

波動理論モデルによる交通密度分析

福山正治*

波動理論を用い時間、距離空間上での交通密度分布特性を分析する手法を示す。単独交差点での密度分布特性の考察により、密度分布を規定する微分方程式の特性を調べる。さらに、連続に定義される波を衝撃波（疑似衝撃波）で近似し、数値解法により密度分布を形成していく過程を示す。また、疑似衝撃波の概念を用いたモデルの一般化を図り、道路ネットワーク上での密度分布の分析を可能とするモデルを提示する。特に、需要の変化、交通流の分岐を新たに取り入れている。

Key Words : traffic density, hydrodynamic theory, traffic control

1. はじめに

交通密度はある時刻における道路上の車両の分布状況を示す指標であるが、本稿ではその密度の時間の経過に伴っての変化を考察する。具体的イメージとしては道路上、または、道路ネットワーク上の交通流をビデオカメラ等で上空から捉え、その情報を分析している状況に似かよっている。ただし、ビデオのように車両一台一台の位置、動き等の認識は行わず、単に単位長さあたりの車両台数に着目することになる。また、ビデオでは過去の再生だけであるが、ここでは、それに加え、設定された条件下で生じる密度分布の予測を主たる対象とする。

道路上、また、道路ネットワーク上の交通密度を把握すれば、任意地点間の旅行時間、渋滞長、各地点での走行速度等、交通制御に有用な情報を導き出し得る。また、ドライバーへの提供情報の抽出も可能である。

交通流を表現する指標としての交通量、すなわち、単位時間に道路上の点を通過する台数、では、離散した地点の個々の情報にしか着目出来ず、また、その一つの値に対し渋滞、非渋滞の2つの交通状況が対応する点で、情報収集、分析上の弱点がある。それに対し、交通密度では道路に沿っての連続した状況が対象となり、また、交通流のない密度ゼロの状態から、飽和状態、すなわち、bumper to bumperで車が停止している状態までを一体的に捉え得るなど、質の高い情報を持った指標といえる。

交通密度を分析するにあたっては、空間（道路、または、道路ネットワーク）、時間、密度の最小限3次元の分析を行う必要がある。そのため、解析が複雑となり、また、図等で視覚的に表現することが難しい。さらに、交通量に比べるとその計測は容易ではない。航空機による写真撮影によるデータ収集もあるがこの方法では、交

通管制等で必要となる恒常的な情報収集は困難である。

しかしながら、路上の状況を線的、面的に観測する画像処理式交通流センサー、また、AVI (Automatic Vehicle Identification) 技術、路車間通信により得られる情報から道路区間の交通状況の推定も可能となってきている。すなわち、これら技術により、交通密度を与える情報をリアルタイムで把握することも今後可能になってくるといえる。

本稿では、Lighthill and Whitham¹⁾、Richards²⁾による波動理論を適用し、交通密度分析を行う。単独交差点の流入路での交通密度の分布形状を明らかにし、Sasaki, Fukuyama and Namikawa³⁾が提示した疑似衝撃波を用いた波動理論分析モデルを発展させ、複数の交差点、リンクからなる道路ネットワーク上での交通密度分布を捉えるモデルを示す。特に、疑似衝撃波の導く解が波動理論の基本となっている微分方程式の数値解であることを示しそのモデルの理論的根拠を与えると共に、需要の変動、交通流の分岐を取り入れ、より一般的なネットワークへの適用が可能となるモデルの構築を図る。また、実際に収集され得る情報の特性を考察し、当モデルで示す分析、予測手法との関連についても検討する。

波動理論の適用による交通流解析に関するこれまでの研究は、文献3)を除けば、ネットワーク形状の単純な場合に限られている。分析対象としては、高速道路上、または、信号制御下街路の交通流分析に分けられ、また、手法的には解析解を導く方法、または、シミュレーションによる方法に分けられる。高速道路上での交通流に関しては、井上⁴⁾、Okutani and Inoue⁵⁾が車線閉塞による渋滞を解析解を導く方法で分析し、また、Stock, Blankenhorn and May⁶⁾がランプよりの流入出需要が与えられた場合の一路線のシミュレーションモデルを開発している。街路の交通流に関しては、解析解を導く方法が用いられており、Stephanopoulos, Michalopoulos

* 正会員 Ph. D. (株)三菱総合研究所 社会・公共本部
(〒153 東京都目黒区下目黒1-8-1 (アルコタワー))

and Stephanopoulos⁷⁾が単独交差点での流入路に発生する渋滞分析を, Michalopoulos, Stephanopoulos and Pisharody⁸⁾, 池之上慶一郎⁹⁾が単一リンク内での渋滞分析を, また, 需要条件, ネットワーク形状を限定した仮定のもとでの複数リンク解析を, 久井, 田村¹⁰⁾が行っている.

本稿のモデルは信号制御下街路を対象としている. 一つの基本的ステップに従い交通流挙動を追っていくモデルであり, その点ではシミュレーションモデルである. しかし, 微分方程式の近似解を求める一手法でもあり, 波動理論の解析解を求めるに準ずる手法と位置づけられる. さらに, 上述のこれまでの研究においては衝撃波の軌跡, 旅行時間, 渋滞長の計算等に分析の主体がおかれていたが, 本稿ではネットワーク全体での交通密度分布の分析を主たる対象とする.

2. 波の軌跡と交通密度分布

交通量, 交通密度 (以下, 単に, 密度という), 速度を, それぞれ, q, k, v とし, 飽和密度 (Jam Density) を k_j , 自由走行速度を v_f とする. 密度と速度の関係は線形, $v=v_f(1-k/k_j)$ であるとし, 従って, 密度と交通量の関係 ($q-k$ 曲線) は, $q=v_f k(1-k/k_j)$ で与えられると仮定する.

一つの道路区間一方向に沿って x 軸をとり, 交通流の進行方向を正の方向とする. 時刻は t で示す.

