

# 鉄筋コンクリートはりの曲げひびわれ幅 算定式の再評価

趙 唯堅\*・丸山久一\*\*

本研究では、まず既往の曲げひびわれ幅算定式を著者が行った多段配筋はりの実験結果を用いて比較検討し、それぞれの算定式の特徴や問題点を指摘した。次に、角田の理論と応力分布局所効果の考え方に基づき、ひびわれ間隔およびひびわれ幅の算定方法を提案した。提案式では物理的意味が明確であること、適用範囲が広いこと、および計算がそれほど煩雑でなく、かつ既往の算定式に比べてよい算定精度を有することなどが考慮されている。

**Key Words**: crack spacing, crack width, localization of stress distribution, ratio of multi-layers of bars

## 1. ま え が き

鉄筋コンクリートはり部材の設計において、安全性の面から部材の曲げ、せん断耐力を確保すると同時に、使用性および耐久性の面から曲げ引張部に発生するひびわれ幅の大きさを配慮する必要がある。ところが、ひびわれ挙動は多くの要因がかかわっているため、数多くの研究がなされているにも関わらず、曲げひびわれ幅の評価方法は、いまだ確立されていないのが現状である。

ひびわれ問題に関する研究の重点はひびわれ間隔にあるといえる。鉄筋コンクリートはりの曲げひびわれ間隔に対する検討は、1950年に Saliger の付着伝達理論<sup>1)</sup>が発表されて以来、数々の実験式、半理論式、あるいはひびわれ機構を決定するコンクリートの応力分布モデルにより盛んになされてきたが、設計式の主流となるのは実験データをもとにして作られた実験式または半理論式である。これらの提案式を主要因子で分類すると、①鉄筋径/鉄筋比をとるもの、②かぶり厚さをとるもの、③鉄筋径/鉄筋比とかぶり厚さ両方をとるもの、の3つのグループに分けられる。鉄筋の付着強度がコンクリート引張強度に比例すると仮定して導かれた古典的理論ともいわれるグループ①は、単純明確な力学的意味を持つものであるが、実験結果との対応性が悪いこと<sup>2)</sup>、および付着強度はコンクリート引張強度のほか、かぶり厚さ、鉄筋径および有効コンクリート断面積にも関係することが明らかとなってきた<sup>3)</sup>。一方、グループ②は付着強度とこれらの要因との関係を認め、しかも式は非常に簡単なことが特徴であるが、多段配筋の場合に存在する2段目以上の鉄筋の影響を考慮できるものではない<sup>4)</sup>。グループ③は、①と②を総合して改良されたもの

で、実用的にあまり問題はないが、設計式の持つ力学的意味が必ずしも明確ではないと思われる。

このように、過去に提案されたひびわれ幅の算定式は、その適用範囲、力学モデルと実験結果との整合性、および力学モデルの合理性などの点から、それぞれ検討すべき問題点を有しているため、さらに改善の余地があると考えられる。

本研究では、まず現在使用されているひびわれ幅算定式および算定方法の代表的なもの比較、および著者が行った多段配筋はりの実験結果<sup>4)</sup>による検討を行い、それらの具体的な問題点を明確にした。それから、既往の研究成果をもとに、応力分布の局所効果と全体効果を区別する新たなアプローチより、ひびわれ間隔の評価方法を構築した。その結果、1段配筋を含め、多段配筋を有するコンクリートはりについて、既往の算定式以上の精度を有するひびわれ間隔算定式が得られ、それに基づき曲げひびわれ幅の算定方法を提案した。

## 2. 既往のひびわれ幅算定式

鉄筋コンクリートはりのひびわれは、その発生状況によって初期状態と定常状態の2つの段階に分けられる。本文では実用上の意義から定常状態の横ひびわれについて論じる。また、曲げひびわれ幅が断面の高さ位置によって異なるので、本文でははり側面1段目鉄筋高さ位置のひびわれ幅を対象とする。

最近の提案式はグループ②とグループ③に属するものが大多数であり、その中から以下に5つの代表的なものを示す。なお、記述と比較の便利のために、できるだけ統一した記号を使用した。

土木学会コンクリート標準示方書<sup>5)</sup>

$$W_{\max} = k_1 (4c_{\min} + 0.7e) (\sigma_s / E_s + \epsilon_{cs}) \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $W_{\max}$  は鉄筋維の最大ひびわれ幅、 $k_1$  は鋼材の付着性状の影響を表す定数で、一般に異形鉄筋の場合に

\* 学生会員 工修 長岡技術科学大学大学院 工学研究科  
(〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)

\*\* 正会員 Ph.D. 長岡技術科学大学教授 工学部

1.0, 普通丸鋼およびPC鋼材の場合に1.3とする。  
 $c_{min}$ は側面と底面かぶりのうち小さい方,  $e$ は鉄筋の  
 とき,  $\sigma_s$ はひびわれ断面での引張鉄筋の引張応力度増加  
 量,  $E_s$ は鉄筋のヤング係数,  $\epsilon_{cs}$ はコンクリートの乾燥  
 収縮およびクリープによるひびわれ幅の増加を考慮する  
 ためのひずみ値で, 一般に  $150 \times 10^{-6}$  としてよい。

ACI 318-83<sup>6)</sup>

$$W_{max,b} = 0.00108\beta(c_1A_e)^{1/3} \cdot \sigma_s \times 10^{-3} \dots \dots \dots (2)$$

ここに,  $W_{max,b}$ はけた底面の最大ひびわれ幅,  $c_1$ はけた  
 底面とこれに最も近い引張鉄筋中心との距離,  $A_e =$   
 $A_{ce1}/m$ は引張鉄筋1本あたりの有効コンクリート断面  
 積で, 引張鉄筋図心と同一図心をなすコンクリート断面  
 積  $A_{ce1}$ を引張鉄筋の本数  $m$ で除したもので,  $\beta$ は中立軸か  
 らけた底面までの距離と引張鉄筋図心までの距離の比  
 (はりにおいて約1.20)。なお, この式は  $\sigma_s$ の単位を  
 ksi 単位から  $kgf/cm^2$  単位に直したものである。

CEB-FIP モデルコード 1978<sup>7)</sup>

$$W_K = 1.7L_{av}\epsilon_{s,av} \dots \dots \dots (3)$$

$$L_{av} = 2(c_b + 0.1e_0) + k_2k_3\phi/p_{e2} \dots \dots \dots (4)$$

$$\epsilon_{s,av} = \{1 - \beta_1\beta_2(\sigma_{sr}/\sigma_s)^2\}\sigma_s/E_s \geq 0.4\sigma_s/E_s \dots \dots \dots (5)$$

