

投稿論文 (和文)
PAPERS

構造物の同定・予測・制御に関する基礎的考察

齊藤芳人*・星谷 勝**

1自由度系を対象に構造物の同定・予測・制御に関する基礎的な考察を行った。まず制振装置の制御力を構造物に作用し、得られた観測データから質量を含む全ての物理特性値を同定する。このときシステムを多変量 ARMA 型モデルで表現し、各係数をカルマンフィルタで同定する。同定された各係数および物理特性値と評価関数中の重みを考慮して各種の瞬間最適予測制御則を定式化し、その基本特性と相互の関係について考察した。さらに、本手法とニューラルネットワークとの関係を明確にした。

Key Words : system identification, ARMA model, Kalman filter, prediction control, neural network

1. はじめに

近年、土木・建築技術の発達にともない地震時や強風時における安全性・居住性の向上を目的とした構造物の振動制御に関する研究が活発に行われている。こうした研究では一般に最適レギュレータ法による制御が多用されている。この手法では制御則を決定する評価関数が外乱の作用する全継続時間で定義されていたため、外乱もしくはシステムの応答値あるいはその両方が全継続時間に渡ってあらかじめ既知である必要がある。そこで Yang ら^{1),2)}は時間依存型の評価関数を導入し、各時刻における入力地震加速度を利用した瞬間最適制御を提案した。また、佐藤ら³⁾はその評価関数中にシステムへの入力地震エネルギーを導入したアルゴリズムを提案している。

一方、実際に制御を行う際には、入力やシステムの応答値をセンサーで感知してから制御力を計算するまでの時間と制振装置へ指令が出されてから実際に制御力が作用するまでの時間が合計された時間遅れが存在する。従って、制御遅れを解決するためには将来の応答値あるいは入力を予測する必要がある。こうした問題に対して現時刻までの情報から将来の値を予測する手法として時系列モデルを用いた研究がある。第二著者らは既に、時変型の AR モデルを状態量の予測⁴⁾や地震加速度の同定⁵⁾に適用している。また、佐藤ら⁶⁾はこうした手法を用いて時間遅れを考慮した振動制御について検討し、野田⁷⁾は非線形構造物の振動制御に適用している。

さらに、構造物の振動制御に関する多くの研究では構造系および質量、剛性、減衰係数などの物理特性値は精度良く求まっているとした理想的な制御環境のもとに各

種の制御則が論じられているが、現実にはこうした物理特性値には誤差や不確かさが存在する。特に質量に関しては従来から行われているような微動や地震動などの加速度を入力とした同定手法では求めることができない。

以上のように構造物の振動制御を実際に行う場合にはシステムの同定、入力およびシステムの応答値の予測さらに実現可能な制御則といった一連の研究が不可欠となる。こうした研究の1つとして同定・予測・制御の全てにニューラルネットワークを利用した研究^{8),9)}がある。

本研究では1自由度系を対象に、こうした構造物の同定・予測・制御に関する基礎的な考察をおこなう。

まず、システムを多変量 ARMA 型モデル^{10),11)}で表現し、制振装置の制御力を利用して各係数行列を同定することで、質量を含む全ての物理特性値が計算できることを示す。従って必要に応じていつでも構造物を同定しその特性を把握することができる。次に同定された多変量 ARMA 型モデルおよび時変 AR モデルで表した入力モデルを用いて状態量(応答変位と応答速度)および地震入力加速度を予測する。また、同定された物理特性値および ARMA 係数行列と評価関数中の重みとの関係を考慮しながら各種の瞬間最適予測制御則を定式化し、その基本特性と相互の関係について考察する。さらに、本手法が物理的に意味のある重みを内蔵したニューラルネットワークとしても表現できることを示す。なお、本手法は多自由度系へも容易に拡張することが可能である。

2. 制御力(制振装置)を利用した構造系の同定

多変量 ARMA 型モデルで表現された1自由度系のシステムに対し、制御力を作用させて得られる応答量を観測データとして用いることによって、ARMA 係数行列をカルマンフィルタ^{12),13)}で同定できることを示し、こうした同定された係数行列から構造系の質量、剛性、減衰係数などの物理特性値が全て求められることを示す。

* 正会員 武蔵工業大学 客員研究員 (株)前田建設工業技術研究所 (〒176 練馬区旭町 1-39-16)

** 正会員 Ph.D. 武蔵工業大学教授 土木工学科

(1) 多変量 ARMA 型モデルによる構造系の定式化
地震入力加速度および制御力が 1 自由度系に作用する
場合の運動方程式は、式 (1) で与えられる。

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = u(t) - m\ddot{g}(t) \quad (1)$$

ここに、

- m : 質量
- k : 剛性
- c : 減衰係数

- $u(t)$: 制御力
- $x(t)$: 質点の地盤に対する相対変位
- $\dot{x}(t)$: 質点の地盤に対する相対速度
- $\ddot{g}(t)$: 地震入力加速度

ここで、

$$X(t) = [x(t) \dot{x}(t)]^T \quad (2)$$

とおくと、式 (1) は次の状態方程式で表現される。

$$\dot{X}(t) = AX(t) + B[u(t) - m\ddot{g}(t)] \quad (3)$$

ここに、

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1/m \end{bmatrix} \quad (4)$$

さらに、式 (3) の解は式 (5) で与えられる。

$$X(t) = \Phi(t)X(0) + \int_0^t \Phi(t-\tau)B[u(\tau) - m\ddot{g}(\tau)]d\tau \quad (5)$$

ここに、

$$\Phi(t) = \exp(At) \quad (6)$$

従って式 (5) を離散化することで式 (7) のようにシステムを多変量 ARMA 型モデルで表現することができる。

$$X_{n+1} = \Phi X_n + \Gamma[u_n - m\ddot{g}_n] \quad (7)$$

ここで、

$$t_{n+1} - t_n = (n+1)\Delta - n\Delta = \Delta \quad (8)$$

Δ : データのサンプリング間隔

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi(\Delta) = I + A\Delta + \frac{1}{2!}A^2\Delta^2 + \dots + \frac{1}{r!}A^r\Delta^r + \dots \\ &= \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma &= \int_{t_n}^{t_{n+1}} \Phi(t_{n+1}-\tau)Bd\tau \\ &= \left(I + \frac{1}{2!}A\Delta + \frac{1}{3!}A^2\Delta^2 + \dots + \frac{1}{r!}A^{r-1}\Delta^{r-1} + \dots \right) B\Delta \\ &= \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} \quad (10) \end{aligned}$$

(2) カルマンフィルタによる ARMA 係数行列の同定

式 (7) において地震入力加速度が無い場合、つまり制振装置の制御力のみによってシステムを振動させ、その時得られる応答の観測データから、カルマンフィルタを用いて多変量 ARMA 型モデルの各係数行列 Φ と Γ

