

連続弾性支持二重ばりの点荷重による変形

正員 佐藤 裕*

ON THE DEFORMATION OF DOUBLE BEAM ON CONTINUOUS ELASTIC SUPPORT UNDER POINT LOAD

Yutaka Satō, C.E. Member

Synopsis :

The solutions are given of the deformation of one beam on continuous elastic support piled upon another on the similar support under point load in three cases, where 1) both beams are infinitely long; 2) one of them is cut; and 3) the upper one of them is jointed with a single beam on the similar support.

The solutions are applicable when the railway track on longitudinal sleepers or the one on concrete slab without sleepers and ballast is planned.

要旨 連続弾性支持されたはりの上に、さらに同様な支持のはりが重つた二重ばりに点荷重が作用したときの変形を、上下はりが無限長のとき、あるいはいずれかが切れているとき、さらに一重ばりと二重ばりとの境界について解法を示した。

この解は鉄道軌道の縦まくら木構造あるいはまくら木と道床の代りにコンクリート板を用いた無道床軌道の計画に応用できる。

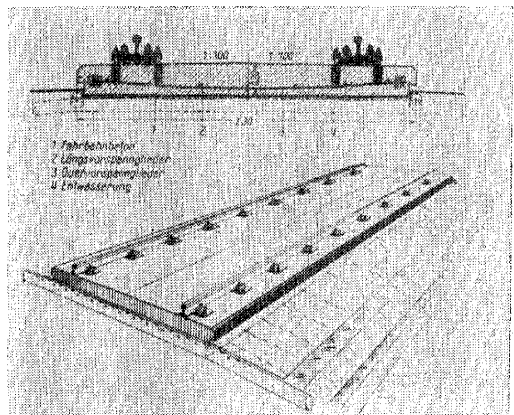
1. 緒言

鉄道の軌道を大幅に増強しようとしてその構造をおもに形態的に検討するとき、その焦点はまくら木部分にあると思われる。近年まくら木はコンクリート化が進められているが、このとき並まくら木の形にとられることなく自由に他の有利な形状をとることが必要であろう。そのような例としてフランス国鉄で試験敷設した 図-1 のような縦まくら木軌道¹⁾、あるいは古くわが国でも試験され²⁾、また最近ドイツ国鉄³⁾あるいはソ連において計画されている 図-2 のような無道床軌道などがあげられる。この種の軌道ではレールは弾性的に支持することが必要であつてその方法については最近相当な進歩を示した。

図-1



図-2



上記のような軌道構造を設計しようとするとき、前者については、その主な点は連続弾性支持二重ばりの点荷

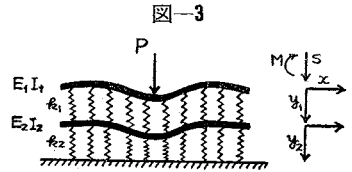
* 国有鉄道技師，鉄道技術研究所軌道研究室

重による変形の問題として扱うことができるし、また後者については 厳密には連続弾性支持の帯状の板上にさらに連続弾性支持されたはりの変形の問題となるが、まず二重ばりとして扱ってさらに補正を加えることで目的を達するものと考えられる。そこで連続弾性支持二重ばりの継目なしの部分、上ばりの継目部分、下ばりの継目部分および一重ばりとの境界部分について、点荷重による変形を求める解法を以下に示す。

2. 二重ばりの変形の方程式と解法¹⁾

図-3 のように連続弾性支持されたはりの上に、さらに連続弾性支持された二重のはりの点荷重に対する曲げの方程式は、図のように座標をきめると

$$\left. \begin{aligned} E_1 I_1 \frac{d^4 y_1}{dx^4} + k_1 (y_1 - y_2) &= 0 \\ E_2 I_2 \frac{d^4 y_2}{dx^4} + k_1 (y_2 - y_1) + k_2 y_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$



となる。ここで

$E_1 I_1, E_2 I_2$: 上下ばりの曲げこわさ

k_1, k_2 : " 単位長さの支持ばね係数

y_1, y_2 : " たわみ量

である。

いまこのときの基本解および一般解を求めるため

$$y_1 = Ae^{\lambda x} \quad y_2 = Be^{\lambda x}$$

とおき

$$a = \frac{k_1}{E_1 I_1}, \quad b = \frac{k_1}{E_2 I_2}, \quad c = \frac{k_1 + k_2}{E_2 I_2}$$

