

# フレキシビリティ法による群杭基礎の動的解析と設計への提案

竹宮宏和\*・片山吉史\*\*

本論文は、群杭基礎の地盤との動的相互作用をフレキシビリティ法から、3次元厳密解析を、リング杭近似解析をとり、杭頭インピーダンスと有効入力動の算出法を示したものである。さらに例題解析から基礎入力時の杭基礎と上部構造物の慣性相互作用効果と地盤変形によるキネマチックな相互作用を評価している。モデル化手法として、地盤は薄層要素法からリング加振解によるグリーン関数を、杭体は集中加振下のはり要素の伝達マトリックス計算からグリーン関数を評価している。

**Key Words** : dynamic soil-pile-soil interaction, flexibility method, group piles, pile head impedance, effective input motion, ring pile analysis

## 1. ま え が き

最近のウォータ・フロント開発に伴い、土木・建築構造物は軟弱地盤にも深い杭基礎をもって建設される傾向にあるが、我が国の地震環境からみてこれらの設計は安全なものでなければならない。杭基礎形式には、表層地盤を貫通して支持層まで打設する先端支持形式を採用されることが多い。従って、その動力学的特徴は、杭のしなやかな剛性が上部構造物と連成し、構造物全体の固有周期を変化させることである。このため杭頭複素剛性(インピーダンス)を評価する多くの研究がなされてきた。いま一つの問題として、表層地盤の震動による変形の杭体への効果にも注目しなければならない。前者は慣性力による相互作用、後者はキネマチックな相互作用と呼ばれる。

杭の打設状況を見ると群杭形式が通常であるため、杭一地盤一杭の相互作用を考慮した3次元解析あるいはその効果的近似解法の開発が望まれる。これらは一部には簡易的に設計に取り込まれているが<sup>11,21</sup>、現象解析から明確にして耐震解析設計に導入することが肝要である。

ステート・オブ・アートとしての地盤と杭の動的解析の理論的研究をレビューすると、モデル化手法上、一樣地盤内の弾性波動論解<sup>31,41</sup>、離散化手法として地盤一杭系を多質点系モデル解<sup>51,61</sup>したもの、伝達マトリックス解<sup>71-91</sup>、有限要素モデル解<sup>101-121</sup>、地盤の近似波動論解あるいは3次元波動論解の下での杭のはり理論解、さらに地盤のグリーン関数を利用してサブストラクチャ法から杭との連成解を得る<sup>131-191</sup>などが挙げられる。

地盤と杭の相互作用解析法では、以上の離散化手法は基本的に、スティフネス法とフレキシビリティ法に分類

される。前者の解では、地盤と杭の支配方程式は、地盤と杭のスティフネスに基づくのでインターフェイスの未知変位をつりあい条件から導く<sup>131,141,181,191</sup>。一方、後者の手法では、それらのフレキシビリティを用いて、相互作用力を未知量とする支配方程式を同インターフェイスの変形適合条件に基づいて解く<sup>151,171</sup>。

一方、杭体の現行実務耐震設計においてみると、道路橋示方書<sup>11</sup>では  $K$ -値に基づいて Chang 公式から杭頭ばねを算定し、地盤震動による杭の応答は考慮されていない。旧国鉄基礎構造設計基準<sup>21</sup>では、後者も応答変位法で一応評価されている。

本研究は、以上の観点から、より厳密に群杭基礎の地盤との相互作用解析に対応できるための手法として、地盤の解析に薄層要素法<sup>211,221</sup>を、杭の解析には分布質量解を用いての伝達マトリックスを採って<sup>71,81</sup>、相互作用解析にフレキシビリティ法を適用している。それに基づいて、上部構造物の動的設計のために必要な基礎構造の動特性である杭頭インピーダンスと同有効入力動に注目しての解析例を他の解析法<sup>181,191</sup>との比較で示す。また、地盤変形を考慮した杭の合理的設計のために、慣性力による相互作用とキネマチックな相互作用による杭体のたわみおよび断面力分布について調べた。さらに平面歪状態での地盤ばねの評価の下で基礎入力状態に Chang 公式を適合させた近似解析法<sup>201</sup>を厳密解との比較から提案している。

## 2. 地盤一杭系の定式化

杭頭インピーダンスおよび杭頭有効入力(動):地盤との相互作用における杭の応答  $u_p$  を、線形重ね合わせの法則から、Fig.1のように、杭頭拘束系で地盤反力  $p_s$  によるもの

$$u_p = F_p p_s \dots \dots \dots (1)$$

と、フーチングの強制変位  $u_F$  による杭頭変位を与えた

\* 正員 工博 岡山大学教授 工学部土木工学科  
(〒700 岡山市津島中3-1-1)

\*\* 学生員 岡山大学大学院工学研究科

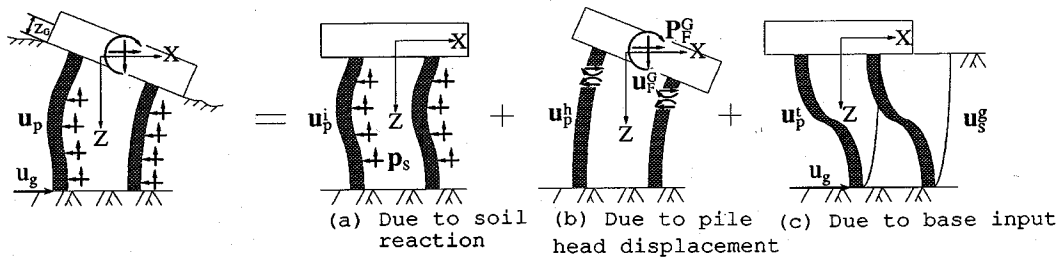


Fig.1 Soil-pile interaction analysis

ときのもの

$$u_p^h = \beta \alpha u_F \dots \dots \dots (2)$$

さらに、基盤変位  $u_g$  を与えたときのもの

$$u_p^g = \gamma u_g \dots \dots \dots (3)$$

に分けて考える。ここで  $F_p$  は杭頭拘束の状態でののはりのフレキシビリティマトリックス、 $\beta$ ,  $\gamma$  はそれぞれ杭頭、杭先端変位による変位影響関数を表し、 $\alpha$  は杭頭変位とフーチング中央変位  $u_F$  を関係付ける剛体結合マトリックスである。式 (1), (2), (3) より、杭体の全変形は

$$u_p = u_p^h + u_p^g + u_p^s = F_p p_s + \beta \alpha u_F + \gamma u_g \dots \dots \dots (4)$$