が同定できることを示す。

地震入力加速度が無い場合、式 (7) は式 (11) で与えられる。

$$X_{n+1} = \Phi X_n + \Gamma u_n \quad (11)$$

ここで、式 (11) で表現された多変量 ARMA 型モデルの係数行列 Φ および Γ を観測データから同定するため、式 (11) に基づいて式 (12) および式 (13) に示すような状態方程式と観測方程式を設定する。

これらの状態空間表示式は線形となり、カルマンフィルタのアルゴリズムによって、ARMA 係数行列を求めることができる。

[状態方程式]

$$[\phi_{11} \phi_{12} \Gamma_1 \phi_{21} \phi_{22} \Gamma_2]_{n+1}^T = [\phi_{11} \phi_{12} \Gamma_1 \phi_{21} \phi_{22} \Gamma_2]_n^T \quad (12)$$

[観測方程式]

$$\begin{bmatrix} x_{n+1} \\ \dot{x}_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_n & \dot{x}_n & u_n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_n & \dot{x}_n & u_n \end{bmatrix} [\phi_{11} \phi_{12} \Gamma_1 \phi_{21} \phi_{22} \Gamma_2]_n^T + W_n \quad (13)$$

ここに、 W_n : ガウス白色雑音

(3) ARMA 係数行列と物理特性値の関係

ここでは、同定された多変量 ARMA 型モデルの係数行列 Φ および Γ から質量 m 、剛性 k および減衰係数 c が計算できることを示す。

まず、 Z および A をそれぞれ式 (3) 中の行列 A の固有ベクトルおよび固有値からなる行列であるとすると、式 (14) のような関係がある。

$$AZ = ZA \quad (14)$$

ここで、式 (15) のような変数変換を行い、

$$X(t) = Zq(t) \quad (15)$$

式 (3) に代入すると、この解は式 (14) の関係から $q(t) = \exp(At)q(0)$

$$+ \int_0^t \exp(A(t-\tau))Z^{-1}B[u(\tau) - m\ddot{g}(\tau)]d\tau \quad (16)$$

となり、式 (15) より

$$\begin{aligned} X(t) &= Z \exp(At) Z^{-1} X(0) \\ &+ \int_0^t Z \exp(A(t-\tau)) Z^{-1} B [u(\tau) - m\ddot{g}(\tau)] d\tau \quad (17) \end{aligned}$$

となる^{10), 14)}。上式を式 (5) と対比すると

$$\Phi(t) = Z \exp(At) Z^{-1} \quad (18)$$

となり式 (9) から式 (19) および式 (20) の関係が得られる。

$$\Phi Z = Z A^* \quad (19)$$

$$A^* = \exp(A\Delta) \quad (20)$$

式 (19) は係数行列 Φ に対する固有値問題を示しており、行列 Φ の固有値からなる行列 A^* と行列 A の固有値からなる行列 A とは式 (20) の関係にある。従って、同

定された係数行列 Φ の固有値解析を行うことによって Z および A が式 (19) および式 (20) から求められ、式 (14) より行列 A を求めることができる。一方、行列 A, B および係数行列 Φ, Γ の間には、式 (9) および式 (10) より式 (21) の関係がある¹⁵⁾。

$$B=A(\Phi-I)^{-1}\Gamma \dots\dots\dots(21)$$

上式において Φ および Γ は既に同定されており、 A も Φ の固有値解析より求めることができ、質量 m に関する行列 B も式 (21) から求めることができる。従って多変量 ARMA 型モデルの係数行列 Φ および Γ を同定することによって求まる行列 A, B の各要素を式 (4) と対比することでシステムの物理特性値を全て求めることができる。

3. 瞬間最適予測制御の定式化

ここでは、多変量 ARMA 型モデルおよび時変 AR モデルを用いて予測されるシステムの状態量および入力地震加速度に対して、Yang によって提案されている瞬間最適制御則^{11,2)}を適用する。ただし、評価関数を離散化することで多変量 ARMA 型モデルで表現されたシステムに対しても容易に適用できる形式とした。また、佐藤³⁾が提案したようにシステムへの入力地震エネルギーを評価関数中に導入することで、より一般的な制御則の定式化を行う。さらに、本手法が物理的に意味のある重みを内蔵したニューラルネットワークとしても表現できることを示す。

(1) 瞬間最適予測制御則の定式化

システムへの地震入力エネルギーも考慮した評価関数として、式 (22) のような離散型の評価関数を導入する。
[評価関数]

$$J_n = \frac{1}{2} [X_{n+1}^T Q X_{n+1} + r u_n^2 + 2(-m \ddot{g}_n) L^T P X_{n+1}] \dots\dots(22)$$

ただし、

$$L = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(23)$$

r : スカラー量

ここで Q, r, P は重みを表し、 P はシステムへの入力地震エネルギーを表現するように、式 (24) で与える。

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \dots\dots\dots(24)$$

α : スカラー量

一方、状態量に関する重み Q は式 (25) で与えることによって、システムの振動エネルギーを評価する。

$$Q = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \dots\dots\dots(25)$$

ここで、式 (7) で表現されたシステムの制約条件下において、式 (22) の評価関数を最小にする最適化問題を考え、離散時間空間においてラグランジェの未定乗数

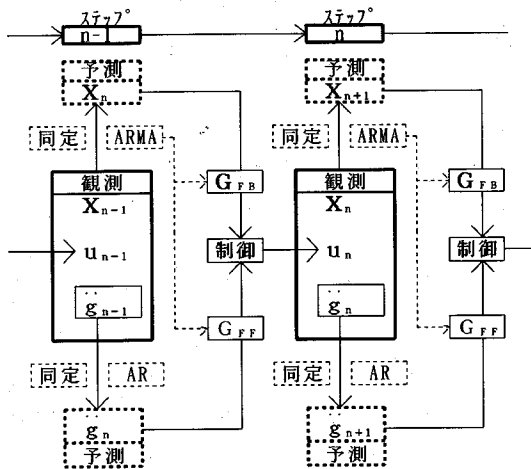


図-1 瞬間最適予測制御の概念図

法を適用する¹⁶⁾。すなわち、各ステップのラグランジェ乗数を λ_n とおくと、ハミルトニアン L_n は式 (26) で表現される。

$$L_n = \frac{1}{2} [X_{n+1}^T Q X_{n+1} + r u_n^2 + 2(-m \ddot{g}_n) L^T P X_{n+1}] + \lambda_n^T [X_{n+1} - \Phi X_n - \Gamma u_n + \Gamma m \ddot{g}_n] \dots\dots\dots(26)$$

