

# 砂の $\sigma_m$ 一定・平面ひずみ試験と二重負荷曲面を持つ構成式の検討

蔡 敏\*・望月秋利\*\*・高橋真一\*\*\*

$\sigma_m$  一定・平面ひずみ試験に基づき、塑性圧縮（主として）のための負荷関数  $f_c$  に関連流動則を、主としてせん断塑性のための負荷関数  $f_s$  に非関連流動則を用いた二重硬化モデルを検討し、破壊基準、降伏関数、硬化パラメータを新たに提案した。構成式は十分な精度で  $\sigma_3$  一定・平面ひずみ試験を表現し得た。また  $\sigma_m$  一定・三軸圧縮試験に基づく定数を用いて  $\sigma_3$  一定・三軸圧縮試験の結果をうまく表現することもできた。さらに得た定数を比較し、構成式の拡張性と一般性を検討した。

**Key Words** : constitutive equation, work-hardening parameter, plastic shear strain, plastic compressive strain

## 1. はじめに

Drucker ら<sup>1)</sup>に端を発した土の構成則の研究は Roscoe, Schofield, Wroth ら<sup>2)</sup>を中心とした Cam-clay モデルや Granta-gravel モデル、わが国では太田・関口モデル<sup>3)</sup>等の成功を契機に研究が進み、最近では実構造物への適用例も多く報告され、構成モデルの利用は今後益々増加の傾向にある。しかし実務での利用という観点で見ると、構成式の理論構成や定数の決定方法の不明確さなどから、計算プログラムの開発や必要定数の決定は開発者以外にとって必ずしも容易な作業でないことも事実で、実用段階にはまだ少しの距離があるというのが現状であろう。

この原因は構成式の組立や証査に必要な精度の高い試験結果がなく、モデルの単純化や近似化、あるいは特殊化にあるので、精度の高い試験の実施と、その結果および弾塑性論にできるだけ厳密に則った構成式の開発が必要であると考えた。

筆者らはこのような考え方で、すでに砂の平面ひずみ試験結果を用い、非関連流動則を適用した単一負荷関数を持つモデル(単一負荷モデルと呼ぶ)を提案した<sup>4)</sup>。このモデルは、多くの土構造物が平面ひずみ条件問題への置き換えが可能である点に着目し、モデルの適用を平面ひずみ場に限定することで構成式自身の簡易化、パラメータ数の減少、必要試験の限定化を目指した。また非関連流動則の適用は Poorooshasb ら<sup>5), 6)</sup>が実験事実を基に提唱したもので、砂の等方硬化モデルに限れば、この考え方にもとづく単一負荷関数を持つモデルは、Poorooshasb らの他に Nova ら<sup>7)</sup>, Lade ら<sup>8)</sup>によって提

案されている。しかし単一負荷モデルでは内在する矛盾、すなわち静水圧軸と交差する破壊基準を設定すれば等方圧縮による“破壊”が生じ、またそうしない場合は逆に静水圧軸上での塑性圧縮を表現できない、という問題を解決できない。

そこで本論文では、塑性圧縮特性（主として）を表現するための負荷関数  $f_c$  および塑性せん断特性（主として）のための負荷関数  $f_s$  の二つを考えて、砂の圧縮試験および新たに手法を開発した  $\sigma_m$  一定・平面ひずみ試験を実施し、 $f_c$  には関連流動則を、 $f_s$  には非関連流動則を適用した二重負荷モデルを導いた。二重負荷モデルは Lade ら<sup>9)</sup>, Vermeer<sup>10)</sup>, 西ら<sup>11)</sup>によっても提案されている。開発したモデルの特徴は、単一負荷モデル<sup>4)</sup>で用いた破壊基準を実験結果に基づき修正したこと<sup>12)</sup>、せん断塑性のための硬化パラメータに通常用いられる塑性仕事負荷関数と唯一の関係にないことを示し、新たな硬化パラメータを提案したこと、またすべてのパラメータを実験結果にもとづいて決定したので、実験結果との間に矛盾がなく、さらに弾塑性論を忠実に適用して理論上にも矛盾がないことにある。その結果モデルに含まれるパラメータの数は、 $f_c$ ,  $f_s$  に関するものを合わせると 12 と少し多い部類に属する。

