土木学会論文集 No. 493／Ⅲ-27, pp. 39~48, 1994. 6

部分応力解放法による等方性または異方性岩盤の三次元初期応力測定理論

菊地慎二*・山下幸夫**・平島健一***・川本眺万****

本論文は，近接する2個のボアホールの応力干渉を利用した等方性または直交異方性弾性岩盤内の初期応力測定理論に関するもので，一般的な三次元地圧下の6個の初期応力成分のうち，ボアホール軸に直交する面内の3成分および面外の2成分を一回の測定で決定する方法について論じたものである．さらに，ボアホール孔壁での感度係数に関する高精度の解析解を示すと同時に，これらを用いた具体的な初期応力の算定方法を提示した．

Key Words：*3 dimensional rock stresses. theoretical analysis. two neighboring boreholes. partial stress relief technique. isotropic or anisotropic*

1. 緒　　言

岩盤内の初期応力（初期地圧）は地下構造物の安定に重大な影響を及ぼす主要因の一つであり，その値および作用方向を正確に把握することは，地下構造物の経済的かつ安全な設計・施工のために極めて重要である．そのため初期応力を測定する方法は現在までにも数多く提案されており，いわゆる応力解放法[1),2)]をはじめとして，応力再現（補償）法（Flat Jack 法，スリット法）[3)]，水圧破砕法[4)]，AE 法[5)]および変形率変化法[6)]などが実際の建設プロジェクト等の現位置において適用されている．

上記の測定法のうち応力解放法は，測定地点に小口径のボアホールを削孔し，その内部にひずみゲージまたは変位計を設置したあと，同心円状にオーバーコアリングを行い作用応力を解放して，そのときのひずみ（または変位）の変化量から初期応力を算定しようとするものである．応力再現法と並んで比較的古くから採用されており，実施例も多く，初期応力の測定法としては信頼性の高い方法であると言えよう[7)]．ただ，通常の場合，大口径のオーバーコアリングを必要とするため，工費の面でやや割高になる点は否定できない．

これに対して著者らのうちの一人（川本）[8)]は，既設のボアホールを測定側にして，これに隣接する第二のボアホールを開削することにより部分的に応力解放を行う方法を提案した．この方法は近接した2円孔の相互干渉による弾性的な応力集中を利用するもので，一種の応力再分布法あるいは部分応力解放法と呼べるものである．ボアホールが小さくても適用でき，しかも測定孔と（部分）解放孔が分離しているため，計測装置に水分，温度等の攪乱が比較的少ないといったメリットがある．

上述の論文[8)]では，応力解放によって測定孔の孔壁に生じる応力算定のための関係式を誘導し，光弾性実験により式中に現われる応力係数を求め，岩盤内の初期応力を算定する手法について論じている．さらに，石膏ブロックを用いた室内実験およびダムサイトの試験坑道での現位置試験を実施して，この手法の妥当性を検証している．

一方，上記の系列に属するものとして，富永・木下[9)]は上述の論文[8)]を受けて，2円孔を含む多円孔の応力干渉を利用した初期応力測定法を発表した．岩盤を等方性弾性体と仮定して，理論的に応力係数を解析したもので，測定孔の周辺に3個の解放孔を開削することにより，壁面上の1点のひずみ計測によりボアホール軸に直交した面内の初期応力3成分を決定できること，および円孔を増加する代わりに1つの円孔を順次拡大しても同様の目的が達せられることなどが論じられている．

本論文は，近接する2円孔の応力干渉を利用した初期応力の測定理論に関するもので，先の著者らの一人の方法と原理的には同じものである．ただ前述の論文が光弾性実験により等方性弾性体の応力係数を求めていたのに対して，ここでは3次元初期地圧下での等方性ならびに異方性弾性地山の場合にも適用拡張を図るために，複素関数論による弾性厳密解を用いた，2円孔の感度係数に関する高精度の解析解を提示する．本手法によると，一般的な3次元初期応力の6個の成分のうち，ボアホール軸に直交した面内の3成分（σ_x^∞, σ_y^∞, τ_{xy}^∞）および面外の2成分（τ_{xz}^∞, τ_{yz}^∞）を1回の測定で決定することが可能である．軸方向の面外直応力成分（σ_z^∞）については，例えばFlat Jack 法を併用するか，本手法を異なる2方向に対して適用することによって決定することが可能である．

† 本論文の一部は，第25回（1993年）岩盤力学に関するシンポジウムにおいて発表

* 正会員　日本国土開発（株）技術開発部土木設計課
（〒243-03　神奈川県愛甲郡愛川町中津 4036-1）
** 正会員　（株）大林組技術研究所　土木第四研究室
*** 正会員　工博　山梨大学教授　工学部土木環境工学科
**** 正会員　工博　愛知工業大学教授　工学部土木工学科

2. 異方性弾性体内の双設ボアホール問題に対する解

（1） 1個のボアホールが存在する場合の厳密解

異方性弾性体内に平行する2個のボアホールが存在する問題の解として，選点法を用いて1個のボアホールが存在する場合の厳密解[10),11)]より誘導する.

いま，**Fig.1** に示すように，解析対象モデルとして，ボアホール径に比して十分遠方での一様な面内応力 σ_x^∞, σ_y^∞, τ_{xy}^∞,（または面内主応力 σ_1^∞, σ_2^∞）および面外せん断応力 τ_{xz}^∞, τ_{yz}^∞ が作用する，2個の円孔 Σ_1, Σ_2 を有する3次元異方性弾性体を考える．円孔が Σ_1 だけの場合，すなわち1個の円孔しか存在しない場合には，物理平面内の任意位置における応力および変位は，直交デカルト座標系（x, y, z）に対して，3つの複素応力関数 $\phi_k(z_k)$,（$k=1, 2, 3$）を用いて，それぞれ次式のように与えられる[12)].

$$
\left.
\begin{aligned}
\sigma_x&=\sigma_x^\infty+2Re[\mu_1^2\phi_1'(z_1)+\mu_2^2\phi_2'(z_2)],\\
\sigma_y&=\sigma_y^\infty+2Re[\phi_1'(z_1)+\phi_2'(z_2)],\\
\tau_{xy}&=\tau_{xy}^\infty-2Re[\mu_1\phi_1'(z_1)+\mu_2\phi_2'(z_2)],\\
\tau_{xz}&=\tau_{xz}^\infty+2Re[\mu_3\phi_3'(z_3)],\\
\tau_{yz}&=\tau_{yz}^\infty-2Re[\phi_3'(z_3)],\\
u&=u_x^0+2Re[p_1\phi_1(z_1)+p_2\phi_2(z_2)],\\
v&=u_y^0+2Re[q_1\phi_1(z_1)+q_2\phi_2(z_2)],\\
w&=w^0+2Re[\{a_{45}-a_{44}/\mu_3\}\phi_3(z_3)].
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)
$$

ここに，u, v, w は，それぞれ x, y および z 方向の変位を，また，u_x^0, u_y^0, w^0 はボアホールのない状態でのそれぞれの座標方向の初期変位を表す.