また、地盤の応答  $u_s$  は、杭からの作用力  $p_p$  によるもの

$$u_s^s = F_s p_p \dots \dots \dots (5)$$

と、基盤変位  $u_g$  を与えたときのもの

$$u_s^g = \delta u_g \dots \dots \dots (6)$$

に分け、それらの重ね合わせとして評価される。

$$u_s = u_s^s + u_s^g = F_s p_p + \delta u_g \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 $F_s$  は地盤のフレキシビリティマトリックス、 $\delta$  は変位影響マトリックスである。

地盤-杭系の運動は、弾性変形時の固着状態を仮定すると、力のつりあい条件

$$p_s + p_p = 0 \dots \dots \dots (8)$$

変位の適合条件

$$u_p = u_s \dots \dots \dots (9)$$

より記述され、支配方程式は式 (4) (7) より

$$(F_p + F_s) p_s = \beta \alpha u_F + (\gamma - \delta) u_g \dots \dots \dots (10)$$

上式をフーチングの変位を仮定して未知作用力  $p_s$  について解くと、杭に作用する地盤反力が得られる。

つぎに杭頭断面力の評価を地盤反力によるものと、杭頭変形および杭先端変位 (基盤変位) によるものとの和でとる。前者をフーチング重心での合力に変換して表すと、

$$p_F^s = (\beta \alpha)^T p_s \dots \dots \dots (11)$$

一方、後者は杭頭変形によるものとして杭体自身の杭頭インピーダンス  $K_{ph}$  を定義して

$$p_F^h = \alpha^T p_{ph} = (\alpha^T K_{ph} \alpha) u_F \dots \dots \dots (12)$$

そして杭先端変位による杭頭力を  $p_F^h$  とすると

$$p_F^h = \alpha^T p_{ph}^g u_g \dots \dots \dots (13)$$

したがって、フーチング重心への全作用力は、

$$p_F = p_F^s + p_F^h + p_F^g \dots \dots \dots (14 \cdot a)$$

$$= \alpha^T [\beta^T (F_p + F_s)^{-1} \beta + K_{ph}] \alpha u_F + \alpha^T [\beta^T (F_p + F_s)^{-1} (\gamma - \delta) + p_{ph}^g] u_g$$

$$= K_F^s u_F + P_F^g u_g \dots \dots \dots (14 \cdot b)$$

ここに

$$K_F^s = \alpha^T [\beta^T (F_p + F_s)^{-1} \beta + K_{ph}] \alpha \dots \dots \dots (15)$$

は地盤と杭の動的相互作用における杭頭インピーダンス関数を剛体フーチングの自由度において評価したものである。また

$$P_F^g = \alpha^T [\beta^T (F_p + F_s)^{-1} (\gamma - \delta) + p_{ph}^g] u_g \dots \dots \dots (16)$$

は、杭頭有効入力と呼ばれ、基盤入力動  $u_g$  を受けた時の杭頭を固定、つまりフーチングの動きを固定拘束する力の符号をかえたものに相当する。そして

$$u_F^* = (K_F^s)^{-1} P_F^g u_g \dots \dots \dots (17)$$

は、杭頭有効入力動と呼ばれ、上記の固定拘束力を杭頭インピーダンスで解除したときの運動 (キネマチックな相互作用) として定義される。

本研究では、動的サブストラクチャ化において接触体法<sup>19)</sup>を採用していることにより、杭体の密度、弾性定数は地盤分だけ低減した値を使用する。また杭面に働く地盤反力は厳密な表面力の分布ではなく、杭への作用力 (合力) の観点からフーリエ級数展開を仮定したリング加振解<sup>21)</sup>を利用している。

### (1) 単杭-地盤系の定式化

剛体フーチングの変位を鉛直並進  $w$ ,  $x$ -軸方向並進  $u$  と  $y$ -軸まわり回転  $\phi$  の自由度で定義する。つまり

$$u_F = \{w \ u \ \phi\}^T \dots \dots \dots (18)$$

杭と地盤のインターフェイス (半径  $r$ ) の応答をフーリエ級数展開して評価する。したがって、前節の杭軸応答は、杭周面において考慮されなければならない。杭の動的挙動において、地盤との完全な密着状態を仮定する。

(i) 鉛直振動：フーリエ級数展開項より、フーリエ次数  $n=0$  の  $x$ -軸に関しての対称モードを選択する。

$$u_z = \hat{u}_z^{0s} \dots \dots \dots (19)$$

鉛直 ( $z$ -軸) 方向において相互作用力  $P_z$  が周辺地盤反力とつりあうから、単位ラジアン当たりの表面力を  $f_z$  (フーリエ振幅  $\hat{f}_{z,p}^{0s}$ ) として

$$P_z = \int_0^{2\pi} f_{z,p} r d\theta = 2\pi r \hat{f}_{z,p}^{0s} \dots \dots \dots (20)$$

変位の適合条件は、杭変位が杭軸の変位としてとられる (杭断面を剛面仮定) ので、鉛直方向に

$$\hat{u}_z^{0s} = u_z^0 \dots \dots \dots (21)$$

前節の杭の縦振動に応じるフレキシビリティを式 (20) を考慮してフーリエ振幅において導入すると、

$$\hat{u}_z^{0s} = -(\hat{F}_{s,zz}^{0s} + 2\pi r F_{p,v}) \hat{f}_{z,p}^{0s} \dots \dots \dots (22)$$

また、フーチング変位と杭体の応答の関係を影響関数  $\beta_v$  (ここでは添字  $V$  を付す) を用いて表すと

$$u_z = \beta_v w_F \dots \dots \dots (23)$$

これに式 (21) と式 (22) を代入すると、

$$\beta_v w_F = -(\hat{F}_{s,zz}^{0s} + 2\pi r F_{p,v}) \hat{f}_{z,p}^{0s} \dots \dots \dots (24)$$

(ii) 水平並進と回転の連成振動： $x$ -軸方向に働く相互作用力を  $P_x$ 、フーリエ次数  $n=1$  の  $x$  軸に関しての対称モードに対応する周辺地盤反力を半径方向に単位ラジアン当たり  $f_r$ 、接線方向に  $f_\theta$  として ( $\hat{f}_r^{1s}$  と  $\hat{f}_\theta^{1s}$  はそれぞれのフーリエ振幅)、水平方向のつりあいから

$$P_x = \int_0^{2\pi} (f_r \cos\theta - f_\theta \sin\theta) r d\theta = \pi r (\hat{f}_{r,p}^{1s} + \hat{f}_{\theta,p}^{1s}) \dots \dots \dots (25)$$

