

# 曲梁公式によるラーメン隅角部の応力計算

正員 井上 広 胤\*

## CALCULATION OF STRESSES IN THE CORNER OF THE RIGID FRAME DUE TO CURVED BEAM FORMULAS

Hirotsune Inoue, C.E. Member

### Synopsis :

This paper deals with the calculation of the stresses in the corner of the rigid frame with rectangular cross section. To calculate the stresses the author uses Ohono's curved beam formulas and assumes the effective height in the diagonal section at his discretion. The maximum tangential stress thus calculated in that section coincides with the result of the photoelastic experiment fairly well.

**要旨** 矩形断面を持つラーメンの模型について光弾性実験を行い水平荷重による応力分布を調べ、一方曲梁公式によつて応力計算を行い両者を比較した。その結果隅角部内縁附近の接線方向応力度は、内縁の曲率に応じて有効断面を適当にとつて計算することにより実験結果とよく一致することがわかつた。

### 1. 光弾性実験

(i) **模型及び荷重** 模型は図-1 に示すような形の厚さ 6 mm のフェノライト板を使用した。梁材及び柱材の高さはそれぞれ 1.5 cm 及び 1 cm であり、支点間距離  $b=5$  cm である。また隅角部内縁の曲率半径  $r$  は  $r=h$  及び  $r=0.5h$  ( $h$  は柱材の高さ) の二種類のものを使用し、荷重は梁材上面より 3 mm の位置に水平荷重  $P$  を作用させたが、その値は  $r=h$  に対し  $P=7.45$  kg,  $r=0.5h$  に対し  $P=5.4$  kg である。なお支点は正方形の孔をうがち棒鋼を差してヒンデ構造とした。

図-1

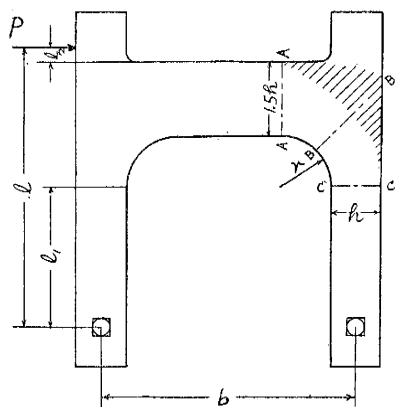


図-2



(ii) **実験結果**  $r=h$  のものも  $r=0.5h$  のものも同様であるから、 $r=h$  のものについて隅角部の実験結果を 図-2 ないし 図-4 に示す。図-2 は等色線写真、図-3 は等傾線図、また図-4 は主応力線図である。

(iii) **隅角部の応力解析** 図-1 に示す A-A, B-B 及び C-C の 3 断面について切線方向応力度  $\sigma_\theta$ , 半径方