とすれば (1) 式から

$$(\lambda^4 + a)(\lambda^4 + c) - ab = 0 \dots\dots\dots (2)$$

となり $B/A = (\lambda^4 + a)/a$ である。また $\mu = \lambda^4$ とおけば (2) 式から μ の 2 根は

$$\left. \begin{aligned} \mu_1 \\ \mu_2 \end{aligned} \right\} = \frac{1}{2} \left\{ -(a+c) \pm \sqrt{(a-c)^2 + 4ab} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

となる。この式で $b < c$ であるから、 $(a-c)^2 + 4ab < (a+c)^2$ であつて、したがつて μ_1, μ_2 は常に負である。

いま (3) 式の μ_1, μ_2 から

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{-\mu_1}{4}}, \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{-\mu_2}{4}} \dots\dots\dots (4)$$

とおけば λ はつぎの 8 個の値をとる。

$$\lambda_1 = (-1+i)\alpha, \quad \lambda_1' = (1+i)\alpha$$

$$\lambda_2 = (-1-i)\alpha, \quad \lambda_2' = (1-i)\alpha$$

$$\lambda_3 = (-1+i)\beta, \quad \lambda_3' = (1+i)\beta$$

$$\lambda_4 = (-1-i)\beta, \quad \lambda_4' = (1-i)\beta$$

したがつて (1) 式の一一般解は

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= A_1 e^{(-1+i)\alpha x} + A_2 e^{(-1-i)\alpha x} + A_3 e^{(-1+i)\beta x} + A_4 e^{(-1-i)\beta x} \\ &\quad + A_1' e^{(1+i)\alpha x} + A_2' e^{(1-i)\alpha x} + A_3' e^{(1+i)\beta x} + A_4' e^{(1-i)\beta x} \\ y_2 &= B_1 e^{(-1+i)\alpha x} + B_2 e^{(-1-i)\alpha x} + B_3 e^{(-1+i)\beta x} + B_4 e^{(-1-i)\beta x} \\ &\quad + B_1' e^{(1+i)\alpha x} + B_2' e^{(1-i)\alpha x} + B_3' e^{(1+i)\beta x} + B_4' e^{(1-i)\beta x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

である。そしてまた

$$\frac{B}{A} = \frac{\lambda^4 + a}{a} \quad \text{から}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{B_1}{A_1} = \frac{B_1'}{A_1'} = \frac{B_2}{A_2} = \frac{B_2'}{A_2'} = \frac{\mu_1 + a}{a} = \xi \\ \frac{B_3}{A_3} = \frac{B_3'}{A_3'} = \frac{B_4}{A_4} = \frac{B_4'}{A_4'} = \frac{\mu_2 + a}{a} = \eta \end{aligned} \right\}$$

となるから、一般解の未定常数は 8 個あることになる。

いま上下ばりとも無限に長いものとし 図-3 において座標原点に点荷重 P が作用したときを考える。このとき

は y 軸に対して対称であるから x の正の方向でのみ考える。その境界条件は

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ では} \\ \frac{dy_1}{dx} = 0, \quad \frac{dy_2}{dx} = 0, \quad 2E_1I_1 \frac{d^3y_1}{dx^3} = P, \quad \frac{d^3y_2}{dx^3} = 0 \\ x \rightarrow \infty \text{ では} \\ y_1, y_2 \text{ は } 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

であり、これから一般解の未定係数をきめると、

$$\left. \begin{aligned} A_1 = (1-i) \frac{\epsilon}{8(\epsilon-1)\alpha^3} \cdot \frac{P}{2E_1I_1}, \quad A_2 = iA_1 \\ A_3 = -(1-i) \frac{1}{8(\epsilon-1)\beta^3} \cdot \frac{P}{2E_1I_1}, \quad A_4 = iA_3 \\ \text{ここで } \epsilon = \frac{\eta}{\xi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

