By carrying out several cases of calculation, it is found that the critical hydraulic gradient depends on the raising rate of water level, coefficient of permeability and the degree of saturation of pore water. Based on the comparison between elastic analyses and elasto-plastic analyses, it is found that the elasto-plastic analysis can predict the deformation of ground and area of failure better than elastic one.