

Spline Prism法を用いた長方形厚板の三次元 曲げ解析について

水澤富作*・高木信治**

本文では、表面載荷を受ける長方形厚板の3次元応力解析へのSpline Prism法の適用性について検討している。長方形厚板の厚さ方向の応力及び変位の分布特性に与える板厚比、辺長比や境界条件の影響について検討している。板厚比の増大にともない、これらの応力分布が非線形になり、また表面載荷の影響により、非対称な応力分布特性や固定端の載荷面近傍に局所的な応力集中が生じることを明らかにした。

Key Words : spline prism method, thick plate, stress analysis, rectangular plates, bending

1. まえがき

地中及び地上構造物の大形化や重量化にともない、かなり厚い板が構造要素として用いられる機会が増えてきているので、このような構造要素の構造解析が設計上重要になってきている。板厚が増大するに従い、薄板理論では無視される横せん断変形、板厚方向のひずみ(応力)成分や表面載荷などの影響が無視できなくなる。したがって、板の厚さ方向の応力分布特性、厳密な荷重載荷条件や境界条件を考慮するために、3次元弾性理論や高次の厚板理論に基づく厳密解法や種々の数値解析法が適用されてきている。

このような厚板理論として、一次せん断変形理論で知られるReissner-Mindlin板理論^{1),2)}、厚さ方向の変位(応力)を高次の変位関数で仮定したLevinson-Murthy-Reddyの板理論^{3),4)}、Lo-Christensen-Wuの高次の板理論⁵⁾、Doongの高次板理論⁶⁾や平島、根岸らの一般化高次板理論⁷⁾などが提案されている。これらの厚板理論では、3次元的な力学量のうち平板としての特性に着目し、その特性を解析仮定の中に取り込み、解析を単純化し近似理論としての弾性平板の高次理論である。すなわち、これらの2次元化理論は、厚さ方向に級数展開(たとえば、ベキ級数、Legendre級数、Fourier級数等の展開)を行い、板厚方向の影響が近似的に考慮されている。したがって、厚さ方向の級数展開を高めれば、より高次の厚板理論が導けるが、解法が複雑になり、未知数の数も増大するので、あまり実用的であるとは思われない。3次元弾性体である厚板のより正確な応力状態や変形状態を知るには、厳密な弾性理論に基づかなければならない。これまでも、3次元弾性理論に基づく厳密

解法、選点法、有限要素法⁸⁾や境界要素法などの数値解析法を用いた弾性体や厚板の曲げ解析が行われている。

Srinivasら⁹⁾は、3次元弾性理論に基づき周辺単純支持された長方形厚板の曲げ問題の厳密解をNavier型の無限級数展開法を用いて求めている。さらに、単純支持された等方性厚板の厳密解析として、園田、堀川らの研究¹⁰⁾、Loveの理論を適用した奥村らの研究¹¹⁾やLevinsonの研究¹²⁾が挙げられる。これらの研究では、境界条件や特解の仮定のしかたにより、種々の近似解も求められている。しかしながら、これらの厳密解法では、境界条件の制約などに問題点が見られる。

Iyengarら^{13),14)}はVlasovの提案した初期関数法(Method of Initial Function)を適用して、自由辺や固定辺をもつ長方形厚板の曲げ解析を行っている。しかしながら、この方法で用いる高次段階での境界条件の物理的意味が明確でない。奥村ら¹⁵⁾は、Loveの理論に基づき種々の境界条件を持つ長方形厚板の曲げ解析を行っているが、3次元弾性理論での厳密な境界条件を用いていない。また、島田、岡村ら¹⁶⁾は半無限弾性体のMindlin解を基本解にとり、選点法を用いた3次元解析法を提案し、周辺固定された長方形厚板の曲げ解析を行い、厚さ方向の詳細な応力分布特性について研究している。さらに、古市ら¹⁷⁾はこの基本解として、Boussinesqの解とCerrutiの解を用いて、3次元弾性大形直方体要素の剛性マトリックスの選点法により導き、周辺固定された長方形厚板の応力解析に適用している。

一方、種々の3次元ソリッド要素を用いる有限要素法や境界要素法が汎用的かつ実用的な数値解法として用いられているが、未知数の増大や局所的な応力の解析精度などに改善すべき問題が見られる。このような有限要素法の欠点である未知数の増大を低減する手法として、ZienkiewiczとTooら¹⁸⁾は、アインパラメトリック要素の離散化概念と、一次元方向に変位をフーリエ級数展開

* 正会員 工博 大同工業大学助教授 工学部建設工学科
(〒457 名古屋市南区白水町40)

** 学生会員 大同工業大学大学院 建設工学専攻

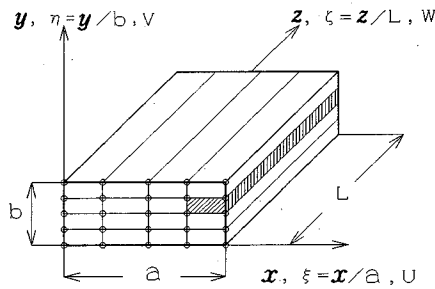


Fig.1 Thick rectangular plate and co-ordinate systems

し、関数の直交性を利用して3次元問題を2次元問題に変換した半数値解析法である有限プリズム法 (Finite Prism Method) を提案し、厚肉箱桁橋の曲げ解析などに適用している。Cheung ら¹⁹⁾や Wong ら²⁰⁾は、高次の有限プリズム要素を導き、厚板の曲げ解析などに適用している。林、小林ら²¹⁾は、有限プリズム法の節線分割や要素形状の制約を外すために、有限プリズム要素の隅角点に節点自由度を付加した3次元ソリッド要素を用いた節点プリズム法を提案し、厚板などの3次元弾性体の応力解析を行っている。さらに、2方向に固有関数を仮定し、厚さ方向に有限要素法の離散化概念や伝達マトリクス法を適用した有限積層モデルが、それぞれ Cheung ら²²⁾や園田ら²³⁾により提案され、等方性厚板及び積層板の曲げ解析に適用し、その数値安定性についても検討を行っている。このように、3次元弾性問題の一つである厚板の曲げ問題は、厳密解法から有限要素法などの数値解析法を用いて解析されているが、境界条件の制限、板表面近傍での応力値の精度や未知数の増大などの問題もあり、また薄板の研究と比較して、厚板の応力解析に関する研究はかなり少ないように思われる。したがって、信頼性の高い解析手法の開発は、有限要素解などを評価する上で重要であると思われる。

著者ら²⁴⁾は、有限プリズム法と同様な離散化概念に基づく Spline Prism 法を用いて、長方形厚板の振動解析を行い、信頼性と数値安定性の高い結果を得ている。

本研究では、厚板から薄い板の曲げ問題を統一的に解析するために、3次元弾性理論に基づく Spline Prism 法を提案する。この方法は、一方向に固有関数を仮定し、他の2方向に B-spline 関数を用いた3次元帯板モデルである。また、このスプライン次数を高めれば高次のプリズム要素モデルが導ける。本手法の解析精度や収束性に与えるスプライン次数やプリズム要素の分割数の影響について検討した。また、表面荷重を受ける長方形厚板の厚さ方向の応力や変位分布特性に与える板厚比、辺長比や境界条件などの影響についても解析を行った。

2. 解析手法

3次元弾性理論とポテンシャルエネルギー最小の原理

を用いて、Fig.1 に示すような3次元 Spline Prism 要素モデルを導く。この Spline Prism 法は、2方向の変位に B-spline 関数²⁵⁾を仮定し、他の一方向に変位をフーリエ級数展開し、関数の直交性を利用して3次元問題を2次元問題に変換した半数値解析法である。

