投稿論文(和文)
PAPERS

土木学会論文集 No.488／Ⅳ-23, pp.21~30, 1994.4

渋滞ネットワークにおける動的利用者均衡配分
—1起点・多終点および多起点・1終点ODペアの場合

赤松　隆*・桑原雅夫**

本論文は，時刻別OD交通量を所与とした1起点・多終点（および多起点・1終点）の一般ネットワークにおける動的な利用者均衡配分モデルを提案する．このモデルは，FIFO条件を満たし，任意の複数リンクでの過飽和状態を明示的に表現できる点に特徴がある．動的利用者均衡状態では，起点出発順序と終点到着順序の同一性が保たれる．この基本特性から，動的均衡配分モデルは出発時刻別に分解でき，分解された各問題は不動点問題となることが示される．さらに，その不動点問題の解析により均衡解の存在と一意性が考察される．最後に，経路の列挙を必要としない均衡解の計算法が提案される．

Key Words：*network assignment, dynamic user equilibrium, queue, fixed point*

1．はじめに

（1）研究の背景と目的

都市圏での慢性的交通渋滞は依然として大きな社会問題である．一方，GPS等の先端技術を駆使した自動車情報機器の発展と普及はめざましく，これら情報技術の進展と交通渋滞問題を背景とした路車間情報システム・インフラ整備プロジェクト（USAのIVHS，ECでのDRIVEやPROMETHEUS，わが国でのVICS等）が先進諸国の間で進められている．しかし，これらのプロジェクトでは，どちらかというとハード面の開発が先行し，交通管理計画上の様々なソフト面については，未だ十分な検討・研究がなされてきたとはいい難い．

今後，これらの交通システム・インフラを混雑問題に対して有効に機能させるためには，情報提供後の利用者行動を考慮した動的な交通状況の予測手法や，望ましいフロー・パターンを実現するためのリアルタイム制御手法の開発が必要である。本研究は，そのための重要な手法のひとつと考えられる動的均衡配分モデルの基本特性を理論的に明らかにすることを目的とするものである．

（2）動的配分理論に関連した従来の研究

交通需要の動的分析に関連する過去の研究は数多いが，それらの概要については，松井[1]の包括的レビューに既にまとめられている．そこで，以下では，本研究に関連の深い一般ネットワークでの動的配分問題(ただし，CONTRAM[2]等に代表されるシミュレーション・モデル・アプローチの研究は除く）のみに限って述べる．

経路選択原則を明示的に組込んだ一般ネットワークでの動的配分モデルを数理的に解析した初期の代表的研究としては，Robillard[3]があげられる．これは，Dialの確率配分モデルを動的な枠組みに拡張したものである．しかし，この系統のモデルは，動的交通解析において最も重要となる混雑現象を取りあつかうことができない点で多くの課題が残された．その後，混雑現象を考慮した動的配分モデルとして，システム最適配分と利用者最適（均衡）配分の2系統のモデルが研究されている．

前者の系統は，Merchant[4),5)]による1起点・多終点ODペアでの研究にはじまり，Ho[6)]によるアルゴリズムの開発，Carey[7)]による凹計画問題としての再定式化，Friesz等[8)]による最適制御理論を用いた連続時間での多起点・1終点ODペア問題への拡張等の発展がなされている。しかし，これらの研究でリンクの流入・流出関係の記述に用いられている“Exit Function”は，動的な交通流が満たすべきリンクでのフロー保存則を考慮できず，交通工学的にみて問題の残るモデリングである．

後者の系統に関しては，交通工学的あるいは数理解析的にみて問題の無い研究は未だ少ない．Wie等[9)]，Boyce等[10)]は，“瞬間的利用者最適配分モデル”を提案しているが，“Exit Function”を用いた動的フロー記述やリンクでのフロー保存則を無視した定式化に問題が残る．Vythoulkas[11)]，Janson[12)]は，各々，離散時間における動的な確率的利用者均衡配分および動的な利用者均衡配分を研究し，“等価な最適化問題”を示している．しかし，これらは動的な配分問題においては未知変数であるべき“動的リンク—経路関係行列*”を所与とした解析になっており，基本的な定式化と問題の近似解法を混同している．Smith[14),15)]は，フローのFIFO（First In First Out）条件を明示的に考慮した動的な利用者均衡

＊正会員　工博　豊橋技術科学大学講師　知識情報工学系
（〒441 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1）
＊＊正会員　Ph. D　東京大学生産技術研究所助教授

＊　時点tに起点を出発しk番目経路を利用するフローが時点t'にリンクaを利用するか否かを示す1-0変数．動的均衡配分問題では，ある経路に含まれるリンクへの到着時刻は均衡配分の結果として判るものであるから，この1-0変数を所与とすることはできない．

配分問題を研究している．彼は，静的な利用者均衡配分問題と同様の変分不等式として定式化し，数理的に厳密な解析を行っている．しかし，その定式化は経路変数を基本としており，動的な利用者均衡配分問題の基本的な特性の解析や具体的な計算法等の点で課題が残る．

なお，以上の一般ネットワークでの配分モデルとは異なった系統として，出発時刻選択あるいは出発時刻・経路選択の同時均衡モデル［Hendrickson, DePalma, Smith, Daganzo, Kuwahara, Newell 等々］の研究がある．これらの研究は，待ち行列・混雑現象を明示的に取り扱っている点で交通工学的に健全である．しかし，いずれも限定されたボルトネックのみを持つ特殊なネットワークのみを対象としており，実用には残された課題が多い．

（3） 本研究の枠組み

本研究では，一般ネットワークにおける動的利用者均衡（DUE：Dynamic User Equilibrium）配分モデルを解析する．DUE とは，“任意の時刻において任意の利用者が，自分だけが経路を変更しても OD ペア間の所要時間を減らすことができない状態”であり，Smith[15] による定義とほぼ同義である．つまり，完全情報の下で各利用者が完全最適行動をとる場合の均衡状態であり，静的な利用者均衡配分の自然な拡張である．この DUE は Wie 等[9] の動的利用者最適（DUO：Dynamic User Optimal）とは異なり，各利用者の経路選択が事後的にみても最適となっている様なフロー・パターンである．

本研究のモデルは，従来の一般ネットワークでの動的配分モデルとは異なり，FIFO 条件を明示的に考慮しており，任意のリンクでの過飽和状態を表現することができる．ただし，OD ペア構造は 1 起点-多終点と多起点-1 終点の場合を考える．また，時刻別 OD 交通量は所与であるとする，すなわち，経路選択のみの均衡を考える．このような設定下での均衡モデルは，より一般的・実用的な拡張モデルを作成・分析するための最も重要なビルディング・ブロックである．