ここに,  $W_K$ はひびわれ幅特性値(ひびわれ幅の95%  
 がこれ以下となる幅),  $L_{av}$ は平均ひびわれ間隔,  $\epsilon_{s,av}$   
 は鉄筋の平均ひずみ増加量,  $c_b$ は底面かぶり(同コード  
 ではかぶりについての解釈は明確でなく, また側面か  
 ぶりとして使うと, 本論文が集めたデータの範囲内では  
 式(4)の適合性は一層悪くなるので, ここで底面か  
 ぶりとして扱う),  $e_0$ は鉄筋の中心間隔で,  $e_0 > 15\phi$ の  
 とき  $e_0 = 15\phi$ とする。 $\phi$ は鉄筋径,  $p_{e2} = A_s/A_{ce2}$ は有効鉄  
 筋比,  $A_s$ は鉄筋の断面積,  $A_{ce2}$ は有効コンクリート断  
 面積で, 各鉄筋の中心から距離  $7.5\phi$ 以内のコンクリ  
 ートの断面積とする。 $k_2$ は鉄筋の付着特性に関する係数,  
 異形鉄筋は0.4, 丸鋼は0.8,  $k_3$ :ひずみ分布形状に関  
 する係数で, 純引張の場合は0.25, 曲げの場合は0.125  
 をとる。 $\sigma_{sr}$ は引張縁応力度がコンクリート引張強度に  
 等しくなるときのひびわれを仮定した断面での鉄筋応力  
 度増加量,  $\beta_1$ は鉄筋の付着特性に関する係数で,  $\beta_1 =$   
 $1/2.5k_2$ ,  $\beta_2$ は荷重の性質を考慮するための係数で, 初  
 載荷の場合は1.0, 持続荷重および繰り返し荷重作用の  
 場合は0.5とする。

日本建築学会PRC指針<sup>8)</sup>

$$W_{av} = L_{av}\epsilon_{s,av} \dots \dots \dots (6)$$

$$W_K = 1.5W_{av} \dots \dots \dots (7)$$

$$L_{av} = 2(c_{av} + 0.1e_0) + 0.1\phi/p_{e1} \dots \dots \dots (8)$$

$$\epsilon_{s,av} = \{\sigma_s - \beta_3\beta_4\sigma_t/p_{e1}\}/E_s \geq 0.4\sigma_s/E_s \dots \dots \dots (9)$$

$$\beta_3\beta_4 = 1/(2000\epsilon_{s,av} + 0.8) \dots \dots \dots (10)$$

ここに,  $W_{av}$ は平均ひびわれ幅,  $c_{av} = (c_b + c_s)/2$ は底面

表-1 平均ひびわれ間隔算定式

示方書式	$L_{av} = 2.76c_{min} + 0.48e$
ACI式	$L_{av} = 1.88(c_1A_{ce1}/m)^{1/3}$
CEB-FIP式	$L_{av} = 2(c_b + 0.1e_0) + 0.2A_{ce2}/u$
建築学会式	$L_{av} = 2(c_{av} + 0.1e_0) + 0.4A_{ce1}/u$
角田式	$e/c_{av} \leq 2.5$ の場合 $L_{av} = 3.72c_{av}$ $e/c_{av} > 2.5$ の場合 $L_{av} = 2.57c_{av} + 0.46e$

注) 示方書, ACI, 角田の式に  $L_{av} = L_{max}/1.45$ と仮定した。

かぶり  $c_b$ と側面かぶり  $c_s$ の平均値, 有効鉄筋比は  $p_{e1} =$   
 $A_s/A_{ce1}$ , 同一図心を有するコンクリート有効引張断面  
 積  $A_{ce1}$ で計算する。 $\sigma_t$ はコンクリートの引張強度,  $\beta_3, \beta_4$   
 はコンクリートの平均引張応力の材軸方向の平均値を表  
 す係数である。

角田の式<sup>3)</sup>

$$W_{max} = L_{max}\{\sigma_s/E_s - \sigma_{cm}/(E_s \cdot p_{e1}) - \epsilon_\phi\} \dots \dots \dots (11)$$

$e/c_{av} \leq 2.5$ の場合

$$L_{max} = k_4c_{av} \dots \dots \dots (12)$$

$e/c_{av} > 2.5$ の場合

$$L_{max} = k_4c_{av}(1 + 0.18e/c_{av})/1.45 \dots \dots \dots (13)$$

ここに,  $L_{max}$ は最大ひびわれ間隔,  $k_4$ :鉄筋の付着性  
 状の影響を考慮するための係数で, 横ふし型異形鉄筋の  
 場合は5.4をとる。 $\sigma_{cm}$ はひびわれ間の付着による鉄筋  
 応力度の減少量をコンクリート有効断面積の平均引張  
 応力度に換算したもので, 一時荷重に対して  $0.4\sigma_t$ , 持  
 続荷重に対して0, 繰り返し上限荷重に対して  $0.2\sigma_t$ , 下  
 限荷重に対して  $-0.2\sigma_t$ をとる。 $p_{e1} = A_s/A_{ce1}$ は有効鉄  
 筋比, 同一図心を有するコンクリート有効引張断面  
 積  $A_{ce1}$ で計算する。 $\epsilon_\phi$ はクリープ, 収縮等によって生じた  
 鉄筋とコンクリートとの間の弾性ひずみ差である。

ひびわれ幅は, ひびわれ間の鉄筋の伸びとコンクリ  
 ートの伸びの差によって生ずるものである。以上の各  
 式に見られるように, 一般的にひびわれ間隔に関する項  
 とひずみに関する項との積で与えられる。また, 設計上  
 問題となるひびわれ幅の最大値を求める方法としては,  
 ひびわれ間隔の平均値  $L_{av}$ よりひびわれ幅の平均値  $W_{av}$   
 を求め, それに割増係数を乗じて算出する方法(以下,  
 方法1と呼ぶ)と, ひびわれ間隔の最大値  $L_{max}$ より直  
 接ひびわれ幅の最大値  $W_{max}$ を算出する方法(以下, 方  
 法2と呼ぶ)とがある。CEB-FIP モデルコード1978(以  
 下CEB-FIP式と略す), 日本建築学会PRC指針の式(以  
 下建築学会式と略す)が方法1に属し, ACI318-83(以  
 下ACI式と略す), 角田, および土木学会コンクリート  
 標準示方書式(以下示方書式と略す)が方法2に属する。  
 方法1の中の割増係数の値は約1.4~1.5であるという

認識が一般的であるが、Rusch らの実験<sup>9)</sup>において平均ひびわれ幅の標準偏差は約 0.4 と大きく、それを受け CEB-FIP 式では 1.7 の値が用いられている。なお、ひびわれ幅の算定位置について、ACI の式ははり底面、他の式ははり側面主筋レベルとしている。

一般的に言えば、ひびわれに関する各研究者の研究の相違はひびわれ間隔の定式化にある。本論文もひびわれ間隔を重点的に検討するものである。上記のように、最大ひびわれ幅の算定位置および算出方法は各算定式では統一されていないが、平均ひびわれ間隔はそれらと無関係と考えられる。そこで、比較検討のために、 $W_{max}/W_{av}=L_{max}/L_{av}$  とし、また示方書、ACI、角田の式には  $L_{max}/L_{av}=1.45$  を仮定し、上記の各算定式から平均ひびわれ間隔に相当する部分を抽出して表-1 に示す。なお、表-1 中に  $\phi/p_{e1}$  (または  $p_{e2}$ ) を  $A_{ce1}$  (または  $A_{ce2}$ )/ $u$  の表記に直した。  $u$  は引張鉄筋の総周長である。