\* 東京都立大学講師, 工学部建設工学科

図-3

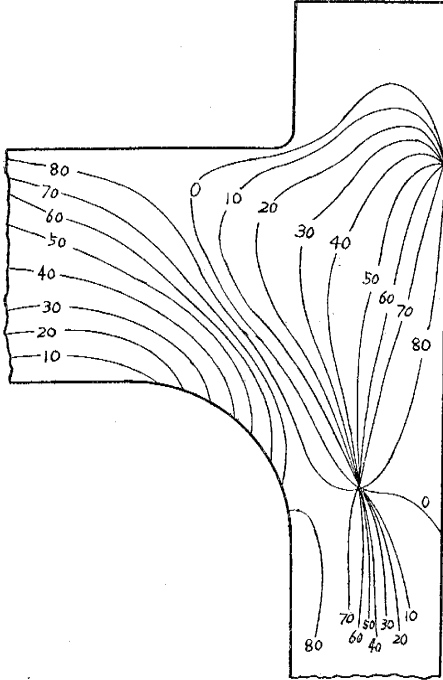


図-4

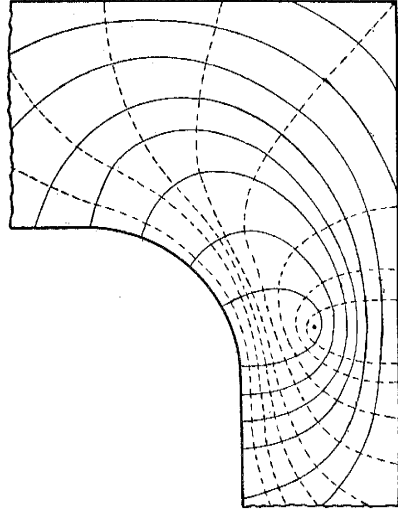
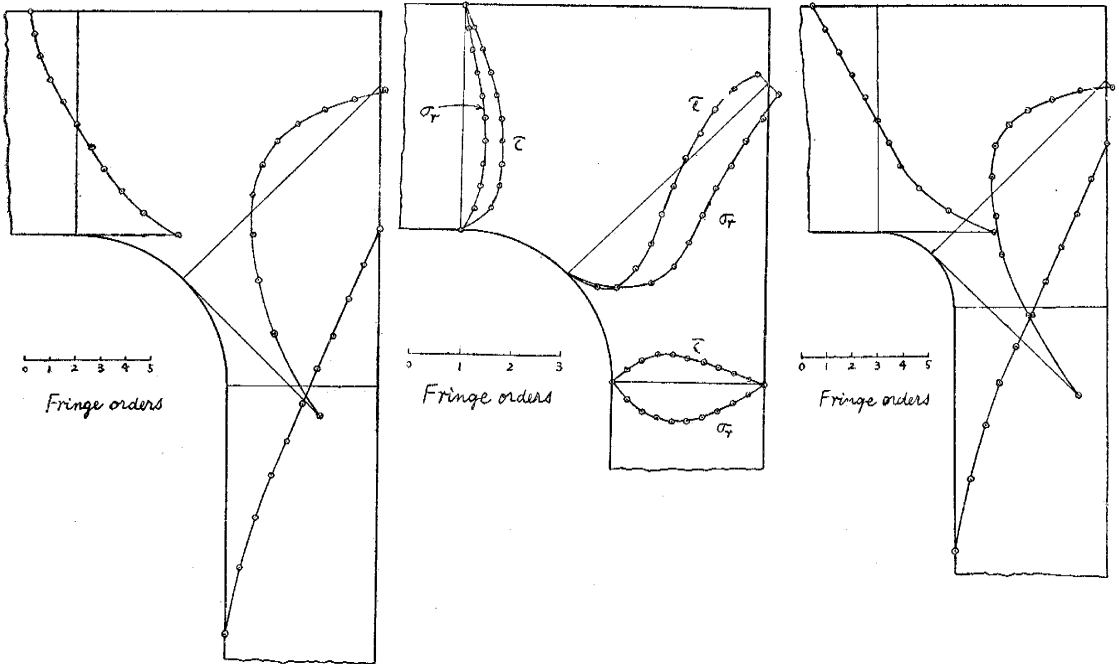


図-5  $\sigma_0$  の分布図 ( $r=h$ )

図-6  $\sigma_r$  及び  $\tau$  の分布図 ( $r=h$ )

図-7  $\sigma_0$  の分布図 ( $r=0.5h$ )



向応力度  $\sigma_r$  及びせん断応力度  $\tau$  を解析した結果は、 $r=h$  に対し 図-5 及び 図-6、 $r=0.5h$  に対し 図-7 及び 図-8 のごとくである。なおこのフェノライト板の fringe value は  $15.842 \text{ kg/cm}^2$  であった。

2. 曲梁公式による計算

(i) 大野氏の公式 曲梁公式は大野謙氏が中立軸に関してたてられたものを使つた。大野氏の公式は (図-9

図-8  $\sigma_r$  及び  $\tau$  の分布図 ( $r=0.5h$ )