本研究の構成は以下の通りである．まず，次節では，一般ネットワークでの待行列を考慮した動的フローの記述を行う．第 3 節では，DUE 配分の定義を行った後，その基本特性を考察する．さらに，その基本特性を利用することにより出発時刻別に分解された DUE 配分の定式化を示す．第 4 節では，DUE 配分の数理構造を分析する．具体的には，不動点問題への変換，解の存在・一意性等の検討がなされる．第 5 節では，一般ネットワークでの DUE フローの計算法を示す．ここまでは，1 起点・多終点の OD パターンについての議論である．それに対し，第 6 節では，多起点・1 終点の場合についての DUE 配分の特性，計算法を議論する．最後の第 7 節では，本研究のまとめおよび今後の課題を述べる．

2. 動的なネットワーク・フローとリンク通過時間

（1） ネットワークの定義

ノード集合 N（要素数は N 個）と方向付リンクの集合 L（要素数は L 個）からなるネットワークを G（N, L）と書く．N の要素は整数（1, 2, …, N）の通し番号で表し，L の要素はそのリンクの始・終点（$\in N$）のペアで表す．起点（発生交通量のあるノード）は唯一であるとし，そのノードを o と書く，終点（集中交通量のあるノード）は M 個あるとし，その集合を Md と書く．

（2） リンク・フローの状態方程式

ネットワーク上の各リンクの時刻 t における存在台数ベクトル $\boldsymbol{x}(t)$ は，その時刻までに当該リンクに流入した交通量ベクトル $\boldsymbol{A}(t)$ と流出した交通量ベクトル $\boldsymbol{D}(t)$ の差で与えられる．即ち，以下の状態方程式が成立する．

$$x_{ij}(t)=A_{ij}(t)-D_{ij}(t) \quad \forall (ij)\in L \cdots\cdots\cdots\cdots (1\,\mathrm{a})$$

ここで，$A_{ij}(t)$ は時刻 t までにリンク $i\to j$ に流入した累積交通量（台），$D_{ij}(t)$ は時刻 t までにリンク $i\to j$ から流出した累積交通量（台），$x_{ij}(t)$ は時刻 t におけるリンク $i\to j$ の存在交通量（台）である．

なお，$\boldsymbol{A}(t)$, $\boldsymbol{D}(t)$ が t に関して連続かつ微分可能であるとすると，状態方程式は以下の様な微分方程式で表現することもできる．

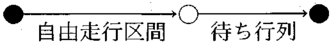
$$\dot{x}_{ij}(t)=\lambda_{ij}(t)-\mu_{ij}(t),\ x_{ij}(0)=\text{given} \quad \forall (ij)\in L \cdots\cdots\cdots\cdots (1\,\mathrm{b})$$

ここで，$\boldsymbol{\lambda}$ と $\boldsymbol{\mu}$ は，各々，以下の様に定義された瞬間流入率と瞬間流出率ベクトルである．

$$\begin{cases}\lambda_{ij}(t)\equiv dA_{ij}(t)/dt\\ \mu_{ij}(t)\equiv dD_{ij}(t)/dt\end{cases}\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

（3） 待ち行列を考慮したリンクコスト関数

各リンクの始点に流入したフローが終点を流出するまでに要する時間 $\boldsymbol{C}(t)$ は，i）リンクを通過するのに必要な時間，ii）待行列ができている場合のリンク終点での待ち時間；の和に分解できると仮定する．これは，1 本のリンクを以下のような 2 本のリンクに分けて考え，各々，異なった特性のリンクコスト（通過所要時間）関数をもつと考えれば良い．



i）に対応した自由走行区間を表すリンクでは，時刻 t に流入したフローの通過所要時間は，そのリンクの時刻 t での存在台数の単調増加関数であるとする．

$$C_{ij}(t)=C_{ij}[x_{ij}(t)]\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

ii）に対応した待ち行列を表すリンクの流出率には各リンクに固有の上限値がある：

$$\mu_{ij}(t)\leqq\mu^*_{ij}\equiv \text{各リンクで所与の定数}. \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

また，待ち行列を表すリンクは長さ0で，その通過所要時間は待ち時間のみ（Vertical Queue）であるとする．待ち時間は，待ち行列が無い（待ち行列リンクの存在台数が0）場合は0で，待ち行列がある場合はFIFO原則により（存在台数／流出率上限値）となる．従って，待ち行列リンクの通過所要時間関数は，

$$C_{ij}(t)=x_{ij}(t)/\mu^{*}_{ij}. \cdots\cdots(5)$$

と書け，リンク存在台数の単調増加関数として表される．

以下では，オリジナル・ネットワークでの全リンクが上のような2リンクに分解表現された（i.e. リンク数がもとの2倍となっている）ネットワークを考え，分解された各々のリンクの所要時間関数は一般的にリンク存在台数の単調増加関数であるとして議論する．

なお，本研究では，Vertical Queueの仮定を採用しているため，渋滞待ち行列が上流リンクまで延伸するような状況の取り扱いは必ずしも正確ではない．このような状況を描くためには，各リンクの存在台数$\boldsymbol{x}$に上限値があるという制約式を追加する必要がある．

（4） 各リンクでのフロー保存則とリンクコスト

FIFO条件の下では，時刻tにリンク$i \to j$に流入したフローは，時刻$t+C_{ij}(t)$にそのリンクを流出する．従って，各リンクでは，任意の時刻において以下の様なフロー保存則が成立しなければならない．

$$A_{ij}(t)=D_{ij}(t+C_{ij}(t)) \quad \forall (ij)\in L \cdots\cdots(6\,\mathrm{a})$$

これは，両辺をtで微分すれば，以下のような流出率$\boldsymbol{\mu}$と流入率$\boldsymbol{\lambda}$の関係として表現することもできる．

$$\lambda_{ij}(t)=\mu_{ij}(t+C_{ij}(t))\{1+\dot{C}_{ij}(t)\} \quad \forall (ij)\in L \cdots\cdots(6\,\mathrm{b})$$

つまり，時刻$t\sim t+dt$に流入した交通量は，時刻$t+C_{ij}(t)\sim(t+dt)+C_{ij}(t+dt)$に流出する交通量と等しくなければならない．従来の研究では，この制約を明示的に考慮していないもの（例えばMerchant[4]，Wie[9]）が見られるが，動的な交通流を現実的に解析するためには不可欠の制約式である．

（5） 各ノードで成立するフロー保存則

ネットワークの各ノードで滞留するフローはないとする．この場合，起点が1個，終点が複数のODノードを持つネットワークでは，各ノードにおいて，任意の時刻について以下のフロー保存則が成立しなければならない．

$$\sum_i D_{ij}(t)-\sum_k A_{jk}(t)+R_j(t)-S_j(t)=0 \quad \forall j\in N$$
$$R_j(t)=0, \quad \forall j\neq \mathrm{o} \qquad (7)$$

ここで，$R_j(t)$はノードjを出発地とするトリップの時刻tまでの累積発生交通量，$S_j(t)$はノードjを目的地とするトリップの時刻tまでの累積集中交通量である．