となりその他は0である。したがって上下ばりのたわみ、傾斜、曲げモーメントおよびせん断力は、表-1 のように φ_i 関数をきめると

表-1

$\varphi_i(\alpha x)$	$\varphi_i(0)$	$\frac{d\varphi_i(\alpha x)}{dx}$	$\int \varphi_i(\alpha x) dx$
$\varphi_1(\alpha x) = e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x)$	1	$-2\alpha\varphi_2(\alpha x)$	$-\frac{1}{\alpha}\varphi_4(\alpha x)$
$\varphi_2(\alpha x) = e^{-\alpha x} \sin \alpha x$	0	$\alpha\varphi_3(\alpha x)$	$-\frac{1}{2\alpha}\varphi_1(\alpha x)$
$\varphi_3(\alpha x) = e^{-\alpha x} (\cos \alpha x - \sin \alpha x)$	1	$-2\alpha\varphi_4(\alpha x)$	$\frac{1}{\alpha}\varphi_2(\alpha x)$
$\varphi_4(\alpha x) = e^{-\alpha x} \cos \alpha x$	1	$-\alpha\varphi_1(\alpha x)$	$-\frac{1}{2\alpha}\varphi_3(\alpha x)$

$$\left. \begin{aligned} \text{たわみ} \quad & \begin{cases} y_1 = \{a_1\varphi_1(\alpha x) + b_1\varphi_1(\beta x)\} p \\ y_2 = \eta\{a_1\varphi_1(\alpha x) + b_1\varphi_1(\beta x)\} p \end{cases} \\ \text{傾斜} \quad & \begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = \{a_2\varphi_2(\alpha x) + b_2\varphi_2(\beta x)\} p \\ \frac{dy_2}{dx} = \eta\{a_2\varphi_2(\alpha x) + b_2\varphi_2(\beta x)\} p \end{cases} \\ \text{曲げモーメント} \quad & \begin{cases} -E_1I_1 \frac{d^2y_1}{dx^2} = -E_1I_1\{a_3\varphi_3(\alpha x) + b_3\varphi_3(\beta x)\} p \\ -E_2I_2 \frac{d^2y_2}{dx^2} = -\eta E_2I_2\{a_3\varphi_3(\alpha x) + b_3\varphi_3(\beta x)\} p \end{cases} \\ \text{せん断力} \quad & \begin{cases} E_1I_1 \frac{d^3y_1}{dx^3} = E_1I_1\{a_4\varphi_4(\alpha x) + b_4\varphi_4(\beta x)\} p \\ E_2I_2 \frac{d^3y_2}{dx^3} = \eta E_2I_2\{a_4\varphi_4(\alpha x) + b_4\varphi_4(\beta x)\} p \end{cases} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

表-2

$\downarrow P$ y_1 y_2	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4	$x=0$ のときの $\Sigma a_i\varphi_i(\alpha x) + \Sigma b_i\varphi_i(\beta x)$
y_1	$\frac{\epsilon}{\alpha^3}$				$-\frac{1}{\beta^3}$				$\frac{\epsilon\beta^3 - \alpha^3}{\alpha^3\beta^3}$
y_2	$\frac{1}{\alpha^3}$				$-\frac{1}{\beta^3}$				$\frac{(\beta^3 - \alpha^3)}{\alpha^3\beta^3}$
\dot{y}_1		$-\frac{2\epsilon}{\alpha^2}$				$\frac{2}{\beta^2}$			0
\dot{y}_2		$-\frac{2}{\alpha^2}$				$\frac{2}{\beta^2}$			0
\ddot{y}_1			$-\frac{2\epsilon}{\alpha}$				$\frac{2}{\beta}$		$-\frac{2(\epsilon\beta - \alpha)}{\alpha\beta}$
\ddot{y}_2			$-\frac{2}{\alpha}$				$\frac{2}{\beta}$		$-\frac{(\beta - \alpha)}{\alpha\beta}$
$\ddot{\ddot{y}}_1$				4ϵ				-4	$4(\epsilon-1)$
$\ddot{\ddot{y}}_2$				4				-4	0