式 (26) を X_{n+1}, u_n および λ_n^T のそれぞれで偏微分した式を 0 とおいて、オイラー方程式を構成すると式 (27)、(28) および式 (29) が得られる。

$$\frac{\partial L_n}{\partial X_{n+1}} = Q X_{n+1} - P^T L m \ddot{g}_n + \lambda_n = 0 \dots\dots\dots(27)$$

$$\frac{\partial L_n}{\partial u_n} = r u_n - \Gamma^T \lambda_n = 0 \dots\dots\dots(28)$$

$$\frac{\partial L_n}{\partial \lambda_n^T} = X_{n+1} - \Phi X_n - \Gamma u_n + \Gamma m \ddot{g}_n = 0 \dots\dots\dots(29)$$

これらの連立方程式を制御力 u_n について解くと式 (30) を得る。

$$u_n = G_{FB} X_n + G_{FF} \ddot{g}_n \dots\dots\dots(30)$$

ここに、 G_{FB} および G_{FF} はそれぞれフィードバックゲイン、フィードフォワードゲインを表し、式 (31) および式 (32) で表される。

$$G_{FB} = -[r + \Gamma^T Q \Gamma]^{-1} \Gamma^T Q \Phi \dots\dots\dots(31)$$

$$G_{FF} = [r + \Gamma^T Q \Gamma]^{-1} \Gamma^T [Q \Gamma + P^T L] m \dots\dots\dots(32)$$

つぎに、状態量および入力地震加速度の予測について考える。入力地震加速度の予測に関しては、式 (33) に示すような時変 AR モデルを用いる⁹⁾。このとき、式 (33) に基づいて式 (34) および式 (35) に示すような状態方程式と観測方程式を設定し、時々刻々各係数をカルマンフィルタで同定しながら 1 ステップ先を予測する。なお、実地震波形を用いた予備計算の結果から、ここでは AR 次数を 4 次とした。

$$\ddot{g}_n = \alpha_1 \ddot{g}_{n-1} + \alpha_2 \ddot{g}_{n-2} + \alpha_3 \ddot{g}_{n-3} + \alpha_4 \ddot{g}_{n-4} + V_n \dots\dots\dots(33)$$

[状態方程式]

$$[\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4]^T_n = [\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4]^T_{n-1} \dots \dots \dots (34)$$

[観測方程式]

$$\ddot{g}_{n-1} = [\ddot{g}_{n-2} \ddot{g}_{n-3} \ddot{g}_{n-4} \ddot{g}_{n-5}] [\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4]^T_{n-1} + V_{n-1} \dots (35)$$

ここに、 V_{n-1} ：ガウス白色雑音

一方、状態量の予測に関しては式(7)の多変量 ARMA 型モデルを1ステップずらした式(36)を用いることによって、1ステップ前の観測データから次ステップでの状態量を予測する。

$$X_n = \Phi X_{n-1} + \Gamma(u_{n-1} - m\ddot{g}_{n-1}) \dots \dots \dots (36)$$

なお、本研究では対象としないが構造系の質量 m が一定で既知の場合、入力地震加速度に m を乗じて外乱を求めることができるので、剛性 k および減衰係数 c が時間とともに変化する場合でも、ARMA 係数行列を時変とし時々刻々同定しながら状態量を予測することが可能である。そうした場合も含めて、ここで提案した瞬間最適予測制御の概念図を図-1に示す。まず、 $n-1$ 時刻で観測された状態量、制御力および入力地震加速度から、多変量時変 ARMA モデルおよび時変 AR モデルの各係数を同定しながら n 時刻の状態量および入力地震加速度を予測する。つぎに、同定された時変 ARMA 係数行列からフィードバックゲイン G_{FB} およびフィードフォワードゲイン G_{FF} を求め、これらを各予測値に乗じて加算することで、 n 時刻に作用すべき制御力が求まる。なお、システムが定常な場合には各ゲインは一定値となり、あらかじめ求めておくことができる。

(2) ニューラルネットワークによる表現

ここでは、3.(1)で示した瞬間最適予測制御則とニューラルネットワークとの関係を明確にすることによって、本手法が物理的に意味のある重みを内蔵したニューラルネットワークとしても表現できることを示す。

式(36)中のベクトルおよび行列を各要素で表現すると式(37)となる。

$$\begin{bmatrix} x_n \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{n-1} \\ \dot{x}_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} (u_{n-1} - m\ddot{g}_{n-1}) \dots \dots \dots (37)$$

また、式(31)のフィードバックゲイン G_{FB} を状態量の変位に関する項と速度に関する項に分けて、式(30)を表現すると式(38)となる。

$$u_n = G_{FBD} X_n + G_{FBV} \dot{X}_n + G_{FF} \ddot{g}_n \dots \dots \dots (38)$$

ただし、

$$G_{FB} = [G_{FBD} \ G_{FBV}] \dots \dots \dots (39)$$

ここで、時変 AR モデルを用いた入力地震加速度の予測式(33)、多変量 ARMA 型モデルを用いた状態量の予測式(37)および制御力を計算する式(38)を全てニューラルネットワークとして表現すると図-2のようになる。

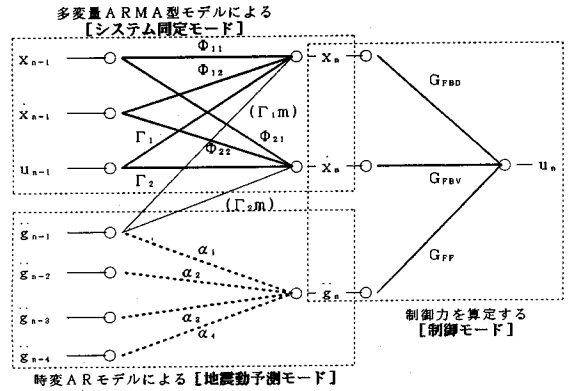


図-2 瞬間最適予測制御のニューラルネットワークによる表現

[システム同定モード] は、2.で示したように制振装置による制御力をシステムに作用させ、得られた応答の観測データから ARMA 係数行列を同定するモードで同定された係数行列から質量 m 、剛性 k および減衰係数 c が計算できることは既に示した。従って、各重みは物理的に意味のある係数となっている。さらに、[制御モード] で必要な各ゲインは同定結果を用いてあらかじめ計算しておくことができるので、[制御モード] における学習は不要となる。さらに、[システム同定モード] から構造系の質量 m および剛性 k も計算できることから評価関数中の状態量に関する重み Q に物理特性値である m および k を用いることができるので、振動エネルギーという形で評価関数に組み込むことが可能である。