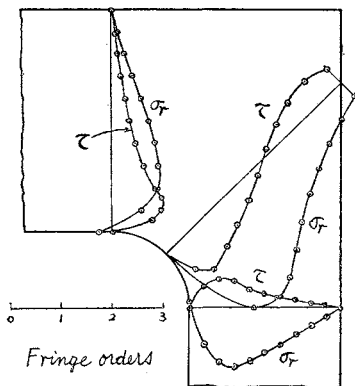
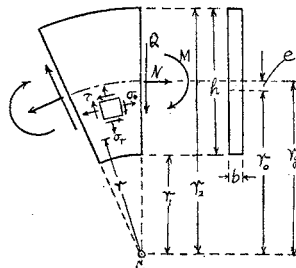


図-7



参照)

接線方向応力度

$$\sigma_\theta = \frac{N}{F} + \frac{M_y}{J}$$

ここに

$$J = reF, \quad e = r_g - r_0, \quad r_0 = \frac{h}{\ln r_2 - \ln r_1}$$

半径方向応力度

$$\sigma_r = \frac{M}{Fe} \frac{r_0(\ln r - \ln r_1) - (r - r_1)}{r} + \frac{N}{F} \frac{r - r_1}{r} - \frac{Nr_0}{Fe} \left\{ \frac{r_g(\ln r - \ln r_1)}{r} - \frac{(r - r_1)(r + r_2)}{2r^2} \right\}$$

せん断応力度

$$\tau = \frac{QS}{bJ_0} = \frac{Qr_0(r - r_1)(r_2 - r)}{2Fer^2}$$

(ii) 応力計算 応力計算に際して、図-1に斜線を施した部分はあまり有効に働かないという仮定のもとに、B-B断面においては有効断面として内縁から  $h=1.0$  cm までの部分をとつた。更に  $r=0.5h$  の場合は、A-A断面においても有効断面を内縁から  $h=1.0$  cm までとして計算を行つた。計算に際し必要な数値  $l, l_1$  及び  $r_1 l_2$  (図-1参照) は次のごとき値である。

$r=h$  に対し  $l=5.5$  cm,  $l_1=2.7$  cm,  $l_2=0.3$  cm

$r=0.5h$  に対し  $l=5.6$  cm,  $l_1=3.3$  cm,  $l_2=0.3$  cm

計算の結果  $r=h$  に対し表-1及び表-2,  $r=0.5h$  に対し表-3の値を得た。

表-1 A-A断面の応力 ( $r=h$ )

$r$ cm	$r=h$		
	$\sigma_\theta$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_r$ kg/cm <sup>2</sup>	$\tau$ kg/cm <sup>2</sup>
1.00	-65.5	0	0
1.15	-46.9	-6.4	-12.8
1.30	-30.5	-9.9	-18.0
1.45	-17.4	-10.0	-19.0
1.60	-6.8	-10.0	-18.0
1.75	2.1	-7.2	-12.8
1.90	9.6	-3.7	-6.4
2.05	16.0	0	0
2.20	21.6		
2.35	26.4		
2.50	29.3		

表-2 B-B及びC-C断面の応力 ( $r=h$ )