以下では，累積発生交通量を終点別に分けて考えた交通量を“出発時刻ベースの累積OD交通量”と呼び，時刻tまでに起点oを出発し終点をノード$\boldsymbol{d}$とする累積OD交通量を$Q_{od}(t)$と書く．以下では，各時刻における出発時刻ベース累積OD交通量が所与であるとする．この累積OD交通量を用いれば，時点tにおける起点oの累積発生交通量$R_o(t)$は，

$$R_o(t)=\sum_{d\in Md} Q_{od}(t) \cdots\cdots(8)$$

により与えられる．一方，累積集中交通量ベクトル$\boldsymbol{S}$は，出発時刻ベースの累積OD交通量が与えられただけでは明示的に評価できない．なぜなら，配分原則が決まらなければ各ノードへの到着時刻が決まらないからである．しかし，仮に，起点をoとしノード$\boldsymbol{d}$へ時刻tに集中する全てのフローの起点からの所要時間が$\pi_d(t)$である場合を考えるなら，時点tの累積集中交通量$\boldsymbol{S}(t)$は，

$$S_d(t)=Q_{od}(t-\pi_d(t)) \quad d\in Md \cdots\cdots(9)$$

により与えられる．

3. 動的利用者均衡配分

（1） 動的利用者均衡状態の定義

本研究では，動的利用者均衡（DUE：Dynamic User Equilibrium）状態を以下のように定義する．

> 任意の時刻，各ODペアごとの全利用者について，利用する経路を自分だけが変更しても，自分の目的地までのODペア間所要時間が減らせない状態．

上の定義のような均衡状態が存在すると仮定し，時刻tまでの全ての時間において均衡状態にあったとする．そのような状態では，各利用者の起点から各ノードまでの所要時間は（各利用者の各ノードへの到着時刻に対応した）最短所要時間となっている．

そこで，時刻tにノードiに到達するトリップの起点からノードiへの最短所要時間を$\pi_i(t)$と書く．この$\boldsymbol{\pi}$を用いると，DUE状態での時点tの集中交通量は，出発時刻ベースのOD交通量から式（9）により評価することができる．また，DUE状態ではフローが流入しているリンクは最短経路上のリンクのみであるから，以下の相補性条件式が成立する．

$$\begin{cases} \lambda_{ij}(t)\cdot\{\pi_j(t+C_{ij}(t))-\pi_i(t)-C_{ij}(t)\}=0 \\ \pi_j(t+C_{ij}(t))-\pi_i(t)\leqq C_{ij}(t) \quad \forall (ij)\in L \end{cases} \cdots\cdots(10)$$

逆に，式(10)および前節で示した動的ネットワーク・フローの保存式（式（1）～（9））が成立するならDUE状態であることも明らかである．従って，DUEは，式（10）の相補性条件および動的ネットワーク・フローの保存式（1）～（9）と等価である．

なお，この均衡条件式に現れるノードjまでの最短所要時間π_jは，時点tにリンク$i\to j$に流入したフローが

そのリンクを流出する（i.e. ノードjに到着する）時点$t+C_{ij}(t)$に評価したものとなっている．すなわち，ここでのDUEは，フローが実際に経験する所要時間が最短になる経路配分状態であり，Wie[9]やBoyce[10]の定義による動的利用者最適（DUO）状態とは異なる．

（2） 動的均衡状態の出発時刻別分解

動的利用者均衡状態は，利用者の出発時刻に着目すると，その定義から以下に述べるような性質を持つことがわかる（証明は付録参照）．

［基本特性Ⅰ］

DUE状態ならば，同一起点を同一時刻に出発した利用者は，終点までに利用される各ノードへ，同一時刻に到着する．

この基本特性から，DUE状態においては，各出発時刻毎に各ノードへの（利用経路によらない）一意的な到着時刻を考えることができる．以下では，DUE状態において，起点を時刻sに出発するフローがノードiへ到着する時刻を$\tau_i(s)$と書く．

次に，出発時刻の異なるフローを考えると，DUEの特性として以下のことが言える（証明は付録参照）．

［基本特性Ⅱ］

DUE状態ならば，同一起点を異なる2時点$s_1<s_2$に出発した利用者は，終点までに利用される各ノードへ出発時刻順に到着する（i.e. $\tau_i(s_1)<\tau_i(s_2)$）

これは，出発時刻s_1とs_2の時間間隔を無限小にすれば，

$$\partial\tau_i(s)/\partial s>0 \quad\cdots(11)$$

となる．この基本特性Ⅱから，DUEは，さらに以下の様な特性を持つことがわかる（証明は付録参照）．

［基本特性Ⅲ］

DUE状態ならば，時刻s_1に出発した利用者が利用する経路上に含まれるリンクの通過所要時間および各ノードへの到着時刻は，s_1より後の時刻s_2に出発した利用者のフローパターンがどう変化しても，その影響をうけない．

この基本特性Ⅲは，ある起点出発時刻sに対応したDUE状態は，時刻s以前（sも含む）に出発したフローに関する情報のみから決定されてゆくことを意味している．つまり，DUEフロー・パターンは，時刻0に出発したフローから順に出発時刻に関して“前向き”に決定可能である．したがって，DUEをリアルタイム制御原則とみなした場合，“現在”起点を出発するフローの制御を行うためには，“将来”出発するODフローを（予測して）制御計算のインプットとする必要はないことがわかる．

（3） 出発時刻別にみたDUE条件の定式化

DUEフローパターンが出発時刻順に逐次的に決定できることを考慮すれば，均衡条件を出発時刻別の変数によって表現するのは極めて自然である．そこで以下では，絶対時刻tにおいて成立すべき条件として定式化されたDUE条件式（1）～(10）を，出発時刻別に分解された形式に変換する．

時刻s以前に出発したフローがDUE状態にあるなら，相補性条件式（10）において$t=\tau_i(s)$とおくことにより，以下の条件式が得られる．

$$\begin{cases} y_{ij}(s)\cdot\{\tau_j(s)-\tau_i(s)-C_{ij}(\tau_i(s))\}=0 \\ \qquad \tau_j(s)-\tau_i(s)\leqq C_{ij}(\tau_i(s)) \quad \forall(ij)\in L \end{cases} \quad\cdots(12)$$

ここで，$\boldsymbol{y}(s)$は以下の様に定義される出発時刻別瞬間流入率である．

$$y_{ij}(s)\equiv\lim_{ds\to0}\frac{A_{ij}(\tau_i(s+ds))-A_{ij}(\tau_i(s))}{ds}$$
$$=\lambda_{ij}(\tau_i(s))\cdot\{\partial\tau_i(s)/\partial s\} \quad\cdots(13)$$