実際に制御を行う場合には、[地震動予測モード] によって時々刻々入力地震加速度を予測するとともに、既に同定されている [システム同定モード] を利用して状態量の予測も行い、各予測値を用いて [制御モード] により1ステップ将来に作用させるべき最適な制御力を算定し、制御力を作用させることになる。

(3) 各種制御方式の定式化

評価関数中の重みおよび ARMA 係数行列を考慮しながらフィードバック制御およびフィードバック+フィードフォワード併用制御に関する各種の制御方式を定式化する。

式(30)のベクトルおよび行列を各要素で示すと式(40)となる。

$$u_n = \frac{-1}{r + k\Gamma_1^2 + m\Gamma_2^2} [(\Gamma_1 k \Phi_{11} + \Gamma_2 m \Phi_{21}) \dot{x}_n + (\Gamma_1 k \Phi_{12} + \Gamma_2 m \Phi_{22}) \dot{x}_n - (k\Gamma_1^2 + m\Gamma_2^2 + \alpha\Gamma_2) m\ddot{g}_n] \dots \dots \dots (40)$$

式(40)において、重み係数 α はフィードバックゲインとフィードフォワードゲインの相対的な比率を設定するパラメータ、一方 r は制御力全体の大きさを決定するパラメータであると考えられる。

なお、ここでは新たに式(41)を導入することで、各

表-1 1自由度系モデルの諸元

質量 (m)	1.0(tfs ² /cm)
剛性 (k)	39.478(tf/cm) (=4*π ²)
固有周期 (T ₁)	1.0(sec)
減衰定数 (h)	2.0(%)
減衰係数 (c)	0.251(tfs/cm) (=4hπ)

表-2 パルス周波数伝達関数を計算した重み r の値

大	小	r の値	記号		
↑ 許容制御力 ↓	↑ r ↓	1.00E-6	●		
		5.00E-4	○		
		1.98E-3	△		
		5.00E-3	◇		
		9.90E-3	▲		
		1.98E-2	△		
		3.96E-2	●		
		1.00E+1	○		
		小	大		

種の制御方式を定式化している。

$$\alpha = \beta * r / \Gamma_2 \dots\dots\dots(41)$$

β: スカラー量

a) フィードバック制御

式 (40) において入力地震加速度に関する第 3 項を全て無視した場合、状態フィードバックのみによる制御方式となる。

b) フィードバック+フィードフォワード併用制御 A

式 (40) および式 (41) において α=0.0(β=0.0) とした場合、フィードバック+フィードフォワード併用制御となるが式 (40) からわかるようにフィードバックゲインとフィードフォワードゲインの相対的な比率は一定となる。なお a), b) はそれぞれ Yang の示した closed ループと open-closed ループに相当するが、状態量および入力を予測する点でそれとは異なる。

c) フィードバック+フィードフォワード併用制御 B

式 (40) および式 (41) において α=一定値 と、あらかじめ α をある値 (例えば α=1.0) に設定した場合の制御方式で、b) と同様にフィードバックゲインとフィードフォワードゲインの比率は一定となるが、α の値でその比率を変化させることができる。

d) フィードバック+フィードフォワード併用制御 C

式 (41) において α=r/Γ₂(β=1.0) とした場合で、式 (41) を式 (40) に代入すると、フィードフォワード制御力が r の値によらず常に、入力地震加速度によって生じる外乱を完全に相殺するような値となり、いわゆる外乱相殺型の制御方式となる。なお、このとき r の値が大きい場合にはフィードフォワードのみの制御方式となり、r の値が小さくなるに従ってフィードバックゲインが大きくなる。

e) フィードバック+フィードフォワード併用制御 D

式 (41) において α=(r-kΓ₁²-mΓ₂²)/2Γ₂ とした場合で、これはフィードフォワード制御力が r の値によらず常に外乱の半分を相殺するような制御方式となる。なお r の値の変化に対しては d) と同様な傾向を示す。

以降 5 つの制御方式をそれぞれフィードバック制御、併用制御 A、併用制御 B、併用制御 C および併用制御 D と略記し各制御方式の基本的特性について検討を行う。

4. 瞬間最適予測制御に関する基礎検討

(1) 各種制御方式の周波数特性

ここでは、3.(3) で示した各種制御方式の周波数特

性について検討する。

式 (30) を式 (7) に代入すると式 (42) を得る。

$$X_{n+1} = (\Phi + \Gamma G_{FB}) X_n + \Gamma (G_{FF} - m) \ddot{g}_n \dots\dots\dots(42)$$

式 (42) の両辺を z 変換し、X(0)=0 とすると式 (43) のようなパルス伝達関数が得られる。

$$\frac{X(z)}{G(z)} = [zI - (\Phi + \Gamma G_{FB})]^{-1} \Gamma (G_{FF} - m) \dots\dots\dots(43)$$

なお、式 (43) によって 2*1 のベクトルが計算され、第 1 要素および第 2 要素はそれぞれ地震入力加速度に対する応答変位および応答速度のパルス伝達関数を表す。従ってそれぞれのパルス周波数伝達関数は、式 (43) 中の z を式 (44) で置き換えることによって式 (45) で表される。

$$z = e^{2\pi f \Delta} \dots\dots\dots(44)$$

f: 周波数

$$\frac{X(e^{2\pi f \Delta})}{G(e^{2\pi f \Delta})} = [e^{2\pi f \Delta} I - (\Phi + \Gamma G_{FB})]^{-1} \Gamma (G_{FF} - m) \dots\dots\dots(45)$$

一方、制御力に関するパルス周波数伝達関数は式 (7) および式 (30) を z 変換して X(z) を消去し、式 (44) を適用することによって、式 (46) で表される。

$$\frac{U(e^{2\pi f \Delta})}{G(e^{2\pi f \Delta})} = \frac{G_{FF} - G_{FB} (e^{2\pi f \Delta} I - \Phi)^{-1} \Gamma m}{1 - G_{FB} (e^{2\pi f \Delta} I - \Phi)^{-1} \Gamma} \dots\dots\dots(46)$$

ここでは、表-1 に示すような 1 自由度系モデルを考へ、式 (45) および式 (46) からパルス周波数伝達関数を求め、各制御方式の周波数特性について検討する。なお、ARMA 係数行列は式 (9) および式 (10) から計算される理論値を用いた。

図-3~7 に入力地震加速度に対する応答速度のパルス周波数伝達関数を、また、図-8~12 には入力地震加速度に対する制御力のパルス周波数伝達関数を、それぞれ各制御方式ごとに示す。評価関数中の制御力に関する重み r に関しては、表-2 に示す値で計算した。このとき、r が小さいほど大きな制御力を許容することになる。なお、併用制御 B における α の固定値は、ここでは α=1.0 とした。