ここでは、次式で示される無次元座標系を用いて式の定式化を行う。

$$\xi = x/a, \eta = y/b, \zeta = z/L \dots \dots \dots (1)$$

ただし、 a は厚板の幅、 b は厚さ、 L は長さである。

プリズム要素における ξ, η, ζ 方向の変位関数、 U, V, W はそれぞれ次式で仮定される。

$$U = \sum_{i=1}^r \left\{ \sum_{m=1}^{i_x} \sum_{n=1}^{i_y} A_{mn} N_{m,k}(\xi) N_{n,k}(\eta) \right\} Z_i(\zeta) \\ = \sum_{i=1}^r [N]_{mn} Z_i(\zeta) \{\delta_A\}_i$$

$$V = \sum_{i=1}^r \left\{ \sum_{m=1}^{i_x} \sum_{n=1}^{i_y} B_{mn} N_{m,k}(\xi) N_{n,k}(\eta) \right\} Z_i(\zeta) \\ = \sum_{i=1}^r [N]_{mn} Z_i(\zeta) \{\delta_B\}_i$$

$$W = \sum_{i=1}^r \left\{ \sum_{m=1}^{i_x} \sum_{n=1}^{i_y} C_{mn} N_{m,k}(\xi) N_{n,k}(\eta) \right\} \bar{Z}_i(\zeta) \\ = \sum_{i=1}^r [N]_{mn} \bar{Z}_i(\zeta) \{\delta_C\}_i \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 $[N]_{mn} = [N_{1,k}(\xi) N_{1,k}(\eta), N_{1,k}(\xi) N_{2,k}(\eta), \dots, N_{i_x,k}(\xi) N_{i_y,k}(\eta)]$,
 $\{\delta_A\}_i = \{A_{11}, A_{12}, \dots, A_{i_x i_y}\}_i^T$,
 $\{\delta_B\}_i = \{B_{11}, B_{12}, \dots, B_{i_x i_y}\}_i^T$,
 $\{\delta_C\}_i = \{C_{11}, C_{12}, \dots, C_{i_x i_y}\}_i^T$ である。

また、 $i_x = k-1 + M_x$, $i_y = k-1 + M_y$, $Z_i(\zeta)$ と $\bar{Z}_i(\zeta)$ は与えられた境界条件を満たす固有関数である。 $N_{m,k}(\xi)$ と $N_{n,k}(\eta)$ は、正規化された B-spline 関数であり、 $k-1$ は、B-spline 関数のスプライン次数、 M_x と M_y はそれぞれ ξ と η 方向のプリズム要素の分割数である。また、 r は固有関数の級数項である。

式(2)をマトリクスで表すと、次式で与えられる。

$$\{d\} = \sum_{i=1}^r [S]_{mn}^i \{\Delta\}_i \dots \dots \dots (3)$$

ただし、 $\{d\} = \{U, V, W\}^T$, $\{\Delta\}_i = \{\{\delta_A\}_i, \{\delta_B\}_i, \{\delta_C\}_i\}^T$ であり、また、 $[S]_{mn}^i$ は、

$$[S]_{mn}^i = \begin{bmatrix} [N]_{mn} Z_i & 0 & 0 \\ 0 & [N]_{mn} Z_i & 0 \\ 0 & 0 & [N]_{mn} \bar{Z}_i \end{bmatrix} \dots \dots \dots (4)$$

で与えられる。

次に、3次元弾性体の垂直ひずみ及びせん断ひずみを無次元座標系で表せば、次式で与えられる。

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (1/a)(\partial U/\partial \xi) \\ (1/b)(\partial V/\partial \eta) \\ (1/L)(\partial W/\partial \zeta) \\ (1/b)(\partial U/\partial \eta) + (1/a)(\partial V/\partial \xi) \\ (1/L)(\partial V/\partial \zeta) + (1/b)(\partial W/\partial \eta) \\ (1/a)(\partial W/\partial \xi) + (1/L)(\partial U/\partial \zeta) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

また、式(2)を式(5)に代入すれば、次式のように表される。

$$\{\varepsilon\} = \sum_{i=1}^r [B]_{mn}^i \{\Delta\}_i \quad (6)$$

ここで、 $[B]_{mn}^i$ はひずみマトリックスであり、次式で与えられる。

$$[B]_{mn}^i = \sum_{m=1}^{i_x} \sum_{n=1}^{i_y} \begin{Bmatrix} (1/a)\dot{N}_{m,k}N_{n,k}Z_i & 0 & 0 \\ 0 & (1/b)N_{m,k}\dot{N}_{n,k}Z_i & 0 \\ 0 & 0 & (1/L)N_{m,k}N_{n,k}\dot{Z}_i \\ (1/b)N_{m,k}\dot{N}_{n,k}Z_i & (1/a)\dot{N}_{m,k}N_{n,k}Z_i & 0 \\ 0 & (1/L)N_{m,k}N_{n,k}\dot{Z}_i & (1/b)N_{m,k}\dot{N}_{n,k}\dot{Z}_i \\ (1/L)N_{m,k}N_{n,k}\dot{Z}_i & 0 & (1/a)\dot{N}_{m,k}N_{n,k}\dot{Z}_i \end{Bmatrix} \quad (7)$$

ここで、 $\dot{N}_{m,k} = \partial N_{m,k}(\xi)/\partial \xi$ 、 $\dot{N}_{n,k} = \partial N_{n,k}(\eta)/\partial \eta$ 、 $\dot{Z}_i = \partial Z_i(\zeta)/\partial \zeta$ 、 $\dot{Z}_i = \partial \bar{Z}_i(\zeta)/\partial \zeta$ である。また、等質、等方性の弾性体の構成式は、次式で与えられる。

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (8)$$

ここで、 $\{\sigma\} = \{\sigma_x \sigma_y \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx}\}$ 、また弾性マトリックス、 $[D]$ は、次式で定義される。

$$[D] = D_0 \begin{Bmatrix} 1 & D_1 & D_1 & 0 & 0 & 0 \\ D_1 & 1 & D_1 & 0 & 0 & 0 \\ D_1 & D_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_2 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

ここで、 $D_1 = \nu/(1-\nu)$ 、 $D_2 = (1-2\nu)/2(1-\nu)$ 、 $D_0 = E(1-\nu)/(1+\nu)/(1-2\nu)$ であり、 E はヤング係数、 ν はポアソン比である。

したがって、長方形厚板のひずみエネルギー、 U_p は、次式で与えられる。

$$U_p = (abL/2) \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} d\xi d\eta d\zeta \\ = (1/2) \sum_{i=1}^r \sum_{s=1}^r \{\Delta\}_i^T [K]_{is} \{\Delta\}_s \quad (10)$$

ただし、 $[K]_{is}$ は剛性マトリックスであり、次式で表される。

$$[K]_{is} = (abL) \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 [B]_{mn}^i [D] [B]_{ij}^s d\xi d\eta d\zeta \quad (11)$$

また、厚さ方向に作用する等分布荷重、 q_0 と集中荷重、 p_0 による外力ポテンシャル、 F は次式で与えられる。

$$F = \int_0^1 \int_0^1 q_0 \cdot V(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\zeta |_{\eta=\eta_0} \\ + P_0 \cdot V(\xi_0, \eta_0, \zeta_0) = \sum_{i=1}^r \{f\}_i \{\Delta\}_i \quad (12)$$

ここで、 $\{f\}_i$ は荷重ベクトルであり、 $\xi_0 = x_0/a$ 、 $\eta_0 = y_0/b$ 、 $\zeta_0 = z_0/L$ は、それぞれ荷重の作用する位置を示す。