相補性条件式(12)は，時刻sに起点を出発したフローが利用するリンク$i\to j$（即ち$y_{ij}(\tau_i(s))>0$）では，

$$\tau_j(s)=\tau_i(s)+C_{ij}(\tau_i(s)) \quad\cdots(14)$$

となることを意味している．従って，リンク$i\to j$でのフロー保存則は（式（6）と（14）から），

$$A_{ij}(\tau_i(s))=D_{ij}(\tau_j(s)) \quad\cdots(15)$$

と表される．また，DUE状態では，$t=\tau_j(s)$における累積発生・集中交通量と出発時刻ベースの累積OD交通量の関係は以下のように与えられる．

$$\begin{cases} R_j(\tau_j(s))=\sum_{k\in Md}Q_{jk}(s)\delta_{0j} \quad\cdots(16\,\mathrm{a}) \\ S_j(\tau_j(s))=Q_{0j}(s) \quad\cdots(16\,\mathrm{b}) \end{cases}$$

ここで，δ_{ij}はクロネッカーのデルタ（iとjが等しければ1，そうでなければ0）であり，ノードjが起点でなければ，式（16 a）の右辺は0である．

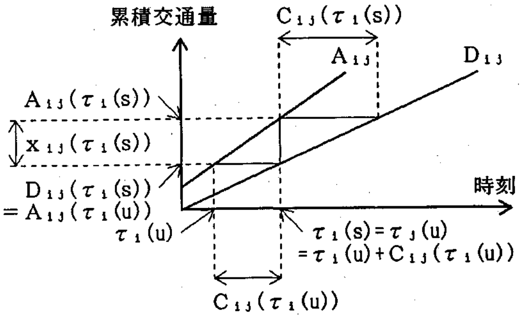
DUE状態におけるこれらの関係式（15），（16）を時刻$\tau_j(s)$におけるノードjでのフロー保存則（式（7））に代入すれば，DUE状態でのフロー保存則は，$\boldsymbol{A}$と$\boldsymbol{Q}$のみを用いて表現される：

$$\sum_i A_{ij}(\tau_i(s))-\sum_k A_{jk}(\tau_j(s))$$
$$+\sum_{k\in Md}Q_{jk}(s)\delta_{0j}-Q_{0j}(s)=0 \quad \forall j\in N \quad\cdots(17)$$

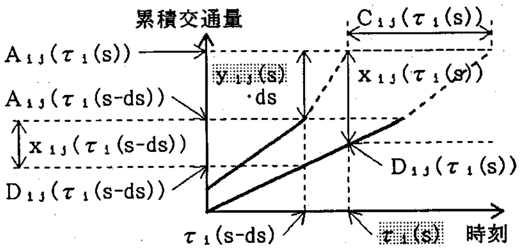
さらに，任意の時刻においてDUE状態であるなら，式(17）を出発時刻sについて偏微分して得られる以下の式（静的なフロー保存則と全く同型の式）も成立する．

$$\sum_i y_{ij}(s)-\sum_k y_{jk}(s)$$
$$+\sum_{k\in Md}q_{jk}(s)\delta_{0j}-q_{0j}(s)=0 \quad \forall j\in N \quad\cdots(18)$$

ここで，$\boldsymbol{q}(s)$は以下の様に定義される出発時刻別OD交通量流入率である．



図—1 均衡状態での各種リンク状態変数の関係



図—2 出発時刻 s に対応した DUE 配分問題

$$q_{0d}(s)\equiv\lim_{ds\to 0}\{Q_{0d}(s+ds)-Q_{0d}(s)\}/ds \cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

以上により，主な均衡条件式は，出発時刻 s に対応した変数 $\boldsymbol{y}$ (s) および $\boldsymbol{\tau}(s)$ により表現された．最後に，リンク・コスト $C_{ij}(\tau_i\ (s))$ を決定する変数 x_{ij} $(\tau_i\ (s))$ と $\boldsymbol{y}$ の関係を明示的に示す．そのために，次の関係式を満たす s 以前の出発時刻 u を考える．

$$\tau_i(s)=\tau_j(u)=\tau_i(u)+C_{ij}(\tau_i(u)) \cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

これは，時刻 s に起点を出発したフローがリンク $i\to j$ に流入した時刻にそのリンクを出て行くフローの起点出発時刻である(図—1 参照)．この出発時刻 u を用いると，DUE 状態における存在台数 x_{ij} $(\tau_i\ (s))$ は，式 (1)，(6) および $\boldsymbol{y}$ の定義から，以下のように表される．

$$\begin{aligned} x_{ij}(\tau_i(s)) &= A_{ij}(\tau_i(s))-D_{ij}(\tau_i(s)) \\ &= A_{ij}(\tau_i(s))-A_{ij}(\tau_i(u)) \\ &= \int_u^s y_{ij}(\omega)\,d\omega \cdots\cdots\cdots\cdots(21) \end{aligned}$$

結局，出発時刻 s の利用者に対する DUE 条件は，$\boldsymbol{y}(s)$ と $\boldsymbol{\tau}$ (s) のみを用いて，以下の a)~e) のようにまとめられることがわかった．

a) 最短経路原則 (式 (12))
b) フロー (瞬間流入率) 保存則 (式 (18))
c) 瞬間流入率の非負条件
d) 存在台数と瞬間流入率の関係 (式 (20)，(21))
e) 存在台数とリンク通過所要時間の関係 (式 (3))

4. 均衡解の存在と一意性

(1) DUE 配分問題の構造

DUE の基本特性Ⅲより，DUE フロー・パターンは，出発時刻について前向きに求められる．そこで，有限微小な出発時刻間隔 ds を考え，出発時刻 0 から出発時刻 $s-ds$ までの DUE フロー・パターンが求められているとし，時刻 s に出発したフローの DUE パターンを求めることを考える (図—2 参照)．

この様に出発時刻を離散時間近似すると，時刻 τ_i (s) における存在交通量は，以下のように表される．

$$x_{ij}(\tau_i(s))=A_{ij}(\tau_i(s-ds))+y_{ij}(s)\cdot ds-D_{ij}(\tau_i(s)) \cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