また，応力とひずみの関係は次式となる.

$$
\left.
\begin{aligned}
\varepsilon_x&=a_{11}\sigma_x+a_{12}\sigma_y+a_{16}\tau_{xy},\\
\varepsilon_y&=a_{12}\sigma_x+a_{22}\sigma_y+a_{26}\tau_{xy},\\
\gamma_{xy}&=a_{16}\sigma_x+a_{26}\sigma_y+a_{66}\tau_{xy},\\
\gamma_{yz}&=a_{44}\tau_{yz}+a_{45}\tau_{xz},\\
\gamma_{xz}&=a_{45}\tau_{yz}+a_{55}\tau_{xz},\\
\varepsilon_r&=\varepsilon_x\cos^2\theta+\varepsilon_y\sin^2\theta+\gamma_{xy}\sin\theta\cos\theta,\\
\varepsilon_\theta&=\varepsilon_x\sin^2\theta+\varepsilon_y\cos^2\theta-\gamma_{xy}\sin\theta\cos\theta,\\
\gamma_{\theta z}&=-\gamma_{xz}\sin\theta+\gamma_{yz}\cos\theta.
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)
$$

ここに，z 軸はボアホール軸方向にとり，θ は円孔 Σ_1 の壁面に沿って x 軸の正方向より反時計回りに計った角度である．また a_{11}, a_{12}, $\cdots$, a_{66} は弾性コンプライアンスであり，直交異方性弾性体の場合の平面応力状態に対して次式のような座標変換関係が成立する.

$$
\left.
\begin{aligned}
a_{11}&=a_{11}'\cos^4\alpha+(2a_{12}'+a_{66}')\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha+a_{22}'\sin^4\alpha,\\
a_{22}&=a_{11}'\sin^4\alpha+(2a_{12}'+a_{66}')\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha+a_{22}'\cos^4\alpha,\\
a_{12}&=a_{12}'+(a_{11}'+a_{22}'-2a_{12}'-a_{66}')\sin^2\alpha\cos^2\alpha,\\
a_{66}&=a_{66}'+4(a_{11}'+a_{22}'-2a_{12}'-a_{66}')\sin^2\alpha\cos^2\alpha,\\
a_{16}&=\{a_{22}'\sin^2\alpha-a_{11}'\cos^2\alpha\\
&\quad+1/2(2a_{12}'+a_{66}')\cos2\alpha\}\sin2\alpha,\\
a_{26}&=\{a_{22}'\cos^2\alpha-a_{11}'\sin^2\alpha\\
&\quad-1/2(2a_{12}'+a_{66}')\cos2\alpha\}\sin2\alpha,\\
a_{44}&=a_{44}'\cos^2\alpha+a_{55}'\sin^2\alpha,\\
a_{55}&=a_{44}'\sin^2\alpha+a_{55}'\cos^2\alpha,\\
a_{45}&=(a_{44}'-a_{55}')\cos\alpha\sin\alpha.
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)
$$

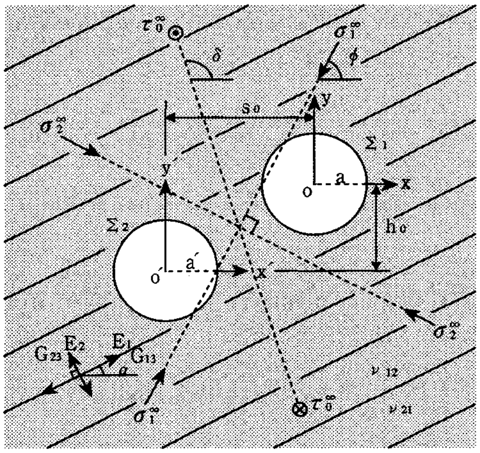


Fig.1 Geometry of anisotropic elastic rock containing two holes with optional radius under applied in-plane and out-of plane initial stresses.

ここで，α は **Fig.1** に示すように弾性主軸 E_1 と x 軸のなす角を表わす．また，弾性コンプライアンス a_{ij}' は次のように表わされる.

$$
\left.
\begin{aligned}
&a_{11}'=1/E_1,\quad a_{22}'=1/E_2,\\
&a_{12}'=-\nu_{12}/E_1=-\nu_{21}/E_2,\ a_{16}'=a_{26}'=0,\\
&a_{44}'=1/G_{23},\ a_{55}'=1/G_{13},\ a_{66}'=1/G_{12}.
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(4)
$$

ここに，E_i, G_{ij} および $\nu_{ij}(i, j=1, 2, 3)$ は，それぞれ弾性係数，せん断弾性係数およびポアソン比である.

なお，問題を平面ひずみ状態として取り扱う場合には，弾性コンプライアンス a_{ij} の代わりに，次式で定義される β_{ij} を用いればよい.

$$
\beta_{ij}=a_{ij}-(a_{i3}a_{j3}/a_{33}),\ (i, j=1, 2, \cdots\cdots, 6)\cdots\cdots\cdots(5)
$$

式（1）に含まれる複素係数 μ_k,（$k=1, 2, 3$）およびこれらと共役な複素係数 $\bar{\mu}_k$,（$k=1, 2, 3$）は，異方性弾性体に対する次式（6）の特性方程式の複素根として，また係数 p_k, q_k,（$k=1, 2$）は式（7）により，それぞれ求められる.

$$
\left.
\begin{aligned}
&a_{11}\mu_k^4-2a_{16}\mu_k^3+(2a_{12}+a_{66})\mu_k^2\\
&\quad-2a_{26}\mu_k+a_{22}=0,(k=1, 2)\\
&a_{55}\mu_k^2-2a_{45}\mu_k+a_{44}=0.\quad(k=3)
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(6)
$$

$$
\left.
\begin{aligned}
p_k&=a_{11}\mu_k^2+a_{12}-a_{16}\mu_k,\\
q_k&=a_{12}\mu_k+a_{22}/\mu_k-a_{26}.
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(7)
$$

土木学会論文集 No. 493／Ⅲ-27, pp. 39~48, 1994. 6

最終的に，式（1）において用いられる複素応力関数 $\phi_k(z_k)$ および，この複素応力関数を z_k で1回微分した $\phi_k'(z_k)$ は，円孔 Σ_1 の境界とその外部領域に対する式として具体的に次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned}
\phi_1(z_1)&=\frac{\mu_2\bar{\alpha}_1-\bar{\beta}_1}{\mu_2-\mu_1}\cdot\frac{1}{\zeta_1},\\
\phi_2(z_2)&=-\frac{\mu_1\bar{\alpha}_1-\bar{\beta}_1}{\mu_2-\mu_1}\cdot\frac{1}{\zeta_2},\\
\phi_3(z_3)&=\frac{\bar{\gamma}_1}{\zeta_3},\\
\phi_1'(z_1)&=-\frac{\mu_2\bar{\alpha}_1-\bar{\beta}_1}{\mu_2-\mu_1}\cdot\frac{1}{\zeta_1^2}\cdot\frac{1}{I_1},\\
\phi_2'(z_2)&=\frac{\mu_1\bar{\alpha}_1-\bar{\beta}_1}{\mu_2-\mu_1}\cdot\frac{1}{\zeta_2^2}\cdot\frac{1}{I_2},\\
\phi_3'(z_3)&=-\frac{\bar{\gamma}_1}{\zeta_3^2}\cdot\frac{1}{I_3}.
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(8)$$

$$\left.\begin{aligned}
\bar{\alpha}_1&=(a/2)(-\sigma_y^\infty+i\tau_{xy}^\infty),\\
\bar{\beta}_1&=(a/2)(\tau_{xy}^\infty-i\sigma_x^\infty),\\
\bar{\gamma}_1&=(a/2)(\tau_{yz}^\infty-i\tau_{xz}^\infty),\\
z_k&=x+\mu_k y\\
&=(a/2)\{(1-i\mu_k)(\zeta_k+(1+i\mu_k)\zeta_k^{-1}\},\\
\zeta_k&=[z_k^2+\{z_k-a^2(1+\mu_k^2)\}^{1/2}]/a(1-i\mu_k),\\
I_k&=dz_k/d\zeta_k\\
&=(a/2)\{(1-i\mu_k)-(1+i\mu_k)\zeta_k^{-2}\}.
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(9)$$