道路区間の途中で信号交差点があり, その流入路の停止線位置を $x=0$ とする. ある時刻 $t(<0)$ で信号が赤になり, 停止線のの上流側が密度, k_j , 下流側が密度ゼロの状態になっているとする. 今, 信号が $t=0$ で青に変われば密度分布は時間の経過とともに変化していく. 停止した状態から車が順次発進していく点, すなわち, 飽和密度 k_j の状態から密度 $k < k_j$ の状態となる点の移動速度は $-v_f$ である. また, 先頭車は速度 v_f で進み, その位置は密度ゼロと密度 $k > 0$ の境界を与える. これら k_j とゼロの2つの密度の点の位置の間には密度 $0 < k < k_j$ の点が連続して存在し上流, 下流に移動している. 上述 $q-k$ 曲線の仮定のもとでは, 交通流内の等密度の点の移動速度, すなわち, 波 (Wave) の速度, u , は dq/dk で次式で与えられる.

$$u = dq/dk = v_f(1 - 2k/k_j) \dots\dots\dots (1)$$

すべての波は $t=0, x=0$ を始点とするので, $t-x$ 平面上での波の軌跡は $x=ut$ となり, 従って, $u=x/t$ と表せる. 式 (1) の u を x/t で置き換え, k を t, x の関数として求めると以下を得る.

$$k(t, x) = \frac{1}{2}k_j(1 - x/v_f t) \dots\dots\dots (2)$$

式 (2) で与えられる $k(t, x)$ を Fig.1 に示す. $x=0, t=0$ で $k(t, x)$ は定義されないが図中では特にこの

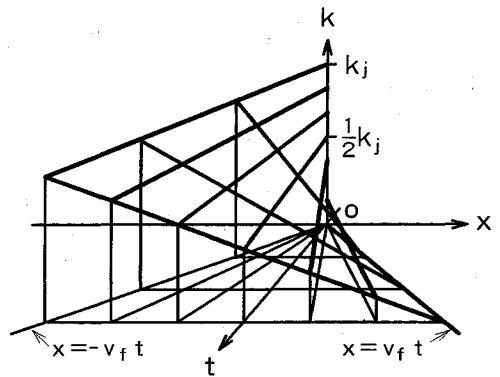


Fig.1 Density Distribution for Waves

ことについて明示していない (今後示す図でも特に明示はしない). Fig.1 中, $t-x$ 平面の原点から放射状に描いてある直線が波の軌跡を表している. 実際には平面上に連続して定義されている線群であるが図の理解を助けるため補助線数本で骨格を示している.

Fig.1 中, 最下流側にある直線 $x=v_f t$ は先頭車の軌跡であり密度ゼロの波の軌跡でもある. また, 最上流側にある直線 $x=-v_f t$ は車が順次発進していく点の軌跡で密度 k_j の波の軌跡である. 式 (2) は $t > 0$ で, かつ, この2つの直線で挟まれた領域に定義される曲面である.

t 軸に垂直な面に着目すれば, 各時刻 t において, k は x に関して線形で減少関数である. また, 時間の経過と共に密度分布の傾きが緩やかになっていく状況を見ることが出来る.

$x \geq 0$, の領域では $0 \leq k \leq k_j/2$ であり, $x < 0$ では $k_j/2 < k \leq k_j$ である. 以下, 前者を非渋滞領域, 後者を渋滞領域と呼ぶことにする. また, 渋滞という言葉も用いるが, これは $t-x$ 平面上の領域が渋滞領域, 密度 k_j の領域の一方, または, 双方で占められている状態をさすことにする. 本稿では特に, 信号一周期では交差点への流入需要が捌けず渋滞が複数の周期に亘り連続して存在する状態での交通流挙動の把握を図る.

3. 衝撃波の軌跡と密度分布

道路上に密度の不連続な点があり上流側密度, 交通量を, k_u, q_u , 下流側密度, 交通量を k_d, q_d とし $k_u < k_d$ とすると, 密度の不連続点は衝撃波 (shock wave) の速度, $w=(q_u - q_d)/(k_u - k_d)$ で移動する. w は $q-k$ 曲線上の2点, $(k_u, q_u), (k_d, q_d)$ を結ぶ直線の傾きであり, また, $q-k$ の関係を用いれば以下の形に書ける.

$$w = v_f(1 - k_u/k_j - k_d/k_j) (= dx/dt) \dots\dots\dots (3)$$

また, 密度 k_u, k_d に対応する波の速度を u_u, u_d とし, 式 (1) で求まる k_u, k_d を上式に代入すると, 次式を得る.

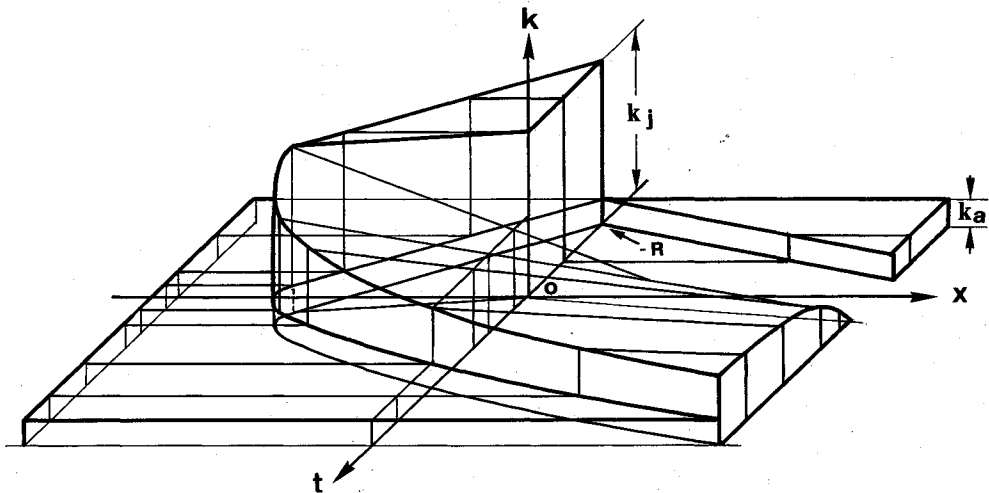


Fig.2 Three Dimensional Representation of Density Surface

$$w = \frac{1}{2}(u_u + u_d) (= dx/dt) \dots\dots\dots (4)$$

すなわち、衝撃波の速度は上流，下流の交通流の波の速度の平均である。また、 $w=dx/dt$ であり、式(3)、(4)の右辺を dx/dt とおけば衝撃波の軌跡を与える微分方程式となる。

今、 $x=0$ 地点の単独交差点において、時刻 $t=-R$ で信号が赤に変わり上流からの密度 k_a の交通流が完全閉塞の状態になり信号待ちの状態が始まったとする。そして、 $t=0$ で信号が青に変わり閉塞が完全に解除されたとする。この場合に生じる密度の分布を3次元表示したものをFig.2に示す。図中 $x-k$ 平面に平行な面に多くの補助線を引いているが、これは、各時刻の、 x 軸に沿っての密度分布を表している。また、 $x=0$ における $t-k$ 平面での密度分布形状も描いてある。立体図での左端(流れの上流側)、右端(流れの下流側)は、 $t-k$ 平面に平行な面でカットし $k-t$ 平面に平行な面での密度分布形状を描いてある。実際には、カットした面より更に上流、下流へと続いている。