右辺の第一項 A_{ij} $(\tau_i(s-ds))$ は，時刻 $s-ds$ 以前に出発したフローが DUE 状態にあるなら，基本特性Ⅲから，出発特性 $s-ds$ よりあとのフロー・パターンには依存しない．第三項 D_{ij} $(\tau_i(s))$ は変数 $\boldsymbol{y}(s)$ と $\boldsymbol{\tau}(s)$ の関数とみなすことができる．なぜなら，$\tau_i(s)$ が与えられるなら式 (20) を満たす τ_i (u) が求められ，τ_i (u) が τ_i $(s-ds)$ より前の時刻である場合には，時刻 $s-ds$ 以前に出発したフローの変数 A_{ij} $(\tau_i(u))$ として評価できるからである．なお，$\tau_i(s-ds)\leqq\tau_i(u)=\tau_i(s)$ の場合は，待ち行列存在台数が 0 であるから，累積流入量曲線 $\boldsymbol{A}$ と累積流出量曲線 $\boldsymbol{D}$ が一致し，$D_{ij}(\tau_i(s))$ は明らかに変数 $\boldsymbol{y}(s)$ と $\boldsymbol{\tau}(s)$ のみで評価できる．従って，出発時刻 s よりも前の DUE フロー・パターンが存在しているなら，$x_{ij}(\tau_i\ (s))$ は出発時刻 s に対応した変数 $\boldsymbol{y}(s)$ と $\boldsymbol{\tau}(s)$ のみの関数である．その結果，出発時刻 s のフローに対応したリンクコスト $C_{ij}(\tau_i(s))$ もまた，$\boldsymbol{y}(s)$ と $\boldsymbol{\tau}(s)$ の関数であることがわかる：

$$\begin{aligned} C_{ij}(\tau_i(s)) &= C_{ij}[x_{ij}(\tau_i(s))] \\ &= C_{ij}[y_{ij}(s),\ \ \tau_i(s)] \cdots\cdots\cdots\cdots(23) \end{aligned}$$

また，このコスト関数は $\boldsymbol{x}$ の単調増加関数であるから，$\tau(s)$ を所与とすれば，$\boldsymbol{y}(s)$ の単調増加関数である．

このように考えると，出発時刻別の DUE 条件は，リンクコスト関数式 (23) に $\tau_i(s)$ が含まれることを除いて静的 UE 条件と全く同様である．

そこで，仮にこのリンクコスト関数中の $\tau_i(s)$ の値が所与であるとし，静的な利用者均衡 (UE) 問題と同様の以下の最適化問題を考える：

【Program PO】

$$\min. Z(\boldsymbol{y})=\sum_{ij}\int_0^{y_{ij}} C_{ij}(\omega\cdot ds,\tau_i(s))\,d\omega \cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

subject to

$$g_j(\boldsymbol{y})=\sum_i y_{ij}-\sum_k y_{jk}+\sum_k q_{jk}-q_{0j}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

$$y_{ij}\geqq 0 \cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

$$y_{ij}\equiv y_{ij}(s),\ q_{jk}\equiv q_{jk}(s)$$

この問題の Lagrangean を

$$L(\boldsymbol{y},\eta,\tau)=Z(\boldsymbol{y},\tau)+\sum_j \eta_j g_j(\boldsymbol{y}) \quad \cdots\cdots(27)$$

ここで，η は制約条件式（26）に対応した Lagrange 乗数，と書くと，最適性の必要十分条件（Kuhn-Tucker 条件）は以下のように表される．

$$\begin{cases} y_{ij}\cdot \partial L/\partial y_{ij}=0 \\ \partial L/\partial y_{ij}\geqq 0 \end{cases} \quad \cdots\cdots(28)$$

$$g_j(\boldsymbol{y})=0, \quad y_{ij}\geqq 0$$

$$\partial L/\partial y_{ij}=C_{ij}(y_{ij},\tau_i)-\eta_j+\eta_i \quad \cdots\cdots(29)$$

この最適条件式は，Lagrange 乗数 η が均衡到着時刻 τ に一致していれば，前節で述べた DUE 条件式と同じである．つまり，各出発時刻に対応した DUE フローを求める問題は，下図の様なループ構造になっている．

$$\begin{array}{ccccc} \tau & \rightarrow & \text{問題 PO} & \rightarrow & \begin{array}{l}\text{フローパターン } \boldsymbol{y} \\ \text{Lagrange 乗数 } \eta\end{array} \\ \uparrow & & & & \downarrow \end{array}$$

この様な DUE 問題の構造は，不動点問題として表現することができる．すなわち，入力パラメータ・ベクトル τ に対して問題 PO を解いて得られる最適 Lagrange 乗数ベクトルを返す写像を $P(\tau)$ と書くと，DUE 問題は不動点問題：

$$\tau(s)=P(\tau(s)) \quad \cdots\cdots(30)$$

と等価である．

（２） 均衡解の存在

角谷の不動点定理[22]によれば，次の条件：

1） τ の集合 $T\in R^N$ が有界な閉凸集合

2） 写像 $P(\tau)$ が T からそれ自身への上半連続写像

が満たされれば，不動点問題（30）の解が存在する．

1）の条件：τ は最短経路の所要時間と出発時刻から以下のように定義される：

$$\tau_i(s)=\min_p.\{\tau_i^p(s)=\sum_{ij}C_{ij}\delta_{ij,p}+s\} \quad \cdots\cdots(31)$$

ここで，$\delta_{ij,p}$ はリンク・経路接続行列（リンク $i\rightarrow j$ が p 番目経路に含まれるなら 1，そうでないなら 0）．OD 交通量が有限であるから，リンク存在台数も有限であり，その結果，各リンクの所要時間 $\boldsymbol{C}$ の定義域は 0 以上の有限な値である．従って，その線形和である τ^p の集合は有界な閉凸集合となる．また，よく知られているように最小値関数：min. $\{\boldsymbol{x}\}$ は $\boldsymbol{x}$ に関して凸な関数である．閉凸集合を凸関数によって写像してできる集合は，明らかに閉凸集合となるから，τ の集合 T は有界な閉凸集合である．

2）の条件：非線形計画問題の最適解写像の連続性に関する理論（安定性理論）によれば，

a） 目的関数がパラメータベクトル τ に関して連続

b） 制約集合がパラメータベクトル τ に関して連続

であれば，最適解写像は τ に関して上半連続である[23]．問題 PO では，制約条件式には τ が含まれないから b) は明らかに満たされる．また，PO の目的関数 Z はリンクコスト関数 $\boldsymbol{C}$ の連続関数であり，この $\boldsymbol{C}$ は τ に関して連続である．従って，Z は τ に関して連続である．すなわち，問題 PO では a)，b）が満たされるから，最適解写像 P は τ に関して上半連続である．

以上より，角谷の定理の 1)，2）の条件が満たされることがわかった，すなわち，DUE は存在することが証明された．

（３） 感度分析と解の一意性

DUE の解 τ^* の一意性および均衡解を求めるアルゴリズムを考えるためには，問題 PO の入力パラメータ τ の変化に対して PO の最適解 τ^* がどのように変化するかを知る必要がある．そこで，以下ではまず，問題 PO の感度分析を行う．

問題 PO の最適性条件（Kuhn-Tucker 条件）式を τ について偏微分し，簡単な式の変形を行うことにより，パラメータ τ に対する最適 Lagrange 乗数 η の感度を示す次式が得られる．

$$\nabla_\tau\eta=[A^TJ^{-1}A]^{-1}A^TJ^{-1}A_+ \quad \cdots\cdots(32)$$

ここで，$\nabla_\tau\eta$：$\partial\eta_i/\partial\tau_j$ を i 行 j 列要素とする $(N-1)\times(N-1)$ 行列