フィードバック制御は、状態量のみから制御力が計算されるため、システムの固有周波数である 1 Hz 付近をピークに制御力が作用する (図-8)。また、r を小さくしても固有周波数を離れた周波数では入力である外乱を

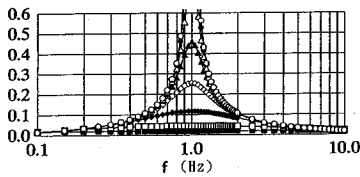


図-3 応答速度パルス周波数伝達関数 (フィードバック制御)

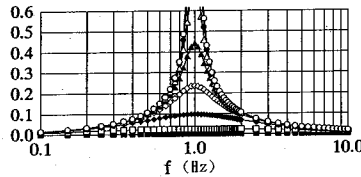


図-4 応答速度パルス周波数伝達関数 (併用制御 A)

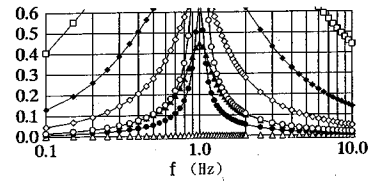


図-5 応答速度パルス周波数伝達関数 (併用制御 B)

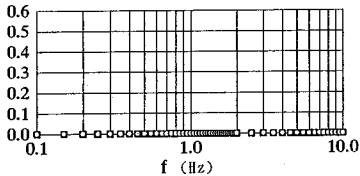


図-6 応答速度パルス周波数伝達関数 (併用制御 C)

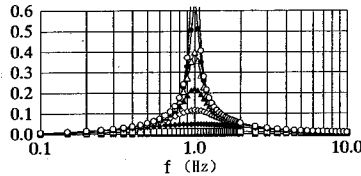


図-7 応答速度パルス周波数伝達関数 (併用制御 D)

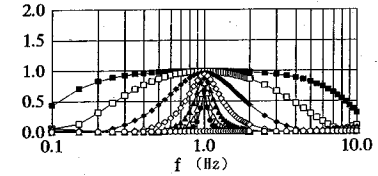


図-8 制御力のパルス周波数伝達関数 (フィードバック制御)

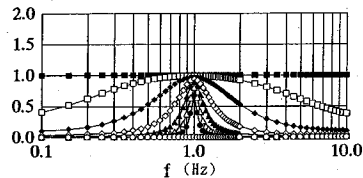


図-9 制御力のパルス周波数伝達関数 (併用制御 A)

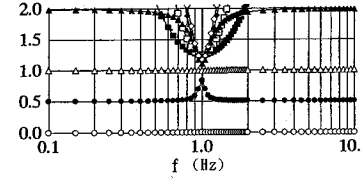


図-10 制御力のパルス周波数伝達関数 (併用制御 B)

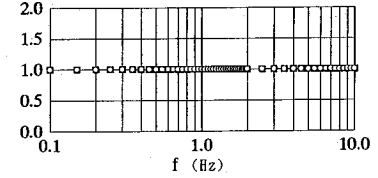


図-11 制御力のパルス周波数伝達関数 (併用制御 C)

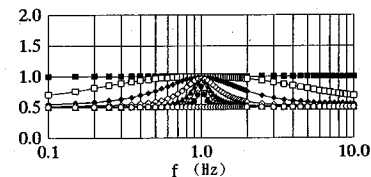


図-12 制御力のパルス周波数伝達関数 (併用制御 D)

表-3 入力地震加速度の諸元

時間刻み(Δ)	0.02(秒)
継続時間(T)	50.0(秒) (2500ステップ)
最大加速度(g_{MAX})	341.7(gal) (発生時刻:2.1秒)

打ち消すことはできず(図-8) 応答値も 0 にはならない(図-3)。一方、併用制御 A は r が大きいときはフィードバック制御と同様な制御方式であるが、 r が小さくなるに従って全周波数帯域に渡って外乱を打ち消すような外乱相殺型の制御方式に近づき(図-9) 応答値も 0 に漸近する。

併用制御 B は、 r が小さくなるに従って外乱相殺型の制御方式に近づき、 r が式(41)を満たしたとき(ここでは $r=1.98 \text{ E-2}$)、外乱相殺型の制御方式となる(図-10)。さらに r を小さくしていくと、システムの固有周波数から離れるほど過大な制御力が作用し(以降、必要以上に過大な制御力が作用する場合はここでは過制御と表現する。) 応答値も増大する(図-5)。これに対し併

用制御 C は常に式(41)を満たしており、 r の値にかかわらずフィードフォワード制御力のみで外乱相殺型の制御方式となる(図-11)。従って、状態量は常に 0 となり、フィードバック制御力は作用しない。一方、併用制御 D は r の値にかかわらず、常に外乱の半分を打ち消すようなフィードフォワード制御力が作用しており r が小さくなるに従ってフィードバック制御力が増大し外乱相殺型の制御方式に近づいていく(図-7, 12)。

(2) 入力地震加速度の予測誤差および制御力拘束の影響に関する検討

ここでは、時変 AR モデルを用いて 1 ステップ将来の入力地震加速度を予測した場合の予測誤差が各種の制御方式に与える影響および制御力に上限値がある場合の影響について考察する。

1 質点系のモデルは 4.(1) で使用したモデル(表-1)とし、入力地震加速度には、EL-CENTRO NS 成分波形を用いた。入力地震加速度の諸元を表-3 に示す。

上記のモデルおよび入力地震加速度に対して、式(33)および式(36)から 1 ステップ将来の入力地震加速度および状態量を予測し、これらの予測値に対して各種の制御を行う。ただし、ここでは入力地震加速度の予測誤差のみの影響を検討するため、式(36)中の ARMA 係数行列および質量 m にはそれぞれ理論値および真値を用いた。

入力地震加速度の予測誤差の影響を比較するため、図-13 および図-14 には、その予測値が完全に予測でき

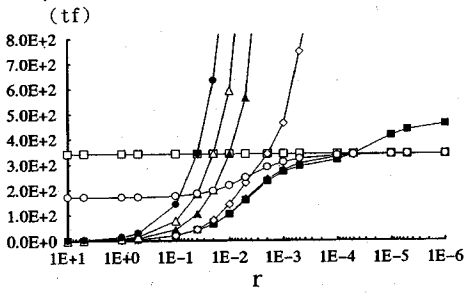


図-13 最大制御力 (真値による解析)

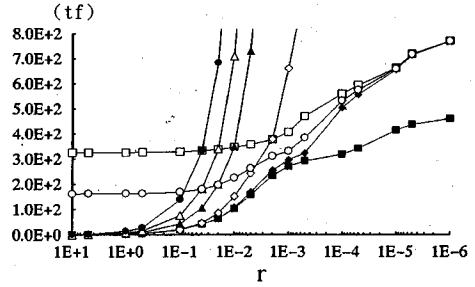


図-15 最大制御力 (地震加速度予測)