変位の適合条件は水平方向に杭軸の変位を  $u_x^0$  とすると

$$\hat{u}_r^{1s} = \hat{u}_\theta^{1s} = u_x^0 \dots \dots \dots (26)$$

前節の杭の横振動に応じるフレキシビリティと式 (25) を考慮してフーリエ振幅において導入し、杭体変位影響関数  $\beta_H$  (水平並進に関して)、 $\beta_R$  (回転に関して) を用いて

$$\begin{bmatrix} \beta_H & -\beta_R \\ \beta_H & -\beta_R \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \phi \end{Bmatrix}_F$$

$$= - \begin{bmatrix} \hat{F}_{s,rr}^{1s} + \pi r F_{p,H} & \hat{F}_{s,r\theta}^{1s} + \pi r F_{p,H} & \hat{F}_{s,rz}^{1s} \\ \hat{F}_{s,\theta r}^{1s} + \pi r F_{p,H} & \hat{F}_{s,\theta\theta}^{1s} + \pi r F_{p,H} & \hat{F}_{s,\theta z}^{1s} \\ \hat{F}_{s,zr}^{1s} & \hat{F}_{s,z\theta}^{1s} & \hat{F}_{s,zz}^{1s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{f}_r \\ \hat{f}_\theta \\ \hat{f}_z \end{Bmatrix}_p \dots \dots \dots (27)$$

以上の式 (24)、(27) よりそれぞれの振動モードに対しての地盤反力  $\hat{f}_p$  について解くことができる。

式 (14) での直交座標系 ( $x-z$  面) 杭頭力は、当該フーリエ振幅から求められるが、杭の横振動に関しては断面の並進と共に曲げに対応した回転自由度があり、したがってフーリエ級数展開

$$H_p^{(\theta)} = \text{diag} \{ \cos\theta - \sin\theta \cos\theta : \sin\theta \cos\theta \sin\theta \} \dots \dots \dots (28)$$

と、その円筒座標から直交座標への変換マトリックスよりフーチングの自由度への変換が求まる。その結果、

$$P_p^0 = \begin{Bmatrix} P_x \\ P_z \\ M_y \end{Bmatrix}_F = \alpha^T \pi r \begin{Bmatrix} \hat{f}_r \\ \hat{f}_\theta \\ \hat{f}_z \\ \hat{m}_r \\ \hat{m}_\theta \end{Bmatrix}_{ph} \dots \dots \dots (29)$$

ただし  $\alpha$  は

$$\alpha^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ z_G & z_G & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (30)$$

杭頭変形および杭先端変位による杭頭力は式 (12)、(13) から計算されるが、これらもフーリエ級数展開によってまず求められるので、次式で直交座標系に変換される。

$$P_p^0 = \pi r \alpha^T \{ \hat{f}_r, \hat{f}_\theta, \hat{f}_z, \hat{m}_r, \hat{m}_\theta, \hat{m}_z \}_{ph} \pi^T \dots \dots \dots (31)$$

$$P_p^0 = \pi r \alpha^T \{ \hat{f}_r, \hat{f}_\theta, \hat{f}_z, \hat{m}_r, \hat{m}_\theta, \hat{m}_z \}_{ph} \pi^T \dots \dots \dots (32)$$

(2) リング杭による地盤-群杭系の定式化

群杭の配置が  $z$ -軸に関して対象であると、同一径上のこれらの挙動を記述するのにフーリエ級数に展開するリング杭解析法が有効である。この場合、杭の配置は離散的であり、一方、地盤は連続であるので、変位適合はリング上 (各杭軸のなす半径  $R$ ) であり、力のつりあいは同径上の一週の仮想仕事式を等値する規範に基づく。したがって

$$\sum_{p=1}^{N_p} \delta U_p^T (R, \theta_p, z) P_p (R, \theta_p, z) + \int_0^{2\pi} \delta U_s (R, \theta, z) P_s (R, \theta, z) R d\theta = 0 \dots \dots \dots (33)$$

よって  $N$  本の杭-地盤系のフレキシビリティは

$$\hat{F}_{s+p} = \hat{F}_s + \left( \frac{2\pi R}{N} \right) \hat{F}_p \dots \dots \dots (34)$$

群杭基礎の挙動をフーリエ級数展開から記述するためには、単杭の横振動解および縦振動解に基づくフレキシビリティを、それに相当するようにフーリエ振幅に対応したフレキシビリティとして与える必要がある。

(i) 鉛直振動：フーリエ次数  $n=0$  の  $x$ -軸に関しての対称モードを選択する。その時のフーリエ振幅に関しての変位、応力の関係は、

$$\begin{Bmatrix} \hat{u}_r \\ \hat{u}_z \end{Bmatrix}^{0s} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \beta_v \end{Bmatrix}_p w_F \dots \dots \dots (35)$$

$$\begin{Bmatrix} \hat{u}_r \\ \hat{u}_z \end{Bmatrix}_p^{0s} = \begin{bmatrix} \hat{F}_{s,rr}^{0s} + \left( \frac{2\pi R}{N} \right) F_{p,H} & \hat{F}_{s,rz}^{0s} \\ \hat{F}_{s,zr}^{0s} & \hat{F}_{s,zz}^{0s} + \left( \frac{2\pi R}{N} \right) F_{p,v} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{f}_r \\ \hat{f}_z \end{Bmatrix}_p \dots \dots \dots (36)$$

(ii) 水平と回転の連成振動：フーリエ次数  $n=1$  の対称モードを選択する。その時、フーリエ振幅に関して

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_r \\ \mathbf{u}_\theta \\ \mathbf{u}_z \end{Bmatrix}_p^{1s} = \begin{bmatrix} \beta_H & -\beta_R \\ \beta_H & -\beta_R \\ 0 & R\beta_V \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \phi \end{Bmatrix}_F$$

$$= \begin{bmatrix} \hat{F}_{s,rr}^1 + \left(\frac{2\pi R}{N}\right) F_{p,H} & \hat{F}_{s,r\theta}^0 & \hat{F}_{s,rz}^0 \\ \hat{F}_{s,\theta r}^0 & \hat{F}_{s,\theta\theta}^1 + \left(\frac{2\pi R}{N}\right) F_{p,H} & \hat{F}_{s,\theta z}^0 \\ \hat{F}_{s,zr}^0 & \hat{F}_{s,z\theta}^0 & \hat{F}_{s,zz}^1 + \left(\frac{2\pi R}{N}\right) F_{p,V} \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \hat{f}_r \\ \hat{f}_\theta \\ \hat{f}_z \end{Bmatrix}_p^{1s} \dots\dots\dots (37)$$