ここに，a は円孔 Σ_1 の半径である．

（2） 双設ボアホール問題に対する解

前述のような状態で，これに隣接して平行する第2のボアホール Σ_2（半径 a'）が開削される場合の応力，ひずみおよび変位の計算は，以下のような演算を行うことによって求めることができる．

いま，円孔 Σ_1 の場合と同様に，新しく開削する円孔 Σ_2 に対して **Fig.1** に示すような直交座標系（x', y', z'）をとるものとすれば，両者の座標系間には次の関係が成立する．

$$z'=x+s_0,\quad y'=y+h_0.\cdots\cdots(10)$$

ここに，s_0 および h_0 はそれぞれ2個の円孔中心間の水平および鉛直距離である．

ここで座標系（x', y', z'）内の円孔 Σ_2 をもつ単連結領域に対しても，式（9）と同様に複素平面 $z_k'(=x'+\mu_k y')$ を考え，これを ζ_k'－平面（$\zeta_k'=\rho_k' e^{i\theta'}$）の単位円とその外部に写像すれば次式が成立する．

$$z_k'=(a'/2)\{(1-i\mu_k)\zeta_k'+(1+i\mu_k')\zeta_k'^{-1}\}.\cdots\cdots(11)$$

ところで，上式の z_k' と式（9）の z_k との間には，式（10）より

$$z_k'=z_k+(s_0+\mu_k h_0).\cdots\cdots(12)$$

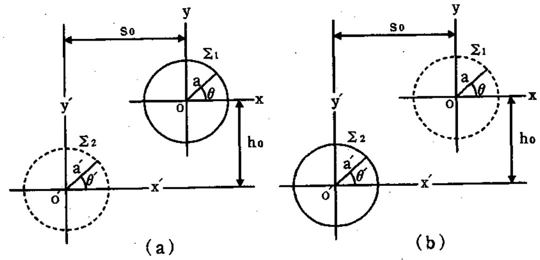


Fig.2 Locations of two holes and coordinate systems.

の関係が存在するゆえ，これから ζ_k と ζ_k' の関係として

$$a\{(1-i\mu_k)\zeta_k+(1+i\mu_k)\zeta_k^{-1}\}-a'\{(1-i\mu_k)\zeta_k' + (1+i\mu_k\zeta_k'^{-1})\}+2(s_0+\mu_k h_0)=0.\cdots\cdots(13)$$

が得られる．上式は ζ_k－平面および ζ_k'－平面上での円孔 Σ_1 と Σ_2 との相互の位置関係を示すものである．

したがって，［Ⅰ］**Fig.2**（a）に示すように円孔 Σ_1 だけが開削された状態に対して，上式の ζ_k' に Σ_2 の仮想境界位置を表す $e^{i\theta'}$ を代入してこの2次方程式を解けば，Σ_1 の座標系を基準とした Σ_2 の位置 $\zeta_k(=\rho_k e^{i\theta_k})$ が決定できる．この ζ_k を用いて式（9），式（8）および式（1）から応力成分 σ_x, σ_y, τ_{xy}, τ_{xz}, τ_{yz} を求め，さらに座標変換により極座標系での応力成分 σ_r, $\tau_{r\theta}$, τ_{rz} を求めれば，これらは **Fig.2**（a）の破線（Σ_2 の仮想境界）上における応力を表したことになる．［Ⅱ］上記［Ⅰ］で求まった応力成分に，Σ_2 の孔の境界での半径方向直応力 $\sigma_r=0$，せん断応力 $\tau_{r\theta}=\tau_{rz}=0$ を満たすように重ね合わせを行って新たに複素応力関数 $\phi_k^*(z_k')$ を求めれば，上記と同様の手順により，**Fig.2**（b）の状態の任意点での応力，変位およびひずみが決定できる．

ただし，上述の［Ⅰ］,［Ⅱ］の結果を重ね合わせれば，円孔 Σ_2 の境界上での境界条件は満足されるが，Σ_1 の境界における自由境界条件は損なわれる．そこで再び Σ_1 の境界における自由境界条件を満足させるように，上述［Ⅱ］の操作を **Fig.2**（a）の状態のものに適用する．以下，同様の操作を順次おのおのの円孔周縁での応力値 σ_r, $\tau_{r\theta}$, τ_{rz} が作用荷重に対して十分に小さくなるまで繰り返して計算し，それぞれの段階で得られた値を重ね合わせれば，求めるべき双設ボアホールの応力，変位およびひずみ分布が得られる．通常は，上記［Ⅰ］,［Ⅱ］の操作を4～6回繰り返し計算を実行すれば，高精度の解を得ることができる．

著者らの計算では，例えば境界上での選点数を $\Delta\theta=2.5°$ すなわち144点とし，以下に示す式（14）の級数式の項数 m を25まで採用して繰り返し回数を6回行ったものは，面内・面外荷重の両方の場合ともに，Haddon の解析結果[14]および双極座標系を用いた解などの他の厳密解と比較して，ほぼ0.5％程度以内の精度が得ら

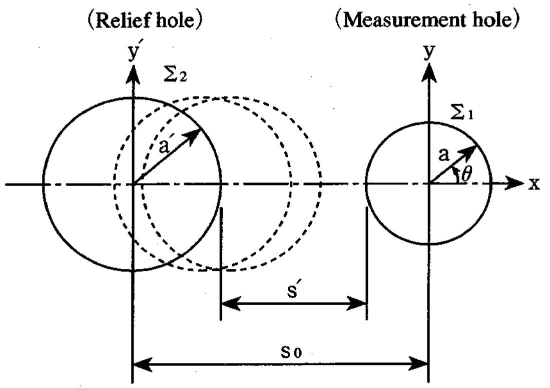


Fig.3 Analytical model for problems of two neighboring boreholes.

れることが検証されている[15),16)].