$$p = \frac{1}{4(\epsilon-1)} \cdot \frac{P}{2E_1I_1}$$

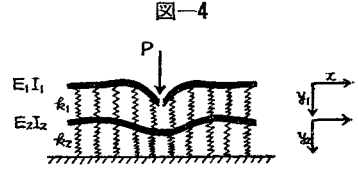
で表わされ、そして、その係数 a, b はそれぞれ 表-2 のようになる。

3. 継目部の変形

(1) 上ばりに継目があるとき

図-4 のように上ばりの継目に点荷重 P が作用し下ばりが無限に長いときについて考える。このときの境界条件は

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ では} \\ \frac{d^2 y_1}{dx^2} = 0, \quad \frac{dy_2}{dx} = 0, \quad 2 E_1 I_1 \frac{d^3 y_1}{dx^3} = P, \quad \frac{d^3 y_2}{dx^3} = 0 \\ x \rightarrow \infty \text{ では} \\ y_1, y_2 \text{ は } 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$



であり、これから未定係数をきめると

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{(-1+i)\epsilon\beta^2 + 2\epsilon^2\alpha\beta + (-1-i)\epsilon\alpha^2}{8(\epsilon-1)\alpha^3\beta(\epsilon\alpha-\beta)} \cdot \frac{P}{2 E_1 I_1} \\ A_2 &= \frac{(-1-i)\epsilon\beta^2 + 2\epsilon^2\alpha\beta + (-1+i)\epsilon\alpha^2}{8(\epsilon-1)\alpha^3\beta(\epsilon\alpha-\beta)} \cdot \text{''} \\ A_3 &= \frac{(-1+i)\epsilon\alpha^2 + 2\alpha\beta + (-1-i)\epsilon\beta^2}{8(\epsilon-1)\alpha\beta^3(\epsilon\alpha-\beta)} \cdot \text{''} \\ A_4 &= \frac{(-1-i)\epsilon\alpha^2 + 2\alpha\beta + (-1+i)\epsilon\beta^2}{8(\epsilon-1)\alpha\beta^3(\epsilon\alpha-\beta)} \cdot \text{''} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

となりこれからのたわみは 表-3 の係数を用いてつぎのように表わすことができる。

表-3

$\downarrow P$ y_1 y_2	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4	$x=0$ のときの $\Sigma a_i \varphi_i(\alpha x) + \Sigma b_i \varphi_i(\beta x)$	
y_1	$-\frac{\epsilon\beta}{\alpha^3}$		$-\frac{\epsilon}{\alpha\beta}$	$\frac{2\epsilon^2}{\alpha^2}$	$-\frac{\epsilon\alpha}{\beta^3}$		$-\frac{\epsilon}{\alpha\beta}$	$\frac{2}{\beta^2}$	$-\frac{\epsilon(\beta^4+\alpha^4)}{\alpha^3\beta^3} + 2\frac{(\epsilon\beta^2+\alpha^2)}{\alpha^2\beta^2} - \frac{2\epsilon}{\alpha\beta}$	
y_2		$-\frac{\beta}{\alpha^3}$	$\frac{1}{\alpha\beta}$	$\frac{2\epsilon}{\alpha^2}$		$-\frac{\epsilon\alpha}{\beta^3}$		$-\frac{\epsilon}{\alpha\beta}$	$-\frac{(\beta^4+\alpha^4)}{\alpha^3\beta^3} + 2\frac{(\epsilon\beta^2+\alpha^2)}{\alpha^2\beta^2} - \frac{(\epsilon+1)}{\alpha\beta}$	
y_1	$-\frac{2\epsilon^2}{\alpha}$	$\frac{2\epsilon\beta}{\alpha^2}$		$-\frac{2\epsilon}{\beta}$	$-\frac{2}{\beta}$	$\frac{2\epsilon\alpha}{\beta^2}$		$\frac{2\epsilon}{\alpha}$	$-2\frac{(\epsilon-1)(\epsilon\beta-\alpha)}{\alpha\beta}$	
y_2		$-\frac{2\epsilon}{\alpha}$	$\frac{2\beta}{\alpha^2}$	$\frac{2}{\beta}$	$-\frac{2}{\beta}$	$\frac{2\epsilon\alpha}{\beta^2}$		$\frac{2\epsilon}{\alpha}$	0	
y_1	$-\frac{2\epsilon\alpha}{\beta}$		$4\epsilon^2$	$\frac{2\epsilon\beta}{\alpha}$	$-\frac{2\epsilon\beta}{\alpha}$	4		$\frac{2\epsilon\alpha}{\beta}$	0	
y_2		$-\frac{2\alpha}{\beta}$	4 ϵ	$\frac{2\beta}{\alpha}$	$-\frac{2\epsilon\beta}{\alpha}$	4		$\frac{2\epsilon\alpha}{\beta}$	$-2\frac{(\epsilon-1)(\beta^2-\alpha^2)}{\alpha\beta}$	
y_1			$\frac{4\epsilon\alpha^2}{\beta}$	4 $\epsilon^2\alpha$	-4 $\epsilon\beta$		4 $\epsilon\beta$	4 β	-4 $\epsilon\alpha$	4 $(\epsilon-1)(\epsilon\alpha-\beta)$
y_2			$\frac{4\alpha^2}{\beta}$	4 $\epsilon\alpha$	-4 β		4 $\epsilon\beta$	4 β	-4 $\epsilon\alpha$	0