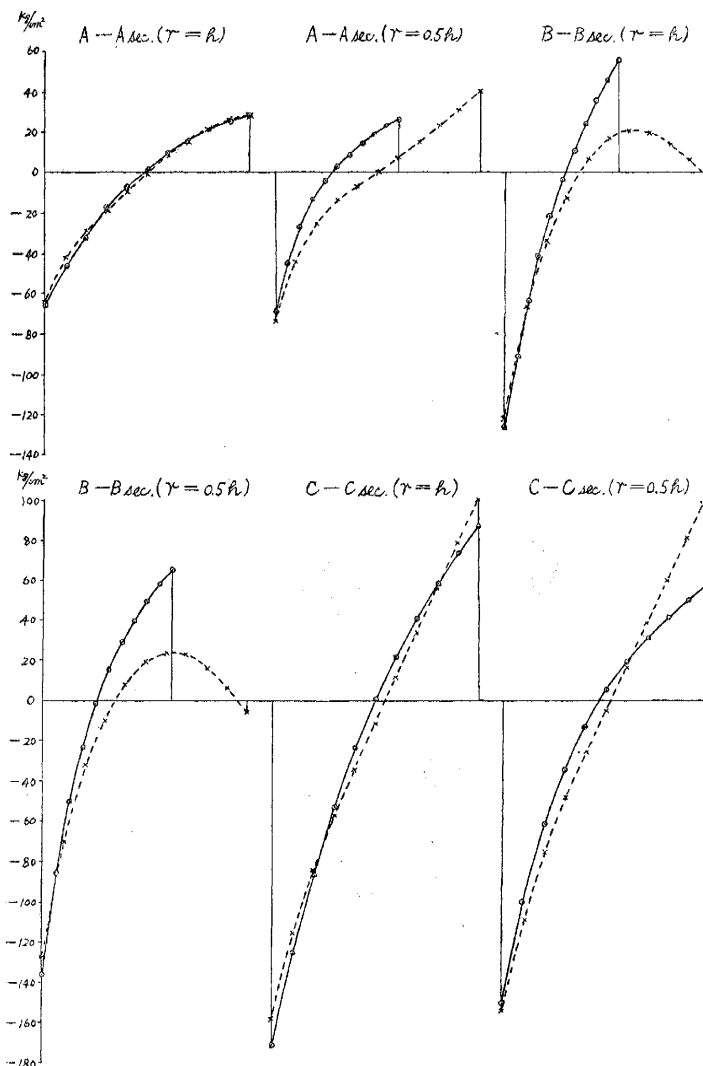
$r$ cm	B-B sec.			C-C sec.		
	$\sigma_\theta$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_r$ kg/cm <sup>2</sup>	$\tau$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_\theta$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_r$ kg/cm <sup>2</sup>	$\tau$ kg/cm <sup>2</sup>
1.0	-125.8	0	0	-172.1	0	0
1.1	-92.3			-125.2		
1.2	-64.5	-13.9	-6.4	-85.9	-19.0	7.5
1.3	-41.3			-52.7		
1.4	-21.3	-14.9	-7.0	-24.2	-21.0	9.1
1.5	-4.1			0.5		
1.6	10.9	-11.2	-5.3	22.1	-16.0	7.0
1.7	24.1			41.1		
1.8	35.8	-5.7	-2.8	58.1	-8.4	3.7
1.9	46.2			73.3		
2.0	55.6	0	0	86.8	0	0

### 3. 実験値と計算値の比較及び考察

計算の結果と光弾性実験による実験値との比較を 図-10ないし 図-12に示す。いずれも図中の実線は曲梁公式による計算値、破線は実験値である。

表-3 A-A, B-B 及び C-C 断面の応力 ( $r=0.5h$ )

$r$ cm	A-A sec.			B-B sec.			C-C sec.		
	$\sigma_{\theta}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_r$ kg/cm <sup>2</sup>	$\tau$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_{\theta}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_r$ kg/cm <sup>2</sup>	$\tau$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_{\theta}$ kg/cm <sup>2</sup>	$\sigma_r$ kg/cm <sup>2</sup>	$\tau$ kg/cm <sup>2</sup>
0.5	-68.6	0	0	-135.6	0	0	-151.9	0	0
0.6	-44.5	-9.3	-9.4	-85.5	-19.8	-4.6	-99.8	-18.7	6.5
0.7	-27.3	-11.4	-12.3	-49.6	-24.8	-6.5	-62.3	-24.2	8.5
0.8	-14.6	-12.4	-12.4	-22.7	-25.4	-	-34.4	-	8.5
0.9	-4.0	-10.8	-11.2	-1.8	-23.1	-5.9	-13.0	-20.8	7.7
1.0	3.0	-	-	14.9	-	-	4.9	-	-
1.1	9.3	-8.1	-7.5	28.6	-15.8	-4.0	19.2	-12.6	5.2
1.2	14.6	-	-	40.0	-	-	31.1	-	-
1.3	19.0	-3.6	-3.6	50.0	-7.7	-1.9	41.2	-4.1	2.5
1.4	22.9	-	-	57.9	-	-	49.8	-	-
1.5	26.5	0	0	65.1	0	0	57.2	0	0