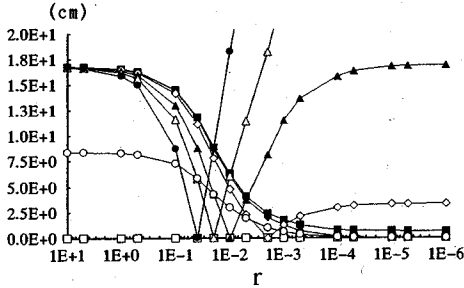


図-14 最大応答変位 (真値による解析)

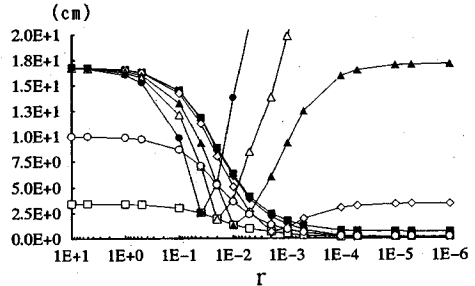


図-16 最大応答変位 (地震加速度予測)

表-4 図-13～図-26中の記号

制御方式	記号
フィードバック制御	—●—
併用制御 A	—◆—
併用制御 B	—○— ($\alpha=0.1$)
	—▲— ($\alpha=0.5$)
	—△— ($\alpha=1.0$)
	—●— ($\alpha=2.0$)
併用制御 C	—□—
併用制御 D	—◇—

た場合、つまり1ステップ将来の値に真の値を用いた場合の各制御方式における最大制御力および最大応答変位を示す。また、図-15および図-16には入力地震加速度を式(33)の時変ARモデルで予測した場合を対比して示してある。なお横軸は対数軸とし、評価関数中の制御力に関する重み r をとっている。軸の右方ほど r の値は小さくなっており大きな制御力を許容したことになる。また、併用制御Bでは α の値の変化による影響を見るため $\alpha=0.1, \alpha=0.5, \alpha=1.0, \alpha=2.0$ を採用している。なお、図-13～26で使用した記号を表-4に示す。

フィードバック制御は、状態量のみによる制御方式のため、入力地震加速度の予測値には影響されていない。一方、併用制御Aは4.(1)でも示したように、 r の値が大きくなるとフィードバック制御と同じ値となっているが、 r が小さくなるに従って併用制御Cに近づいて行くことがわかる。

併用制御Bは r の値が大きい場合フィードバック制御に近づくが、 r が小さくなるに従って併用制御Cに近づき、4.(1)でも示したように r が式(41)を満たしたとき併用制御Cと一致する。さらにこの値から r が小さくなると過制御になることもわかる。また、固定値である α の値が小さくなるに従って併用制御Aに近づいて行く。これは式(40)および式(41)において $\alpha=0.0$ の場合が併用制御Aであることからわかる。

併用制御Cは、式(40)からわかるように r が大きい場合にはフィードフォワード制御のみによる制御方式となり、 r が小さくなるに従ってフィードバックゲイン

が増加する。従って、入力地震加速度の予測値に誤差が無い場合には、常にフィードフォワード制御のみで外乱を相殺することができるため応答値は0となり(図-14)、フィードバック制御力は作用しない。従って、最大制御力は一定値(最大入力地震加速度に質量($m=1.0$)を乗じた値)となる(図-13)。一方、予測誤差がある場合にはフィードフォワード制御力のみでは完全に外乱を相殺することができず、それによって生じた応答(状態量)をフィードバック制御力が補う形となる。従って、全制御力は増大し逆に応答値は低減する(図-15, 16)。

併用制御Dは常に併用制御Aと併用制御Cの中間にあり、式(40)および式(41)で $\alpha=0.0(\beta=0.0)$ の場合が併用制御A、 $\alpha=r/\Gamma_2(\beta=1.0)$ の場合が併用制御Cとなることからわかる。従って α を $0.0 \sim r/\Gamma_2(\beta$ を $0.0 \sim 1.0)$ の範囲で変化させることで、併用制御A, C, Dを全て表現することができる。

図-17および図-18には、入力地震加速度を時変ARモデルで予測し、さらに制御力拘束がある場合の計算結果を対比して示してある。制御力の上限值としては150tfの場合を考え、各制御方式において計算した制御

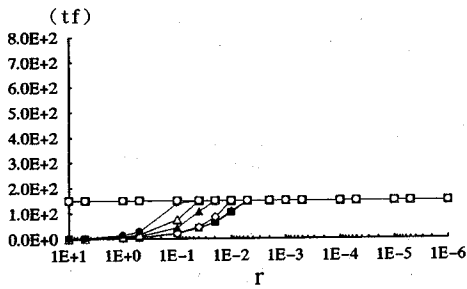


図-17 最大制御力(地震加速度予測&制御力拘束)

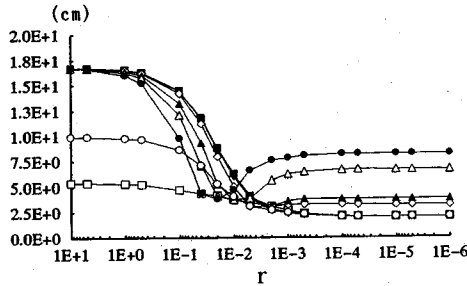


図-18 最大応答変位(地震加速度予測&制御力拘束)

力が 150 tf を超える場合には、全て 150 tf の制御力を作用させるようにした。従って、最大制御力は全て 150 tf で頭打ちになっていることがわかる(図-17)。

各制御方式ともに、制御力に拘束があるため最大応答値は制御力拘束が無い場合に比べて増加しているが、過制御力を作用させる可能性のある併用制御 B においては制御力に拘束があることで、それが押さえられる傾向にある(図-18)。

(3) 構造系の同定誤差の影響に関する検討

ここでは、構造系の物理特性値である質量 m 、剛性 k および減衰係数 c それぞれに、同定時の誤差が存在する場合、その誤差が各種の制御方式に与える影響について考察する。

解析モデルおよび条件は 4.(2) と同じとする。また同定誤差の影響についてのみ検討を行うため、1 ステップ将来の入力地震加速度には真の値を用いた。なお同定誤差としては質量 m 、剛性 k および減衰係数 c それぞれについて誤差が存在する場合を考える。従って状態量の予測値および制御力を求める式 (36) および式 (40) 中の ARMA 係数行列は、こうした誤差を含む物理特性値からその理論値を計算する。当然、物理特性値そのものも誤差を含んだ値を用いて制御力を計算することになる。