$$p = \frac{1}{4(\epsilon-1)(\epsilon\alpha-\beta)} \cdot \frac{P}{2 E_1 I_1}$$

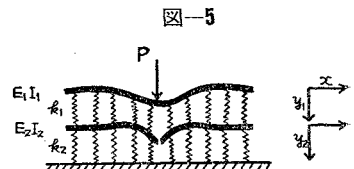
$$\left. \begin{aligned} \text{た わ み } \left\{ \begin{aligned} y_1 &= \{a_1\varphi_1(\alpha x) + a_3\varphi_3(\alpha x) + a_4\varphi_4(\alpha x) + b_1\varphi_1(\beta x) + b_3\varphi_3(\beta x) + b_4\varphi_4(\beta x)\} p \\ y_2 &= \{a_2\varphi_1(\alpha x) + a_3\varphi_3(\alpha x) + a_4\varphi_4(\alpha x) + b_2\varphi_1(\beta x) + b_3\varphi_3(\beta x) + b_4\varphi_4(\beta x)\} p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11) \end{aligned} \right.$$

また傾斜、曲げモーメント およびせん断力は (8) 式にならつて表わされる。

(2) 下ばりに継目があるとき

図-5 のように上ばりが無限に長く下ばりに継目があり、その直上の上ばりに点荷重 P が作用したときについて考える。このときの境界条件は

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ では} \\ \frac{dy_1}{dx} = 0, \quad \frac{d^2 y_2}{dx^2} = 0, \quad 2 E_1 I_1 \frac{d^3 y_1}{dx^3} = P, \quad \frac{d^3 y_2}{dx^3} = 0 \\ x \rightarrow \infty \text{ では} \\ y_1, y_2 \text{ は } 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$



であり、これから未定係数をきめると

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{(-1+i)\epsilon^2\beta^2 + 2\epsilon\alpha\beta + (-1-i)\epsilon\alpha^2}{8(\epsilon-1)\alpha^3\beta(\alpha-\epsilon\beta)} \cdot \frac{P}{2E_1I_1} \\ A_2 &= \frac{(-1-i)\epsilon\beta^2 + 2\epsilon\alpha\beta + (-1+i)\epsilon\alpha^2}{8(\epsilon-1)\alpha^3\beta(\alpha-\epsilon\beta)} \cdot \text{"} \\ A_3 &= \frac{(-1+i)\alpha^2 + 2\epsilon\alpha\beta + (-1-i)\epsilon\beta^2}{8(\epsilon-1)\alpha\beta^3(\alpha-\epsilon\beta)} \cdot \text{"} \\ A_4 &= \frac{(-1-i)\alpha^2 + 2\epsilon\alpha\beta + (-1+i)\epsilon\beta^2}{8(\epsilon-1)\alpha\beta^3(\alpha-\epsilon\beta)} \cdot \text{"} \end{aligned} \right\} (13)$$