### 3. 多段配筋はりの実験結果による既往算定式の検討

各算定式の相違および問題点は配筋状態を変えることによってより顕著に現れる。そこで、著者らが行った多段配筋はりの実験結果を用いて上記の算定式を検討することにした。実験の詳細は文献 4) に記述してあるが、ここに供試体の断面寸法と配筋状態、およびひびわれ間隔と幅の実験結果のみを図-1 および表-2 に示す。

図-2 にひびわれ間隔の実測値と前章に示す各算定式による算定値の比較を示す。図-2 の a) は平均値の比較、図-2 の b) は最大値の比較である。平均値の比較では、示方書、ACI および角田の式に  $L_{max}/L_{av}=1.45$  を仮定したために、また実験体数が比較的少ない場合、実測値と直接比較するのは必ずしも妥当ではないが、全体の傾向を見ることが出来る。図-2 では、実測値、そして ACI 式、CEB-FIP 式および建築学会式の算定値が配筋状態に応じて変化するのに対し、示方書式および角田式は 1 段目鉄筋のみを対象としているため、ほぼ一定の値を示している。特に示方書式では 1 段配筋を過小評価するか、または多段配筋を過大評価するおそれがある。また、ACI、CEB-FIP および建築学会の 3 式は、有効コンクリート断面積  $A_{ce1}$  (または  $A_{ce2}$ ) をパラメータに取ることによっておおむね実測値の傾向、すなわち多段配筋の影響を反映している。なお、図-2 の b) に示すように、鉄筋比が大きい場合、示方書および角田の式は CEB-FIP および建築学会の式と比べそれほど差はないが、鉄筋比が小さいほど、あるいは 1 段配筋に近いほど、両者の差が開き、前者が後者を下回る傾向にある。

ACI、CEB-FIP および建築学会の 3 式について、有効コンクリート断面積  $A_{ce1}$  (または  $A_{ce2}$ ) の影響をより

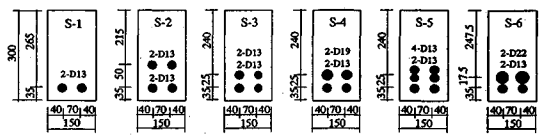


図-1 供試体の断面寸法と配筋状態

表-2 ひびわれ間隔とひびわれ幅の実測値

供試体名	ひびわれ間隔 (cm)			ひびわれ幅* (mm)		
	平均値	最大値	最大/平均	平均値	最大値	最大/平均
S-1	11.7	16.7	1.43	0.123	0.186	1.51
S-2	10.2	14.0	1.37	0.112	0.159	1.42
S-3	9.6	14.8	1.54	0.105	0.184	1.75
S-4	9.0	14.3	1.59	0.098	0.150	1.53
S-5	9.4	12.7	1.35	0.107	0.160	1.50
S-6	8.5	13.0	1.53	0.099	0.147	1.48
平均	9.7	14.3	1.47	0.107	0.164	1.53

\* 1 段目鉄筋ひずみ (解析値)  $\epsilon_s=1200\mu$  の時のひびわれ幅。

詳細に調べたのが図-3 である。実測値はばらつきの小い平均値を用いた。図中の太い影線は平均ひびわれ間隔実測値の傾向を表し、実線は 3 式の勾配を示す。図-3 から、鉄筋本数  $m$  で割る ACI 式より総周長  $u$  で割る CEB-FIP 式および建築学会式の方がより適切であることが認められるが、いずれにしても、線形関係で表すのは不満足なものである。これは、多段配筋の場合に断面のコンクリートの応力分布状態が縦間隔、鉄筋径などの配筋状態によって変わるが、 $A_{ce}/u$  ではそれをうまく表現できないことが原因であると考えられる。なお、ひびわれ間隔に比べ、ひびわれ幅の変化の傾向は多少緩やかであり、ひびわれ間のコンクリートの拘束効果が伺える。

### 4. ひびわれ間隔の基本式

ひびわれ間隔の定式化においては、採用される理論によって式の形が違ってくる。角田の理論<sup>3)</sup>では、1 段配筋の場合に十分正確な結果を与えることができる。しかし、多段配筋の場合、図-2 に示すようにひびわれ間隔は 2 段目以上鉄筋の配筋状態の影響を受けるが、角田式、および角田式をもとにして作られた示方書式は 1 段目鉄筋しか考慮していないため、式中の係数および定数を決める際、実構造物のひびわれとの対比を考慮しても、1 段配筋または多段配筋へ個別に適用する場合、算定精度が落ちると考えられる。

また、かぶりをひびわれ間隔の第一因子とする場合、かぶりの取り方は非常に重要となる。示方書式では、側面かぶり  $c_s$  と底面かぶり  $c_b$  のうち小さい方をとっているが、角田ら<sup>10)</sup>の研究では、側面と底面両方もコンクリートはりのひびわれ間隔に影響を及ぼし、鈴木らの研究<sup>2)</sup>では、底面かぶりのみを取る場合、算定式の適合性が非常に悪いなどのことが指摘され、またそれぞれの提案式では側面かぶりと底面かぶりの平均値が使用されてい

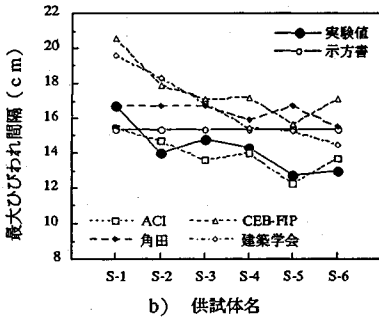
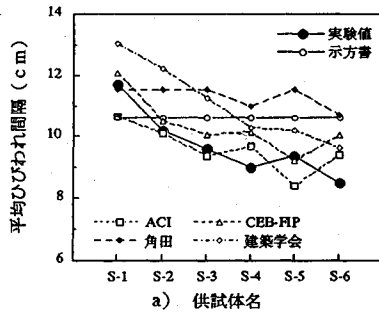


図-2 実験値と各算定式の比較

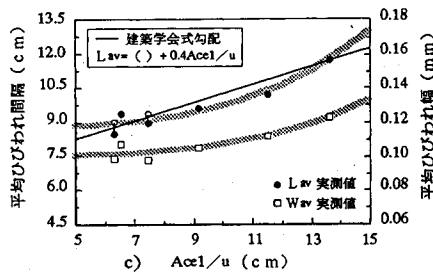
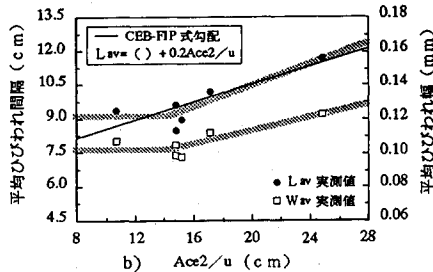
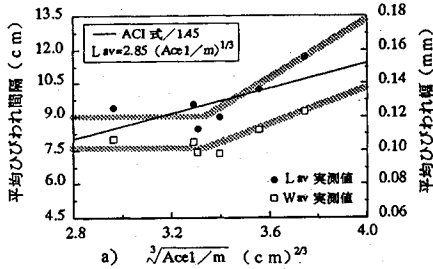