以上よりそれぞれの振動モードに対しての相互作用力  $\hat{f}_p = \{\hat{f}_r, \hat{f}_\theta, \hat{f}_z\}_p$  について解くことができ、フーリエ級数展開より杭頭インピーダンスを求めることができる。

基盤水平入力動に対する杭頭有効入力は、同径  $R$  上の各杭頭での和としてフーリエ次数  $n=1$  の展開の結果から評価される。

$$P_{ph}^* = \left(\frac{N}{2}\right) \alpha^T \{\hat{f}_r, \hat{f}_\theta, \hat{f}_z, \hat{m}_r, \hat{m}_\theta, \hat{m}_z\}_{ph}^T \dots\dots\dots (38)$$

杭頭有効入力の式 (16) において、基盤動によって生じる地盤変形は、1次元波動解析に基づくため、それらをリング杭の周上におけるフーリエ級数展開として評価する。つまり、 $n=1$  の対称フーリエ次数の展開で置き換える。

$$\hat{\delta}(z) = \{\hat{\delta}_r(z), \hat{\delta}_\theta(z), \hat{\delta}_z(z)\}^T = \{1 \ 1 \ 0\}^T \delta(z) u_\theta \dots\dots\dots (39)$$

$$\hat{\gamma}(z) = \{\hat{\gamma}_r(z), \hat{\gamma}_\theta(z), \hat{\gamma}_z(z)\}^T = \{1 \ 1 \ 0\}^T \gamma(z) u_\theta \dots\dots\dots (40)$$

なお、中心杭を有するリング杭解析では上述の単杭解析とリング杭解析を併せて用いる必要がある。

(3) 3次元解析による定式化

群杭において杭と杭との地盤を介しての動的相互作用を厳密に捉えるために群杭-地盤系を3次元解析によって評価する。その際、地盤と杭の力のつり合い、変位の適合条件を各杭軸上で評価する。よって地盤フレキシビリティは、 $i$ -杭位置での加振状態から  $j$ -杭位置の応答を評価した

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_x \\ \mathbf{u}_z \end{Bmatrix}_s^j = \begin{bmatrix} F_{xx} & F_{xz} \\ F_{zx} & F_{zz} \end{bmatrix}_{ss}^{ij} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_x \\ \mathbf{p}_z \end{Bmatrix}_s^i \dots\dots\dots (41)$$

を重ね合わせ、 $N$  本杭に対する3次元フレキシビリティを評価できる。

$$F_s = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & F^{ij} & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \dots\dots\dots (42)$$

また、杭体のフレキシビリティは、先に求めたフレキシビリティ  $F_{p,H}$ ,  $F_{p,V}$  より

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_x \\ \mathbf{u}_z \end{Bmatrix}_p^i = \begin{bmatrix} F_{p,H} & \\ & F_{p,V} \end{bmatrix}_{pp}^{ii} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_x \\ \mathbf{p}_z \end{Bmatrix}_s^i \dots\dots\dots (43)$$

を重ね合わせて、

$$F_p = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & F_p^{ii} & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \dots\dots\dots (44)$$

式 (42), (44) より

$$F_{s+p} = F_s + F_p \dots\dots\dots (45)$$

3. キネマティックな相互作用を考慮した基礎と上部構造物の慣性連成振動

動的サブストラクチャ法から下部構造物と上部構造物の慣性連成振動の定式化を図る。上部構造物の支配方程式は、曲げせん断型の構造物では水平並進が卓越するので、回転自由度を縮合(ただし、構造物の下端は剛体フーチングに適合した自由度となるため、回転成分を残す)した後は、

$$M_{sup} \ddot{\mathbf{u}}_{sup} + C_{sup} \dot{\mathbf{u}}_{sup} + K_{sup} \mathbf{u}_{sup} = -M_{sup} [1 \ h] \ddot{\mathbf{x}}_F \dots\dots\dots (46)$$

ここで、 $M, C, K$  はそれぞれ質量、減衰および剛性マトリックスを表し、外力項は杭基礎の解析から、式 (14) より求められる。

$$\begin{Bmatrix} Q \\ M \end{Bmatrix}_{sub} = \begin{bmatrix} K_{\delta\delta}^* & K_{\delta\theta}^* \\ K_{\theta\delta}^* & K_{\theta\theta}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \theta \end{Bmatrix}_F + \begin{Bmatrix} P_{\delta}^* \\ P_{\theta}^* \end{Bmatrix} u_\theta \dots\dots\dots (47)$$

したがって、杭基礎と上部構造物の慣性連成振動に関する支配方程式はフーチング重心におけるつりあい式より

$$\begin{Bmatrix} Q \\ M \end{Bmatrix}_{sub} + \begin{Bmatrix} Q \\ M \end{Bmatrix}_{sup} = 0 \dots\dots\dots (48)$$

いま、上部構造物が簡単に1自由度系で表されると、これらの動特性である固有振動数  $\omega_0$ 、減衰定数  $\xi$  を用いて上部構造物の慣性力は、

$$\begin{Bmatrix} Q \\ M \end{Bmatrix}_{sup} = -\omega^2 \begin{bmatrix} m_F & 0 \\ 0 & J_F \end{bmatrix} + m_s \left( \frac{i2\xi(\omega_0/\omega) + (\omega_0/\omega)^2}{(\omega_0/\omega)^2 + i2\xi(\omega_0/\omega) - 1} \right) \begin{bmatrix} 1 & h \\ h & h^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \theta \end{Bmatrix}_F u_\theta \dots\dots\dots (49)$$

ただし  $m_F, J_F, m_s, h$  はそれぞれフーチング質量、同質量回転慣性、上部構造物質量、フーチングから上部構造物までの高さである。

これと式(47)をつりあい式(48)に代入すると剛体フーチングの応答は、

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \theta \end{Bmatrix}_F = \left[ \omega^2 \begin{bmatrix} m_F & 0 \\ 0 & J_F \end{bmatrix} + m_s \left( \frac{i2\xi(\omega_0/\omega) + (\omega_0/\omega)^2}{(\omega_0/\omega)^2 + i2\xi(\omega_0/\omega) - 1} \right) \begin{bmatrix} 1 & h \\ h & h^2 \end{bmatrix} \right]$$