であり、変形量は前の(11)式で係数 a, b を表-4の値を用いて表わすことができる。

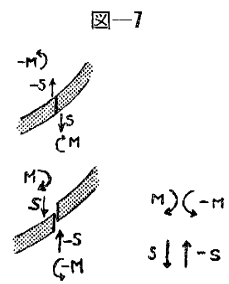
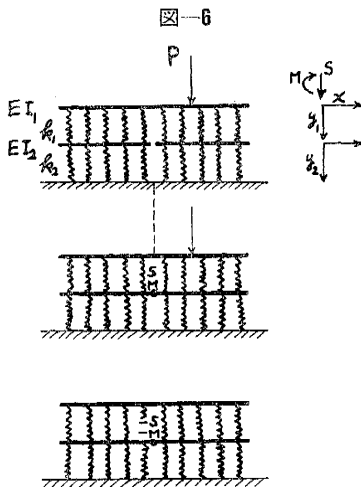
表-4

$\downarrow P$ ----- y_1 ----- y_2	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4	$x=0$ のときの $\Sigma a_i \varphi_i(\alpha x) + \Sigma b_i \varphi_i(\beta x)$
y_1	$-\frac{\epsilon^2\beta}{\alpha^3}$	$-\frac{\epsilon}{\alpha\beta}$	$\frac{2\epsilon}{\alpha^2}$	$-\frac{\alpha}{\beta^3}$	$-\frac{\epsilon}{\alpha\beta}$	$\frac{2\epsilon}{\beta^2}$	$-\frac{(\epsilon^2\beta^4 + \alpha^4)}{\alpha^3\beta^3} + 2\frac{\epsilon(\beta^2 + \alpha^2)}{\alpha^2\beta^2} - \frac{2\epsilon}{\alpha\beta}$		
y_2	$-\frac{\epsilon\beta}{\alpha^3}$	$-\frac{1}{\alpha\beta}$	$\frac{2}{\alpha^2}$	$-\frac{\alpha}{\beta^3}$	$-\frac{\epsilon}{\alpha\beta}$	$\frac{2\epsilon}{\beta^2}$	$-\frac{(\epsilon\beta^4 + \alpha^4)}{\alpha^3\beta^3} + 2\frac{(\beta^2 + \epsilon\alpha^2)}{\alpha^2\beta^2} - \frac{(\epsilon+1)}{\alpha\beta}$		
\cdot y_1	$\frac{2\epsilon}{\alpha}$	$\frac{2\epsilon^2\beta}{\alpha^2}$	$\frac{2\epsilon}{\beta}$	$-\frac{2\epsilon}{\beta}$	$\frac{2\alpha}{\beta^2}$	$\frac{2\epsilon}{\alpha}$	0		
\cdot y_2	$\frac{2}{\alpha}$	$\frac{2\epsilon\beta}{\alpha^2}$	$\frac{2}{\beta}$	$-\frac{2\epsilon}{\beta}$	$\frac{2\alpha}{\beta^2}$	$\frac{2\epsilon}{\alpha}$	$\frac{2(\epsilon-1)(\beta-\alpha)}{\alpha\beta}$		
\dots y_1	$\frac{2\epsilon\alpha}{\beta}$	4ϵ	$\frac{2\epsilon^2\beta}{\alpha}$	$-\frac{2\epsilon\beta}{\alpha}$	4ϵ	$\frac{2\alpha}{\beta}$	$\frac{2(\epsilon-1)(\epsilon\beta^2 - \alpha^2)}{\alpha\beta}$		
\dots y_2	$\frac{2\alpha}{\beta}$	4	$\frac{2\epsilon\beta}{\alpha}$	$-\frac{2\epsilon\beta}{\alpha}$	4ϵ	$\frac{2\alpha}{\beta}$	0		
\dots y_1	$\frac{4\epsilon\alpha^2}{\beta}$	$4\epsilon\alpha$	$-4\epsilon^2\beta$	$\frac{4\epsilon\beta^2}{\alpha}$	$4\epsilon\beta$	-4α	$4(\epsilon-1)(\alpha-\epsilon\beta)$		
\dots y_2	$\frac{4\alpha^2}{\beta}$	4α	$-4\epsilon\beta$	$\frac{4\epsilon\beta^2}{\alpha}$	$4\epsilon\beta$	-4α	0		

$$p = \frac{1}{4(\epsilon+1)(\alpha-\epsilon\beta)} \cdot \frac{P}{2E_1I_1}$$

(3) 下ばりに継目があり点荷重が任意の位置のとき

図-6の上の図のように下ばりに継目があり、点荷重 P が任意の位置に作用したときの継目付近の変形を考える。このとき中の図で下ばりも継目がないときに、上の図の継目位置に相当するところに生ずる曲げモーメント M とせん断力 S は前に記した(8)式から求められる。そこで、これと符号反対の $-M, -S$ を下の図のようにその位置に作用させたときの変形を求めて、これを継目がないときの変形と加え合わせればよい。