図-3 ひびわれ間隔およびひびわれ幅に対する有効コンクリート断面積の影響

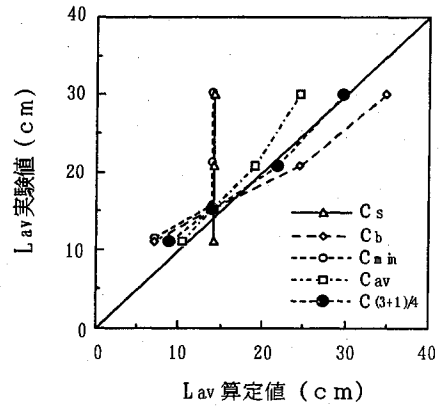


図-4 かぶりの取り方の検証

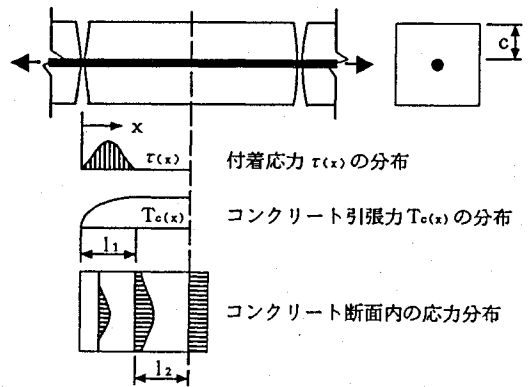


図-5 鈴木らによるひびわれメカニズム<sup>12)</sup>

る。しかし、両引き試験の場合と違って、複数本の鉄筋が横1列に並んで曲げを受けるはりの場合は、側面かぶりりと底面かぶりは必ずしも同等な役割を持つものではないと考えられ、その割合を明らかにする必要がある。

そこで、Hognestedによって行われたはり供試体 No. 29, 30, 31, 32 の実験結果<sup>11)</sup>を用いて、側面かぶりりと底面かぶりの影響割合を調べた。図-4 に平均ひびわれ間隔実測値と表-1 に示す示方書式による算定値の比較を示す。図-4 より、片側のみを取る場合と、側面と底面の平均値  $c_{av}$  を取る場合より、 $c = (3c_b + c_s)/4$  とした計算値の適合性が最もよいと判明した。

一方、CEB-FIP 式は、Saliger の理論式にかぶりりと鉄筋間隔の影響を並列和の形で加えた改良式で、建築学会式は、 $A_{ce2}$  を  $A_{ce1}$  に置き換えるなどの工夫をして、CEB-FIP 式をさらに簡略修正したものである<sup>2)</sup>。また、図-5 に示すように、鈴木ら<sup>12)</sup>は式(8)の物理的意味を次のように解釈している。式(8)の第2項は、鉄筋とコンクリートの付着応力をひびわれ断面位置から鉄筋に沿って合計した値が、その断面コンクリートの引張強度に対応する断面引張力  $T_{c(x)}$  に達するまでの距離  $l_1$  を表し、式(8)の第1項は、第2項による引張力  $T_{c(x)}$  が、

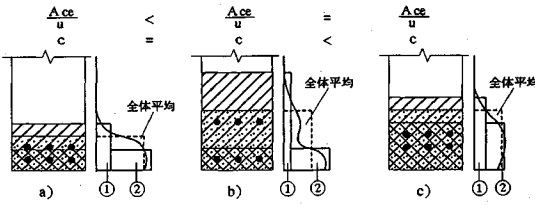


図-6 応力分布の局所効果と全体効果

断面内に一樣に分布するまでの必要距離  $l_2$  を表している。しかし、著者らが既往研究の1段配筋供試体37体を用いて式(8)を調べた結果、距離  $l_2$  とコンクリート有効断面の高さ  $(2c + \phi)$  の比は平均1.91となり、すなわち鈴木らの式(8)第1項に関する解釈はサンブナン(St. Venant)原理に反するもので、改めて検討する余地があるように思われる。ACI式は実験結果の統計的解析によって得られたものであり、力学的意味は不明確である。

また、ひびわれのメカニズムについて、極めて単純なモデルから考えたものをそのまま複雑な配筋状態(たとえば多段配筋)にあてはめることは必ずしも適切ではなく、むしろ応力分布の局所効果があり、しかもそれに支配されると考えられる。図-6は3つの配筋状態について、ひびわれ間の中央断面におけるコンクリートの引張応力の分布状態を模式的に示すものである。①と②の部分はそれぞれ1段目と2段目鉄筋によって伝達された引張力が各自の鉄筋を中心としたコンクリート断面内で一樣に分布と仮定した時の応力値で(本文では局所効果と呼ぶ)、全体平均で示すのはトータルの引張力が全引張鉄筋と同一図心をなす有効コンクリート断面  $A_{ce}$  内で一樣分布の応力値(本文では全体効果と呼ぶ)である。また、曲線分布は実際の応力分布を想定したものである。図-6から、以下の議論を展開できる。

1) 鈴木らの解釈によれば、図-6の曲線応力分布は図-5の  $x=l_1$  付近の断面に相当する。また、 $c_a = c_b < c_c$  の関係から、コンクリート応力が  $A_{ce}$  内に一樣分布(破線)になるまでの所要距離は  $l_{2a} = l_{2b} < l_{2c}$  となる。しかし、応力分布の不均一性から見ると、b) は a), c) と同程度またはそれ以上のものと考えられ、所要距離は  $l_{2a} \leq l_{2b} \geq l_{2c}$  のようであり、鈴木らの解釈では説明しにくい。

2) よって、かぶりは応力が一樣分布になるまでの所要距離を表すものというより、応力分布の局所効果(緑端付近応力集中度)を表すものと考えられる。また、多段配筋のひびわれ間隔は1段目鉄筋による局所応力②に支配され、2段目以上の鉄筋の応力貢献①に影響される。

3) 2) の考え方に従いもう一度建築学会式の物理的意味を考えると、第1項は局所効果、第2項は2段目以上鉄筋の影響を表すものと見える。しかし、①/②の応

力比で分かるように、2段目鉄筋の効果は  $c) > a) > b)$  の順となっているが、建築学会式だと、 $a) > b) = c)$  の順となっている。CEB-FIP式についても基本的に同じことがいえる。したがって、全体効果を表す  $A_{ce}/u$  は多段配筋の影響を表すよい指標ではないことが分かる。