もっとも連続体を仮定した弾塑性論に則る限り、①初期降伏条件、②破壊基準、③負荷関数、④硬化関数の他に⑤塑性ポテンシャルを定義する必要があることは同じである。したがって必要定数が少ないモデルでは何らかの形で簡略化や近似化が行われていると考えて良いであろう。Bianchini ら<sup>13)</sup>の粒状体構成モデルについてのワークショップの収録結果を見ると、上述の 5 条件を満たす 20 モデルの内、必要定数が 10 以上のモデルは 25% に過ぎない。また前掲した非関連流動則にもとづく構成式の中でも実験結果に忠実に基づいて、定数を決定するという方針は Lade ら、望月らのモデル以外あまり採ら

\* 学生会員 工修 大阪市立大学大学院後期博士課程  
(〒558 大阪市住吉区杉本 3-3-138)

\*\* 正会員 工修 大阪市立大学助教授 工学部土木工学科

\*\*\* 正会員 工修 (株)大林組 技術研究所土木第 2 研究室

れていないようである。もちろんパラメータの多少やその決定方法は構成則の本質ではないが、それを利用する立場で考えると、やはり使いやすさや拡張性を左右するので、本論文ではできるだけ実験結果との関連および定数の決定方法を明確にする方針を採った。

## 2. 材料試験

### (1) 試験機, 試料, 試験条件

用いた試験機の詳細はすでに報告してあるので<sup>12)</sup>、ここでは平面ひずみ試験の関係事項を中心に示す。

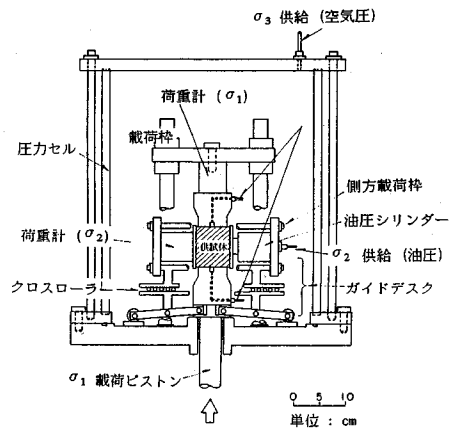
図-1は試験機の概要図である。応力  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  は剛板で、 $\sigma_3$  はゴムスリーブを介して空気圧で載荷する。 $\sigma_2$  載荷装置(図-1(2))は軸変位のちょうど1/2だけ運動して上下に移動するようにしてあるので、 $\sigma_2$  載荷軸を常に供試体中央高さに一致せしめるとともに、 $\sigma_2$  載荷板の摩擦力を低減することができる。供試体の  $\epsilon_3$  方向の変形は、供試体に  $1 \times 2 \times 0.005$  cm のアルミ箔を添付して非接触変位計で計測する(図-1(3)参照)<sup>14)</sup>。

表-1, 2に試料の主な物理特性と試験条件を示す。試験は表-2(1)に示す平面ひずみと三軸圧縮試験を計4シリーズ行った。試験中の応力および平面ひずみ条件( $\epsilon_2=0$ )の制御は、コンピューターを用いて約1.5秒に1回のフィードバック方式で行い、側圧誤差を  $0.01 \text{ kgf/cm}^2$  以下、供試体の  $\epsilon_2$  方向ひずみ誤差を  $\pm 0.016\%$  以下の精度で制御した。今回実施した砂の  $\sigma_m$  一定・平面ひずみ試験は、筆者らの知る限り初めてのものである。また等方圧縮・除荷/載荷繰返し試験は、弾性特性と塑性を含む土の等方圧縮特性を合わせて検討することを目的としたもので、所定の  $\sigma_m$  で等方圧縮した後  $0.3 \text{ kgf/cm}^2$  になるまで除荷し、その後所定の  $\sigma_m$  まで再載荷し、さらに  $\sigma_m$  を  $0.5 \text{ kgf/cm}^2$  だけ増加させて(等方圧縮), 再び除荷/載荷を繰り返す, という方法で行った。これにより、整合性のある弾性定数と負荷関数  $f_c$  に関する定数を得ることができる。