Fig.2において、 $t-x$ 平面上各象限に広がっている密度 k_a は上流からの流入交通流の密度に対応している。同平面上、第2象限で $t=-R$ から始まり下流($x>0$)の方向に伸びている直線は、信号が赤に変わる直前に交差点を通過した車両の走行軌跡であり、密度ゼロと k_a の領域の境界となっている。第3象限で $t=-R$ から上流($x<0$)方向に広がる密度 k_j の領域は赤信号で停止している車両群の密度分布である。

密度 k_j の領域の上流の先端からは曲線が始まっているが、これは、密度 k_a の領域とFig.1に示した、密度が連続して変化する領域との境界である。下流側密度が一定でないため、衝撃波の軌跡は曲線となっており、

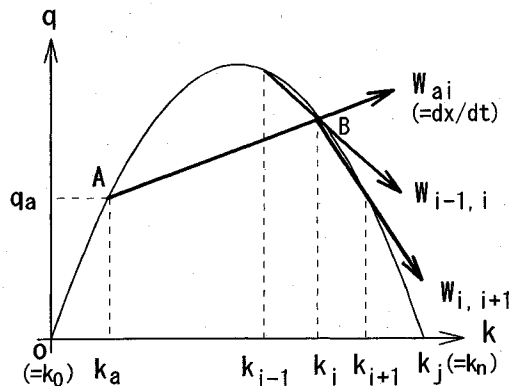


Fig.3 Quasi-shock waves and dx/dt defined on a $Q-K$ Curve

Fig.1での波に対する密度分布がこの曲線でカットされている形状を見ることができる。カットされている側面には上流に広がる密度 k_a の平面との交わりを太線で描いている。

上記の各密度領域の境界を与える衝撃波の軌跡は式(3)、(4)で与えられる微分方程式を、その始点を初期条件として解けば求めることができる。

文献2)では信号流入出路上での密度分布を、信号が青に変わった後の3時点で図示しているが(文献2)中、Fig.1, 5及び6)、上述Fig.2は渋滞の発生から消滅までを時間の経過に沿って連続して捉えたものである。

4. 密度分布の数値解析

これまでの一路線の単独交差点での閉塞を対象にした波、衝撃波の軌跡と密度分布の関係の分析方法は、より複雑な場合へと発展させることは原理的には可能である。しかしながら、複数の信号交差点からなるネットワーク上での交通流を対象とする場合、連続して変化する密

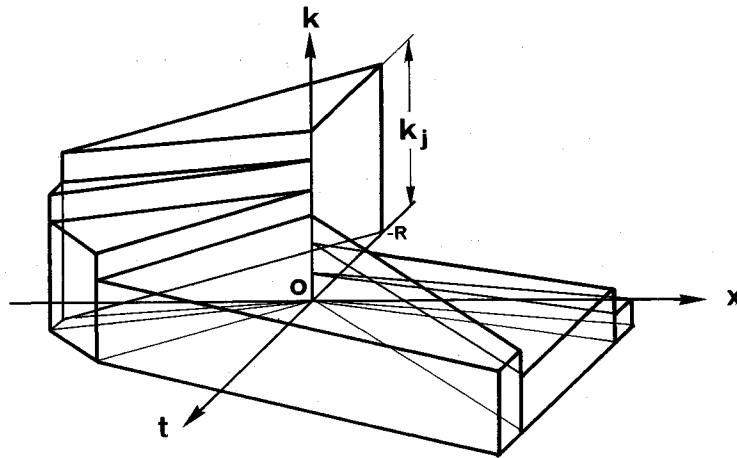


Fig.4 Three Dimensional Representation of Approximated Density Surface

度に伴う波と、密度を不連続に分ける衝撃波が混在する状況下に式(3)あるいは(4)から導かれる微分方程式を直接適用していくには困難が伴う。また、容量の異なったリンク間での流れの連続性、リンクに発生、集中する交通需要の取り扱いなど微分方程式を解くだけでは処理し得ない事項も存在する。ここでは微分方程式を数値的に解き密度分布を求める方法を示す。

微分方程式 $dx/dt = w(t, x)$ を数値的に解く場合、 dt を微小間隔 Δt に読み換え、

$$\Delta x = w(t, x) \Delta t$$

とし、 Δt を適当に設定し(たとえば信号周期長に比べて十分に小さな値とし)、与えられた初期条件から順次 Δx を計算していく過程が基本となる。

ところで、式(3)、(4)よりわかるが、衝撃波の速度は上流、下流側の密度、または、波の速度から計算でき、 t 、また、 x の値そのものには依存していない。すなわち、 Δt を与える代わりに、密度、 k 、または、波の速度、 u 、の値を分割し与えても dx/dt は計算できることになる。

Fig.3 に示す $q-k$ 曲線において、点 A で与えられる交通状態(密度 k_a 、交通量 q_a の状態)が Fig.1 での密度が連続して変化する領域に接する場合は対象に、微分方程式を数値的に解いていく過程を示す。

まず、密度が連続して変化する領域に対し、 k 軸に沿って分割点 i ($i=0, 1, \dots, n$) を与える。ただし、 $i=0$ は密度ゼロの点、 $i=n$ は密度 k_j の点とし、分割点 i の密度を k_i とする。

隣接する 2 点の密度 k_i, k_{i+1} の間のすべての密度値に対応して波(その速度は $q-k$ 曲線上の接線の傾きが対応)が存在することになるが、これら全ての波の速度を代表させるため衝撃波、 $W_{i,i+1}$ の速度、すなわち、 $q-k$ 曲線上の k_i, k_{i+1} の点を結ぶ直線(Fig.3 中 $W_{i,i+1}$) の傾きを採用する。このように一群の波を代表するため

に導入した衝撃波を文献3)では“quasi-shock wave”と呼んでおり本稿でもそれに準じ『疑似衝撃波』と呼んでいる。

衝撃波の速度は式(4)で計算されるので、 $W_{i,i+1}$ の速度は隣接する密度 k_i, k_{i+1} に対応する波の速度の平均となり、密度 k_i, k_{i+1} 間に存在する波の速度を代表するに適切であると考えられる。 $t-x$ 平面上での疑似衝撃波の軌跡は波と同じく $t-x$ 平面の原点から放射状に出る直線となる。ただし、波は連続的に定義されていたが、疑似衝撃波は離散的で、その軌跡の上流、下流密度を不連続に分割する。

隣接する 2 つの疑似衝撃波、例えば、 $W_{i-1,i}, W_{i,i+1}$ は隣接し放射状に出て $t-x$ 平面上にくさびの先端の形の領域を形成する。その領域での密度は k_i である。この分割は、通常の微分方程式の数値解法において t 軸に沿って Δt に分割することに替わるものといえる。すなわち、原点から放射状に出る直線群で $t-x$ 平面を分割し逐次計算を進めていくことになる。