次に、 ξ -軸に垂直な厚板の境界面 ($\xi = \xi_{ic}$) で任意の幾何学的境界条件を考慮するために、仮想バネ法²⁴⁾を用いる。すなわち、 $\xi = \xi_{ic}$ の境界面で、変位 U, V, W に対応する仮想バネ係数、 α, β, δ を導入すれば、これらのバネによるひずみエネルギー、 U_b は、次式で与えられる。ただし、 N_c は境界面の数である。

$$U_b = (bL/2) \sum_{i=1}^{N_c} \int_0^1 \int_0^1 \{\alpha U^2 + \beta V^2 + \delta W^2\} d\eta d\zeta |_{\xi=\xi_{ic}} \quad (13)$$

したがって、板の全ポテンシャルエネルギー、 Π は、 $\Pi = U_p + U_b - F$ である。

与えられる。ポテンシャルエネルギー最小の原理を用いると、次式の基礎方程式が得られる。

$$\partial \Pi / \partial \{\Delta\}_i = \sum_{s=1}^r \left(\sum_{i=1}^r [K]_{is} \{\Delta\}_s - \{f\}_i \right) = 0 \quad (15)$$

ここで、剛性マトリックス $[K]_{is}$ は、次式のようなサブマトリックスから構成されている。

$$[K]_{is} = \begin{Bmatrix} [K_{uu}] & [K_{uv}] & [K_{uw}] \\ [K_{vu}] & [K_{vv}] & [K_{vw}] \\ [K_{wu}] & [K_{wv}] & [K_{ww}] \end{Bmatrix}_{is} \quad (16)$$

Appendix に示されているサブマトリックス $[K_{ij}]_{is}$ は、Gauss の数値積分公式より求めている。またスプライン次数を高めることにより、高次のプリズム要素が得られる。

ここで、 ζ 軸に垂直な相対する 2 辺がダイアフラムタイプの単純支持条件 ($\zeta = 0, 1; U = V = \partial W / \partial \zeta = 0$) を仮定すれば、この場合の固有関数は次式で与えられる。

$$Z_i(\zeta) = \sin(l\pi\zeta), \\ \bar{Z}_i(\zeta) = \cos(l\pi\zeta); l = 12, \dots, r \quad (17)$$

したがって、固有関数の直交性により、級数の連成項が消えるので、式(15)は、次式のようになる。

$$\sum_{i=1}^r ([K]_{ii}) \{\Delta\}_i = \{f\}_i \quad (18)$$

ここで、 $[K]_{ii}$ の大きさは、 $3 \times (k-1 + M_x) \times (k-1 + M_y)$ で表される。ただし、 $k-1$ はスプライン次数であり、 M_x と M_y はプリズム要素の分割数である。本手法の未知数の大きさ (SPM) を 9 節点アインパラメトリック要素を用いた有限プリズム法¹⁹⁾の未知数 (FPM) と比較した結果が Fig. 2 に示してある。これより、プリズム

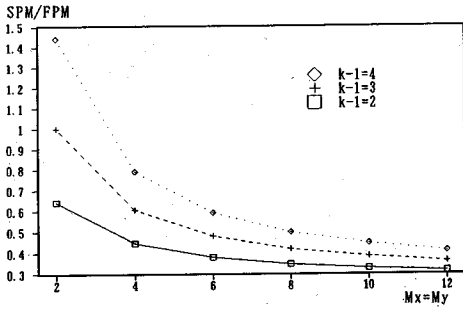


Fig.2 The comparison of the number of unknown parameters between the spline prism method and the ordinary finite prism method with nine node-isoparametric elements¹⁹⁾; FPM=3×(2M_x+1)×(2M_y+1) and SPM=3×(k-1+M_x)×(k-1+M_y)

Table 1 Convergence study of deflection, V along the cross-section at the mid-span of thick square plates subjected to uniform load, q; r=31, z=L/2, η₀=1.0, ν=0.3 and L/a=1.0

| b/a | k-1 | M _x , M _y | V _(r=1) (x=a/2, z=L/2) | V _(r=2) (x=a/2, z=L/2) | V _(r=3) (x=0, 0, z=L/2) | V _(r=4) (x=0, 0, z=L/2) | V _(r=5) (x=0, 0, z=L/2) |
|------------|-----|---------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 0.5 | 2 | | -3.780 | -3.633 | -3.281 | -4.462 | -4.244 |
| | 4 | | -3.781 | -3.633 | -3.281 | -4.462 | -4.244 |
| | 6 | | -3.781 | -3.633 | -3.281 | -4.462 | -4.244 |
| | 8 | | -3.781 | -3.633 | -3.281 | -4.462 | -4.244 |
| | 10 | | -3.781 | -3.633 | -3.281 | -4.462 | -4.244 |
| | 12 | | -3.781 | -3.633 | -3.281 | -4.462 | -4.244 |
| 0.1 | 2 | | -3.781 | -3.633 | -3.281 | -4.462 | -4.244 |
| | 4 | | -3.781 | -3.633 | -3.281 | -4.462 | -4.244 |
| | 6 | | -3.781 | -3.633 | -3.281 | -4.462 | -4.244 |
| | 8 | | -3.781 | -3.633 | -3.281 | -4.462 | -4.244 |
| | 10 | | -3.781 | -3.633 | -3.281 | -4.462 | -4.244 |
| | 12 | | -3.781 | -3.633 | -3.281 | -4.462 | -4.244 |
| CPT | | | -1.144 | -1.144 | -1.144 | -1.318 | -1.318 |
| 0.5 | 2 | | -1458.4 | -1464.7 | -1457.9 | -1685.6 | -1690.9 |
| | 4 | | -1459.2 | -1465.5 | -1458.7 | -1691.5 | -1696.8 |
| | 6 | | -1459.0 | -1465.2 | -1458.5 | -1694.2 | -1699.7 |
| | 8 | | -1459.0 | -1465.3 | -1458.5 | -1695.1 | -1700.4 |
| | 10 | | -1459.0 | -1465.3 | -1458.5 | -1695.4 | -1700.6 |
| | 12 | | -1459.0 | -1465.3 | -1458.5 | -1695.6 | -1701.0 |
| 0.1 | 2 | | -1459.0 | -1465.2 | -1458.5 | -1687.5 | -1692.8 |
| | 4 | | -1459.1 | -1465.4 | -1459.1 | -1693.9 | -1699.3 |
| | 6 | | -1459.0 | -1465.3 | -1458.5 | -1695.3 | -1700.6 |
| | 8 | | -1459.0 | -1465.3 | -1458.5 | -1695.6 | -1700.9 |
| | 10 | | -1459.0 | -1465.3 | -1458.5 | -1695.6 | -1701.0 |
| | 12 | | -1459.0 | -1465.3 | -1458.5 | -1695.6 | -1701.0 |
| CPT | | | -1429.4 | -1429.4 | -1429.4 | -1647.8 | -1647.8 |
| multiplier | | | qb/E | | qb/E | | qb/E |

CPT = Classical plate theory²⁰⁾

要素の分割数の増大に従い、その大きさが有限プリズム法の半分以下に低減できる。

3. 数値計算例及び考察

本手法を用いて、相対する2辺が単純支持され他の2辺で任意の境界条件を持つ等方性長方形厚板の3次元応力解析を行い、解の収束性と精度などの数値安定性について検討する。また、表面荷重を受ける長方形板の板厚方向の応力や変位分布特性に与える板厚比、b/aや辺長比、L/aの影響について示す。なお、本計算例で用いた Gauss の数値積分公式には、厳密積分法を採用している。