図-19~22 には、質量 m に誤差がある場合、図-23~26 には剛性 k に誤差がある場合のそれぞれについて各制御方式を採用したときの最大制御力および最大応答変位を示す。なお各物理特性値に対する誤差は±50%増とし、それぞれを対比して示す。また、減衰係数 c に関しては、後述するようにその影響がほとんどないため、

図には示さなかった。

a) 質量 m の同定誤差による影響

フィードバック制御では、質量 m が真の値に対して大きく同定されていると式 (40) からわかるように、制御力は誤差の分だけ大きくなりフィードバック制御としては過大な制御力が作用するが、その分外乱に関わる応答量が低減できるため最大応答値は誤差が無い場合に比べて低減する(図-21, 22)。逆に小さく同定されていると制御力が小さくなり最大応答値は大きくなる(図-19, 20)。

併用制御 A は、 r が大きな値ではフィードバック制御に等しく r が小さくなるに従って併用制御 C に近づく。

併用制御 B では、外乱相殺型の制御方式となる r の値は質量 m が真の値に対して大きく同定されると、式 (41) で計算される位置よりも左側に移動し(図-22)、小さく同定されると右側に移動することがわかる(図-20)。従って、式 (41) で求まる r の値では、質量が大きく同定されると過制御になり、小さく同定されると外乱相殺型の制御には到らないことがわかる。なお、図-20 および図-22 には、 r の値が 10 から式 (41) で求まる値の範囲の線を太くして示してある。

併用制御 C では、1 ステップ将来の入力地震加速度が真の値であっても、質量 m に誤差が存在することで外乱の予測値が左右され大きく影響を受けることになる。つまり、質量 m が真の値に対して大きく同定されると、併用制御 B でも示したように過制御となり、小さく同定されると外乱を全て相殺することはできず誤差が無い場合の併用制御 D のような制御方式となる。

併用制御 D は、質量 m が真の値に対して小さく同定された場合、併用制御 A と併用制御 C の間の値を示す(図-20)が、大きく同定された場合には β の影響によってその誤差が低減されるため併用制御 C よりも応答値は小さくなる(図-22)。

b) 剛性 k の同定誤差による影響

剛性 k の同定誤差による影響は、制御方式 B において過制御になるような範囲でやや影響がある程度で、それ以外は各制御方式ともにほとんど影響を受けない(図-23~26)。これは本モデルのような 1 自由度系では剛性 k の同定誤差が±50%程度では、式 (36) による状態量の予測値が大きくずれることはなく、また質量が真の値であり、予測される入力地震加速度も真の値を用いているため、外乱の予測値にも誤差が無いためと考えられる。

c) 減衰係数 c の同定誤差による影響

図には示さなかったが、各制御方式ともに減衰定数 c の同定誤差にはほとんど影響を受けなかった。これは、b) と同様な理由とともに、減衰係数 c が評価関数の中で直接評価されていないためと考えられる。

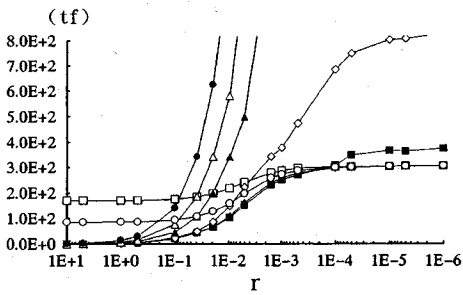


図-19 最大制御力 ($m-50\%$ 誤差)

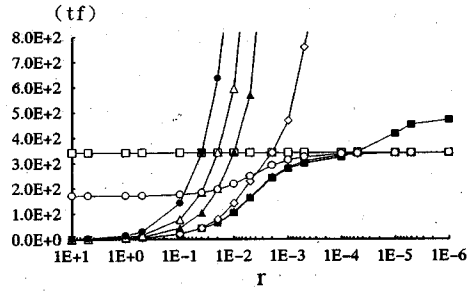


図-23 最大制御力 ($k-50\%$ 誤差)

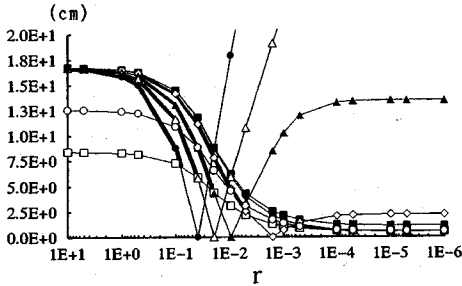


図-20 最大応答変位 ($m-50\%$ 誤差)

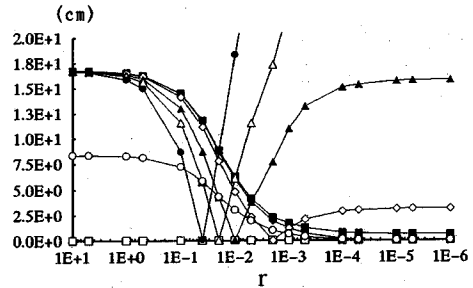


図-24 最大応答変位 ($k-50\%$ 誤差)

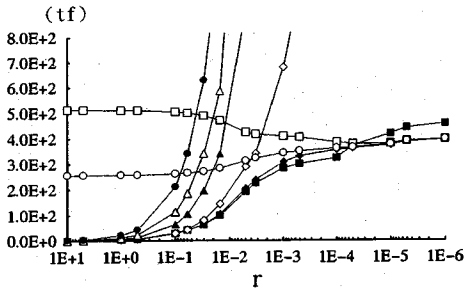


図-21 最大制御力 ($m+50\%$ 誤差)

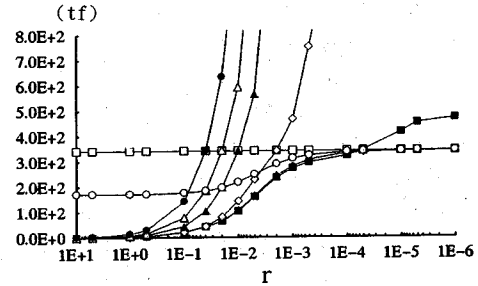


図-25 最大制御力 ($k+50\%$ 誤差)

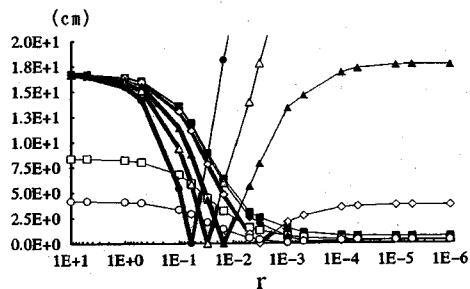


図-22 最大応答変位 ($m+50\%$ 誤差)