モーメントは図-7上の図のように生じているから、これを打ち消すために下の図のように加えればよいから y 軸に対して左右対称になる。このときの境界条件は

$$x=0 \text{ では}$$

表-6

$\frac{S^+}{1-S^+} y_1$	a_1	a_2	a_3	a_4	b_1	b_2	b_3	b_4	$x=0$ のときの $\Sigma a_i \varphi_i(\alpha x) + \Sigma b_i \varphi_i(\beta x)$
$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$				$\frac{1}{\epsilon}$				-1	0
$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{pmatrix}$	$-\alpha$			$\frac{1}{\epsilon}$	β			-1	$\frac{1-\epsilon}{\epsilon}$
$\begin{pmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{pmatrix}$	$-\frac{\alpha}{\epsilon}$				β				$\frac{\beta-\alpha}{\epsilon}$
$\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$		$\frac{2\alpha^2}{\epsilon}$				$-2\beta^2$			0
$\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$		$\frac{2\alpha^2}{\epsilon}$				$-2\beta^2$			0
$\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$			$2\alpha^3$				$-2\beta^3$		$2(\alpha^3 - \beta^3)$
$\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \end{pmatrix}$			$\frac{2\alpha^3}{\epsilon}$				$-2\beta^3$		$\frac{2\alpha^3 - \epsilon\beta^3}{\epsilon}$

$$s = -\frac{1}{(\alpha^3 - \epsilon\beta^3)} \cdot \frac{S}{2\epsilon E_2 I_2}$$

$P = P_1 + P_2$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} x=0 \text{ では} \\ \frac{dy_1}{dx} = 0, E_1 I_1 \frac{d^2 y_1}{dx^2} = P_1, \frac{d^2 y_2}{dx^2} = 0, \frac{d^3 y_2}{dx^3} = 0 \\ y_1 = y_3, \frac{d^2 y_1}{dx^2} = \frac{d^2 y_3}{dx^2}, \frac{dy_3}{dx} = 0, E_1 I_1 \frac{d^3 y_3}{dx^3} = P_2 \\ x \rightarrow \infty \text{ では} \\ y_1, y_2, y_3 \text{ は } 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

である。

y_1, y_2 は第3節 2) において $P/2 \rightarrow P_1$ とおいたものと同様であり、また y_3 は

$$r = \sqrt[4]{\frac{k_3}{4 E_1 I_1}}$$

とおけば良く知られているように

$$y_3 = \frac{P_2}{4 E_1 I_1 r^3} e^{rx} (\cos rx - \sin rx), \quad x \leq 0 \dots\dots\dots (20)$$

となる。したがって

$$y_1(0) = \left\{ -\frac{(\epsilon^2 \beta^4 + \alpha^4)}{\alpha^3 \beta^3} + 2 \frac{\epsilon(\beta^2 + \alpha^2)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{2\epsilon}{\alpha\beta} \right\} \frac{P_1}{(\epsilon-1)(\alpha-\epsilon\beta) \cdot 4 E_1 I_1} = F(\epsilon, \alpha, \beta) \frac{P_1}{4 E_1 I_1}$$

$$y_3(0) = \frac{P_2}{4 E_1 I_1 r^3} = \frac{P - P_1}{4 E_1 I_1 r^3}$$

であるから

$$F(\epsilon, \alpha, \beta) P_1 = \frac{P - P_1}{r^3}$$

ゆえに

$$P_1 = \frac{1}{r^3 F(\epsilon, \alpha, \beta) + 1} \cdot P, \quad P_2 = \frac{r^3 F(\epsilon, \alpha, \beta)}{r^3 F(\epsilon, \alpha, \beta) + 1} \cdot P \dots\dots\dots (21)$$