(1) 本手法の収束性と精度の検討

Table 1, 2, 3 には、それぞれ Fig.3 に示すような等分布表面荷重, q を受ける他の相対する2辺が自由である

Table 2 Convergence study of longitudinal stress, σ_z along the cross-section at the mid-span of thick square plates subjected to uniform load, q; r=31, z=L/2, η₀=1.0, ν=0.3 and L/a=1.0

| b/a | k-1 | M _x , M _y | σ _{z(r=1)} (x=a/2, z=L/2) | σ _{z(r=2)} (x=a/2, z=L/2) | σ _{z(r=3)} (x=0, 0, z=L/2) | σ _{z(r=4)} (x=0, 0, z=L/2) | σ _{z(r=5)} (x=0, 0, z=L/2) |
|------------|-----|---------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|--|--|--|
| 0.5 | 2 | | -3.275 | -0.211 | 3.154 | -2.968 | 0.0920 |
| | 4 | | -3.272 | -0.205 | 3.160 | -2.971 | 0.0916 |
| | 6 | | -3.272 | -0.193 | 3.161 | -2.968 | 0.0926 |
| | 8 | | -3.268 | -0.198 | 3.161 | -2.967 | 0.0922 |
| | 10 | | -3.265 | -0.197 | 3.161 | -2.965 | 0.0925 |
| | 12 | | -3.262 | -0.197 | 3.161 | -2.964 | 0.0925 |
| 0.1 | 2 | | -3.275 | -0.211 | 3.154 | -2.968 | 0.0920 |
| | 4 | | -3.272 | -0.205 | 3.160 | -2.971 | 0.0916 |
| | 6 | | -3.267 | -0.193 | 3.161 | -2.968 | 0.0927 |
| | 8 | | -3.263 | -0.198 | 3.161 | -2.963 | 0.0925 |
| | 10 | | -3.261 | -0.197 | 3.161 | -2.963 | 0.0925 |
| | 12 | | -3.260 | -0.197 | 3.161 | -2.963 | 0.0925 |
| CPT | | | -2.940 | 0.0 | 2.940 | -3.160 | 0.0 |
| 0.5 | 2 | | -73.040 | -0.0399 | 73.938 | -76.129 | 0.0730 |
| | 4 | | -73.904 | -0.0399 | 72.848 | -77.241 | 0.0664 |
| | 6 | | -73.440 | -0.0390 | 73.583 | -77.007 | 0.0675 |
| | 8 | | -73.489 | -0.0390 | 73.632 | -76.973 | 0.0677 |
| | 10 | | -73.474 | -0.0390 | 73.616 | -76.988 | 0.0677 |
| | 12 | | -73.474 | -0.0390 | 73.616 | -77.000 | 0.0677 |
| 0.1 | 2 | | -73.562 | -0.0400 | 73.490 | -77.657 | 0.0678 |
| | 4 | | -73.782 | -0.0395 | 73.705 | -77.035 | 0.0675 |
| | 6 | | -73.655 | -0.0391 | 73.598 | -77.004 | 0.0678 |
| | 8 | | -73.678 | -0.0390 | 73.620 | -77.036 | 0.0678 |
| | 10 | | -73.673 | -0.0390 | 73.615 | -77.067 | 0.0678 |
| | 12 | | -73.674 | -0.0390 | 73.616 | -77.090 | 0.0677 |
| CPT | | | -73.500 | 0.0 | 73.500 | -79.000 | 0.0 |
| multiplier | | | q | | q | | q |

CPT = Classical plate theory²⁰⁾

Table 3 The effect of the number of series terms on the convergence of deflection, V and longitudinal stress, σ_z of the thick square plates; z=L/2, η₀=1.0, ν=0.3, M_x=M_y=4 and k-1=3

| b/a | r | V _(r=1) (x=a/2, z=L/2) | V _(r=2) (x=a/2, z=L/2) | V _(r=3) (x=0, 0, z=L/2) | σ _{z(r=1)} (x=a/2, z=L/2) | σ _{z(r=2)} (x=a/2, z=L/2) | σ _{z(r=3)} (x=0, 0, z=L/2) |
|------------|---------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|--|
| 0.5 | 1 | -3.907 | -3.675 | -3.297 | -3.571 | -0.017 | 3.234 |
| | 11 | -3.777 | -3.633 | -3.281 | -3.239 | -0.020 | 3.165 |
| | 21 | -3.783 | -3.633 | -3.281 | -3.239 | -0.018 | 3.164 |
| 0.1 | 1 | -1465.6 | -1472.1 | -1465.0 | -16.31 | -0.040 | 76.31 |
| | 11 | -1459.2 | -1465.5 | -1458.7 | -73.87 | -0.044 | 73.83 |
| | 21 | -1459.2 | -1465.5 | -1458.7 | -73.96 | -0.036 | 73.85 |
| 31 | -1459.2 | -1465.5 | -1458.7 | -73.90 | -0.039 | 73.85 | |
| multiplier | | qb/E | | qb/E | | q | |

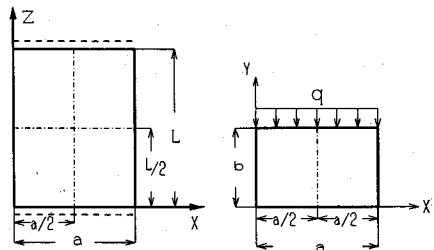


Fig.3 Thick rectangular plate with two opposite edges free subjected to uniform load, q; L/a=1.0, η₀=1.0 and ν=0.3

正方形板 (L/a=1.0, ν=0.3) の中央断面 (ξ=0.5) での変位, v と垂直応力, σ_z の収束性に与えるスプライン次数, プリズム要素の分割数や級数項の影響が示してある。ここで、板厚比, b/a は 0.1 と 0.5 を用い、スプライン次数, k-1 は 3 と 4 にとり、またプリズム要素の分割数, M_x=M_y は 2 から 12 まで変化させている。また、級数項の項数, r は 1 から 31 まで用いている。比較のために、薄板理論 (CPT)²⁰⁾ で求めた結果も列記してある。Table 1 と 2 より、プリズム要素の分割数を増

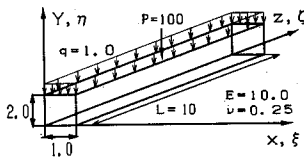


Fig.4 Simply supported beam under uniform distributed loading and point load.

Table 4 Comparison of accuracy of the present method for a simply supported beam under uniform load, q and point load, P ; $r=31$, $\xi_0=0.5$, $\eta_0=2.0$, $\zeta_0=5.0$, $M_x=M_y=4$ and $k=1=3$