なお，前述の［Ⅱ］の計算で用いられる複素応力関数 $\phi_k^*(z_k')$ は，次式に示すような級数形で与えられるものである．

$$\left.\begin{aligned}\phi_k^*(z_k')&=\frac{1}{\mu_2-\mu_1}\sum_{m=1}^{\infty}\Gamma_{km}'\zeta_k'^{-m},\ (k=1,2),\\ \phi_k^*(z_k')&=\sum_{m=1}^{\infty}\Gamma_{km}'\zeta_k'^{-m}.\ (k=3)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(14)$$

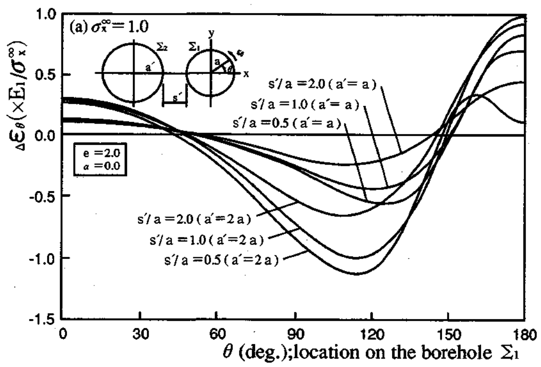
ここに，複素係数 Γ_{km}' は式（8）の第1～3項に示す複素応力関数の分子と類似の形（$i.e.\ \mu_2\bar{\alpha}_1-\bar{\beta}$, $-\mu_1\bar{\alpha}_1+\bar{\beta}$, $\bar{\gamma}_1$）であり，この $\bar{\alpha}_1, \bar{\beta}_1, \bar{\gamma}_1$ の代わりに，孔の境界に作用する応力を境界に沿って線積分して得られる $\bar{\alpha}_m$, $\bar{\beta}_m$, $\bar{\gamma}_m$ をそれぞれ代入することによって求められる[15)].

3. 双設ボアホール問題の数値解析

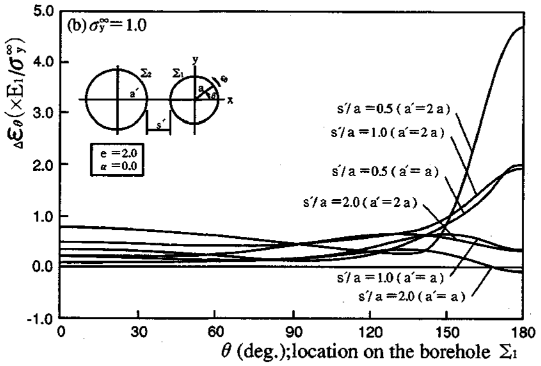
前章で述べた解析理論を双設ボアホール問題に適用して求めた具体的な数値解析例を以下に示す．解析モデルは，**Fig.3** に示すように半径 a の円孔 Σ_1 を測定側にして，これに隣接して半径 a' の円孔 Σ_2 が開削される場合を考える．座標系として2円孔の中心を結ぶ方向に x 軸をとり（i. e. $h_0=0$），中心間距離 s_0 と解放孔 Σ_2 の半径をパラメトリックに変化させて解析する．ここで岩盤は2次元的な直交異方性体とし，弾性係数の比 $e(=E_1/E_2)=2.0$，弾性主軸の方向 $\alpha=0°$，ポアソン比 $\nu_{12}=0.25$ を仮定した．また解析は平面ひずみ状態とし，さらに式（4）に示す直交異方性体のせん断弾性係数として，それぞれ次式により計算するものとした．

$$\left.\begin{aligned}G_{ij}&=1\Big/\left(\frac{1+2\nu_{ij}}{E_i}+\frac{1}{E_j}\right),\ (i,j=1,2,3)\\ E_3&=E_1,\ E_2=E_1/e,\ \nu_{13}=\nu_{12},\ \nu_{23}=\nu_{12}/e.\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(15)$$

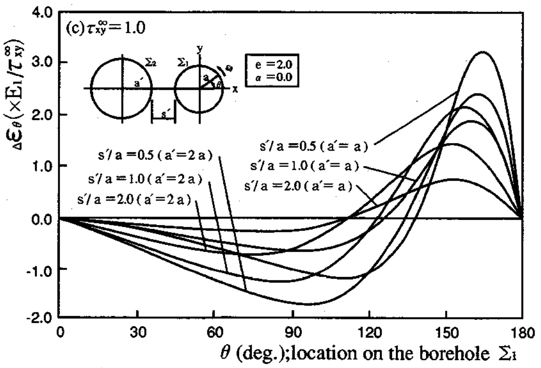
なお，双設ボアホールを利用して初期応力を算定する場合には，測定孔 Σ_1 を開削したのち孔壁表面にひずみゲージを貼り付けるか，あるいはその内部に変位計を設置し，その後 Σ_2 のボアホール開削を行って，Σ_1 側の計測装置の変化量を測定すればよい．そのため壁面位置でのこれらの変化量の理論解析が必要となる．



(a) Case of applied stress $\sigma_x^\infty=1.0$



(b) Case of applied stress $\sigma_y^\infty=1.0$



(c) Case of applied stress $\tau_{xy}^\infty=1.0$

Fig.4 Variations of circumferential strains ($\Delta\varepsilon_\theta$) along the wall surface of the borehole Σ_1 under applied unit in-plane stresses.

Fig.4 は，単位の面内荷重 $\sigma_{ij}^\infty=1.0(i,\ j=x,\ y)$ がそれぞれ単独に作用した場合の，測定孔 Σ_1 における孔壁周方向のひずみの変化量（$\Delta\varepsilon_\theta$）を示したものである．異方性の角度を $\alpha=0°$ としていることから，ここでは対称条件を考慮して，孔壁上の 0～180° の範囲についての結果だけを表示している．なおひずみの変化量 $\Delta\varepsilon_\theta$ は，

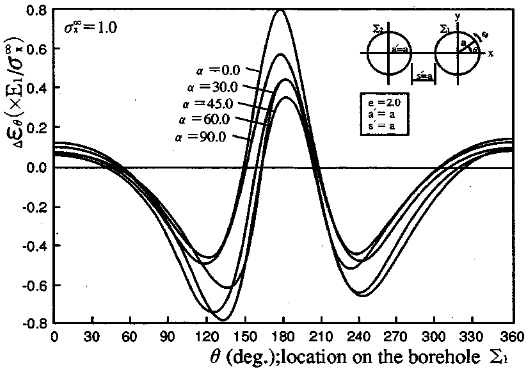


Fig.5 Effects of principal direction of elastic modulus (α) on circumferential strains along the wall surface of borehole Σ_1 under applied unit stress $\sigma_x^\infty=1.0$.

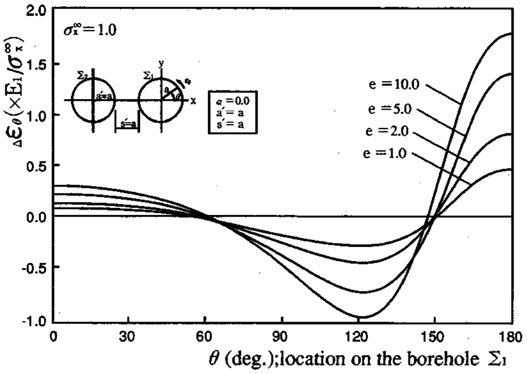
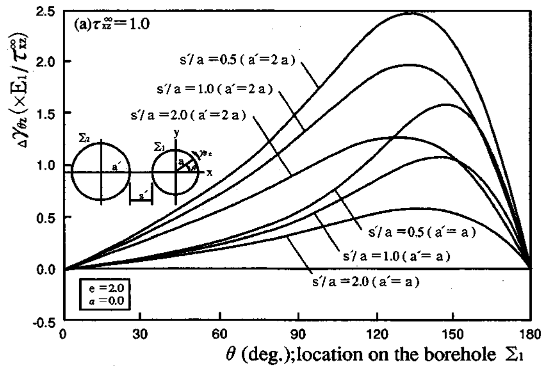
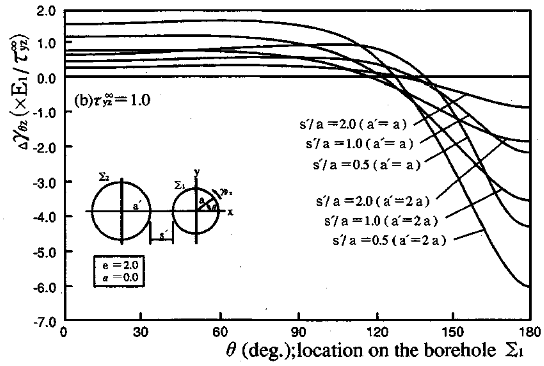


Fig.6 Effects of elastic modulus ratio ($e=E_1/E_2$) on circumferential strains along the wall surface of borehole Σ_1 under applied unit stress $\sigma_x^\infty=1.0$.