ひびわれ間隔の基本式を決めるのもう1つ重要なことは、設計上問題となるひびわれ幅の最大値を求める方法として、2章で述べた方法1と方法2のどちらを選ぶかである。ひびわれ間隔(幅)は正規分布に従うと仮定すると、方法1の中の割増係数を統計処理に基づいて定めていれば、求めた最大ひびわれ幅は、個々のひびわれに対して、たとえば超過確率が5%以下というように示すことができる。一方、方法2で求めた最大ひびわれ幅(平均値)は、個々の供試体に対して、最大1本の超過確率は50%となっているが、個々のひびわれに対する超過確率は明確ではない。また、供試体の相対長さが短いほど、最大ひびわれ間隔の実測値は小さくなるという形状効果の影響を受けることが著者らの研究<sup>4)</sup>によって明らかにされている。なお、方法2では、供試体1体に対して  $L_{max}$  と  $W_{max}$  のデータがそれぞれ1個しかなく、その値も観測位置によって異なるのに対し、方法1では、検長内のすべてのデータを使用しているため、含まれた情報量が多く、しかも観測位置の影響を受けないなどの利点がある。

以上の考え方に立ち、本研究では、既往の研究成果をもとに、応力分布の局所効果と全体効果を区別する新たなアプローチにより、ひびわれ間隔評価の基本式を導く。具体的に支配項となる1段目鉄筋に角田の理論<sup>3)</sup>を適用し(ただし、示方書式の表現を用いる)、2段目以上鉄筋の影響を修正係数の形で別途考慮するような主従分離モデルを用いる。また、最大ひびわれ間隔(幅)の求め方として、方法1を採択する。したがって、ひびわれ間隔の基本式は次の形となる。

$$L_{av} = 1/a \cdot K_1 K_2 (4c + 0.7e) \dots\dots\dots (14)$$

$$L_{max} = \eta \cdot L_{av} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $c$  はかぶりで、 $c = (3c_b + c_s)/4$  とする。 $K_1$  は鉄筋の付着性状の影響を表す係数で、示方書式の  $k_1$  と同じ値を取る。 $K_2$  は多段配筋の影響を表す係数、 $\eta$  は最大ひびわれ間隔と平均ひびわれ間隔(または最大ひびわれ幅と平均ひびわれ幅)の比で、統計処理に基づいて定める。なお、 $a$  は実験結果で式(14)括弧内の係数を校正するための係数である。

### 5. $K_2$ , $a$ , および $\eta$ の決定

著者らの研究<sup>4)</sup>では、2段目以上鉄筋の影響を、①鉄筋径、②縦間隔、および③束ね筋の付着欠損の3要因に着目し、また、そのメカニズムは2段目以上の鉄筋の付

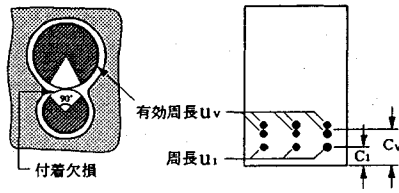


図-7 断面パラメータ概念図

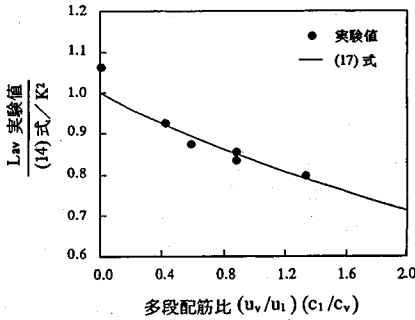


図-8 多段配筋の影響の評価

着伝達による縁端コンクリート引張応力の増加であることを明らかにした。そこで、次式に示す多段配筋比という無次元化パラメータを用い、ひびわれ間隔に及ぼす2段目以上の鉄筋の影響を評価する。

$$\text{多段配筋比} = (u_v/u_1) \cdot (c_1/c_v) \dots \dots \dots (16)$$

ここに、 $u_1$ は1段目鉄筋の有効周長の和、 $u_v$ は2段目以上の鉄筋の有効周長の和、ここでの“有効”の意味は、2本の鉄筋を束ねて配置した場合、附着欠損の部分として、それぞれの鉄筋周長から2本の鉄筋の内の細い鉄筋の周長の1/4をカットすること。 $c_1$ は1段目鉄筋の附着重心からけた底面までの距離、 $c_v$ は2段目以上の鉄筋の附着重心からけた底面までの距離である。各記号の意味を図-7に示す。

この中、 $(u_v/u_1)$ は要因①と③の影響を、 $(c_1/c_v)$ は要因②の影響を表す。原理的に縦間隔が狭いほど、附着欠損の程度が大きくなるが、設計上、打設のことを考えて、はりの主筋配置は束ねるか、鉄筋径の2.5倍以上離れるかのどちらかであり、中間的配筋状況は考慮しなくてよい。なおここで、 $c_1$ および $c_v$ は鉄筋断面図心からの距離ではなく、附着応力の合力点(本文では附着重心と呼ぶ)からの距離である。ただし、その差は極わずかであるので、近似的に鉄筋断面図心を使ってもよい。

図-8に2段目以上の鉄筋の影響と多段配筋比の関係を表-2の実験結果を用いて調べた結果を示す。横軸は多段配筋比を、縦軸は平均ひびわれ間隔の実測値と式(14)右辺に $K_2$ を除いた部分の算定値の比を取っている。 $a$ の値はまだ未定であるので、とりあえず2章の仮定に基づき1.45を用いた。図-8では、多段配筋比の増加につれ、実測値と計算値の比はほぼ双曲線的に減少

し、両者の相関性が認められる。そこで、 $u_v=0$ のとき $K_2=1$ を条件に回帰解析を行った。その結果、次式が得られた。式の適合性を図-8に示す。

$$K_2 = 1 / \{0.2(u_v/u_1) \cdot (c_1/c_v) + 1\} \dots \dots \dots (17)$$

示方書式では最大値と平均値の関係は不明で、しかも形状効果の影響は除かれなかった可能性があること、ひびわれに関する実験結果は非常にばらつき、かつ各研究者の実験方法(例えば2次ひびわれの判断基準など)によって偏りがあるため、算定式による適合性を与えるためには、より多くて広範な実験データでチェックまたは校正する必要がある。本文では、平均ひびわれ間隔について、上記の6体も含めこれまでに著者らが行った実験<sup>13)</sup>のほか、小山ら<sup>14)</sup>、奥泉ら<sup>15)</sup>、池田ら<sup>16)</sup>、鈴木ら<sup>17)</sup>、松本ら<sup>18)</sup>、Hognested<sup>11)</sup>、Kaar & Mattock<sup>19)</sup>の異形鉄筋を使用したRCはりの実験結果を検討に用いた。これらの供試体の断面性質を研究者ごとにまとめて表-3に示す。供試体総数は86体で、このうち1段配筋37体、多段配筋49体である。なお、ひびわれ間隔のデータが記載されていなかった文献について、記録されたひびわれ図から測って得られた。表-3より、かなり幅広いデータが集められたといえる。