上述の分割設定に対し、 dx/dt の計算値としては、Fig.3 中 $q-k$ 曲線上の点 A に対応する交通流と密度 k_i の交通流(Fig.3 中、点 B)の境界の衝撃波の速度、すなわち、点 A と点 B を結ぶ直線、 W_{ai} の傾きが採用できる。

$t-x$ 平面では、 $W_{01}, W_{12}, W_{23}, \dots$ は密度 $k_0, k_1, k_2, k_3, \dots$ の領域を分割し、 $W_{a0}, W_{a1}, W_{a2}, \dots$ は密度 k_a の領域と密度 k_0, k_1, k_2, \dots 各々の領域を分割する。

微分方程式の初期条件となる、 $t-x$ 平面上の点特定されれば、その点から時間の経過に沿って、くさび型領域と密度 k_a の領域を分ける傾き、 dx/dt の線分を特定し、その線分を連ねていけば微分方程式の近似解は求められることになる。

Fig.2 での密度分布の近似解を求めるには、 $t-x$ 平面上の点 $(-R, 0)$ を始点とし、密度 $k_n (=k_j), k_{n-1}, \dots$

の順でこれら領域と密度 k_a の領域を分割する連続した線分を設定していけば良い。それにより得られる k_n, k_{n-1}, \dots の密度分布を3次元の図で示すと Fig.4 の様になる。図は $n=6$ の場合である。Fig.2 において曲面であった密度の分布が三角形の階段状の分布で近似されていることがわかる。

その他、例えば、上流の交差点の青開始で下流に向かって出る波に対する密度領域が、下流の信号の赤時間に生じる密度 k_j の領域に接する場合は、Fig.3 での k_a を k_j とし、分割した密度領域の中で衝撃波の始点の上流側密度、 k_s を見出し、その密度領域から密度の大きくなる順、 $k_{s+1}, k_{s+2}, \dots, k_i, \dots$ の順に、 k_i, k_j 間の衝撃波を追っていけば良い。 k_j の領域が上流交差点を通過し更に延びる場合には、 k_j の領域が渋滞領域に接することになるが、渋滞領域での疑似衝撃波を対象にそのまま続けていくことになる。一流入路の青開始後の渋滞領域が同じ流入路の次の赤に始まる k_j の領域に接する場合も同様である。ただしこの場合は、最初から渋滞領域の疑似衝撃波のみが対象となる。

更に、上流、下流側密度が共に連続する密度分布領域の場合、上流、下流側の一方、また、双方が連続する密度領域と衝撃波の混在している任意の密度領域の場合でも考え方は同じである。一般に、衝撃波の始点を特定し、その上流、下流の密度から dx/dt を求め順次閉じた密度の領域を形成していけば微分方程式の近似解を求めることができる。

これまで、 $q-k$ 曲線は2次式と仮定していたが、数値計算に関しては疑似衝撃波（放射状の線群）で $t-x$ 平面を領域の重複、間隙がないよう分割出来る条件を備えている関数であれば良い。すなわち、 $u(=dq/dk)$ が k に関して単調減少である関数（上に凸である関数）であれば、この条件を満たし採用可能である。

5. 密度分布形成モデル

疑似衝撃波の概念を用いた交通流の分析を行う試みは文献3) でなされており、図上での解釈を中心に、 $t-x$ 平面上での疑似衝撃波、また、衝撃波の挙動を追っていくアルゴリズムが提示されている。その基本的骨格は以下の2ステップの繰り返しである。

a) 衝撃波、疑似衝撃波の発生、衝突などの事象のなかで最も早い時点に生じる事象を見出す。

b) その事象に応じ衝撃波、疑似衝撃波をセットする。

上述にある事象とは、信号現示の変化、2つの衝撃波が交わり一つの密度領域を閉じ一本の衝撃波になること（衝撃波の衝突）など衝撃波・疑似衝撃波を新たに発生させる起因となる現象をさす。道路ネットワークをリンクに分割して分析を行う場合には、衝撃波・疑似衝撃波のリンクへの流入出も事象となる。

文献3) では3個の結合したリンクに上記アルゴリズムを適用し疑似衝撃波の必要本数の検討を行い、それを踏まえ時間を分割し衝撃波・疑似衝撃波の軌跡を追っていくシミュレーションモデルを作成している。しかしながら、シミュレーションモデルの簡素化から必要最小である疑似衝撃波本数（渋滞、非渋滞領域で各々2本）でのモデルとなっている。本稿では、任意の本数の疑似衝撃波での解析が可能となる上記アルゴリズムの直接の適用を試みる。より一般的ネットワークへの拡張、画像処理等により得られる密度情報の取り込み等を想定し、以下の要素を取り入れ一般化を図る。

また、以下、特に衝撃波、疑似衝撃波を区別する必要のない場合には、単に衝撃波という言い方で両者を含めて表現する。

i) ネットワーク上での需要の変化

微分方程式の解、衝撃波の軌跡、はその発生点を初期条件とし、その上流、下流の密度が与えられれば計算される。従って、ネットワーク上の任意の地点、時刻における、需要の変化、すなわち、密度の変化が特定できれば、そこに衝撃波を発生させ一つの事象として処理することが出来る。

特に、ある時刻、 t 、でのネットワーク上の密度分布を与えることは、 x 軸に沿っての初期条件を与えることになる。観測によって得られる密度情報はこれに対応させることが出来る。また、ある地点、 x 、の時間に沿っての密度の変化は、 t 軸に沿っての初期条件を与える。これには、ネットワーク境界での需要条件、すなわち、最上流端リンクの上流端からの衝撃波の流入事象が対応する。

ii) 分岐のモデル化

信号交差点流入路の右折、左折の分岐、また、一般にネットワーク上任意の地点での分岐を処理する。交通量の分岐率は与えられているものとし、一地点での分岐先は二つに限定してモデル化する。一地点で二つ以上の分岐が生じる場合は一つに分岐の下流にダミーの短区間を導入し更に分岐させるようネットワークをモデル化することで対処し得る。分岐のモデル化は、基本的には以下の3つの場合に分け処理している。

(1) 上流からの衝撃波が分岐点に達した場合には、その上流側交通量を分岐率に従い分割し、各分岐先リンクに上流側交通量がその分岐した交通量である衝撃波を発生させる。

(2) 下流の分岐リンクの片方（以下 Link 1）から渋滞が上流リンク（以下 Link M）に延びてきた場合には、その渋滞が他方の分岐リンクへ（以下 Link 2）の流入を妨げる場合が発生する。Link 1 の下流から渋滞交通流が分岐点に達した時点での状態を Fig.5 に示す。図中 C_M, C_1, C_2 は Link M, Link 1, Link 2 の交通容