**Table 1** Soil Properties for Model 1

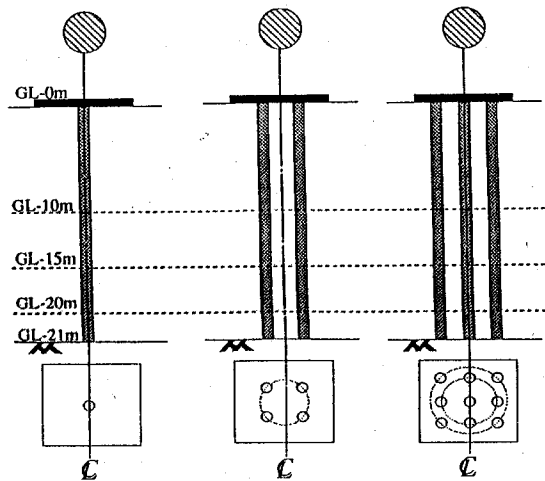
Layers	Layer Thickness	Shear Velocity	Unit Weight	Poisson Ratio	Damping
1	10 m	150 m/s	1.6 tf/m <sup>3</sup>	0.49	0.05
2	5	160	2.0	0.49	0.13
3	5	210	2.0	0.49	0.10
4	24	500	2.4	0.45	0.02

**Table 2** Pile Properties for Model 1 and Model 2

Concrete Pile	Dimensions and properties
Diameter	3 m
Spacing	7.5 m
Young's Modulus	2.50 x 10 <sup>6</sup> tf/m <sup>2</sup>
Unit Weight	2.5 tf/m <sup>3</sup>

**Table 3** Soil Properties for Model 2

Layer Thickness	Shear Velocity	Unit Weight	Poisson Ratio	Damping
20 m	160m/s	1.5 tf/m <sup>3</sup>	0.49	0.1



**Fig. 2** Pile foundation system for Model 1 and Model 2

**Table 4** Superstructure Properties for Model 2

Piles	Footing Weight	Super-mass	Period	Damping
Single (c.f. Table 2)	250 tf	625/2500/10000 tf	0.25/0.5/1.0s	0.02

$$- \begin{bmatrix} K_{\beta\beta} & K_{\beta\theta} \\ K_{\theta\beta} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} P_{\beta} \\ P_{\theta} \end{Bmatrix} u_g \dots \dots \dots (50)$$

さらに、この結果から上部構造物の全体応答が次式より計算される。

$$x = u_F + h\theta_F + u_{sub} \dots \dots \dots (51)$$

この1自由度系の応答を、固有振動数  $\omega_0$  を変化させて、減衰定数  $\xi$  をパラメータに応答スペクトルを作成し、地盤との相互作用における設計用応答スペクトルとする。

#### 4. 数値解析例と考察

解析モデルには、次の2種類の杭基礎を対象とした。

**Fig. 2** に示す Model 1 は、地盤の物性が **Table 1** のように深さ方向に異なる成層構成で、下方境界は半無限基礎を仮定し、薄層要素解析のためサブ要素を採り 21 層とした。杭は場所打ちコンクリート杭で **Table 2** の諸元を有し、先端自由とする。杭の配置は正方配列で、杭間隔 7.5 m ピッチの 4 本、9 本杭から構成される。Model 2 は、剛基盤上の一様な成層地盤 (**Table 3**) 中の先端支持形式の単杭モデル (**Table 2**) で、**Table 4** に示す 1 自由度を仮定したフーチングを含む上部工を備える。薄層要素解析のため地盤を各 2 m に等分割し 10 層とした。

##### (1) 杭頭インピーダンス

Model 1 の解析を杭頭インピーダンスに関してステイフネス法との比較において行い、その結果を **Fig. 3** に示す。水平、回転、連成、鉛直の各成分において低振動数帯域での各解析手法の差はほとんど無く、数値的な計算上の誤差の範囲で一致していると言える。単杭の水平、回転、鉛直の各成分の実数部は、杭の振動形態に対応した地盤の遮断振動数までは  $(c - a\omega^2)$  の形に変化し、振動数がこれより高くなるとほぼ一定の様相である。虚数部は遮断振動数までは与えられた内部減衰に相当して

一定値を示しているが、これより高い振動数では振動数に比例的である。群杭インピーダンスも鉛直成分以外は単杭とほぼ同様な傾向にある。特に水平成分に関しては杭本数  $N$  による群杭効果は、実数部、虚数部共に  $1/\sqrt{N}$  の比例関係にあることが判る。

##### (2) 振動数応答

**Fig. 4** は Model 2 の上部質量、フーチングの振動数応答、有効入力動、自然地盤応答を基底動  $u_g$  に対する応答倍率で描いたものである。これより地盤と構造物の動的相互作用効果をそれぞれの固有周期の関係において評価することができる。以下、地盤の卓越周期を  $T_{soil}$ 、上部構造物の固有周期を  $T_{struc}$  とする。(i)  $T_{struc} < T_{soil}$  のときは連成振動系において、上部構造物は固有振動数 (4 Hz) よりやや低い振動数で共振するが、卓越モードは地盤の固有振動数である。このときの上部構造物の影響は近似的に剛体としての慣性力となって基礎へ作用する。(ii)  $T_{struc} = T_{soil}$  のときは、地盤と構造物の間で共振状態が生じ、それらの振動の逆位相関係から上部構造での非常に大きな応答となり、一方フーチングの振動は抑えられる。(iii)  $T_{struc} > T_{soil}$  のとき地盤震動は僅かながら上部構造物の応答に貢献するが、構造物自身の固有振動が卓越する。

##### (3) 上部慣性系と地盤震動系による杭体断面力

本解析においては杭体の耐震性解析を上部構造物からの慣性力によるものと地盤震動によるものを考慮に入れた全体系と、上部構造物の慣性力を取り去り、地盤の震動のみを考慮した地盤震動系において動的解析を行っ