| Loading type | σ or τ_{xy} | Y | Present method | | | Beam Theory |
|---------------------------------|---------------------------|-----|----------------|---------|--------|-------------|
| | | | 444 | 444 | 444 | 444 |
| Uniformly distributed load, q | σ_{xx} ($Z=5.0$) | 2.0 | -17.95 | -18.102 | -18.95 | -18.95 |
| | | 1.5 | 8.292 | -8.920 | -9.288 | -9.288 |
| | | 1.0 | 0.000 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |
| | | 0.5 | 8.294 | 8.920 | 9.288 | 9.288 |
| | | 0.0 | 18.96 | 18.101 | 18.95 | 18.95 |
| Uniformly distributed load, q | σ_{zz} ($Z=5.0$) | 2.0 | -1.023 | -0.976 | -1.000 | -1.000 |
| | | 1.5 | -0.2449 | -0.249 | -0.244 | -0.244 |
| | | 1.0 | -0.5002 | -0.506 | -0.500 | -0.500 |
| | | 0.5 | -0.1590 | -0.167 | -0.156 | -0.156 |
| | | 0.0 | 0.000 | 0.013 | 0.000 | 0.000 |
| Point load, P | τ_{xy} ($Z=2.5$) | 2.0 | 0.0002 | 0.001 | 0.000 | 0.000 |
| | | 1.5 | 1.3705 | 1.389 | 1.406 | 1.406 |
| | | 1.0 | 1.844 | 1.827 | 1.875 | 1.875 |
| | | 0.5 | 1.379 | 1.385 | 1.406 | 1.406 |
| | | 0.0 | 0.000 | 0.002 | 0.000 | 0.000 |
| Point load, P | σ_{yy} ($Z=5.0$) | 2.0 | -2421.0 | -1059.7 | -∞ | -∞ |
| | | 1.5 | -146.4 | -142.3 | -144.7 | -144.7 |
| | | 1.0 | 11.00 | 15.68 | 12.1 | 12.1 |
| | | 0.5 | 174.0 | 169.7 | 173.9 | 173.9 |
| | | 0.0 | 361.6 | 354.1 | 361.7 | 361.7 |
| Point load, P | σ_{zz} ($Z=5.0$) | 2.0 | -3538.1 | -1529.0 | -∞ | -∞ |
| | | 1.5 | -190.5 | -122.7 | -123.0 | -123.0 |
| | | 1.0 | 50.85 | 48.11 | 45.80 | 45.80 |
| | | 0.5 | 12.00 | 12.21 | 14.50 | 14.50 |
| | | 0.0 | 0.002 | 0.354 | 0.000 | 0.000 |

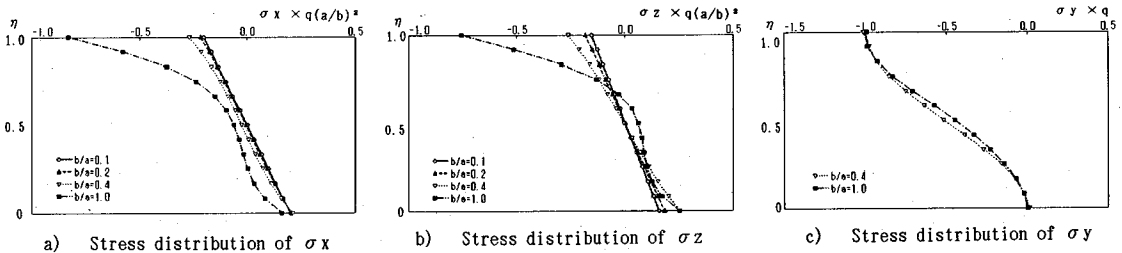


Fig.5 The effect of thickness ratio, b/a on the stress distributions along the thickness of thick square plates; $z=L/2$, $x=a/2$, $L/a=1.0$, $\eta_0=1.0$ and $\nu=0.3$

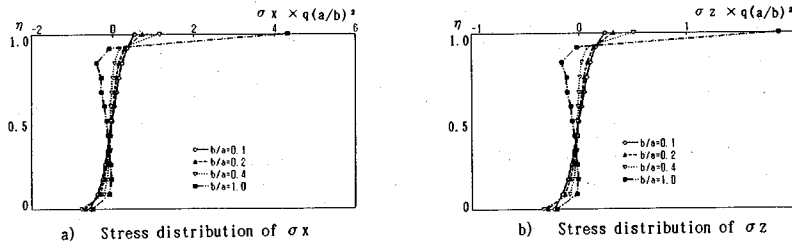


Fig.6 The effect of thickness ratio, b/a on the stress distributions along the thickness of thick square plates; $z=L/2$, $x=0.0$, $L/a=1.0$, $\eta_0=1.0$ and $\nu=0.3$

大すると一様な収束性が示され、またスプライン次数を高めれば、少ない分割数でも安定した収束値が得られている。また、Table 3より、級数の項数は、21項まで採用すれば十分な収束値が得られている。薄板問題でも高次のスプライン次数を用いれば、安定した収束値が得られている。しかしながら、薄板理論より求めた解は、三次元弾性理論による結果と比較して、板厚比の増大に従い変位の値がかなり過小評価された値を示している。

次に、本手法の解析精度を確認するために、Fig.4に示すような表面に等分布荷重、 q と集中荷重、 p が作用する単純ばりの応力解析を行い、9節点アイソパラメトリック要素 (IPCQ) を用いた有限プリズム法¹⁹⁾と本手法の精度比較が Table 4 に示してある。また、比較のために2次元弾性理論に基づく厳密解¹⁹⁾も示してある。ここで、FPMは4×4分割されたアイソパラメトリック

要素を用いて求めた解である。これより、有限プリズム法や厳密解と良く一致した結果が得られている。また、厚さ方向の垂直応力、 σ_y の下面での値が0になり、下面の応力の境界条件も十分に満足している。

(2) 板厚方向の応力分布特性

厚板の厚さ方向の応力分布性状に与える板厚比、辺長比や境界条件の影響について検討する。なお、局所応力の解析精度を高めるために、 $r=31$, $k=1=4$, $M_x=M_y=12$ を用いる。

Fig.5には、等分布表面荷重を受ける他の2辺が固定された正方形厚板 ($L/a=1.0$, $\nu=0.3$)の中央断面 ($z=L/2$, $x=a/2$)での厚さ方向の応力分布、 σ_x , σ_z 及び σ_y に与える板厚比、 b/a の影響が示されている。ここで、板厚比は0.1から1.0まで変化させている。これより、板厚比が増大するに従い、線形な応力分布から非線形分

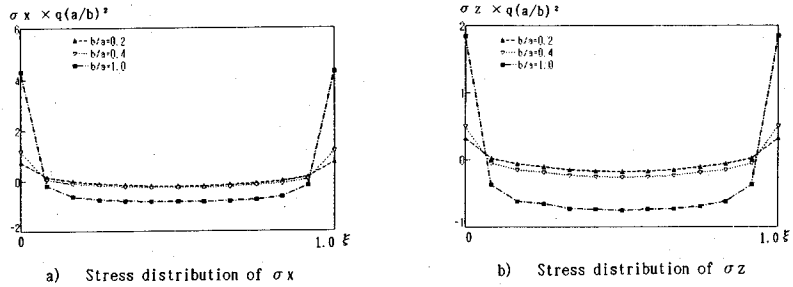


Fig.7 The effect of thickness ratio, b/a on the stress distribution of σ_x and σ_z along the upper surface of thick square plates ; $z=L/2, y=b, L/a=1.0, \eta_0=1.0$ and $\nu=0.3$

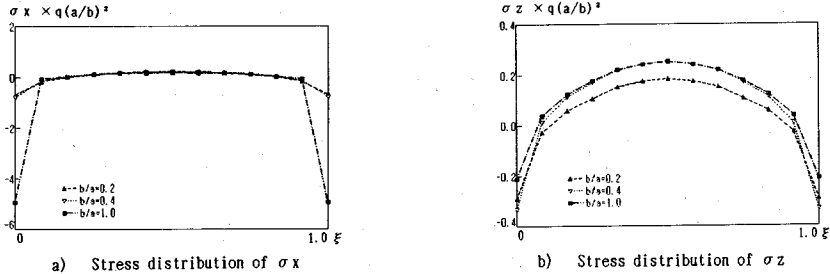


Fig.8 The effect of thickness ratio, b/a on the stress distribution of σ_x and σ_z along the lower surface of thick square plates ; $z=L/2, y=0, L/a=1.0, \eta_0=1.0$ and $\nu=0.3$