(a) Case of applied stress $\tau_{xz}^\infty=1.0$



(b) Case of applied stress $\tau_{yz}^\infty=1.0$

Fig.7 Variations of shear strains ($\Delta\gamma_{\theta z}$) along the wall surface of borehole Σ_1 under applied unit stresses.

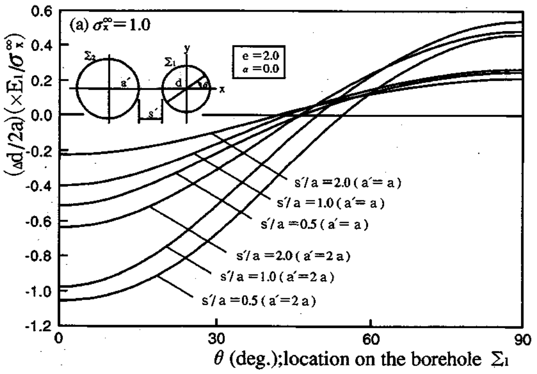
2 円孔がともに開削された状態での Σ_1 の孔壁周方向のひずみから，Σ_1 が 1 孔のみ開削されたときのそれを差し引いて求めた．図中には孔壁間の純離隔距離 s'/a をパラメータにして，解放孔 Σ_2 の大きさがそれぞれ等円の場合（$a'=a$）および 2 倍円の場合（$a'=2a$）のケースを表示しているが，これらの図からも明らかなように，解放孔が測定孔に近づくほど，またその直径が大きくなるほど，ひずみの変化量が大きな応答を示していることが分かる．現位置において精度の高い測定を行うためには，もちろん，変化量は大きいことが望ましい．

Fig.5 は，異方性の角度 α が解析結果に与える影響を示したものである．ここでは，孔壁間の純離隔距離 $s'=a$ の等円孔（*i. e.* $a'=a$）に x 軸方向の単位の直応力 $\sigma_x^\infty=1.0$ が作用する場合について，前記と同様に Σ_1 の孔壁周方向のひずみ変化量を示した．異方性の角度の違いによって，孔壁上の $\theta=180°$ 位置付近では，ひずみ変化量に最大で 2 倍程度の差が生じていることが分かる．

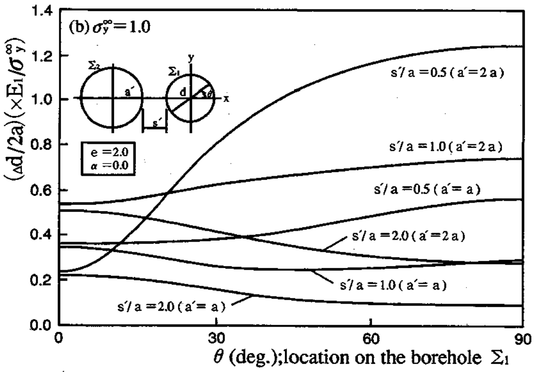
これに対して，異方性の角度を $\alpha=0°$ に固定して，弾性係数の比を $e=1.0$（等方性）から $e=10.0$ まで変化させた場合の結果を **Fig.6** に示している．円孔相互の大きさ，位置関係および作用外力は **Fig.5** と同様とした．岩盤が等方性からより強い異方性を呈するにしたがって，Σ_1 孔の孔壁周方向のひずみは，解放孔に近い $\theta=180°$ 位置と $\theta=120°$（および $\theta=240°$）位置付近で大きく変動しているのが理解される．

一方，**Fig.7** は前記の **Fig.4** と同じ解析条件で，単位の面外せん断応力 $\tau_{iz}^\infty=1.0(i=x, y)$ がそれぞれ単独に作用した場合の孔軸方向のひずみの変化量（$\Delta\gamma_{\theta z}$）を求めたものである．**Fig.4** の結果と同様であるが，孔壁上の位置の違いによって，発生するひずみに大きな差が生じていることが分かる．したがって，初期応力の作用方向とその大きさおよび 2 円孔の中心線の方向との相対的な関係によっては，ひずみゲージの貼り付け位置で小さなひずみしか測定できないこともあるため注意が必要である．

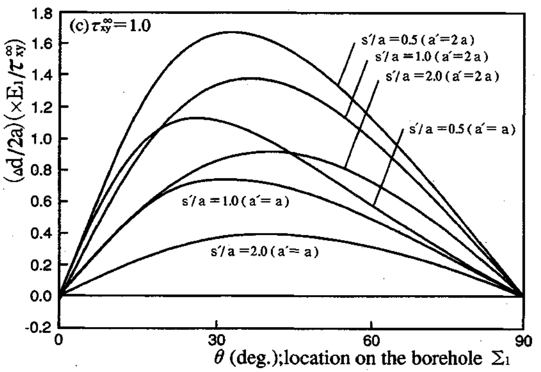
以上は孔壁のひずみ変化量についての表示であるが，現位置計測では，ひずみの代わりに孔壁の直径変化量を直接測定する方が便利な場合もある．これは計器の設置が容易であり，繰り返し使用による経済的な計測作業が



(a) Case of applied stress $\sigma_x^\infty=1.0$

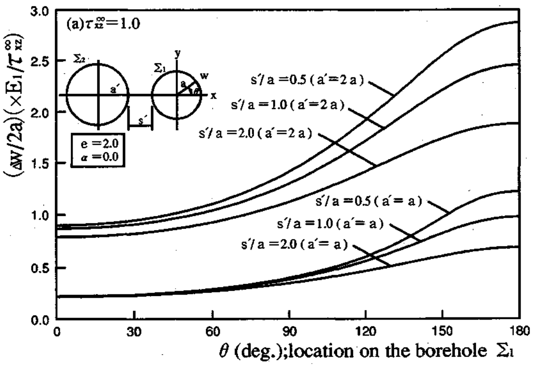


(b) Case of applied stress $\sigma_y^\infty=1.0$

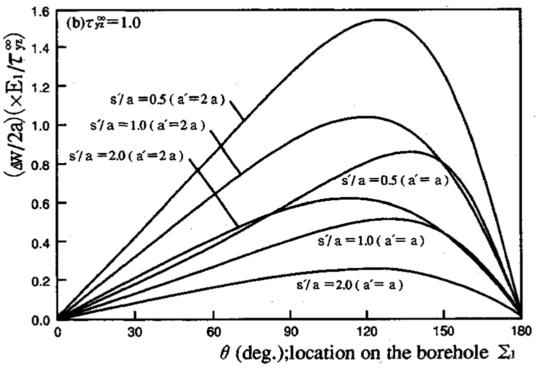


(c) Case of applied stress $\tau_{xy}^\infty=1.0$

Fig.8 Variations of diameter (Δd) on the borehole Σ_1 under applied unit stresses.