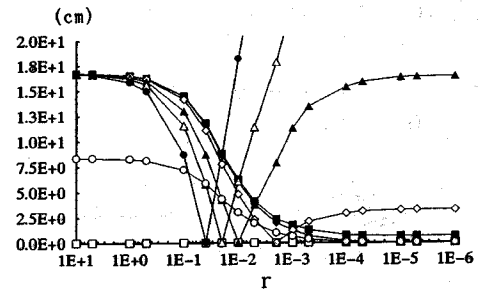


図-26 最大応答変位 ($k+50\%$ 誤差)

5. ま と め

本研究では、構造系を多変量 ARMA 型モデルで表現し、制御力を利用した同定手法を示すとともにニューラルネットワークとの関係を明確にした。また、制御を行う際の評価関数を離散化することで、多変量 ARMA 型モデルで表現されたシステムに対しても容易に適用でき

る形式とし、各種の瞬間最適予測制御則を定式化した。さらに、1 自由度系を対象にその基本特性と相互の関係について考察した。以下に本研究の成果をまとめる。

1) 多変量 ARMA 型モデルで表現されたシステムに対して制振装置の制御力を作用させることで、各係数行列を同定することができ、さらに同定された各係数行列から構造系の物理特性値を全て求めることができる。従っ

て必要に応じていつでも構造系を同定し、その物理特性値を把握することができる。

- 2) 本手法による同定・予測・制御は、物理的に意味のある重みを内蔵したニューラルネットワークとしても表現することができる。従って、同定された物理特性値を評価関数中に導入することが可能となる。また、本手法を適用すれば制御モードの学習は不要となる。
- 3) 外乱相殺型の制御を行う場合の ARMA 係数行列と評価関数中の重みとの関係を明確にした。また α を $0.0 \sim r/\Gamma_2$ (β を $0.0 \sim 1.0$) まで変化させることで、Yang の示した open-closed 制御から外乱相殺型の制御方式までを表現することができる。さらに、 α が r/Γ_2 (β が 1.0) を超えると過制御になる。
- 4) 各種の制御方式に対して、地震入力加速度に対する応答速度および制御力のパルス周波数伝達関数を考察することで、その基本的な周波数特性が明らかになった。
- 5) フィードフォワード併用制御は入力地震加速度の予測誤差に大きく影響されるが、予測誤差の影響を受けないフィードバック制御の割合が大きくなるに従ってその影響は低減する。また各制御方式ともに制御力に拘束があるとき応答値は増加する傾向にあるが過制御力を作用させる可能性のある場合にはそれを押さえる効果がある。
- 6) 質量に同定誤差がある場合、フィードバック + フィードフォワード併用制御は大きく影響されるが、剛性および減衰係数の同定誤差には各制御方式ともほとんど影響を受けない。

なお、本研究では 1 自由度系について考察したが、以上の議論は全状態量が観測可能な場合、新たな式を誘導することなく多自由度系へも容易に拡張することが可能である。さらに質量が一定で既知の場合、システムを表現する ARMA 係数行列を時変としてリアルタイムに同定することも可能である。

最後に、本研究は第二著者の指導のもとで、第一著者が行ったものである。

参考文献

- 1) J.N. Yang : CONTROL OF TALL BUILDINGS UNDER EARTHQUAKE EXCITATION, Journal of the

- Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.108, No.EM 5, pp.833-849, Oct., 1982.
- 2) J.N. Yang, A. Akbarpour and P. Ghaemmaghami : NEW OPTIMAL CONTROL ALGORITHMS FOR STRUCTURAL CONTROL, Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE, Vol.113, No.9, pp.1369-1386, Sep., 1987.
- 3) T. SATO, K. TOKI and K. SGIYAMA : OPTIMAL CONTROL OF SEISMIC RESPONSE OF STRUCTURE, Proceedings of JSCE, Vol.7, No.1, pp.191-200, Apr. 1990.
- 4) 酒井邦登・星谷勝：カルマンフィルターを用いたシールド位置の予測と制御，土木学会論文集，第 385 号／VI-7, pp.69-78, 1987 年 9 月。
- 5) 星谷勝・丸山収：多変量一次元 AR モデルの逐次同定法，土木学会論文集，第 416 号／I-13, pp.349-355, 1990 年 4 月。
- 6) 佐藤忠信・土岐憲三・橋本雅道：作用時間遅れを考慮した構造物の震動制御，土木学会論文集，第 428 号／I-15, pp.193-202, 1991 年 4 月。
- 7) 野田茂：遅延時間を考慮した非線形構造物の地震応答の予測制御，アクティブ制震（振）シンポジウム論文集，pp.17-24, 1992 年 3 月。
- 8) 佐藤忠信・土岐憲三・橋本雅道：ニューラルネットワークを用いた構造物の最適震動制御，アクティブ制震（振）シンポジウム論文集，pp.109-116, 1992 年 3 月。
- 9) 長門英明・吉田和夫：ニューラルネットワークによるアクティブ動吸振器の制御，機械学会論文集（C 編），58 巻 550 号，pp.69-75, 1992 年 6 月。
- 10) PI, Y.L. and Mickleborough, N.C. : Time Domain Modal Identification of a Linear Vibrating Structure UNICIV Report No.R-249, The University of New South Wales, April 1988.
- 11) 丸山収・相沢旬・星谷勝：ARMA モデルによる既存構造物の動特性の同定，土木学会論文集，第 416 号／I-13, pp.439-447, 1990 年 4 月。
- 12) 片山徹：応用カルマンフィルタ，朝倉書店，1983 年。
- 13) 有本卓：カルマンフィルタ，産業図書，1979 年。
- 14) 星谷勝・斎藤悦郎：建設技術者のためのデータ解析と応用（カルマンフィルタを中心として），鹿島出版会，1991 年。
- 15) 富沢稔：実用動的耐震設計法，オーム社，1983 年。
- 16) 加藤寛一郎：工学的最適制御（非線形へのアプローチ），東京大学出版，1991 年。

(1993. 3. 31 受付)

BASIC CONSIDERATION OF IDENTIFICATION, PREDICTION AND CONTROL

Yoshihito SAITO and Masaru HOSHIYA

A basic analysis is carried out on the identification, prediction and control on a single degree of freedom system. First, the responses of the system excited by an active control device installed on the system are effectively utilized to identify the dynamic properties of the system which is modeled by a multi variate ARMA model. Then, general modes of a instantaneous optimal prediction control rule are formulated in terms of the identified components of the coefficient matrix of the ARMA model and the weights included in the control objective function. Based on the formulation, a neural network is derived whose links have physically meaningful weights.