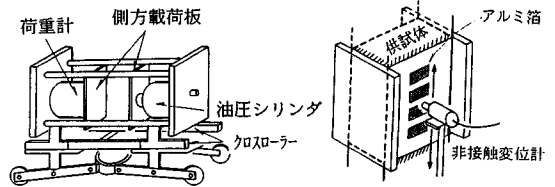
### (2) 平面ひずみ試験結果

図-2, 3は、それぞれ  $\sigma_3$  一定, および  $\sigma_m$  一定・平面ひずみ試験結果を示したものである。 $\sigma_3$  一定試験の場合、応力~ひずみ関係7かなり明確にピークおよびその後の強度低下を示すのに対して、 $\sigma_m$  一定試験でははっきりしない。体積変化における膨張量は  $\sigma_m$  一定試験の方がわずかではあるが大きい。表-3に強度定数  $c$ ,  $\phi$  を示す。 $\sigma_m$  一定試験の方がわずかに  $c$  は小さく、 $\phi$  は大きい、ほぼ一本の強度線で表すことができる。

図-4は等方圧縮・除荷/載荷繰返し試験の結果である。等方圧縮による  $\epsilon_v$  は  $\sigma_m$  に対して単調に増加する。また除荷/載荷によるヒステリシス曲線の勾配は、 $\sigma_m$  の低下とともに緩くなる傾向を示す。以下これらの結果を用いて構成モデルを組み立てる。



(1) 試験装置の外観



(2)  $\sigma_2$  載荷装置

(3) 非接触変位計

図-1 試験装置

表-1 主な物理性質：豊浦砂

$\rho_s$	2.649 ( $\text{t/m}^3$ )
$\rho_{\text{max}}$	1.655 ( $\text{t/m}^3$ ) ( $e=0.60$ )
$\rho_{\text{min}}$	1.347 ( $\text{t/m}^3$ ) ( $e=0.97$ )
$d_{\text{max}}(U_c)$	0.42 (mm) (1.57)

表-2(1) 試験条件-1

① $\sigma_3$ 一定・平面ひずみ試験 ( $\sigma_3$ -PS)	
② $\sigma_m$ 一定・平面ひずみ試験 ( $\sigma_m$ -PS)	
③ $\sigma_3$ 一定・三軸圧縮試験 ( $\sigma_3$ -TC)	
④ $\sigma_m$ 一定・三軸圧縮試験 ( $\sigma_m$ -TC)	
排水条件	圧密・排水(CD)
供試体寸法	$8.0 \times 6.4 \times 4.1$ cm (直方)
初期含水比	空気乾燥状態
初期密度( $\rho_s$ )	$1.51$ ( $\text{t/m}^3$ ) $e=0.75$ ( $D_r=59\%$ )
圧密圧力	$0.5, 1, 2, 4$ $\text{kgf/cm}^2$
せん断速度	$0.06/\text{min}$

表-2(2) 試験条件-2

### ⑤ 等方圧縮・除荷/載荷試験

試験名	等方圧縮	除荷/載荷
せん断速度	$0.06/\text{min}$	約 $0.01/\text{min}$
載荷応力	$\sigma_m=0 \rightarrow 5$ $\text{kgf/cm}^2$	$\sigma_m=0.5$ (載) $\rightarrow 0.3$ (除) $\rightarrow 1$ (載) $\rightarrow 0.3$ (除) $\rightarrow 1.5$ (載) $\rightarrow$ 除荷 $\rightarrow$ 載荷 $\dots$ (単位: $\text{kgf/cm}^2$ 、計7段階)
試料の条件	試験条件-1と同じ	