A：リンク・ノード接続行列（$L\times(N-1)$ 行列）
$=l$ 番目リンクが $i\rightarrow j$ なら，l 行目の i 列要素は 1，j 列要素は -1，他は 0

A_+：リンク始点指示行列（$L\times(N-1)$ 行列）
$=l$ 番目リンクが $i\text{—}j$ なら，l 行目の i 列要素は 1，他は 0

J：リンクコスト関数のヤコビアン
（リンクコスト関数の $\boldsymbol{y}$ に関する偏微分を対角要素にもつ対角行列）

なお，起点 o の Lagrange 乗数 η_0 の値は（τ の値に関わらず）任意に決められるから，Lagrange 乗数 η の各要素のうち独立な変数の個数は $N-1$ である．式（32）が $(N-1)\times(N-1)$ 行列となっているのは，その独立な $N-1$ 個の変数のみに着目した表現としているためである．

DUE の解，すなわち，非線形連立方程式：

$$\phi_i(\tau)\equiv\eta_i(\tau)-\tau_i=0 \quad \forall i\in N \quad \cdots\cdots(33)$$

の解が唯一であるためには，以下の行列の単調性が保証されればよい．

$$\begin{aligned}\nabla_\tau\phi&=\nabla_\tau\eta-I\\&=[A^TJ^{-1}A]^{-1}A^TJ^{-1}A_+-I \quad \cdots\cdots(34)\end{aligned}$$

ここで，I は $(N-1)\times(N-1)$ の単位行列

しかし，式（34）から明らかなように，$\nabla_\tau\phi$ の単調性は行列 A（i.e. ネットワーク構造）に依存している．つまり，一般的に解が唯一であるとはいえないことがわか

る.

5. アルゴリズム

前節までの議論に基づいた均衡解を求めるアルゴリズムの骨子は以下のようにまとめられる.

Step 0：出発時刻 $s=0$ に対応した各種変数値および配分終了出発時刻 T，出発時刻間隔 ds 等を設定.

Step 1：次の非線形連立方程式を $\tau(s)$ について解き，起点を時刻 s に出発するフローを DUE 配分.

$\phi_i(\tau(s))\equiv\eta_i(\tau(s))-\tau_i(s)=0 \quad \forall i\in N$

ここで，η は最適化問題 PO のフロー保存条件式に対応した Lagrange 乗数である．この最適解 τ^* に対し，時刻 s に出発したフロー・パターン $\boldsymbol{y}$ も同時に求められる.

Step 2：Step 1 の結果：$(\boldsymbol{y}(s),\ \tau(s))$ とそれ以前の状態変数の値から，状態変数 $A_{ij}(\tau_i(s))$，$D_{ij}(\tau_j(s))$，$x_{ij}(\tau_i(s))$ 等の値を設定.

Step 3：配分対象出発時刻の進行と終了判定：

$s:=s+as$

$s>T$ なら終了，そうでないなら Step 1 へ.

Step 1 の非線形連立方程式の解法としては様々な手法が考えられる．感度分析の結果を利用し，Newton 法を適用するなら，出発時刻 s の DUE フローを求めるための手順は以下のような収束計算にまとめられる.

Step 1.0　τ の初期値を設定

収束判定定数 ε：＝微小定数，繰り返し回数 n：＝0

$\tau_i^0:\tau_i(s-ds) \quad \forall i\in N$

Step 1.1　UE 配分により $\eta(\tau^n)$，$\boldsymbol{y}(\tau^n)$ を算出

以下の最適化問題を解き，$\boldsymbol{y}(\tau^n)$ を求める.

$$\min . Z[\boldsymbol{y}]=\sum_{ij}\int_0^{y_{ij}}C_{ij}(\omega\cdot ds,\tau_i^n(s))d\omega$$

subject to

$g_j(\boldsymbol{y})=0 \quad j\in N,\quad y_{ij}\geqq 0 \quad \forall(ij)\in L$

$\eta(\tau^n)$ は，この最適化問題のフロー保存則 $g_j(\boldsymbol{y})=0$ に対応した Lagrange 乗数であり，最適解 $\boldsymbol{y}(\tau^n)$ に対応した各ノードまでの最短経路コストとして求められる.

Step 1.2　τ の改訂

$\tau^{n+1}:=\tau^n-[\nabla_\tau\boldsymbol{\phi}(\tau^n)]^{-1}\boldsymbol{\phi}(\tau^n)$

Step 1.3　収束判定

もし，$\|\eta(\tau^{n+1}(s))-\tau^{n+1}(s)\|\leqq\varepsilon$ なら終了，

そうでないなら $\boldsymbol{n}:=\boldsymbol{n}+1$ とし Step 1.1 へ戻る

このアルゴリズム中の Step 1.1 で解く最適化問題は，y_{ij} を静的なリンク・フローと考えれば，静的な利用者均衡配分問題と同形式である．従って，Frank-Wolfe 法，PARTAN 法等のアルゴリズムを用いれば，経路を列挙することなく（大規模ネットワークでも）容易に解くことができる.

6. 多起点・1終点の場合

前節まででは，1起点・多終点（“Evening Rush”）のネットワークでの DUE について議論した．本節では，それと“裏返し”の多起点・1終点（“Morning Rush”）の場合を考える．この場合，起点出発時刻を終点到着時刻におきかえることにより，1起点・多終点の場合とほぼ同様の議論が可能となる.

（1） ネットワークと OD ペア構造の定義

終点は唯一であるとし，そのノードを $\boldsymbol{d}$ と書く．起点は $\boldsymbol{M}$ 個あるとし，その集合を $\boldsymbol{M}_0$ と書く．累積集中交通量を起点別に分けて考えた交通量を“到着時刻ベースの累積 OD 交通量”と呼び，起点 o を出発し時刻 $\boldsymbol{t}$ までに終点 $\boldsymbol{d}$ に到着する累積 OD 交通量を $\hat{Q}_{od}(t)$ と書く．以下では，この到着時刻ベースの累積 OD 交通量が所与であるとする．このとき，累積集中交通量 $\boldsymbol{S}$ は，

$$S_d(t)=\sum_{o\in M0}\hat{Q}_{od}(t)\cdots\cdots(8)'$$

により与えられる．一方，累積発生交通量 $\boldsymbol{R}$ は，$\hat{\boldsymbol{Q}}$ が与えられただけでは明示的に評価できないが，ノード o を時刻 $\boldsymbol{t}$ に出発するフローの終点 $\boldsymbol{d}$ までの所要時間が全て $\pi_o(t)$ である場合には，累積発生交通量 $\boldsymbol{R}$ は，

$$R_o(t)=\hat{Q}_{od}(t+\pi_o(t)) \quad o\in M_0\cdots\cdots(9)'$$

により与えられる.

（2） 動的利用者均衡の基本特性

以下では，DUE 状態において，終点に時刻 v に到着するフローがノード i へ到着する時刻を $\hat{\tau}_i(v)$ と書く．第3節での議論と同様にして，DUE 状態には以下の基本的な特性があることがわかる.