(a) Case of applied stress $\tau_{xz}^\infty=1.0$



(b) Case of applied stress $\tau_{yz}^\infty=1.0$

Fig.9 Variations of displacements of z-axis direction (Δw) along the wall surface of borehole Σ_1 under applied unit out-of-plane shear stresses.

可能になることも考えられるためである．そこで，**Fig.8** に面内荷重応力が作用する場合の測定孔 Σ_1 の直径変化量 Δd を，また **Fig.9** には面外せん断荷重応力が作用する場合の軸方向変位の変化量 Δw を示した．これらはいずれも測定側ボアホールの直径（$2a$）で除して無次元化している．また面内荷重応力が作用する場合の直径変化量（**Fig.8**）については，x 軸に対する対称性あるいは逆対称性があることから，x 軸から 0～90° の範囲に対する結果を表示している．解析条件はいずれも，ひずみ解析の場合と同様とした．

4. 測定ひずみ・変位からの初期応力の計算方法

今までに述べた数値解析結果は，初期応力の座標軸方向成分である単位の外荷重応力がそれぞれ単独に作用した場合の，ボアホール孔壁でのひずみまたは変位の変化量を与えるものである．すなわち，初期応力に対する感度係数（ひずみ係数あるいは変位係数）を提示したことになる．これらにより，ボアホール内でひずみまたは変位の変化量が測定されると，これらの解析結果を使って，調査地点の初期応力（主応力）を求めることができる．ここでは，ボアホール孔壁の周方向のひずみ測定値 ε_θ および後述する孔軸方向の面外せん断ひずみ $\gamma_{\theta z}$ を用いて，面内および面外の初期応力成分を算定する方法について以下に提示する．面内あるいは面外の変位の測定値を用いる場合も，これと同様の操作を行えばよい．

いま，任意の半径 a を有するボアホール Σ_1 を測定側にして，これに隣接して純離隔距離 $s'=a$ を保って新た

に同口径のボアホール Σ_2 が開削される場合を考える．岩盤を異方性体とし，弾性係数の比 $e=2.0$，異方性の角度 $\alpha=0°$ およびポアソン比 $\nu_{12}=0.25$ が仮定できる場合には，先の **Fig.4** および **Fig.7** の結果がそのまま利用できる．

Fig.10（a）～（c）は面内荷重応力に対する **Fig.4** の結果をもとに，孔壁周方向のひずみ変化量に対する任意の孔壁位置での感度係数を示したものである．いずれも計測位置の岩盤物性に対応した感度係数を与えている．また **Fig.10**（d）は上述の（a）～（c）の結果を重ね合わせたものである．現位置の岩盤に作用している初期応力は，座標軸方向の各応力成分が組み合わさったものであり，ボアホール内での測定値は当然，**Fig.10**（d）の結果と対応することになる．

いま現位置計測により，孔壁上の1点で周方向のひずみ変化量 $\varepsilon_{\theta 1}$ が得られたとすると，計測ひずみと面内初期応力成分との関係は **Fig.10** を用いて次式のように表示される．

$$\varepsilon_{\theta 1}=\varepsilon_{\theta 1(a)}+\varepsilon_{\theta 1(b)}+\varepsilon_{\theta 1(c)}$$
$$=\frac{1}{E_1}(a_1\sigma_x^{\infty}+b_1\sigma_y^{\infty}+c_1\tau_{xy}^{\infty}).\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

ここに，E_1 は弾性主軸方向の弾性係数，a_1, b_1, c_1 は感度係数であり孔壁上の測定位置に対応して **Fig.10** あるいは **Fig.4** から読み取ることができる（またはコンピュータ・ディスク内に保存したデータから数値として抽出することができる）．また $\varepsilon_{\theta 1(a)}$, $\varepsilon_{\theta 1(b)}$, $\varepsilon_{\theta 1(c)}$ は，それぞれ計測ひずみ $\varepsilon_{\theta 1}$ に対する各荷重応力成分の寄与度を表わす．

面外荷重応力が作用する場合の孔軸方向のひずみ測定値に対しても，これと同様の関係が成立する．ただし **Fig.7** に表示したせん断ひずみ $\gamma_{\theta z}$ は計測量としては直接求めることができないため，三軸ロゼットのひずみゲージを用いて，直ひずみ ε_z, ε_θ および45°方向のひずみ ε_{45} を測定して次式により換算する必要がある[17]．

$$\pm\gamma_{\theta z}=2\varepsilon_{45}-(\varepsilon_\theta+\varepsilon_z).\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

ここに，ε_θ；Σ_1 孔壁上の周方向の直ひずみ，ε_z；z 軸方向の直ひずみ，ε_{45}；Σ_1 孔壁上で z 軸方向から45°に傾斜して貼り付けたひずみゲージでの測定ひずみである．せん断ひずみ $\gamma_{\theta z}$ の符号は45°ゲージの方向によって定まる．なお，**第3章**で示した計算例では平面ひずみ状態を仮定していることから，式（17）の ϵ_z は0と設定してよいことになる．

ボアホール孔壁上の1点で，式（17）により軸方向のせん断ひずみ $\gamma_{\theta z}$ が計測されると，面内の式（16）と同様に，面外荷重の各応力成分に対しても **Fig.7** を用いて次式の関係が得られる．

$$\gamma_{\theta z1}=\frac{1}{E_1}(d_1\tau_{xz}^{\infty}+e_1\tau_{yz}^{\infty}).\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

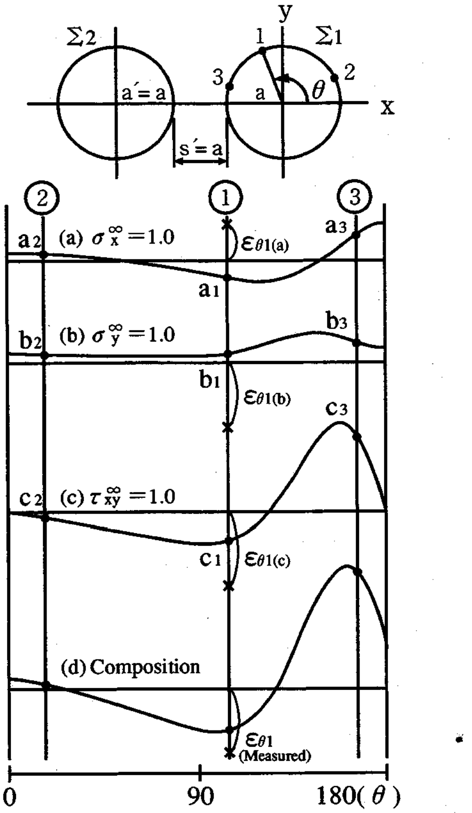


Fig.10 Estimation charts of sensitivity coefficients along the wall surface of the borehole Σ_1, for the case of applyed in-plane stress against two equal boreholes with spacing $s'=a$.