でありまた

$$\ddot{y}_1(0) = \frac{(\epsilon\beta^2 - \alpha^2)}{\alpha\beta} \cdot \frac{1}{(\alpha - \epsilon\beta)} \cdot \frac{P_1}{2 E_1 I_1}, \quad \ddot{y}_3(0) = -\frac{P_2}{2 r E_1 I_1}$$

であるから

$$\frac{\epsilon\beta^2 - \alpha^2}{\alpha\beta(\epsilon\beta - \alpha)} P_1 = \frac{1}{r} P_2, \quad \frac{\epsilon\beta^2 - \alpha^2}{\alpha\beta(\epsilon\beta - \alpha)} = r^2 F(\epsilon, \alpha, \beta)$$

したがって

$$r^2 = \frac{(1-\epsilon)\alpha^2\beta^2(\epsilon\beta^2 - \alpha^2)}{-(\epsilon^2\beta^4 + \alpha^4) + 2\epsilon\alpha\beta(\beta^2 + \alpha^2) - 2\epsilon\alpha^2\beta^2} \dots\dots\dots (22)$$

であつて、この条件をみたせば荷重が境界にあるとき上ばりの傾斜が水平になり、それぞれの変形が求められる。そして境界におけるこの条件はきわめて望ましいのでこれをみたすように設計すべきである。

5. 結 言

以上によつて連続弾性支持二重ばりの点荷重による変形の種々の場合についての解が得られたことになるが設計への応用例は鉄道技術研究資料に報告したい。

本研究は星野陽一博士の御指導により、また一部は京大学生 岡村伸一君の協力によつて行われたものであつてここに感謝の意を表する。

文 献

- 1) M. Leuduc: Voie sur Longriens Laval en Béton Armé ou Précontraint, Revue Générale des Chemins de Fer, Nov. 1955
- 2) 堀越一三博士が昭和 6,7 年頃房総西線館山附近に敷設したものが現存
- 3) O. Emmerich: Eisenbahngleise auf Betonplatte, Eisenbahntechnische Rundschau, Okt. 1955
- 4) 佐藤 裕: 軌道構造と振動との関係についての理論的考察, 鉄道業務研究資料, 13-8, Apr. 1956

(昭.32.2.22)

正 誤 表

土木学会論文集第 46 号 (昭和 32.6) 登載

志村博康: 浮遊砂を有する水流の諸特性について

ページ	行	誤	正
24	式 (2.8) { } 内	$-\rho_0(r-1)muu_0$	$+\rho_0(r-1)muu_0$
"	"	$-\rho_0(r-1)muv_0$	$+\rho_0(r-1)muv_0$
"	"	$-\rho_0(r-1)muw_0$	$+\rho_0(r-1)muw_0$
"	上から 6 行	……を (2.5) に入れ……	……を (2.8) に入れ……
"	式 (2.10) 右辺第四項	$\frac{m'v'w'}{m'v'v'} \frac{V\partial}{\partial y}$	$\frac{m'v'w'}{m'v'v'} \frac{\partial V}{\partial y}$
"	"	$\frac{m'v'w'}{m'v'v'} \frac{\partial V}{\partial z}$	$\frac{m'v'w'}{m'v'w'} \frac{\partial V}{\partial z}$

正 誤 表

土木学会論文集第 46 号 (昭和 32.6) 登載

毛利正光: 駐車場計画における車輛の出入量強度の算定法と運営に関する基礎的考察

ページ	行	誤	正
47	5	Cramér-Rae	Cramér-Rao
"	下から 12	T の増分	T 個の増分
"	式 (8)	$\{X(k) - X(k-1)\}$	$\{X(k) - X(k-1)\}$
48	2	これ t_1, t_2, \dots, t_i は	これは t_1, t_2, \dots, t_i
49	下から 4	解 測 値	観 測 値
50	式 (18) の第 3 式	$-(m+AI)(P_n(t))$	$-(m+AI)P_n(t)$
"	10	$\lim_{t \rightarrow \infty} P_n(t)$	$\lim_{t \rightarrow 0} P_n(t)$
51	式 26	$a = \sum n \dot{P}_n + \sum A \cdot \dot{P}_n = m/e$	$a = \sum n \dot{p}_n + \sum A \cdot \dot{p}_n = m/l$
"	31	駐車需能	駐車需要