これらの供試体の性質と実験結果、および既に得られた式(17)を式(14)に代入し、算出した校正係数 $a$ の平均値は1.300となる。したがって、式(14)、すなわち平均ひびわれ間隔算定式は次のようになる。

$$L_{av} = K_1 K_2 (3.1c + 0.54e) \dots \dots \dots (18)$$

次に、式(15)の係数 $\eta$ を決める。著者らの研究<sup>4)</sup>では、ひびわれ間隔およびひびわれ幅は正規分布に従い、またそれぞれの標準偏差 $\sigma$ は0.288と0.305であった。これらの値はほかの研究者の実験結果とほぼ同程度のものである<sup>21,20)</sup>。また、ひびわれ間隔とひびわれ幅のばらつきはほぼ同程度のものから、 $W_{max}/W_{av} = L_{max}/L_{av}$ の仮定は統計上の意味で成立すると考えられる。

設計上、制御の目標となる最大ひびわれ幅の超過確率を5%と設定した場合、上記の結果を用いて平均ひびわれ間隔(幅)の割増係数 $\eta$ は次のように算出される。

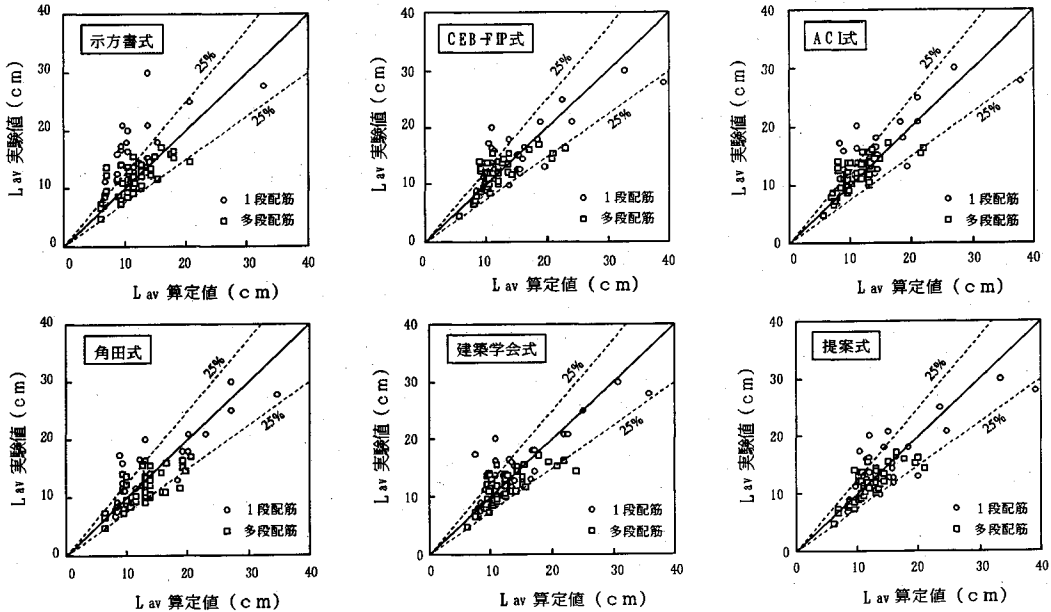
$$\eta_L = 1 + 1.645 \times \sigma_L = 1 + 1.645 \times 0.288 = 1.474 \dots (19)$$

$$\eta_W = 1 + 1.645 \times \sigma_W = 1 + 1.645 \times 0.305 = 1.502 \dots (20)$$

これらの値は3章の表-2に示す実測最大値と実測平均値の比の平均値と合致している。このことから、供試体の長さが十分であれば、実験から得られた最大ひびわれ間隔と幅の平均値は個々のひびわれに対してほぼ5%前後の超過確率を持つことが推察される。また、表-3に示す86体の供試体について、示方書式の最大ひびわれ間隔に相当する項による算定値と平均ひびわれ間隔実測値の比を算出すると、平均値は1.334であり、式(19)の値または従来指摘されている1.4~1.5より小さく

表—3 平均ひびわれ間隔の検討に用いた供試体の性質

研究者	断面寸法(cm)		かぶり(cm)		鉄筋間隔(cm)		鉄筋径 (cm)	鉄筋本数 (本)	鉄筋段数 (段)	鉄筋比 pt (%)	供試体数 (体)
	b	D	cb	cs	横	縦					
著者ら	15~20	30~50	2.9~6.1	2.9~5.4	7.0	1.3~6.0	1.3~3.2	2~6	1~3	0.6~2.7	12
小山ら	72	130	4.6~9.8	5.8~8.8	14.4~24	10.5	2.9~6.4	3~8	1~2	1.1~1.5	3
奥泉ら	15	20	1.9~2.0	2.4~2.5	9.0	1.0~2.5	1.0~1.3	4~6	2~3	1.6~1.9	4
池田ら	30	30	1.5~2.9	2.0~2.9	5.0~10.0	2.0~3.0	1.0~2.2	3~18	1~3	1.5~1.7	4
鈴木ら	12	20	2.5	2.0	3.5~7.4	—	0.6~1.3	2~3	1	0.3~1.4	14
松本ら	25	80	3.4~6.4	3.4~3.8	4.0~7.5	6.0	2.5~3.2	3~10	1~2	0.3~0.7	11
Hognestad	10~30	20~61	1.0~7.3	1.0~7.3	0~16.2	3.8	1.0~2.5	1~15	1~3	0.7~3.3	29
Kaar&Mattock	12~81	39~44	3.5	3.5	3.8~24.3	3.8	1.3	8	1~4	0.4~2.5	9
まとめ	10~81	20~130	1.0~9.8	1.0~8.8	0~24.3	1.0~10.5	0.6~6.4	1~18	1~4	0.3~3.3	86



図—9 平均ひびわれ間隔に関する各算定式の適合性

なっている。これは、示方書式による最大ひびわれ間隔算定値の個々のひびわれに対する超過確率は5%以上を越え、すなわち、示方書式では多段配筋を過大評価するより、むしろ1段配筋を過小評価していることを示唆している。

実用上、平均ひびわれ間隔(幅)の割増係数 $\eta$ は1.5に取るのが妥当と考えられ、式(15)は次のようになる。

$$L_{max} = 1.5L_{av} \dots\dots\dots (21)$$

6. ひびわれ間隔に関する提案式の精度

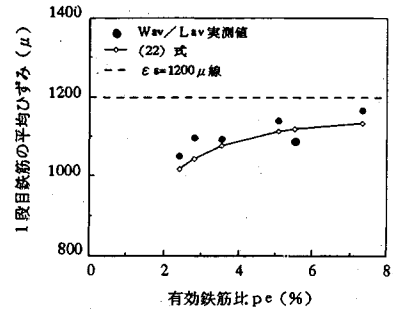
提案式(18)、および2章の表—1に示す既往の各算定式の適合性を表—3に示す86体の供試体の実験結果を用いて比較検討した。最大ひびわれ間隔の実験データが

足りないで、ここで平均ひびわれ間隔の検討結果のみを示す。図—9は平均ひびわれ間隔の実測値と各算定式による算定値の比較を、また表—4は実測値と各算定値の比の平均値および変動係数を86体全体、および1段配筋と多段配筋に分けて示したものである。