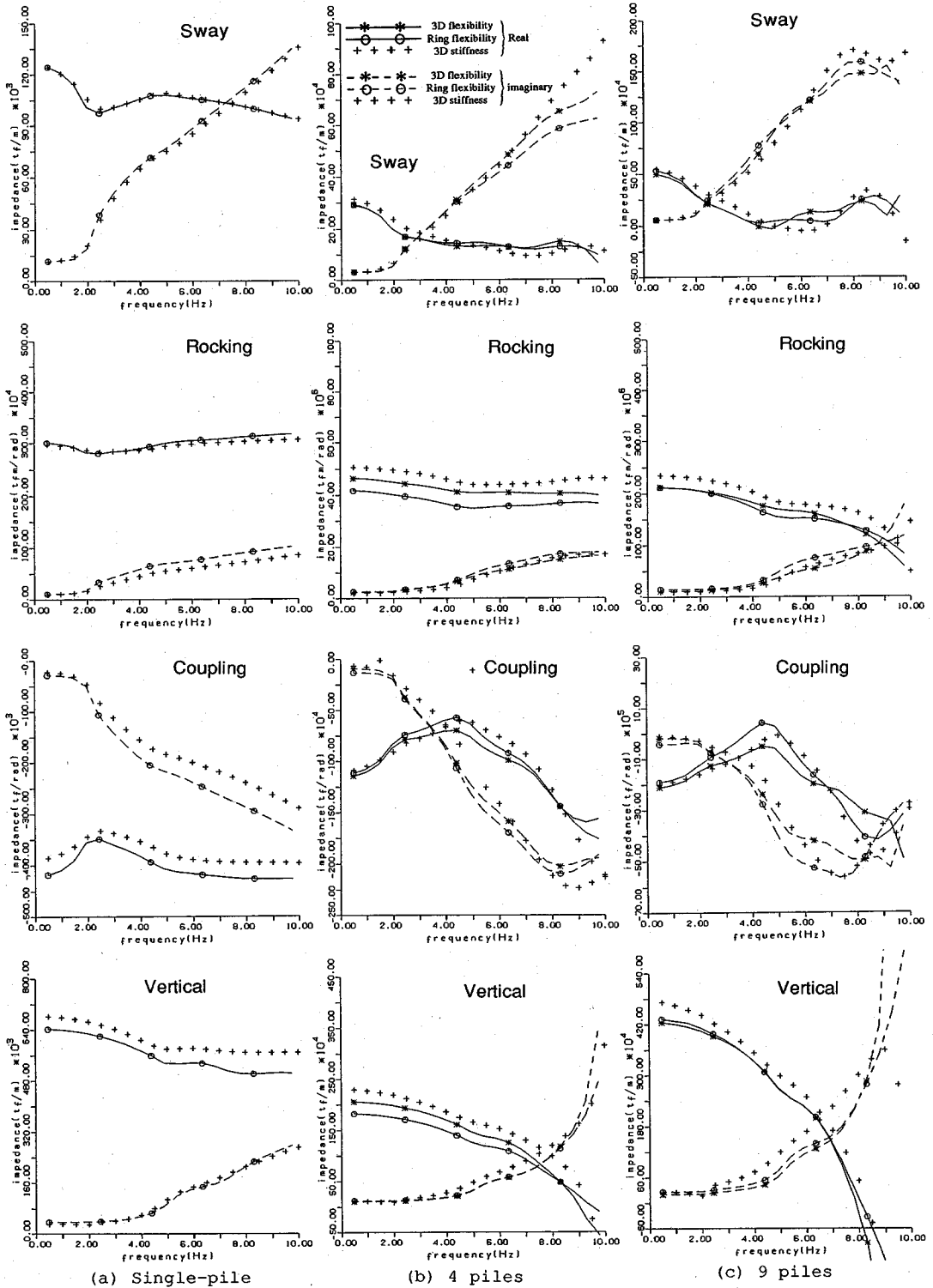


Fig.3 Pile head impedance functions, Model 1

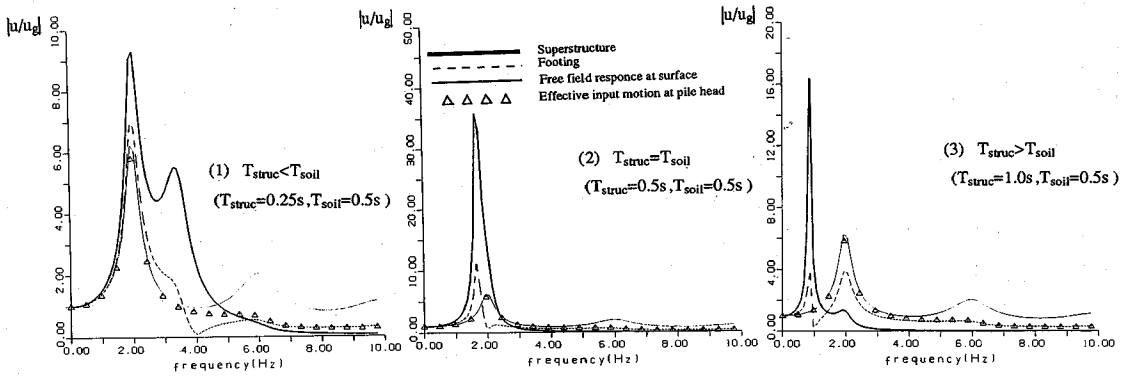


Fig.4 Frequency response function, Model 2

た。従って、地盤震動系、全体系のそれぞれの杭体のたわみおよび断面力（曲げモーメント）の差が慣性力による影響となる。解析モデルは、Model 2で、地盤の卓越周期は  $T_{soil}=0.5(s)$ 、上部構造物の固有周期は  $T_{struc}=0.25, 0.5, 1.0(s)$  と変化させ、それぞれについて代表的な振動数（1, 2, 4, 6 Hz）で解析を行い、その結果を Fig.5 に示した。全体系の応答値を太線で、地盤震動系の応答値を細線で、上部質量の慣性力効果を破線で示す。杭体の応答は、全般的に杭頭付近で慣性力の貢献度が卓越しており、一方杭先端では地盤震動の貢献度が卓越している。また杭先端が固定のため地盤震動系、全体系ともに杭先端付近の曲げモーメントが大きく出ているが、杭先端がピン結合であればその断面で曲げモーメントはゼロとなるのでその傾向は無くなる。