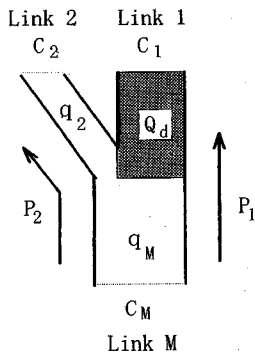


Fig.5 A Flow Configuration at a Branching Point

量, P_1, P_2 , は Link 1, Link 2 への分岐率, q_M, q_2 は Link 1 の渋滞が分岐点に達する直前での Link M, Link 2 の分岐点上流, 下流の交通量, Q_d は Link 1 から延びてきた渋滞の交通量, すなわち, 下流からの衝撃波の下流側の交通量である. この状態下での現象を以下のようにモデル化する.

a. Link 2 に流入可能な交通量 Q_c を求める. 今, Q_d がゼロ, すなわち, 密度が k_j であれば, Link 2 へ流入可能流量は $C_M - C_1$ である. Q_d がゼロでない場合はその流れに対応し Link 2 へは更に交通量 $(P_2/P_1) Q_d$ が流入し得る. 従って, $Q_c = C_M - C_1 + (P_2/P_1) Q_d$ となる.

b. 渋滞が Link M に流入する直前での Link 2 への流出交通量, q_2 , と Q_c の差, $\delta (= q_2 - Q_c)$ が正であれば, Link 2 への流出交通量は Q_c に制限されることになる. この場合, 交通量の連続性を保つには, Link M には, 下流側密度が交通量, $Q_d + Q_c$, の渋滞領域に対応する密度 (以下, 交通量 q の渋滞 (非渋滞) 領域に対応する密度を, 交通量 q の渋滞 (非渋滞) 密度と呼ぶ) である衝撃波を, Link 2 には上流側密度が交通量 Q_c の非渋滞密度である衝撃波を発生させれば良い. $\delta \leq 0$ であれば, Link M に下流側交通量 $Q_d + q_2$ の渋滞密度の衝撃波を発生させる. これら状況下では, Link M にある渋滞の中の交通流の分岐の割合が変化するので, Link 2 へ流出する交通量, q_1 , 及び, Link M の渋滞中に留まる車両群の Link 1, 2 への分岐の割合, p_1, p_2 を一時的に記憶しておき, 渋滞の解消を取り扱う際に用いる. ここに, p_1, p_2 は $p_1 : p_2 = (P_1 q_M - \text{Link 1 への流入交通量}) : (P_2 q_M - \text{Link 2 への流入交通量})$, 及び, $p_1 + p_2 = 1$ の関係から計算される.

ただし, Link 2 に渋滞があり, それが Link M に流入している状況下では, Link 1 の渋滞の程度 (密度を飽和密度で除したもの) が高い場合にのみ Link 2 の流れは制限されることになる. Link 2 の渋滞の程度が高い場合には, Link 2 に変化はなく, Link M にのみ Q_d と Link 2 の交通量の和の渋滞密度が下流側密度となる衝撃波を発生させる.

(3) 上記 (2) の状態下で, Link 1 より渋滞を解消する衝撃波 (下流側密度を新たに Q_d とする) が上流 Link M に流入する場合には, Link M に下流側が交通量, $Q_d/p_1 + q_1$, の渋滞密度の衝撃波を, Link 2 には, 交通量 $p_2 Q_d/p_1 + q_1$ の非渋滞密度を上流側とする衝撃波を発生させる. この際, 計算された Link M の交通量がその容量を越えた場合は, Link M の交通量はその容量とし, Link 1 へは交通量 $(C_M - q_1)p_1$ の非渋滞密度を, また, Link 2 へは交通量 $(C_M - q_1)p_2 + q_1$ の非渋滞密度をそれぞれ上流側とする衝撃波を発生させる.

ただし, Link 2 の渋滞が Link M に流入し Link 1 への流れを制限している状態下で, かつ, Q_d がその制限された容量を越えていれば, Link 1 に上流側密度がその容量の非渋滞密度である衝撃波を発生させ, Link M での衝撃波の下流側密度は, その容量と Link 2 の交通量の和の渋滞密度とする. Q_d がその制限された容量以内であれば, Link M にのみ, Q_d と Link 2 の交通量の和の渋滞密度が下流側密度となる衝撃波を発生させる.

上流からの衝撃波が分岐点を通じた時点で Link M での渋滞は解消したものと判断する.

上記のモデル化では, 分岐点上流側の一つの流れの中に分岐していく 2 つの流れが混在していると設定している. 1 車線, あるいは, 2 車線のリンクが車線数を同じくする 2 つのリンクに分岐する場合等にはこの設定は妥当と考えられる. しかし, 分岐点上流側リンクが多車線で, 特に, 直進車線, 右左折車線のマークが施されている場合等では, それぞれの流れが分岐点の上流で各車線間に分離することもあり, 必ずしも一つの流体とした設定には合にくい区間も生じ得る. このような場合は, 観測により分岐する地点の特定が可能であれば, 分岐点の物理的形状には捕らわれず, 実質的に分離が生じている地点を分岐点とすれば良い. また, そのような分離を明らかに出来ない流れであれば, 一つの流れとして取り扱える状態下であると想定し得る.

本モデル化では, 分岐点での交通量の連続性は保持され, 衝撃波の設定も波動理論での分析手法に則して行っている. その他, 特に補足を要する仮定設定はなく, 従って, ここに提示したモデルは交通流を流体で近似出来る範囲で実際の現象を適切に現し得ると考えられる.

上記考察したアルゴリズムを用い, 各事象を追いつつシミュレーションで密度分布を形成していくには, 以下の諸条件を与える.

- a) 信号関連条件: 各信号交差点での周期, オフセット, 現示, スプリット, 各現示に対応する流入出路
- b) リンク条件: 各リンクでの自由走行速度 v_j , 飽和密度 k_j
- c) 需要条件: シミュレーション開始時点でのリンク

内密度分布 (距離 x に関しての初期条件), ネットワークの最上流端リンクへの流入交通需要, すなわち, 流入交通量の密度の変化時刻及び各時刻での密度 (時間 t に関しての初期条件)

d) 分岐条件: 分岐リンク, 分岐先リンク, 分岐率

以上を踏まえれば, $t-x$ 平面上の密度分布を構築するシミュレーション手順は以下のようにまとめられる.

i) $t=0$ としシミュレーション開始時刻を設定し, 距離 x に関しての初期条件に応じ, 衝撃波の始点, その上流, 下流の密度, 速度を設定する.

ii) 現時刻 t 以後で最も早く生じる事象を見出しそれが生じるまでの時間 δt を求める. ここに, 対象とする事象は衝撃波の衝突, 信号現示の変化, 衝撃波のリンク間の流入出, ネットワークの最上流端リンクへの流入交通の発生, 分岐地点への衝撃波の到達である.

iii) 衝撃波の位置を δt 進める. ii) での事象が衝撃波の衝突, 上流, 下流リンクへの流出であれば, それにより閉じる領域を一つの密度領域とする.

iv) $t=t+\delta t$ とし, t がシミュレーション時間を越えていれば終了, そうでなければ次のステップに進む.

v) 生じた事象に応じて衝撃波, 疑似衝撃波を設定し, 上記ステップ ii), iii), iv) を繰り返す.