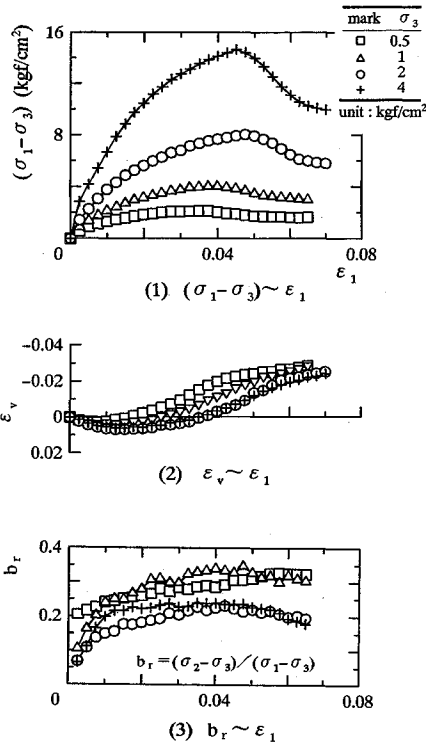


図-2  $\sigma_3$ 一定・平面ひずみ試験結果

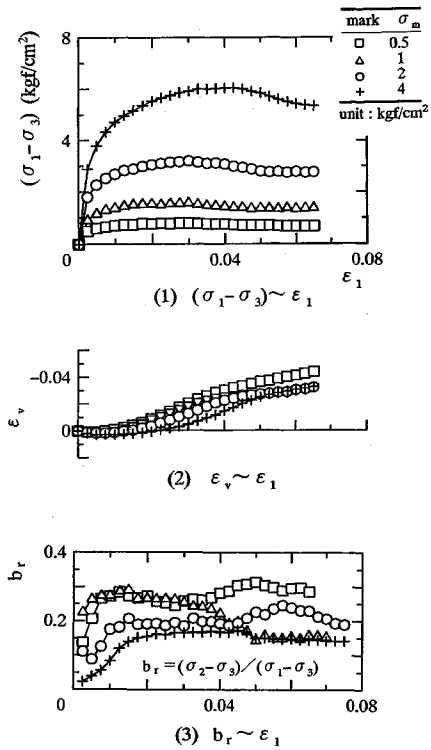


図-3  $\sigma_m$ 一定・平面ひずみ試験結果

3. 本構成式の基本的考え方

全ひずみ増分 ( $d\epsilon_{ij}$ ) は弾性ひずみ増分 ( $de_{ij}^e$ ) と塑性ひずみ増分 ( $de_{ij}^p$ ) に分けて式 (1) で表し、塑性ひずみ増分はさらに  $f_c$  による塑性ひずみ増分  $de_{ij}^c$  と  $f_s$  による塑性ひずみ増分  $de_{ij}^s$  に分けて、式 (2) で表す。

$$d\epsilon_{ij} = de_{ij}^e + de_{ij}^p \dots\dots\dots (1)$$

$$de_{ij}^p = de_{ij}^c + de_{ij}^s \dots\dots\dots (2)$$

すなわち  $de_{ij}^e$  は、全ひずみ増分 ( $d\epsilon_{ij}$ ) から弾性ひずみ増分  $de_{ij}^e$  と  $de_{ij}^p$  を差し引いた残りと考え、弾性定数および主として塑性圧縮のための負荷関数  $f_c$  を実験結果に矛盾なく設定できる。さらに  $f_c$  には関連流動則を、 $f_s$  には非関連流動則を適用し、後者だけに破壊面を設定することで、前述した単一負荷関数モデルが持つ矛盾を解決することができる。