地盤の卓越周期  $T_{soil}$  と上部構造物の固有周期  $T_{struc}$  の関係において、両者の一致する共振状態 ( $T_{soil}=T_{struc}$ ) では、上部構造物の慣性力が杭の変形を減少させる方向で働き、杭頭に大きな曲げモーメントを発生させている。共振状態を離れるとその効果は小さくなる。両周期の大小関係によって慣性力の効果は逆で、 $T_{soil} > T_{struc}$  のとき構造物の共振時の慣性力は地盤振動による変形を増加させ、 $T_{soil} < T_{struc}$  のとき減少させている。地盤の卓越振動数を越えた振動数領域では、構造物の固有振動数より高いと慣性力の効果は小さく無視できる程になる。そしてそのほとんどが地盤震動による応答となる。地盤の卓越振動数より低い振動数領域では、慣性力の効果が値は小さいが支配的である。

次に、道路橋示方書の Chang 公式を先端支持杭に修正した式を採り、地盤とのキネマチックな相互作用と上部構造物との慣性力相互作用効果を杭体のたわみと断面力（曲げモーメント）について調べた<sup>20)</sup>。ここで Chang 公式における地盤反力係数は、平面歪仮定に基づいて算定した<sup>7)-9)</sup>。本解析と修正 Chang 公式による結果を比較すると、地盤の卓越振動数（1 Hz）と高振動数（6 Hz）では、やや差がみられるものの全般にかなり

良い一致を示している。

### 5. 結 論

本研究は、群杭と地盤との動的相互作用解析を 3 次元解析とその効率的近似解法としてのリング杭解析法から行ったが地盤解析には薄層要素法、杭解析には分布質量解を用いての伝達マトリックス法を採り、定式化にはフレキシビリティ法を用いた。杭基礎構造物における杭頭動特性に注目して、本解と他の解析手法との比較検討を行った。また、上部構造物からの慣性力と基盤動による地盤変形の 2 つの作用形態による杭体の応答を調べ、道路橋示方書の Chang 公式を修正したものとの比較も行った。

以下に、例題解析を通して得られた結果を列挙する。

- 1) 群杭解析における厳密な 3 次元解析と近似リング杭解析との比較からは、杭頭インピーダンスは、後者の手法によっても非常に良い精度で評価でき、その有効性が認められた。
- 2) 単杭の水平、回転、鉛直の各インピーダンスにおいての近似式は

$$Im k_x(\omega) = \begin{cases} k_x^0(1-a\omega^2); & \omega < \omega_c \\ d; & \omega > \omega_c \end{cases}, x=H, V, \theta$$

$$Im k_x(\omega) = \begin{cases} b; & \omega < \omega_c \\ c\omega; & \omega > \omega_c \end{cases}, x=H, V, \theta$$

の形に表現される。ただし  $\omega_c$  は杭の振動形態に対応した地盤の遮断振動数  $a, b, c, d$  は定数である。特に重要な水平杭頭インピーダンスは実数部、虚数部共に杭本数 ( $N$ ) と  $1/\sqrt[3]{N}$  の関係にあり、したがって杭頭ばねにこの群杭効率を導入すれば、同減衰係数は単杭から得られるものを採用すればよい。

- 3) 杭体の変形、断面力において、地盤の卓越周期が上部構造物の固有周期より長いとき、キネマチックな相互作用効果は慣性力による相互作用より支配的である。また構造物が地盤と共振するとき、地盤の卓越周期より