計算機プログラムで, 衝撃波の挙動を追っていく方法としては, 衝撃波一本一本に番号を割り振ると共に, その情報を配列に入れておき, 時刻の経過とともにその情報を更新していくという方法をとれば良い. 配列に保持しておく情報としては衝撃波の発生地点, 時刻, シミュレートしている時刻での位置, 速度, 下流, 上流側の密度, 交通量, 下流, 上流側に位置している衝撃波, 現在所属しているリンク番号である. また, 最も早い時点で発生する衝突事象は, 各時点で, そのままの状態に進んだとした場合に生じる衝突をすべて調べておき, それらの発生時刻を比較し見出すことになる.

6. 計算例

計算例を通じ, 疑似衝撃波の発生, 時間, 距離に関する初期条件に対する衝撃波の動き, 複数リンク間での衝撃波, 疑似衝撃波の動き, 分岐点での衝撃波の挙動等を考察する. また, 当モデルを用いての分析例としてオフセットの設定が渋滞発生に与える影響を検討する.

Fig. 6 に示すネットワークを対象とし, 上記事項を考察する. ネットワークは一般性を失わない限度でなるべく簡素な形状としている. 図中矢印のついた直線がリンクを表し, 矢印の方向へ交通流は流れているものとする. 丸番号はリンク番号である. 白抜きの丸は交通流の分岐する点である. 信号交差点は三ヶ所で一点鎖線の円で囲

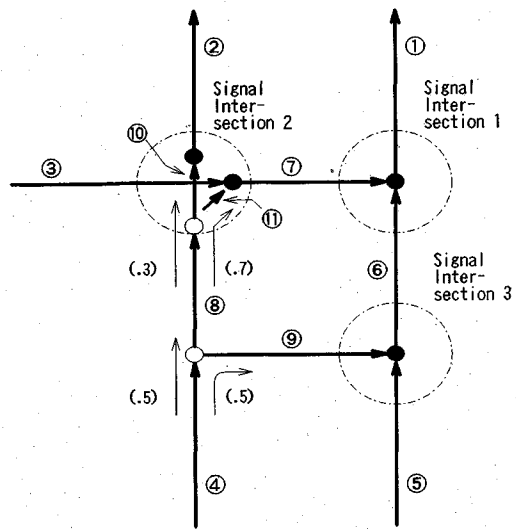


Fig. 6 Network for Simulation Example

んである. 囲んだ内部のリンク結合点 (塗りつぶした丸) が信号交差点での流入出地点である. リンク ⑧, ⑩, ⑪ 以外はリンク長を 200 m としている. リンク ⑧ はリンク ⑩, ⑪ に分岐しており, リンク ⑧ のリンク長は 160 m, リンク ⑩, ⑪ はそれぞれ 40 m としている. リンク ④ の飽和密度 (k_f) を .60 台/m とし, それ以外のリンクでは全て .30 台/m としている. 自由走行速度 (v_f) はいずれのリンクも 12 m/秒である.

信号周期は 3 信号とも 60 秒で, 各信号の第一現示は図の上方向かう流れ, すなわち, リンク ⑤, ⑥, ⑩ からの交差点への流入に青を与える表示とする. ただし, 信号 2 の場合はリンク ⑪ から ⑦ への流出方向も同時に青となる. 信号 1 の第一現示が開始する時点をオフセットの基準時点とする. 特に断らない限り, 全ての信号のオフセットはゼロとし, 上方への直進, 左方からの左折 (信号 1, 3 の場合), また, 左方から右方への直進 (信号 2 の場合) のスプリットを 28 秒とし, 2 秒の全赤時間をスプリットの間にとっている.

細線の矢印で交通流の分岐を示しており, 分岐率をカッコの中に記している.

需要はリンク ③, ④, ⑤ に発生させており, 初期密度はリンク ③, ④, ⑤ でそれぞれ .05 台/m, .075 台/m, .02 台/m としている. リンク 上流端からの需要はリンク ③, ④ にシミュレーション開始後 100 秒, 300 秒の時点で発生させており, リンク ③ で 100 秒後 .03 台/m, 300 秒後で .01 台/m, リンク ④ で 100 秒後 .09 台/m, 300 秒後で .02 台/m である.

Fig. 7, 8 にシミュレーション結果を示す. 各図中, リンク下流端を原点 ($x=0$) としている. 図中リンク番号は Link 1, Link 2, ..., で示してあり, 密度, 速度の単位は台/m, 及び, m/秒である. また, 初期密度