［基本特性Ⅰ'］

DUE 状態ならば，同一終点に同一時刻に到着する利用者は，終点までに利用される各ノードへ，同一時刻に到着する.

［基本特性Ⅱ'］

DUE 状態ならば，終点に異なる2時点 $v_1<v_2$ に到着する利用者は，終点までに利用される各ノードへ終点到着時刻順に到着する.

［基本特性Ⅲ'］

DUE 状態ならば，時刻 v_1 に終点に到着する利用者が利用する経路上に含まれるリンクの通過所要時間および各ノードへの到着時刻は，v_1 より後の時刻 v_2 に到着する利用者のフローパターンがどう変化してもその影響をうけない.

（3） 動的利用者均衡状態の到着時刻別分解

以上の基本特性より，多起点・1終点の場合の DUE

フロー・パターンは，到着時刻順に逐次決定できる．そこで，DUE 条件を到着時刻別に分解して考える．第3節での議論と全く同様にして，到着時刻 v のフローに対応した DUE の相補性条件は以下のように書ける．

$$\begin{cases} \hat{y}_{ij}(v)\cdot\{\hat{\tau}_j(v)-\hat{\tau}_i(v)-C_{ij}(\hat{\tau}_i(v))\}=0 \\ \qquad \hat{\tau}_j(v)-\hat{\tau}_i(v)\leqq C_{ij}(\hat{\tau}_i(v)) \quad \forall (ij)\in L \end{cases} \quad \cdots\cdots(12)'$$

ここで，$\hat{\boldsymbol{y}}(v)$ は以下の様に定義される到着時刻別瞬間流入率である．

$$\hat{y}_{ij}(v)\equiv\lambda_{ij}(\hat{\tau}_i(v))\cdot\{\partial\hat{\tau}_i(v)/\partial v\} \cdots\cdots(13)'$$

また，各ノードでのフロー保存則（微分形式）は，

$$\sum_i \hat{y}_{ij}(v)-\sum_k \hat{y}_{jk}(v) + \hat{q}_{jd}(v)-\sum_{0\in M0}\hat{q}_{0j}(v)\delta_{jd}=0 \quad \forall j\in N \cdots\cdots(18)'$$

となる．ここで，$\hat{\boldsymbol{q}}(v)$ は以下の様に定義される到着時刻別 OD 交通量流入率である．

$$\hat{q}_{0d}(v)\equiv\lim_{dv\to 0}\{\hat{Q}_{0d}(v+dv)-\hat{Q}_{0d}(v)\}/dv \cdots\cdots(19)'$$

さらに，時点 $\hat{\tau}_i(v)$ における存在台数は，式（21）と同様，$\boldsymbol{y}$ の関数として表現される．

いま，到着時刻 $v-dv$ までの DUE フロー・パターンが与えられているとし，時点 v に終点に到着する DUE フロー・パターンを求めるとする．このとき，到着時刻 v に対応した均衡フローのコストは，式（19）' より未知変数 $\hat{\boldsymbol{y}}(v)$ および $\hat{\boldsymbol{\tau}}(v)$ のみの関数と考えることができる．従って，$\hat{\boldsymbol{\tau}}(v)$ が仮に所与とすれば，$\hat{\boldsymbol{y}}(v)$ は，1起点・多終点の場合の問題 PO におけるフロー保存則を式（18）' の形式に置き換えた最適化問題の解となる．

入力パラメータ $\hat{\boldsymbol{\tau}}$ に対してこの最適化問題を解いて得られる Lagrange 乗数を返す写像を $\hat{P}(\hat{\boldsymbol{\tau}})$ と書けば DUE 問題は，不動点問題：$\hat{\boldsymbol{\tau}}(v)=\hat{P}(\hat{\boldsymbol{\tau}}(v))$ となる．また，その均衡フロー・パターンの計算法も第5節で示したものとほぼ同様に考えることができる．

7. 結論と今後の課題

本研究では，実際に利用者が経験する走行時間が最短経路となる様な動的利用者均衡（DUE）配分問題を一般ネットワークの設定で考察した．その成果をまとめると以下の通りである．

1) 待ち行列を明示的に考慮した DUE 配分問題の定式化を経路変数を用いずリンク・ノード変数のみを用いて行った．
2) DUE 配分問題の持つ特徴的ないくつかの性質（基本特性Ⅰ～Ⅲ）を明示的に示した．
3) 基本特性のひとつである出発順序と到着順序の同一性から，1起点・多終点 OD ペアの場合，DUE 配分問題は出発時刻別に分解し，出発時刻に関して前向きに計算できることが判った．
4) DUE 配分問題を不動点問題に変換し，その解の存在を示した．また，その解は必ずしも唯一であるとは言えないことを示した．
5) 経路の列挙を必要とせず，実際の大規模ネットワークでも適用可能な DUE 配分問題の解法を提案した．
6) 多起点・1終点 OD ペアの場合についても到着時刻に関する分解ができ，到着時刻別 OD 交通量が所与なら，1起点・多終点 OD ペアの場合と同様の計算法で均衡解が求められることを示した．

今後の課題としては，本研究で示したモデルに，より実際的な側面を追加した場合の解析が重要である．拡張の例としては，a）経路選択に関わるコストを（所要時間のみではなく）より一般化されたコストとすること，b）Many to Many OD ペア構造への拡張，c）出発時刻選択の内生化等が挙げられる．

a）については，所要時間を一般化されたコストに置き換えた場合でも基本的な解析の本質的な点は，ほぼ同様であり，本研究で示した解析の形式的な修正のみで拡張できる．b）については，基本的な定式化は，本研究の式（1）～(10) を複数の起点別フローに置き換えればほぼ同様であり，解の存在等の基本特性は変わらない．しかし，起点の異なるフローの重なりを考慮するためには，アルゴリズム上の工夫が必要である．c）についても，b）の拡張と同様，定式化自体は比較的容易であるが，収束の保証された効率的なアルゴリズムの開発は単純ではなく，今後の重要な研究課題である．

付録：DUE の基本特性Ⅰ～Ⅲの証明

① 基本特性Ⅰの証明：

（背理法） 同一起点を同一時刻に出発した利用者が異なった時刻に到着したとする．この場合，遅く到着する利用者は早く到着する経路へ自分の経路を変更すればより早く到着（OD ペア間所要時間を短縮）することができる．すなわち，DUE 状態ではないことになる．

② 基本特性Ⅱの証明：

時刻 s_i（$i=1, 2$）に起点を出発した利用者を利用者 i と呼ぶことにする．

（1） 利用者1，2が同一経路を利用する場合：

ネットワークの各リンクにおいて FIFO 原則が成立すると仮定していることから，利用経路上の各ノードへの到着時刻は明らかに出発時刻順になる．

（2） 利用者1，2が異なる経路を利用する場合：

（背理法） 利用者1と2が共通して利用する或るノード k が存在し，利用者2が利用者1よりも早くノード k へ到着したとする．ここで，利用者1がノード k への経路を利用者2と同じ経路に変更したとすれば，（1）の結論によって，利用者2より早くノード k へ到着す