ここに，d_1, e_1 は面外せん断荷重応力に対する感度係数であり，いずれも **Fig.7** を用いて，**Fig.10** と同様の方法により求めることができる．

したがって，孔壁上の任意の位置で，3点の周方向ひずみ変化量 $\varepsilon_{\theta i}$ と2点の孔軸方向ひずみ変化量 $\gamma_{\theta zi}$ が測定されると，初期応力の面内および面外応力成分をそれぞれ次式（19）あるいは式（20）から容易に算定することができる．

$$\left.\begin{array}{l}\begin{Bmatrix}\varepsilon_{\theta 1}\\ \varepsilon_{\theta 2}\\ \varepsilon_{\theta 3}\end{Bmatrix}=\dfrac{1}{E_1}\begin{bmatrix}a_1 & b_1 & c_1\\ a_2 & b_2 & c_2\\ a_3 & b_3 & c_3\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_x^{\infty}\\ \sigma_y^{\infty}\\ \tau_{xy}^{\infty}\end{Bmatrix},\\ \begin{Bmatrix}\gamma_{\theta z1}\\ \gamma_{\theta z2}\end{Bmatrix}=\dfrac{1}{E_1}\begin{bmatrix}d_1 & e_1\\ d_2 & e_2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\tau_{xz}^{\infty}\\ \tau_{yz}^{\infty}\end{Bmatrix}.\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

または，上式を逆表示して次式を得る．

$$\left.\begin{array}{l}\{\sigma_{ij}^{\infty}\}=E_1[B_1]^{-1}\{\varepsilon_{\theta k}\},\ (i,j=x,y,k=1,2,3),\\ \{\tau_{iz}^{\infty}\}=E_1[B_2]^{-1}\{\gamma_{\theta zk}\}.\ (i=x,y,k=1,2)\end{array}\right\}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

ここに，σ_{ij}^{∞} および τ_{iz}^{∞} は初期応力の面内および面外応力成分，$\varepsilon_{\theta k}$, $\gamma_{\theta zk}$ は現位置での計測ひずみ，B_1 および

B_2 は感度係数のマトリックスである．

5. 逆解析による初期応力の算定法

岩盤内の初期応力は，前章で述べたように，あらかじめ解析によって求められた感度係数を用いて簡易に算定する方法のほか，現位置での計測ひずみあるいは計測変位を入力データとして用いて，逆解析によって直接算定することもできる[10]．

逆解析の手法には，逆定式化法と直接定式化法があるが[13]，ここでは第２章で示した異方性弾性体に対する高精度の解を用いた直接定式化法について，面内および面外の主応力を同定する方法を述べる．

まず，同定すべきパラメータとしては，**Fig.11** に示す 1）最大主応力 σ_1^∞，2）主応力比 $\sigma_1^\infty/\sigma_2^\infty$，3）最大主応力の方向 ϕ，4）面外せん断応力 τ_0^∞，5）面外せん断応力の方向 δ とする．なお，異方性岩盤の物性値は既知量としてあらかじめ与えるか，あるいは逆解析によって同定する必要があるが，現位置での初期応力測定ではボアホール開削の際に得られる採取コアや孔内載荷試験などを用いて弾性係数やポアソン比が決定できること，および弾性主軸の方向 α はボアホール開削場所における岩盤の目視観察などによる節理・層理の状態により，ある程度類推できることなどから，ここでは，いずれも既知量として与えることにした．

入力データは次のように取り扱う．例えば，測定側ボアホールの１つの断面内で，孔壁上の異なる任意の位置での周方向のひずみ変化量 $\varepsilon_{\theta i}$ および孔軸方向のひずみ変化量 $\gamma_{\theta zi}$ が測定されたものとする．もちろん，$\gamma_{\theta zi}$ は式（17）によって換算して求められる値である．これらは，いずれも現位置での測定値によって定まるものであり，逆解析の入力データとなるものである．測定値は面内および面外に対しておのおの数個あれば同定することができるが，精度の高い同定のためには，もちろん測定点数は多いほうが望ましい．一方，解析による壁面ひずみ $\varepsilon_{\theta i}$ および $\gamma_{\theta zi}$ は式（２）により前述の同定パラメータを適宜与えることにより容易に算定することができるから，計測点に対応した位置でのひずみ変化量は自動的に決定され，例えば $\varepsilon_{\theta i}^*$ と表される．したがって，現位置計測および解析により求められるひずみ変化量の値が，次式の条件を満足するまで各パラメータを変化させながら繰り返し計算を行うことによって最適なパラメータを同定することができる．

$$\sum_{i=1}^{n}(\varepsilon_{\theta i}-\varepsilon_{\theta i}^*)^2\leq\varepsilon_{er}^2,\ (i=1,2,\cdots n).\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

$$\sum_{i=1}^{n}(\gamma_{\theta zi}-\gamma_{\theta zi}^*)^2\leq\gamma_{er}^2,\ (i=1,2,\cdots n).\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

ここに，ε_{er} および γ_{er} はそれぞれ許容誤差を表す．また n は測定点数である．

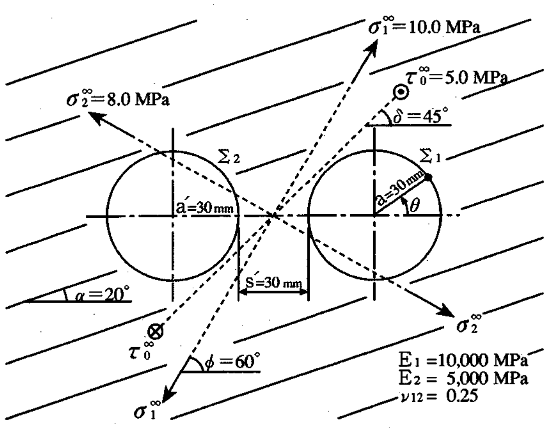


Fig.11 Anisotropic model containing two equal boreholes for back analysis.

Table 1にこのようにして同定した逆解析の一つの例を示す．ここでは **Fig.11** に表示したような主応力状態にある異方性弾性岩盤内に，双設の等円孔（$a=a'=30$ mm）がその半径と同じ純離隔距離を保って開削された場合をあらかじめ解析し，その時に得られた $\theta=0$，90，180° 位置での周方向のひずみ変化量と，$\theta=40$，120° 位置での孔軸方向のひずみ変化量を現位置での測定値とみなして入力データとして与えた．このうち，解析１は上記で得られたひずみデータを有効数字３桁に丸めて入力データとしたもの，また解析２は現位置計測では測定誤差が伴うことを考慮して，それぞれ±5％範囲でランダム変化させたものである．岩盤の物性値を与えて逆解析した結果は，**Table 1**（ｂ）に示すように，いずれも初期応力の値およびその方向を精度よく同定できていることが分かる．

一方，計測変位を入力データとして用いた逆解析でも，これらと同様の結果が得られることは明らかである．**Table 2** は上述と同じモデルで，面内の直径変化量 d_i と面外の軸方向変位の変化量 w_i を入力データとして逆解析した結果を示したものである．解析条件は **Table 1** の場合と同様とした．ただし直径変化量は $\theta=180°$ 位置で 0° の値と同じになることから，ここでは，その代わりに $\theta=135°$ 位置での値を入力値として用いた．解析１およびこの値を変化させた場合の解析２の両方に対する入力データを **Table 2**（ａ）に示しているが，これらを用いた逆解析の結果（**Table 2**（ｂ））も，先の **Table 1** の結果と同様に初期応力を高い精度で同定できていることが観察される．

6. 結　　言

本論文では，近接する２円孔の応力干渉を利用した初期応力の測定理論に関して，複素関数論を用いた高精度の解析手法の理論的側面のみを提示した．この手法によ

Table 1 (a) Input data for back analysis using strains. ($\times 10^{-4}$)

Location θ	0°	90°	180°	40°	120°
Strain	$\varepsilon_{\theta 1}$	$\varepsilon_{\theta 2}$	$\varepsilon_{\theta 3}$	$\gamma_{\theta z1}$	$\gamma_{\theta z2}$
Analysis 1	3.80	-4.21	13.20	2.07	3.64
Analysis 2	3.95 (+4%)	-4.13 (-2%)	12.70 (-4%)	2.09 (+1%)	3.46 (-5%)

Table 1 (b) Results of back analysis using Table 1 (a). (unit ; MPa or deg.)