図—9では、示方書式および角田式の場合、1段配筋と多段配筋の点の分布は少しずれている傾向が見られるが、CEB-FIP、建築学会、ACIの式および提案式は、ほぼ同一線上に乗っている。また、ACI式は全般的に実測値を下回る傾向がある。これらのことは表—4からも分かる。まず、全体の平均値と変動係数を見ると、示方書、ACIおよび角田の式に $L_{max}/L_{av} = 1.45$ と仮定した場合、角田式はほぼ適切であるが、示方書式および

表—4 (実測値/算定値)の平均値と変動係数

算定式	全 体		1 段配筋		多段配筋	
	平均値	変動係数	平均値	変動係数	平均値	変動係数
示 方 書 式	1.162	0.284	1.312	0.264	1.049	0.254
A C I 式	1.106	0.229	1.137	0.253	1.083	0.204
CEB-FIP 式	1.032	0.212	1.028	0.241	1.034	0.187
建築学会式	1.013	0.249	1.046	0.286	0.989	0.209
角 田 式	0.990	0.229	1.080	0.230	0.921	0.197
提 案 式	1.000	0.198	1.014	0.230	0.985	0.168



図—10 コンクリートの拘束効果

ACI式に対してそれぞれ16.2%と10.6%算定値が実測値を過小評価する結果となった。一方、CEB-FIPと建築学会式では、実測値と算定値の比はほぼ1に近く、提案式では平均値が1となっている。また、全体の変動係数について、提案式では19.8%となって、6つの式の中で最も小さく、ついでCEB-FIP式、角田式、ACI式、建築学会式および示方書式の順となっている。

次に、1段配筋と多段配筋それぞれの結果を見ると、CEB-FIP式と提案式では、実測値と算定値の比が配筋段数に関係なくほぼ1に近い値となっているのに対し、ほかの4式では1段配筋と多段配筋の差が現れ、示方書式と角田式は最も顕著で約25%と16%、ACI式および建築学会式でも約5%の差が出ている。また、示方書式と角田式の偏り状況が違ふ。前者は1段配筋を過小評価する傾向が強く、2段配筋をほぼ的中しているのに対し、後者は1段配筋への過小評価と多段配筋への過大評価はほぼ同程度のものであった。また、1段配筋と多段配筋に分けても、提案式の変動係数は最も小さいことが示されている。なお、多段配筋に比べ、1段配筋のばらつきは大きいことが表—4および図—9から分かる。

以上の結果より、ひびわれ間隔に関する提案式(18)は、計算がそれほど煩雑ではないにもかかわらず種々な配筋状況を考慮することができ、しかも既往の算定式の中では実験結果に最もよい適合性を示している。

### 7. ひびわれ幅

ひびわれ間隔と並んでひびわれ幅を決定するもう1つの要因はひびわれ間の鉄筋とコンクリートのひずみの差である。このひずみ差は、荷重によるひびわれ間のコンクリート表面の平均的伸び、鉄筋の平均的伸び、さらにクリープ、乾燥収縮によって生じた鉄筋とコンクリートのひずみ差の3つに関係しているが、荷重によるコンクリート表面ひずみの占める割合は非常に小さいので<sup>3)</sup>、実用上無視することができ、残りはあとの2つである。

ひびわれ間の鉄筋の平均ひずみはコンクリートの拘束作用によってひびわれ断面の鉄筋ひずみより小さい。この鉄筋ひずみ減少量のひびわれ幅に対する影響は一般的

に小さいが、鉄筋比が小さいとき、または鉄筋応力度が小さいとき、無視できない影響になる。示方書式およびACI式では、ひびわれ定常状態での鉄筋応力度が大きいこと、ならびに設計上安全側の評価であるという理由から、コンクリートの拘束作用による鉄筋ひずみの減少量を無視している。一方、角田式では、有効鉄筋比に対してある一定の割合で考慮し、また、CEB-FIP式および建築学会式では、広範囲の鉄筋応力に適用するために鉄筋ひずみの減少量を鉄筋比さらに鉄筋応力の関数として考慮している。後者の計算は極めて煩雑である。

コンクリートの乾燥収縮やクリープはひびわれ幅に対してかなり大きな影響を持つことが多くの研究者に指摘され<sup>20)~22)</sup>、また、その影響はひずみ増分としてひびわれ幅算定式中のひずみ項に導入することによりほぼ合理的に評価できることは既往の研究によって明らかにされていた<sup>3)</sup>。しかし、実験または実調査から得られた乾燥収縮ひずみおよびクリープ係数の値は、供試体および環境条件によってかなり違っているため、設計上どの程度の値を用いればよいか、まだ明確な答えはない。

本文では、ひびわれ間隔の評価に鉄筋比の影響を間接的に考慮したため、それとの対応と、幅広い鉄筋比をカバーすることを考えて、ひびわれ間のコンクリートの拘束作用を考慮することとした。また、本研究はひびわれ幅制御設計を、ひびわれの定常状態を対象に行うことを前提としているので、計算の簡単化を図るために、角田式を採用することにした。すなわち、鉄筋の平均ひずみ  $\epsilon_{s,av}$  を次式で評価する。

$$\epsilon_{s,av} = \sigma_s / E_s - \sigma_{cm} / (E_s \cdot p_e) \dots \dots \dots (22)$$

ただし、有効鉄筋比  $p_e = A_s / A_{ce}$  を計算する場合、 $A_{ce}$  はその図心が全引張鉄筋の付着重心と一致するように取ったコンクリート有効引張断面積とし、付着重心の計算は束ね筋による付着面積の欠損を考慮する。

式(22)の妥当性を3章の表—2に示す実験結果を用いて検証した。図—10に示す。CEB-FIP式および建築学会式に比べ、計算は非常に簡単であるにもかかわらず、十分な精度を有することが分かる。ひびわれ幅の比較について、参考にした文献の中には、ひびわれ間隔の



データしか載っていないもの、ひびわれ幅のデータがあってもその測定位置、鉄筋の応力レベル、および乾燥収縮状態等が各研究者によって異なっており、統一的にはひびわれ幅のデータが集められなかった。なお、鉄筋平均ひびわれの比較は間接的にひびわれ幅の比較になり、6体では数少ないが、ある程度確かめになると考えている。

さらに、乾燥収縮およびクリープによる影響  $\epsilon_s$  を考慮に入ると、平均ひびわれ幅、そして95%の保証率を有する最大ひびわれ幅は次のように求められる。

$$W_{av} = L_{av} \{ \sigma_s / E_s - \sigma_{cm} / (E_s \cdot \rho_c) - \epsilon_s \} \dots\dots\dots (23)$$

$$W_{max} = 1.5 W_{av} \dots\dots\dots (24)$$

$\epsilon_s$  は測定値、または既往の研究を参考に  $-(100 \sim 300) \times 10^{-6}$  程度の値とするのが妥当であろう。