図-10  $\sigma_{\theta}$  の比較図

光弾性実験の結果からも明らかなように、接線方向応力度は半径方向応力度及びセン断応力度に比較し常に大きな値を示しその最大値は内縁に生ずる。図-10ないし図-12を検討すれば、半径方向応力度及びセン断応力度に対しては計算値と実験値が必ずしも一致しないが、接線方向応力度については内縁付近において大体よく一致

図-11  $\sigma_r$  の比較図

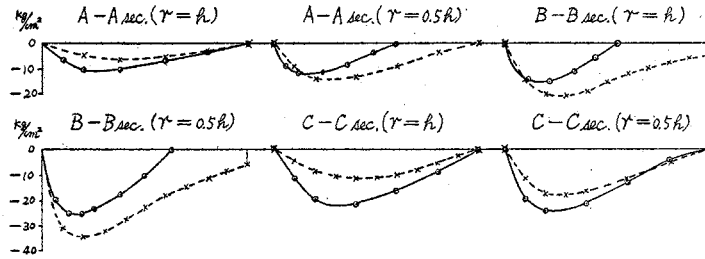
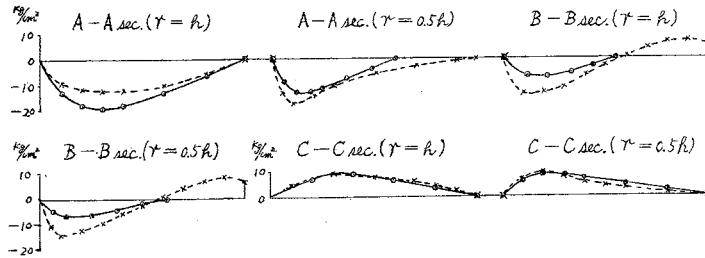


図-12  $\tau$  の比較図



している。また  $r=h$  すなわち内縁の曲率半径が柱材の高さにくらべて小さくない場合は、内縁曲率の始点と終点の断面において全断面にわたって接線方向応力度の計算値と実験値がよく一致している。更にこの両断面に於ける半径方向応力度及びせん断応力度は計算値が安全側にでており一部はよく一致している。

4. 結 語

以上の結果からラーメン隅角部内縁の曲率半径が柱材の高さにくらべて小さくない場合は、曲率の始点及び終点の断面においては曲梁公式による応力の計算が可能であり、内縁の曲率が小さい場合は梁材料面においては、その有効高さを適当に小さくとして計算した方がよいことがわかった。また diagonal section についてはその有効高さを柱材の高さに等しくとして計算することにより、切線方向応力度の最大値を求めることができる。

最後にこの研究について御指導をいただいた故都立大学教授大野諫先生の靈に感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 大野諫：鋼ラーメン隅角部の応力度分布，土木学会誌，第 39 卷 p. 89 (1954)
- 2) Max Mark Frocht: Photoelasticity

(昭.32.4.12)

昭和 32 年 10 月 25 日印刷  
 昭和 32 年 10 月 30 日発行

土木学会論文集第 49 号 定価 120 円 (〒 20 円)

編集兼発行者 東京都新宿区四谷1丁目 中 川 一 美  
 印刷所 東京都港区赤坂溜池5番地 株式会社 技 報 堂

発行所 社 団 法 人 土 木 学 会

東京都新宿区四谷一丁目 電話 (35) 5138  
 振替東京 16828