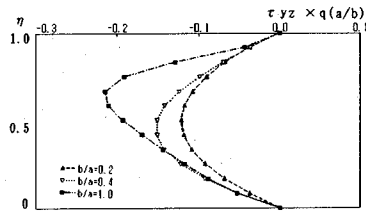


Fig.9 The effect of thickness ratio, b/a on the shearing stress distributions, τ_{yz} along the thickness of thick square plates ; $z=L/4, x=a/2, L/a=1.0, \eta_0=1.0$ and $\nu=0.3$

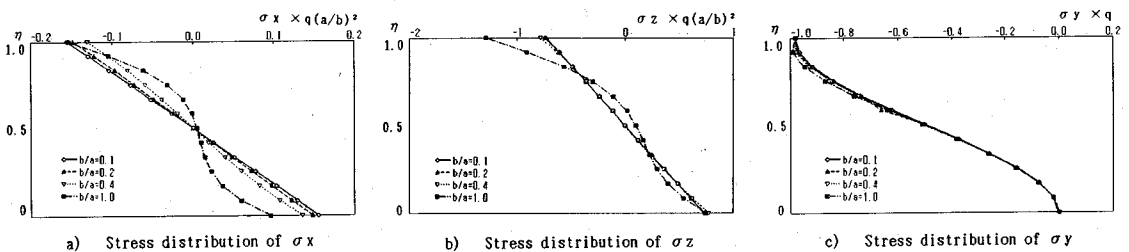


Fig.10 The effect of thickness ratio, b/a on the stress distributions along the thickness of thick square plates ; $z=L/2, x=a/2, L/a=1.0, \eta_0=1.0$ and $\nu=0.3$

布を示す。また、表面荷の影響により非対称な応力分布性状が示され、荷界面近傍の σ_x と σ_z には、薄板理論では考慮できない大きな応力集中が見られる。さらに、板厚方向の垂直応力分布図、 σ_y より、板の上、下面での応力の境界条件が正確に満たされている。Fig.6 は、同じ条件での固定端 ($z=L/2, x=0$) の厚さ方向の垂直応力分布に与える板厚比の影響を示している。これより、固定端の応力分布は薄板であっても非線形で非対称

な応力分布性状が示され、板厚比の増大と共に荷界面付近に大きな引張りの応力集中が生じる。したがって、コンクリートスラブではこれに対する補強を考慮する必要があると思われる。この集中応力の大きさは、薄板理論より求められる値よりかなり大きな値になっている。ただし、固定端では σ_y と σ_z の値が同じ値になっている。Fig.7 と 8 には、それぞれ中央断面の上、下面での垂直応力分布、 σ_x と σ_z が示してある。これからも明かな

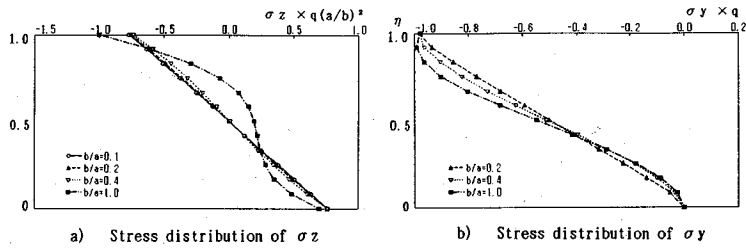


Fig.11 The effect of thickness ratio, b/a on the stress distributions along the thickness of thick square plates ; $z=L/2$, $x=0.0$, $L/a=1.0$, $\eta_0=1.0$ and $\nu=0.3$

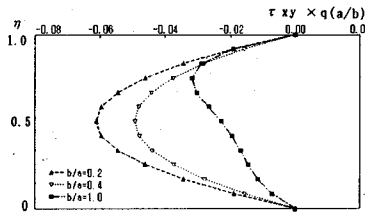


Fig.12 The effect of thickness ratio, b/a on the shearing stress distributions, τ_{xy} along the thickness of thick square plates ; $z=L/4$, $x=a/4$, $L/a=1.0$, $\eta_0=1.0$ and $\nu=0.3$

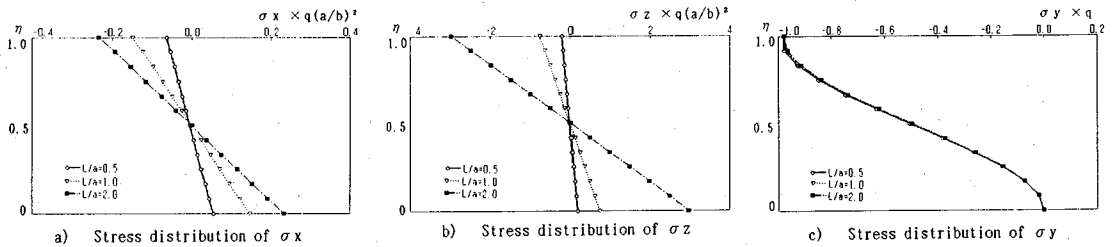


Fig.13 The effect of aspect ratio, L/a on the stress distributions along the thickness of thick square plates ; $b/a=0.2$, $z=L/2$, $x=a/2$, $\eta_0=1.0$ and $\nu=0.3$

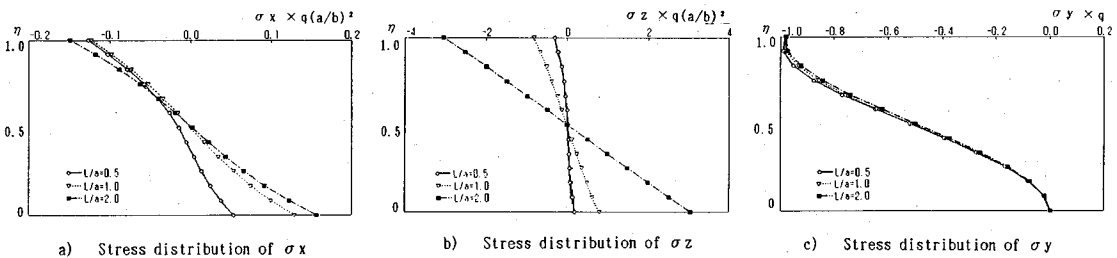


Fig.14 The effect of aspect ratio, L/a on the stress distributions along the thickness of thick square plates ; $b/a=0.5$, $z=L/2$, $x=a/2$, $\eta_0=1.0$ and $\nu=0.3$

うに、固定端近傍で局所的な応力集中が生じている。さらに、Fig.9には $z=L/4$ の断面 ($x=a/2$) での厚さ方向の面外せん断応力分布, τ_{yz} に与える板厚比の影響が示されている。これより、板厚比の増大と共に、その値が大きくなり、また表面荷重の影響によりその分布形状の対称性が崩れ、最大値も板の中央面からずれてくる。

次に Fig.10 には、等分布表面荷重を受ける他の2辺が自由である正方形厚板 ($L/a=1.0$, $\nu=0.3$) の中央断面 ($z=L/2$, $x=a/2$) での厚さ方向の応力分布, σ_x , σ_z 及び σ_y に与える板厚比, b/a の影響が示されている。

ここで、板厚比は0.1から1.0まで変化させている。また、Fig.11は、同じ条件での自由端 ($z=L/2$, $x=0$) の厚さ方向の垂直応力分布性状に与える板厚比の影響を示している。これより、固定端の場合と異なり、かなり厚板であっても線形分布を示している。すなわち、板厚比が0.4以下であれば、ほぼ直線分布と考えても問題は無い。また、板厚方向の垂直応力分布図 σ_y より、板の上、下面での応力の境界条件が正確に満たされている。