### 8. 結 論

本研究は、既往の曲げひびわれ幅算定式の特徴および問題点を検討するとともに、新しい曲げひびわれ幅算定方法を提案したものである。得られた結果をまとめると以下のとおりである。

(1) 既往に提案された5つの代表的な曲げひびわれ幅算定式を多段配筋はりの実験結果に適用した結果、いずれも不満足なものであった。これは主に極めて単純なモデルから考えたものをそのまま複雑な配筋状態にあてはめたところに原因があると考えられる。

(2) Hognestedの実験結果を用いて、側面かぶりと底面かぶりの影響割合を調べた結果、 $c = (3c_b + c_s) / 4$  とした計算値の適合性は最もよいと判明された。これより、複数本の鉄筋が横1列に並んで曲げを受けるはりの場合、ひびわれ間隔に及ぼす側面かぶりと底面かぶりの影響は同等なものではないと分かった。

(3) ひびわれ間隔に及ぼす2段目以上の鉄筋の影響を物理および幾何的な要素を包括した総合パラメータである多段配筋比で評価できることが明らかとなった。多段配筋比の増大につれて、ひびわれ間隔は双曲線的に減少していく。

(4) 角田の理論と応力分布局所効果の考え方にに基づき、平均ひびわれ間隔の算定式を提案した。この提案式は、計算がそれほど煩雑ではないにもかかわらず種々な配筋状況を考慮することができ、しかも既往の算定式の中では実験結果に最もよい適合性を示している。

(5) ひびわれ間隔算定式との対応と、ひびわれ定常状態の前提を考慮して、鉄筋ひびわれに及ぼすひびわれ間のコンクリートの拘束作用などを考慮し、平均ひびわれ幅の算定式を提示したが、実用上十分正確な結果を与えることと推定される。

(6) ひびわれ制御の目標となる最大ひびわれ幅によ

り明確な統計定義を与えるために、ひびわれ間隔の平均値  $L_{av}$  よりひびわれ幅の平均値  $W_{av}$  を求め、それに割増係数を乗じる方法を採用した。設計上、最大ひびわれ間隔と最大ひびわれ幅の超過確率を5%と設定した場合、割増係数  $\eta$  を1.5にとることが妥当である。

### 参 考 文 献

- 1) R.Saliger : Die Neue Theorie des Stahlbetons, Frauz Denticke, 1950.
- 2) 鈴木計夫・大野義照：プレストレスト鉄筋コンクリート梁の曲げひびわれ幅に関する研究—その1. 初期ひびわれ幅について—, 日本建築学会論文報告集, 第303号, pp.9~19, 1981.
- 3) 角田与史雄：鉄筋コンクリートの最大ひびわれ幅, コンクリートジャーナル, Vol.8, No.9, Sept, pp.1~10, 1970.9.
- 4) 趙 唯堅・丸山久一：多段配筋を有する鉄筋コンクリートはりの曲げひびわれ性状に関する実験的研究, 土木学会論文集, 第490号, pp.137~145, 1994.5.
- 5) 土木学会：コンクリート標準示方書, 1991.
- 6) Building Code Requirements for Reinforced Concrete, ACI318-83, 1983.
- 7) CEB-FIP Model Code for Concrete Structures 1978.
- 8) 日本建築学会：プレストレスト鉄筋コンクリート(Ⅲ種PC)構造設計・施工指針・同解説, 1986.
- 9) H.Rüsch und G.Rehm : Versuche mit Betonformstählen, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 140, 1963.
- 10) 角田与史雄・堺 孝司・能町純雄：RCはりの曲げひびわれ幅に対する主要影響因子に関する検討, セメント技術年報, X X X II, pp.409~412, 1978.
- 11) E.Hognestad : High Strength Bars as Concrete Reinforcement Part 2. Control of Flexural Cracking, Journal of the PCA Research and Development Laboratories, January, pp.46~63, 1962.
- 12) 鈴木計夫・大野義照：PRC部材の曲げひびわれ幅算定法, プレストレストコンクリート, Vol.24, No.1, Jan. pp.59~72, 1982.
- 13) 酒井公生・丸山久一・清水敬二・中村裕剛：多段配筋を有するコンクリートはりの曲げひびわれ性状, コンクリート工学年次論文報告集13-2, pp.259~264, 1991.
- 14) 小山清一・鈴木昭信・山田 紘・池田尚治・辻 幸和：大径ねじふし鉄筋D64とひびわれ制御鉄筋を用いたRC部材の曲げひびわれ性状, 土木学会第46回年次学術講演会概要集V, pp.512~513, 1991.9.
- 15) 奥泉貴朗・岩井 稔・辻 幸和：鉄筋の配置方法を変化させたRCはりの曲げ性状, 土木学会関東支部第17回技術研究発表会講演概要集, 1990.1.
- 16) 池田尚治・山口隆裕・森下 豊：極大径鉄筋の合理的配筋方法に関する研究, 土木学会第45回年次学術講演会概要集V, pp.564~565, 1990.9.
- 17) 鈴木計夫・大野義照・佐田裕之：プレストレスト鉄筋コンクリートはりの曲げ性状について, コンクリート工学年次講演会講演論文集, pp.385~388, 1980.
- 18) 松本嘉司・中村正平・河野 清・中山紀男・岡村甫：各種の高張力異形鉄筋を用いた鉄筋コンクリート大型はり

- の曲げ性状に関する研究，土木学会論文集，第122号，pp.1~28，1965.10.
- 19) P.Kaar and A.Mattock : High Strength Bars as Concrete Reinforcement Part 4. Control of Cracking, Journal of the PCA Research and Development Laboratories, January, pp.15~38, 1963.
- 20) 尾坂芳夫・大塚浩司・松本英信：乾燥の影響を受ける引張RC供試体のひびわれ性状，コンクリート工学，Vol.23, No.3, pp.109~119, 1985.
- 21) 谷内田昌熙・石橋忠良・佐藤 勉：鉄筋コンクリート橋梁のひびわれと鉄筋腐食に関する調査・研究，土木学会論文集，第378号，1987.2.
- 22) 石橋忠良・浦野哲司：PRC 桁の実橋測定とその考察，プレストレストコンクリート，1987.3. (1993.9.22 受付)

## REEVALUATION OF PRESENT EQUATIONS FOR FLEXURAL CRACK WIDTH OF RC BEAMS

Weijian ZHAO and Kyuichi MARUYAMA

There have been developed several equations for estimating the flexural crack widths of RC beams, and some of them are now appreciated in code specifications. Since most of them are semi-empirical, their applicability should be examined whenever new types of structure come into consideration. One of the recent requirements for RC structures is to make them larger in size. As for the reinforcing bars, placement of bars in multi-layers in the cross section as well as usage of large sized bars is indispensable for design of large sized beams. This paper discussed firstly the applicability of present equations for flexural crack widths to the beams with multi-layers of longitudinal bars. The examination of applicability is extended using test results of 86 beam specimens which are deliberately selected so as to represent wide variety of arrangement of reinforcing bars. Based on the discussion the authors propose the equations for crack spacing and crack width with wide applicability.