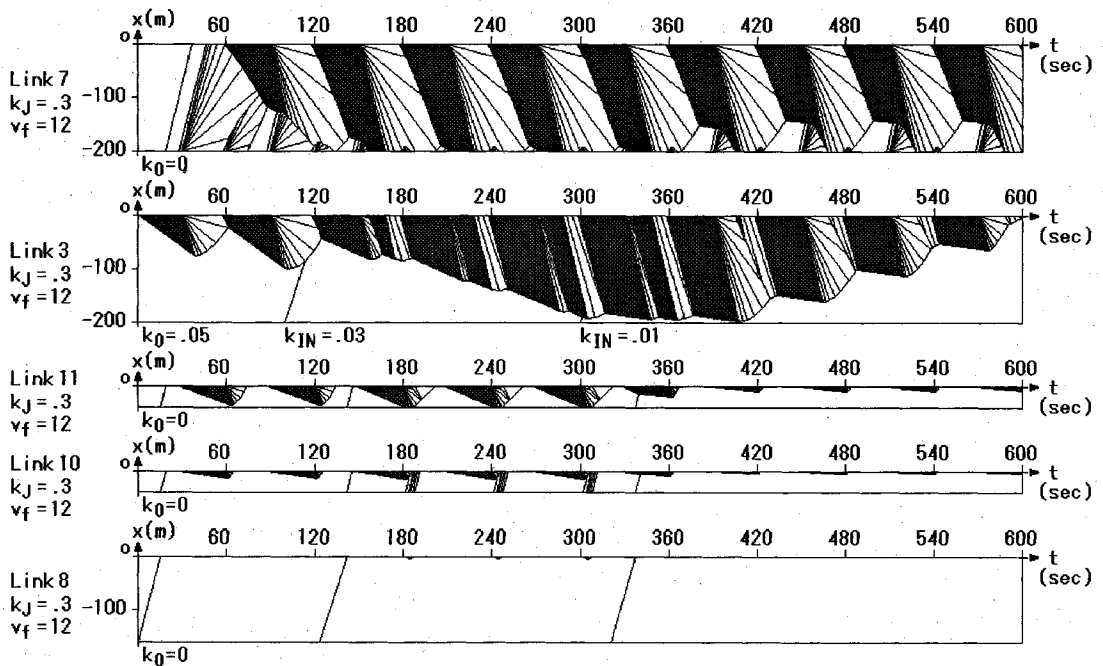


Fig.7 Queue Growth on Plural Links and Traffic Behavior at a Branching Point

分布を k_0 、最上流端リンクからの流入需要を k_{in} で示している。図中の密度分布の表示では密度 k_j の領域を濃くしており、他の密度部分に対しては密度の境界、すなわち、衝撃波、疑似衝撃波の軌跡を示している。また、密度ゼロから密度 k_j までを 16 等分し渋滞、非渋滞領域各々 8 本の疑似衝撃波を用い密度を近似している。

Fig.7 にはリンク⑦、③、⑪、⑩、⑧の密度分布を 10 分間 (10 サイクル) に亘って示してある。図中各リンクの下流端の青の開始時点に上流方向に描かれている直線が渋滞領域の疑似衝撃波である。また、リンク③、⑪での流出路の交互の青開始に対応し、⑦の上流端から下流方向に、30 秒の間隔で出ているのが非渋滞領域の疑似衝撃波である (180 秒時点以降でリンク⑪の青開始にセットした疑似衝撃波は下流側が渋滞領域であるため、セットした直後に上流側へ戻されている)。

リンク⑪、⑩の最初の 2 周期には Fig.2 で示した密度分布の信号上流側の状況を見ることが出来る。この 2 つのリンクでは一周期で上流からの交通需要を捌き、信号背後では周期的に信号待ち行列が発生し、消滅している。それに対し、リンク③では渋滞領域後尾の軌跡はリンク内に留まり、その結果渋滞領域の上流側到達位置が上流へと移っている。これはリンク⑦では更に顕著であり、急激な渋滞の伸びを見ることが出来る。155 秒時点あたりでリンク⑦の渋滞はリンク③に流入しているが、これにより、リンク③での 150 秒に始まる青で、流出を捌く実質的時間間隔が少なくなり、渋滞領域が拡大している。

リンク⑧の図において、 $t=0$ でリンク上流端から出

ている衝撃波は、上流リンクの初期密度分布による衝撃波である。この衝撃波はリンク⑪、⑩に .7, .3 の分岐率で分岐し流入しているが、そのことは、分岐率が大きく流入交通量の多いリンク⑪での信号待ち行列後尾の上流へ伸びる距離が長くなっている所に現れている。

リンク⑪の信号待ち行列後尾が 180 秒時点から 3 周期、リンク⑧にわずかに出ているが、これによりリンク⑩への流れが制限されリンク⑧に滞留し、また、リンク⑪の渋滞の解消に応じその滞留も解消していくことになる。リンク⑩の上流端から下流に向けて描かれている直線群が、それら一連の事象に対応する衝撃波である。

リンク③では上流からの流入需要の変化の影響による密度分布の動きも見る事が出来る。100 秒、300 秒時点で流入需要が減少しているが、それに応じ渋滞の伸びる速度も減少していることがわかる。

当図の例では、信号 1, 2 間のオフセットがリンク⑪からリンク⑦への流入に有利に設定されている。すなわち、各周期中でリンク⑪での青の時間帯とリンク⑦上流端での渋滞領域の時間帯、すなわち渋滞を解消しようとしている時間帯が合致している。その影響は、リンク③には不利に働き、リンク⑦からの渋滞がリンク③に流入し、そこでの渋滞を引き起こしている。

Fig.8 には Fig.7 と同じくリンク⑦、③、⑪、⑩、⑧の密度分布を 10 分間 (10 サイクル) に亘って示してあるが、この例では、リンク③からリンク⑦への流入に有利になるよう信号 2 のオフセットを 30 秒ずらしている。当図ではリンク③での渋滞の伸びはなく、かわりに、リ

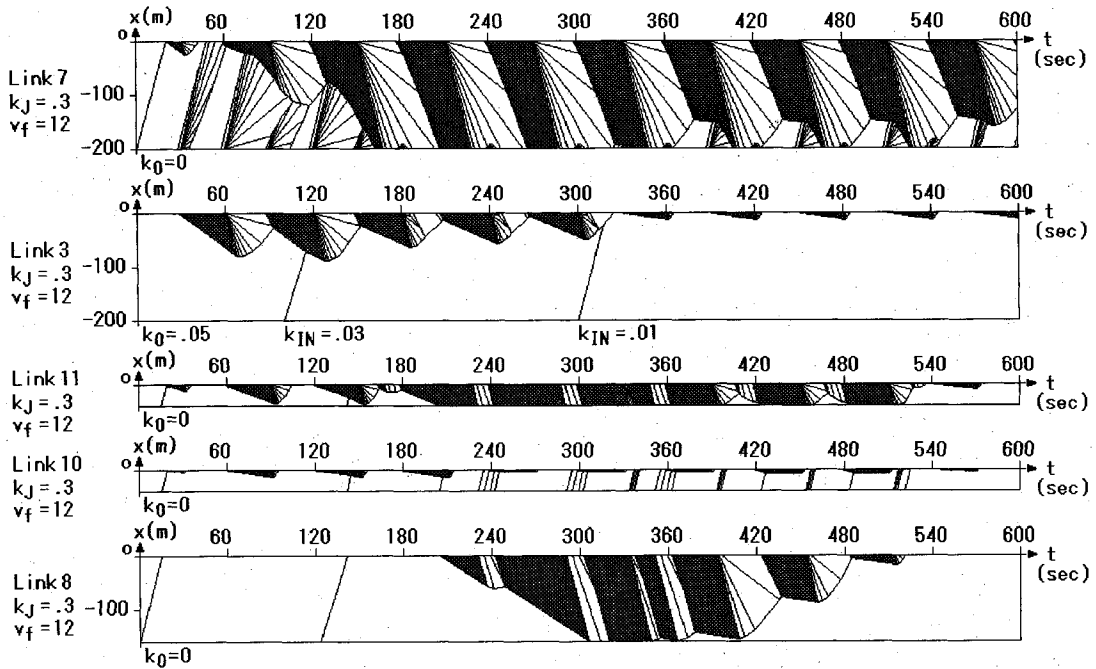


Fig.8 Effect of Offset on a Location of Queue Growth and Queue Behavior at a Branching Point