Fig.12には、中央断面 ($z=L/2$, $x=a/4$) での厚さ方向の面内せん断応力分布, τ_{xy} に与える板厚比の影響が

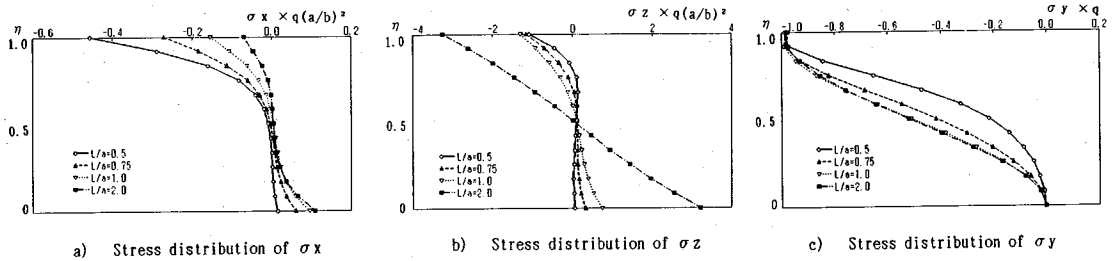


Fig.15 The effect of aspect ratio, L/a on the stress distributions along the thickness of thick rectangular plates ; $b/a=1.0, z=L/2, x=a/2, \eta_0=1.0$ and $\nu=0.3$

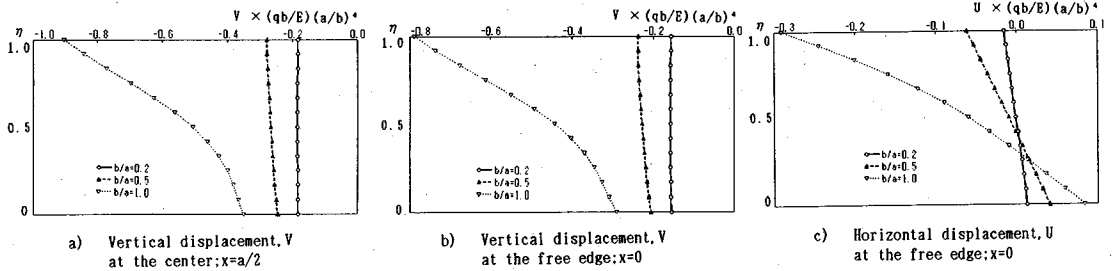


Fig.16 The effect of thickness ratio, b/a on the displacements along the thickness of thick square plates ; $L/a=1.0, z=L/2, \eta_0=1.0$ and $\nu=0.3$

示されている。この分布図より、板の上、下面でのせん断応力の境界条件が正確に満足されている。また表面載荷の影響により、板厚比の増大と共に非対称な分布性状が示されている。

最後に、Fig.13, 14, 15 は、それぞれ板厚比が $b/a=0.2, 0.5$ 及び 1.0 の場合について、表面分布荷重を受ける長方形厚板の中央断面 ($z=L/2, x=a/2$) の板厚方向の垂直応力分布に与える辺長比, L/a の影響を示している。ここで、辺長比, L/a は $0.5, 1.0$ と 2.0 を用いている。これより、辺長比の減少と共に、 σ_x と σ_z の分布形状が非線形、非対称になり、また表面載荷の影響から載荷面近傍の応力が急激に変化してくる。また、板厚比の大きな場合の σ_y の分布形状は、辺長比に大きく依存している。さらに、これらの応力分布図より、幅厚比の定義は板厚を長辺の長さで割った値に取った方が、より実際の厚板の応力分布特性が評価できると思われる。

(3) 板厚方向の変位分布特性

ここでは、他の相対する2辺が自由である厚板の厚さ方向の変位分布特性に与える板厚比の影響について検討した。

Fig.16 には、等分布表面荷重を受ける正方形厚板 ($\nu=0.3, L/a=1.0$) の中央断面の中央点 ($z=L/2, x=a/2$) と自由端 ($z=L/2, x=0.0$) での厚さ方向の鉛直変位分布, v と水平変位分布, u に与える板厚比の影響が示されている。ここで、板厚比 b/a は、 $0.2, 0.5$ と 1.0 を用いている。これより、板厚比が 0.2 程度以内であれば、板全体が一様に変形するが、板厚比が大きくなると

非線形で非対称な変位分布を示す。とくに、表面載荷の影響により、板の上面と下面での変位差が顕著に現れてくる。

4. あとがき

本研究では、表面載荷を受ける長方形厚板の3次元曲げ解析への Spline Prism 法の適用性について検討し、厚板方向の応力分布や変位分布特性に与える板厚比、辺長比や境界条件などの影響を明らかにした。本文で得られた主な結果をまとめると、以下ようになる。

- 1) プリズム要素の分割数を増大させれば、一定値への安定した収束状態が示され、またスプライン次数を高めれば少ない分割数でも精度の高い結果が得られた。
- 2) 従来の有限プリズム法と比較して、プリズムの分割数の増大に従い、系の未知数を大幅に低減できる。
- 3) Spline prism 法を用いれば、厚板から薄板まで、精度の高い応力解析ができる。また、本手法は、厚板の上、下面での応力の境界条件を正確に満足させられる。
- 4) 板厚が増大すると、厚さ方向の応力や変位分布形状は非線形になり、また表面載荷の影響により、非対称な分布性状を示す。
- 5) 板厚が大きくなると、固定端の載荷面近傍にかなり大きな応力集中が見られるので、設計上これに対する補強が必要と思われる。
- 6) 固定辺近傍の応力分布は、板厚比が小さい場合でも、非線形な形状を示す。

最後に、本研究は大同工業大学研究援助金及び文部省科学研究費 (一般研究 (C)) の援助を受けて行ったも

ので、ここに関係各位に謝意を表します。なお、数値計算には、大同工業大学情報処理センター及び名古屋大学大型計算機センターを利用して戴きました。

APPENDIX

式 (16) で与えられるサブ剛性マトリックスは、それぞれ次式で与えられる。

$$[K_{UV}] = (bLD_0/a) \{ I_{mi}^{11} J_{nj}^{00} A_1 + D_2 (a/b)^2 I_{mi}^{00} J_{nj}^{11} A_1 + D_2 (a/L)^2 I_{mi}^{00} J_{nj}^{00} A_2 \}$$

$$[K_{UV}] = (bLD_0/a) \{ D_1 (a/b) I_{mi}^{10} J_{nj}^{01} A_1 + D_2 (a/b) I_{mi}^{01} J_{nj}^{10} A_1 \}$$

$$[K_{UW}] = (bLD_0/a) \{ D_1 (a/L) I_{mi}^{10} J_{nj}^{00} A_3 + D_2 (a/L) I_{mi}^{01} J_{nj}^{00} A_4 \}$$

$$[K_{VV}] = (bLD_0/a) \{ D_1 (a/b) I_{mi}^{01} J_{nj}^{10} A_1 + D_2 (a/b) I_{mi}^{10} J_{nj}^{01} A_1 \}$$

$$[K_{VV}] = (bLD_0/a) \{ (a/b)^2 I_{mi}^{00} J_{nj}^{11} A_1 + D_2 I_{mi}^{11} J_{nj}^{00} A_1 + D_2 (a/L)^2 I_{mi}^{00} J_{nj}^{00} A_2 \}$$

$$[K_{VW}] = (bLD_0/a) \{ D_1 (a/b) (a/L) I_{mi}^{00} J_{nj}^{10} A_3 + D_2 (a/b) (a/L) I_{mi}^{00} J_{nj}^{00} A_4 \}$$

$$[K_{WU}] = (bLD_0/a) \{ D_1 (a/L) I_{mi}^{01} J_{nj}^{00} A_5 + D_2 (a/L) I_{mi}^{10} J_{nj}^{00} A_6 \}$$

$$[K_{WV}] = (bLD_0/a) \{ D_1 (a/b) (a/L) I_{mi}^{00} J_{nj}^{01} A_5 + D_2 (a/b) (a/L) I_{mi}^{00} J_{nj}^{00} A_6 \}$$

$$[K_{WW}] = (bLD_0/a) \{ (a/L)^2 I_{mi}^{00} J_{nj}^{00} A_7 + D_2 (a/b)^2 I_{mi}^{00} J_{nj}^{00} A_8 + D_2 I_{mi}^{11} J_{nj}^{00} A_8 \}$$