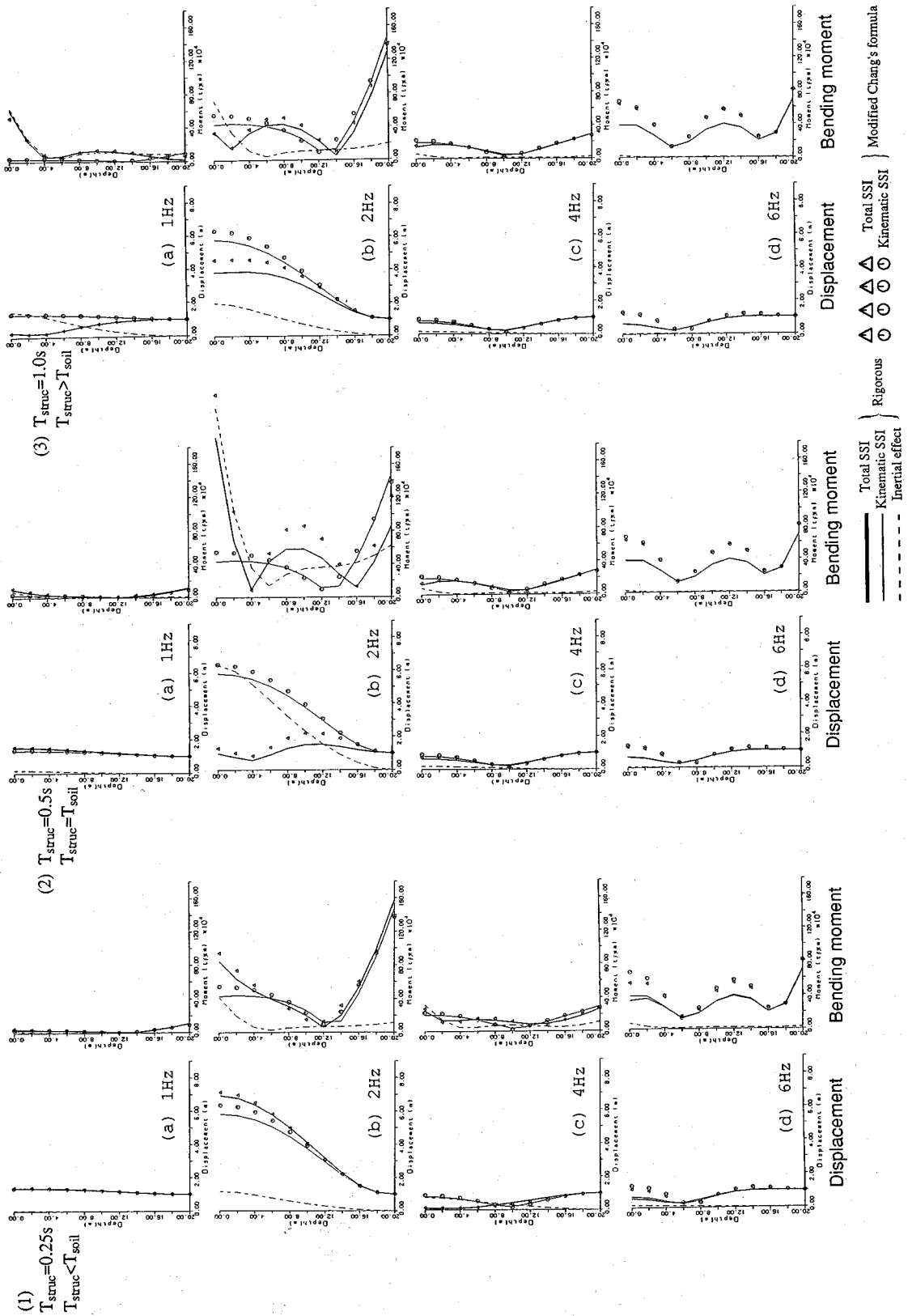


Fig.5 Pile behavior under inertial and kinematic interactions, Model 2



長い周期のとき慣性力相互作用が支配的になる。

4) 本論文の厳密解との比較で、平面歪仮定に基づく地盤反力による修正 Chang 公式は、杭体の変形、断面力を工学的な精度で評価できることが判った。

最後に、スティフネス法による杭頭インピーダンスは、高速道路技術センターに設置された、高橋脚橋梁の耐震設計法に関する検討委員会(平成2年度-4年度;委員長:京都大学名誉教授 山田善一)の御厚意で使用させて頂きました。ここに改めて感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) 日本道路協会:道路橋示方書・同解説 V, 耐震設計編, 平成2年2月.
- 2) 土木学会:国鉄建造物設計標準解説, 基礎構造物・杭土圧構造物, pp.97-98, 1986.
- 3) Tajimi, H.: Dynamic Analysis of a Structure, Proc.4th World Conf. Earthquake Engineering, Vol.4-6, pp.54-69, 1969.
- 4) Novak, M. and T. Nogami: Soil-Pile Interaction in Horizontal Vibration, Earthq. Eng. and Struct. Dyn., Vol.5, pp.263-281, 1977.
- 5) Penzien, J.: Soil-Pile Foundation Interaction, Earthquake Engineering, R.L. Weigel, ed., Prentice-Hall, Inc., Englewood, Cliffs, N.J., pp.349-381, 1970.
- 6) 河村:埋立軟弱地盤に建つ杭支持建物の地震観測と解析, 日本建築学会大会学術講演梗概, 1975.
- 7) Takemiya, H. and Y. Yamada: Layered Soil-Pile-Structure Dynamic Interaction, Earthq. Eng. and Struct. Dyn. Vol.9, pp.437-457. 1981.
- 8) Takemiya, H. and Y. Yamada: Dynamic Soil-Deep Pile High Bridge Pier Interaction During Earthquake Motions, Proc. JSCE, No.318, pp.51-64. 1982.
- 9) Takemiya, H. and Y. Yukawa: Dynamic Analysis of Grouped Pile Foundation in Layered Soil, Struct. Eng./Earthq. Eng., Vo.3, No.1, 183s-193s. 1986.
- 10) Novak, M. and F. Aboul-Ella: Impedance Functions of Piles in Layered Media, J. Eng. Mech Div., ASCE, Vol.104, No. EM 3 pp.643-661. 1978.
- 11) Tyson, R. and E. Kausel: Dynamic Analysis of Axisymmetric Pile Groups, M.I.T. Report No.751. 1983.
- 12) Takemiya, H.: Ring-Pile Analysis for a Grouped Pile Foundation Subjected to Base Motion, Struct. Eng./Earthq. Eng., Vo.3, No.1, 195s-202s. 1986.
- 13) Chapel, F. and J.M. Crepel: 3-D Analysis of a Group of Piles in a Multilayered Soil Submitted to a Seismic Field-Comparison with Experiments, Proc. 5th Int. Conf. Num. Meth. Geomech. pp.867-873. 1985.
- 14) 長谷川・中井:杭基礎のインピーダンス関数に基づいた群杭効率の研究, 日本建築学会構造系論文報告集, No.417, pp.133-145, 1990.
- 15) Kaynia, A.M. and E. Kausel: Dynamic Behavior of Pile Groups, Proc. 2nd Int. Conf. Num. Meth. in Offshore Piling, pp.509-532, 1982.
- 16) 小堀他:群杭の動的インピーダンスに関する研究, その1), 2), 日本建築学会大会学術講演梗概, pp.2419-2420, 1988.
- 17) Sen, R., E. Kausel and P.K. Banerjee.: Dynamic Analysis of Piles and Pile Groups Embedded in Nonhomogeneous Soils, Int. J. Num. Analy. Method in Geomechanics, Vol.9, pp.507-524, 1985.
- 18) 高野:サブストラクチャ法を用いた群杭基礎の三次元地震応答解析, その1-3, 日本建築学会大会学術講演梗概, pp.2139-2141, 1989.
- 19) 竹宮・角谷・佐伯:離散化手法による群杭基礎の動的解析法と動特性評価, 土木工学会論文集, 第 No. 416/I-13, pp.441-418, 1990.
- 20) Takemiya, H. and Y. Katayama: Seismic Design Procedure of Pile Foundation, Proc. 4th East Asia-Pacific Conf. on Structural Eng & Construction, Seoul, Korea, pp.2077-2082, 1993.
- 21) 多治見・下村:3次元薄層要素による建物-地盤系の動的解析, 日本建築学会構造系論文報告集, No.2413, pp.41-51, 1976.
- 22) Kausel, E. and R. Peck: Dynamic Loads in the Interior of a Layered Stratum: An Explicit Solution, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.72, No.5, pp.1459-1481, 1982.

(1993.5.7 受付)

## FLEXIBILITY APPROACH FOR DYNAMIC ANALYSIS OF GROUPED-PILE FOUNDATION AND DESIGN PROPOSAL

Hirokazu TAKEMIYA and Yoshifumi KATAYAMA

This paper which concerns the dynamic analysis of ground pile foundations places interest not only on evaluating the pile head impedance function and the effective pile head input motion but also on investigating the pile behavior during soil-structure interaction. The thin layer formulation is applied for soil analysis. The transfer matrix procedure is used for pile analysis. The flexibility approach that takes the interaction force as unknown is adopted for establishing the coupled behavior under the perfect bond condition. For group piles, the rigorous 3-dimensional analysis and the ring pile approximation are made for comparison. Soil reaction and internal forces of pile are investigated and the contributions from the inertia interaction and the kinematic interaction are clarified. The validity of the Chang's formula is checked from the design point of view of piles.