リンク⑩, ⑧へと渋滞は移っている。

200秒時点付近でリンク⑩からの渋滞がリンク⑧に延びているが、その後、リンク⑩への流入量がこの渋滞により妨げられていることがリンク⑩の信号待ち行列長が短くなっていることからわかる。リンク⑩に流入できない車はリンク⑧の渋滞の中に滞留し渋滞を増加させていることになる。

325秒時点付近でリンク③からリンク⑦への流入量が減少し、その結果、リンク⑩の390秒時点での青の開始からリンク⑦への流出が増加し、渋滞解消に向かっている。しかし、リンク⑧にある渋滞を解消するまでにはその後2周期を要している。リンク⑩においても400秒時点あたりからリンク⑧に滞留していた流れの流出が始まり、その後2周期で上流からの影響はなくなっている。

Fig.7, 8の例の比較から、オフセットの操作により渋滞の発生するリンクを制御し、特定のリンクに優先的に流入を許すことが可能であることがわかる。従って、渋滞の発生が予期される路線では政策的に一路線を系統的に優先させる制御も可能である。しかし、Fig.8の例で示したように、この制御は渋滞の発生地点を、その路線に交差する道路、また、それからの右左折区間に強い制御でもあることに注意が必要である。

7. 情報収集及びモデルとの関連

これまで $t-x$ 平面上での密度分布について考察してきたが、実際の観測により得られる種々の情報をオンラインリアルタイムでの制御、情報提供に用いるには、得

られる情報の特性と $t-x$ 平面上での事象、密度分布との係わり方を見ておく必要がある。

通常の超音波、ループ式の車両感知器は道路の一地点に設置され時間の流れに沿って観測を行う。従って、 $t-x$ 平面上で、感知器一台での観測に対する領域は t 軸に平行な直線上となる。観測し得る情報は原則的には交通量である。平均車長が既知であれば速度を推定可能であり交通量、密度、速度の関係から密度を推定できる。しかし、道路区間の密度を捉えることは難しい。

それに対し、画像処理式センサーの場合には、 $t-x$ 平面上をカバーできる範囲が t 軸に平行な帯状の領域となる。複数車線、各時刻の車両の位置を認識でき、密度分布の計測が可能となる。特に、道路に沿っての観測範囲をモデルから計算される衝撃波・疑似衝撃波の幅の区間に分けその区間の中の平均密度を計算していくように出来れば、それをそのままモデルへの入力とすることが出来る。

ナンバープレート自動読みとり装置等 AVI での車両認識では、道路区間の走行時間の把握が可能となる。情報のカバーする領域は、上の例で述べた線、帯に比べると、面的であるともいえる。波動理論での分析では $t-x$ 平面上の任意の点からの車の軌跡を求めることが出来る。本稿のモデルでも衝撃波・疑似衝撃波の軌跡を求めていく過程で車の軌跡を追うことができ、従って区間走行時間が計算できる。区間走行時間の観測値と計算値を比較することにより計算に用いた初期条件の妥当性をフィードバックして調べる事が可能になる。

8. おわりに

交通流分析の基礎的指標である交通密度の時間、距離空間での特性を分析し、初期条件、制御条件等の設定下での密度分布を形成していくモデルを示した。また、例を通じて、渋滞の発生するリンクをオフセットの制御により変え得る点を示した。このことは、特定の流入路に優先的に流入を許す制御が可能であることを意味するが、反面、渋滞の発生を他区間に強い制御でもある点も指摘した。また、分岐点では、一リンクから上流リンクへ延びた渋滞が他リンクへの流入交通流を妨げ、渋滞を増加させる現象もモデル化しその影響を考察した。

ネットワーク上の交通密度分布は交通流の特性を的確に表現しそれから得られる情報量も多い。しかしながら、その情報を分かりやすく伝達することは容易でない。密度分布分析の実用化を図るには、包含されている情報を有効に活用出来るようにするプレゼンテーション技術の開発も重要になる。

今後、情報機器技術の高度化に伴い、収集可能となる情報の量、質も高まってくるが、個々のシステムをデザインする際、密度情報の収集が可能となるよう配慮することも必要ではないかと考えられる。

参考文献

- 1) Lighthill, M.J. and G.B. Whitham : On Kinematic Waves II : A Theory of Traffic Flow on Long Crowded Roads, Proc. Roy. Soc. Ser. A 229, No.1178, pp.317~345, 1955.
- 2) Richards, P.I. : Shock Waves on the Highway, Oper. Res., Vol.4, No.1, pp.42~51, 1956.
- 3) Sasaki, Tsuna, Masaharu Fukuyama and Yoshiharu Namikawa : An Approximative Analysis of the Hydrodynamic Theory and a Formulation of a Traffic Simulation Model, Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory, 1984 VNU Science Press, pp.1~20.
- 4) 井上矩之：都市間高速道路の交通制御に関する基礎的考察，京都大学博士論文，1973.
- 5) Okutani Iwao and Noriyuki Inoue : Estimation of Traveling Time Between Ramps and Discharge Control on Expressway. Proc. of JSCE, No.211, pp.100~112, March 1973.
- 6) Stock, W.A., R.C. Blankenhorn and A.D. May: Freeway Operations Study-Phase III, Report No.73-1 The FRQ 3 Freeway Model, The Institute of Transportation and Traffic Engineering, University of California, Special Report June 1973.
- 7) Stephanopoulos, G., P.G. Michalopoulos and G. Stephanopoulos : Modelling and Analysis of Traffic Queue Dynamics at Signalized Intersections, Trans. Res., Vol.13 A, pp.295~307, 1979.
- 8) Michalopoulos, P.G., G. Stephanopoulos and V.B. Pisharody : Modeling of Traffic Flow at Signalized Links, Trans. Sci. Vol.14, pp.9~41, 1980.
- 9) 池之上慶一郎：系統信号系における過飽和交通流の波動理論による研究，科学警察研究所報告交通編，Vol.24, No.1, pp.12~22, 1983.
- 10) 久井守・田村洋一：複数リンクからなる系統信号システムの待ち行列と衝撃波の動的解析，土木学会論文集，No.431/IV-15, pp.87~96, 1991.7.

(1993.9.8 受付)

AN ANALYSIS OF TRAFFIC DENSITY THROUGH A MODEL OF HYDRODYNAMIC THEORY

Masaharu FUKUYAMA

The characteristics of traffic density on the time-distance space is analyzed using hydrodynamic theory. By examining a density distribution at an isolated signalized intersection, characteristics of the differential equation which determines a density behavior is investigated. The differential equation is solved numerically by replacing waves which are distributed continuously on the time-distance space by discrete shock waves (quasi-shock waves). The model that has been developed by using the concept of quasi-shock waves is generalized to analyze road networks. The developed model can consider a demand variation along time and location and traffic behavior at branching points.