ただし、 I_{mi}^{ij} と J_{nj}^{ij} は、次式で示される。

$$I_{mi}^{ij} = \int_0^1 N_{m,i}^{(j)}(\xi) N_{m,i}^{(j)}(\xi) d\xi,$$

$$J_{nj}^{ij} = \int_0^1 N_{n,i}^{(j)}(\eta) N_{n,i}^{(j)}(\eta) d\eta$$

ここで、 t, u は、それぞれ導関数の次数である。また A_i は次式で定義される。

$$A_1 = \int_0^1 Z_i(\zeta) Z_p(\zeta) d\zeta,$$

$$A_2 = \int_0^1 \dot{Z}_i(\zeta) \dot{Z}_p(\zeta) d\zeta,$$

$$A_3 = \int_0^1 Z_i(\zeta) \ddot{Z}_p(\zeta) d\zeta$$

$$A_4 = \int_0^1 \dot{Z}_i(\zeta) \bar{Z}_p(\zeta) d\zeta,$$

$$A_5 = \int_0^1 \ddot{Z}_i(\zeta) Z_p(\zeta) d\zeta,$$

$$A_6 = \int_0^1 \bar{Z}_i(\zeta) \dot{Z}_p(\zeta) d\zeta$$

$$A_7 = \int_0^1 \ddot{Z}_i(\zeta) \ddot{Z}_p(\zeta) d\zeta,$$

$$A_8 = \int_0^1 \bar{Z}_i(\zeta) \bar{Z}_p(\zeta) d\zeta$$

ただし、 $\bar{\cdot}$ は導関数である。

参考文献

- 1) Reissner, E. : The effects of transverse shear deformation on the bending of elastic plates. J. Appl. Mech., Vol.12, pp.69~77, 1945.
- 2) Mindlin, R.D. : Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. J. Appl. Mech., Vol.18, pp.31~38, 1951.
- 3) Levinson, M. : An accurate simple theory of the static and dynamics of elastic plates. Mech. Res. Commun., Vol.7, pp.343~350, 1980.
- 4) Reddy, J.N. : A simple higher-order theory for laminated composite plates. J. Appl. Mech., Vol.45, pp.745~752, 1984.
- 5) Lo, K.H., Christensen, R.M. and Wu, E.M. : A high-order theory of plate deformation—Part I—Homogeneous plates. J. Appl. Mech., Vol.44, pp.663~668, 1977.
- 6) Doong, J.L. : Vibration and stability of an initially stressed thick plate according to a high-order deformation theory. J. Sound and Vibr., Vol.113, pp.425~440, 1987.
- 7) 平島健一・根岸嘉和 : 板厚方向にフーリエ級数展開した高次平板理論, 土木学会論文集, No. 341, pp.163~172, 1984.
- 8) Ozacka, M., Hinton, E. and Rao, N.V.R. : Comparison of three-dimensional solid elements in the analysis of plates. Comput. Struct., Vol.42, pp.953~968, 1992.
- 9) Srinivas, S. : Flexure of simple supported thick homogeneous and laminated rectangular plates. ZAMM, Vol.49, pp.449~458, 1969.
- 10) 園田恵一郎・堀川都志雄 : 道路橋床版の輪荷重直下の応力の算定について, 土木学会論文報告集, No.273, pp. 15~22, 1978.
- 11) 奥村 勇・本田祐也・芳村 仁 : 一厚板理論による扇形平板の解析について, 土木学会論文報告集, No. 326, pp. 15~28, 1982.
- 12) Levinson, M. : The simply supported rectangular plate—an exact, three-dimensional, linear elasticity solution. J. of Elasticity, Vol.15, pp.283~291, 1985.
- 13) Sundara Raja Iyengar, K.T., Rao, A.K. and Jaga Rao, C.V. : Flexure of simply supported thick homogeneous and laminated rectangular plates. ZAMM, Vol.49, pp.449~458, 1969.
- 14) Sundara Raja Iyengar, K.T., Chandrashekhara, K. and Sebastian, V.K. : On the analysis of thick rectangular plates. Ing.-Archiv, Vol.43, pp.317~330, 1974.
- 15) 奥村 勇・渡辺午一 : 種々の境界条件を持つ長方形厚板の解析と薄板理論の適用性について, 構造工学論文集, Vol. 38A, pp. 43~54, 1992.
- 16) 島田 功・岡村宏一 : 厚い長方形スラブの応力と変形, 土木学会論文報告集, No. 233, pp. 13~23, 1975.
- 17) 古市 亨・岡村宏一・石川一美 : 3次元弾性大型直方体

- 要素の剛性マトリックスの作成, 土木学会第 45 回年次学術講演会, I-86, pp.202~203, 1990.
- 18) Zienkiewicz, O.C. and Too, J.J.M. : The finite prism in analysis of thick simply supported bridge boxes. Proc. Inst. Civil Engrs, Vol.53, pp.147~172, 1972.
- 19) Cheung, M.S. and Chan, M.Y.T. : Three-dimensional finite strip analysis of elastic solids. Comput. Struct., Vol.9, pp.629~638, 1978.
- 20) Wong, V.C.C. and Vardy, A.E. : Finite prism analysis of plates and shells. Int. J. Numr. Meth. Eng., Vol.21, pp.529~541, 1985.
- 21) 林 正・小林亨市: 節点プリズム法による 3 次元応力解析. 土木学会論文集, No.450/I-20, pp.95~101, 1992.
- 22) Cheung, Y.K. and Chakrabarti, S. : Analysis of simply supported thick, layered plates. J. Eng. Mech. Div., Proc. of ASCE, Vol.97, pp.1039~1044, 1971.
- 23) 園田恵一郎・堀川都志雄・白鳥良一: 3次元弾性問題に対する伝達マトリックス一級数解法の適用. 土木学会論文報告集, No.339, pp.41~50, 1983.
- 24) 水澤富作・高木信治: Spline Prism 法を用いた長方形厚板の振動解析について. 構造工学論文集, Vol.39A, pp.1~12, 1993.
- 25) 水澤富作: Spline 関数を用いた構造解析に関する一考察. 大同工業大学紀要, Vol.25, pp.199~212, 1989.
- 26) Timoshenko, S.P. and Woinowsky-Krieger, S. : Theory of Plates and Shells. McGraw-Hill, 1959.

(1993.5.28 受付)

THREE-DIMENSIONAL STRESS ANALYSIS OF THICK RECTANGULAR PLATES BY THE SPLINE PRISM METHOD

Tomisaku MIZUSAWA and Shinji TAKAGI

This paper presents an application of the spline prism method which is a three-dimensional semi-numerical method to analyse bending of thick rectangular plates subjected to surface loadings. The effects of thickness ratios, b/a , aspect ratios, L/a and boundary conditions on the behaviors of stress distributions and displacements along the thickness of thick rectangular plates have been analysed.

It is seen that good convergence and accuracy are obtained. The stresses along the thickness show nonlinear and unsymmetrical distributions by the increment of the plate thickness and by the surface loading. High stress concentration is also come out near the clamped edges.