	E_1	E_2	σ_1^∞	σ_2^∞	τ_0^∞	ϕ	δ
Correct Ans.	10,000	5,000	10.00	8.00	5.00	60.0	45.0
Analysis 1	10,000*	5,000*	10.00	8.08	5.01	59.4	45.0
Analysis 2	10,000*	5,000*	9.90	7.68	4.88	62.4	46.5

*) Fixed to correct answer.

Table 2 (a) Input data for back analysis using displacements. ($\times 10^{-3}$, mm)

Location θ	0°	90°	135°	40°	120°
Displacement	d_1	d_2	d_3	w_1	w_2
Analysis 1	-19.10	35.50	4.39	8.44	20.70
Analysis 2	-18.90 (-1%)	36.50 (+3%)	4.17 (-5%)	8.69 (+3%)	20.30 (-2%)

Table 2 (b) Results of back analysis using Table 2 (a). (unit ; MPa or deg.)

	E_1	E_2	σ_1^∞	σ_2^∞	τ_0^∞	ϕ	δ
Correct Ans.	10,000	5,000	10.00	8.00	5.00	60.0	45.0
Analysis 1	10,000*	5,000*	10.00	8.00	5.01	60.0	44.5
Analysis 2	10,000*	5,000*	10.40	8.08	4.95	61.2	42.8

*) Fixed to correct answer.

ると，異方性弾性岩盤を対象にして，1地点の測定によって面内の3成分（σ_z^∞, σ_y^∞, σ_{xy}^∞）および面外2成分（τ_{xz}^∞, τ_{yz}^∞）の初期応力成分を決定することができる．ボアホール軸方向の直応力成分（σ_z^∞）については測定位置でFlat Jack法などを併用するか，または坑道壁面上の異なる2方向に本手法を適用して同様の測定を行い，それらを組み合わせれば決定できる．

2円孔の応力干渉を利用する本手法は，坑道壁面上の浅い位置においても，また深い位置においても適用できるものである．ただし，実施上の課題として，平行する2円孔を精度よく削孔する技術と，円孔の深い位置の孔壁にひずみゲージを貼り付ける技術が必要とされるが，これらについては，測定終了後の2円孔をガイドにして中間に第三のボアホールを削孔して，採取コアから直接，正確な離隔距離を測定して解析を行うなどにより十分対処可能であると考えている．現場への適用例については現在検討中であり，近い将来それらについて具体的な成果を発表する予定である．

参考文献

1) Merrill, R.H. : In Situ Determination of Stress by Relief Techniques, International Conference on State of Stress in Earth's Crust, Santa Monica, 1963.
2) 平松良雄・岡行俊：応力解放法による岩盤内の応力測定に関する研究，日本鉱業会誌，Vol. 79，No. 906，pp. 1016～1022，1963.
3) Obert, L. and Duvall, W.I. : Rock Mechanics and the Design of Structures in Rock, John Wiley & Sons, pp.417～419, 1967.
4) Kehle, R.O. : Determination of Tectonic Stresses through Analysis of Hydraulic Well Fracturing, Jour.of Geophys., Res., Vol.69, pp.259～266,1964.
5) 金川忠・林正夫・仲佐博裕：岩石における地圧成分のAcoustic Emissionによる推定の試み，土木学会論文報告集，第258号，pp. 63～75，1977.
6) 山本清彦・加藤尚之・平澤朋郎：変形率変化法で推定される地殻応力値の解釈―鉛直応力の深度分布―，地震学会講演予稿集，No. 1，p. 44，1989.
7) 土木学会：初期地圧測定法の現状と課題，pp. 3～43，1992.
8) 川本眺万・高橋由行：岩盤の初期応力の一測定法について，土木学会論文集，第146号，pp. 22～27，1967.
9) 冨永勇作・木下重教：多孔法による地圧測定法について，日本鉱業会誌，Vol. 89，No. 1025，pp. 449～454，1973.
10) 平島健一・川上哲太郎・藤原紀夫・山下幸夫：弾性厳密解に基づく円形・楕円形トンネルを有する等方性および異方性岩盤の逆解析，土木学会論文集，No. 439／Ⅲ-17，pp. 1～8，1991.
11) 平島健一・川上哲太郎・藤原紀夫・山下幸夫：面外せん断荷重下の等方性・異方性弾性岩盤内の素堀りトンネル掘削問題に関する順解析および逆解析，土木学会論文集，No. 436／Ⅲ-16，pp. 37～45，1991.
12) 川上哲太郎・平島健一・藤原紀夫・山下幸夫：岩盤内の双設トンネル掘削問題に対する順解析および逆解析，第8回岩の力学国内シンポジウム講演論文集，pp. 7～12，1990.
13) 桜井春輔・武内邦文：トンネル掘削時における変位計測結果の逆解析法，土木学会論文報告集，No. 337，pp. 137～145，1983.
14) Haddon, R.A.W. : Stresses in an Infinite Plate with Two Unequal Circular Holes, Quart. J. Mech. and Appl. Math., Vol.20, pp.277～291, 1963.
15) Hirashima, K. : Stresses and Displacements around Openings under Longitudinal Shear, Proc. of JSCE, No.220, pp.131～141, 1973.
16) 丹羽義次・平島健一：複数個の円孔ないし楕円孔を有する異方性弾性板内の応力状態，土木学会論文報告集，第196号，pp. 9～18，1971.
17) 菊地慎二・佐久間彰三・平島健一・松田武：三次元地山応力測定のための中空埋設型計測装置の理論解析，土木学会論文集，No. 430／Ⅲ-15，pp. 143～152，1991.

（1993. 3. 23受付）

THEORY FOR DETERMINATION OF THREE-DIMENSIONAL INITIAL STRESSES IN ISOTROPIC OR ANISOTROPIC ROCK MASSES BY PARTIAL STRESS RELIEF TECHNIQUES

Shinji KIKUCHI, Yukio YAMASHITA, Ken-ichi HIRASHIMA and Toshikazu KAWAMOTO

The present paper develops for determination theory of initial stresses in isotropic or anisotropic elastic rock masses utilizing stress concentration of two neighboring boreholes, and describes a method determining five stress components (σ_x^∞, σ_y^∞, τ_{xy}^∞, τ_{xz}^∞ and τ_{yz}^∞) of in-plane and out-of-plane against the borehole axis (z-axis) among six components that are included in three-dimensional initial stress condition. Furthermore, some numerical results of high accuracy of sensitivity coefficients along the wall surface of the boreholes are shown and the concrete calculating method of initial stress components using these results is given.