ることができる．また，Bellmanの最適原理より，起点が同じ場合，終点までの最短経路は，その経路に含まれる各ノードへの最短経路でもある．従って，利用者1は経路変更により終点までの所要時間を減らすことができることになり，DUE状態ではないことになる．

③ 基本特性Ⅲの証明：

第2節での議論より，時刻 τ_i (s) にリンク $i \to j$ へ流入したフローがこのリンクを通過するのに要する時間は，

$$C_{ij}(\tau_i(s)) = C_{ij}[x_{ij}(\tau_i(s))]$$

である．ここで，リンク通過所要時間 $\boldsymbol{C}$ を決定するリンク存在台数 $\boldsymbol{x}$ は，第2節で述べた状態方程式（1 a）において $t=\tau_i$ (s) とおくことにより，

$$x_{ij}(\tau_i(s)) = A_{ij}(\tau_i(s)) - D_{ij}(\tau_i(s))$$

で与えられる．

基本特性Ⅱにより，DUE状態では $A_{ij}(\tau_i(s))$ と $D_{ij}(\tau_i(s))$ は，時刻 s 以前に出発したフローのみで決定され，時刻 s よりも後に出発したフローには無関係である．従って，DUE状態において，起点を時刻 s_1 に出発した利用者のリンク通過所要時間 $C_{ij}(\tau_i(s))$ は，時刻 $s_2(>s_1)$ に出発した利用者のフロー・パターンには依存しない．また，DUE状態での各ノードへの到着時刻は，各ノードへの最短経路に含まれるリンクの通過所要時間の和である．従って，各ノードへの到着時刻も時刻 $s_2(>s_1)$ に出発した利用者のフロー・パターンに依存しない．

参 考 文 献

1）松井寛：交通需要の動学的分析の諸相と今後の展望，土木学会論文集，No. 470／Ⅳ-20, pp. 47～56, 1993.

2）D.R. Leonard, P. Gower and N.B. Taylor : CONTRAM : Structure of the model, Transport and Road Research Laboratory Report RR 178, Crowthorne, United Kingdom, 1989.

3）P. Robillard : Multipath traffic assignment with dynamic input flows, Transpn. Res., 8, pp.567～573, 1974.

4）D.K. Merchant and G.L. Nemhauser : A model and an algorithm for the dynamic traffic assignment problem, Transpn. Sci., 12, pp.183～199, 1978.

5）D.K. Merchant and G.L. Nemhauser : Optimality conditions for a dynamic traffic assignment model, Transpn. Sce., 12, pp.200～207, 1978.

6）J.K. Ho : A successive linear optimization approach to the dynamic traffic assignment, Transpn. Sci., 14, pp.295～305, 1980.

7）M. Carey : Optimal time-varying flows on congested networks, Operations Research, 35, pp.58～69, 1987.

8）T.L. Friesz, F.J. Luque, R.L. Tobin and B.W. Wie : Dynamic network traffic assignment considered as a continuous time optimal control problem, Operations Research, 37, pp.893～901, 1989.

9）B.W. Wie, T.L. Friesz and R.L. Tobin : Dynamic user optimal traffic assignment on congested multidestination networks, Transpn. Res., 24, pp.431～442, 1990.

10）D.E. Boyce, B. Ran and L.J. LeBlanc : Solving an instantaneous dynamic user optimal traffic assignment model, submitted to Transpn. Sci., 1993.

11）P.C. Vythoulkas : Two models for predecting dynamic stochastic equilibria in urban transportation network, Proc. of the 11 th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, pp.253～272, 1990.

12）B.N. Janson : Dynamic traffic assignment for urban road networks, Transpn. Res., 25 B, pp.161～193, 1991.

13）O. Drissi-Kaitouni and A. Hameda-Benchekroun : A dynamic traffic assignment model and solution algorithm, Transpn. Sci., 26, pp.119～128, 1992.

14）M.J. Smith and M.O. Ghali : Dynamic traffic assignment and dynamic traffic control, Proc. of the 11 th International Symposium on Transportation and Traffic Tehory, pp.273～288, 1990.

15）M.J. Smith : A new dynamic traffic model and the existence and calculation of dynamic user equilibria on congested capacity-constrained road networks, Transpn. Res., 27 B, pp.49～63, 1993.

16）C. Hendrickson and G. Kocur : Schedule delay and departure time decisions in a deterministic model, Transpn. Sci., 15, pp.62～77, 1981.

17）A. De Palma, M. Ben Akiva, C. Lefevre and N. Lintinas : Stochastic equilibrium model of peak period traffic congestion, Transpn. Sci., 17, pp.430～453, 1983.

18）H.S. Mahmassani and R. Herman : Dynamic user equilibrium, departure times and route choice on idealized traffic arterials, Transpn. Sci., 18, pp.362～384, 1984.

19）M.J. Smith : The existence of a time-dependent equilibrium distribution of arrivals at a single bottleneck, Transpn. Sci., 18, pp.385～394, 1985.

20）C.F. Daganzo : The uniqueness of a time-dependent equilibrium distribution of arrivals at a single bottleneck, Transpn. Sci., 19, pp.29～37, 1985.

21）M. Kuwahara and G.F. Newell : Queue evolution on freeways leading to a single core city during the morning peak, Proc. of the 10 th International Symposium on Transportation and Trafic Theory, pp.21～40, 1987.

22）Kakutani : A generalization of Brouwer's Fixed Point Theorem, Duke Math. Journal 8, pp.457～459, 1941.

23）福島雅夫：非線形計画法，pp. 92, 産業図書，1980.

24）M. Kuwahara and T. Akamatsu : Dynamic equilibrium assignment with queues for a one to many OD pattern, Proc. of the 12 th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, pp.185～204, 1993.

（1993. 9. 21 受付）

DYNAMIC USER EQUILIBRIUM ASSIGNMENT ON OVERSATURATED ROAD NETWORKS

Takashi AKAMATSU and Masao KUWAHARA

This research proposes the dynamic equilibrium assignment on an over-saturated transportation network with a one-to-many origin-destination pattern. The proposed model satisfies the FIFO discipline of traffic flow and explicitly deals with effect of queues growing on any links in a network. We first show that the problem can be decomposed with respect to the traveler's starting time from the single origin based on the fundamental properties derived from the dynamic user equilibrium principle. Then, it is shown that the each decomposed problem is considered as a fixed point problem, which is a natural extension of the conventional static assignment problem. The solution is proven to exist, though the uniqueness is not generally guaranteed. Furthermore, we propose an solution algorithm which does not require a path enumeration. Finally, we show that the above conclusions are also applicable to the case of many-to-one OD pattern.