図-5は、Rendulic面 ( $\sigma_1 \sim \sqrt{2} \cdot \sigma_3$ 面) 上に示した負荷関数と塑性ポテンシャルの概念図を示したものである。図中の  $f_c$  と  $f_s$  は負荷関数を、 $f_{sr}$  は破壊基準を、 $g_c$ 、 $g_s$  はそれぞれ  $f_c$ 、 $f_s$  に対する塑性ポテンシャルである。なお式等で、上付き、あるいは下付き文字の  $p$  は塑性を、 $c$  は  $f_c$  に関する、 $s$  は  $f_s$  に関することを、また 0 は初期を、 $f$  は破壊を表す。

以下、弾性定数の決定、 $f_c$  と  $de_{ij}^c$ 、 $f_s$  と  $de_{ij}^s$  の3つの項目に分けて議論を進める。

表-3 強度定数

試験	三軸圧縮		平面ひずみ	
	c (kgf/cm <sup>2</sup> )	$\phi^\circ$	c (kgf/cm <sup>2</sup> )	$\phi^\circ$
$\sigma_3$ 一定	0.11	37.1	0.12	39.9
$\sigma_m$ 一定	0.06	38.4	0.06	41.1

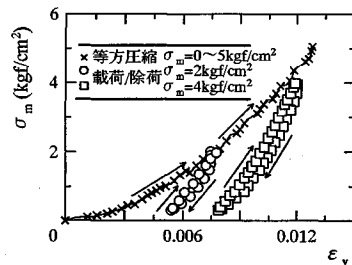
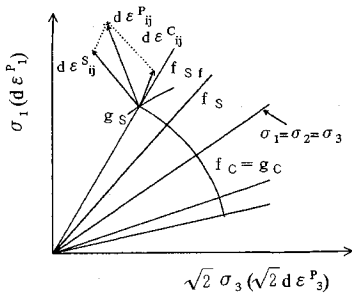


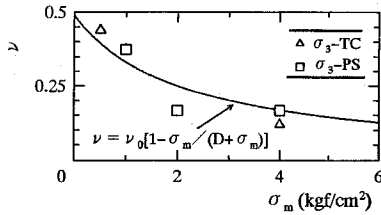
図-4 等方圧縮・載荷/除荷試験結果

4. 弾性定数の設定

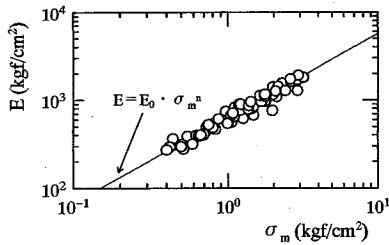
弾性特性に対しては均質等方材料を仮定し、ポアソン比 ( $\nu$ ) とヤング率 ( $E$ ) を用いる。土材料に対して純粋な弾性特性試験を実施することは容易ではないので、まずひずみ依存性が少ないと考えられているポアソン比<sup>(1)</sup>を、 $\epsilon_1 \sim \epsilon_3$ 関係の初期部分 ( $\epsilon_1 \leq 1\%$ 、 $\sigma_3$ 一定・三軸圧縮試験、 $\sigma_3$ 一定・平面ひずみ試験)を弾性挙動が支



図—5 レンドリック面上における降伏面と塑性ポテンシャルの概念図



図—6  $\nu \sim \sigma_m$  関係図



図—7  $E \sim \sigma_m$  関係図

配的と見なして、式 (3-1)、あるいは(3-2) で求めた<sup>4)</sup>。図—6 はポアソン比と  $\sigma_m$  の関係を示したもので、式 (4) でその関係を表した (図中の実線)。

$$\nu = -d\epsilon_3/d\epsilon_1 \text{ (三軸圧縮試験)} \dots\dots\dots (3-1)$$

$$\nu = 1/(1 - d\epsilon_1/d\epsilon_3) \text{ (平面ひずみ試験)} \dots\dots\dots (3-2)$$

$$\nu = \nu_0 \cdot [1 - \sigma_m / (D + \sigma_m)] \dots\dots\dots (4)$$

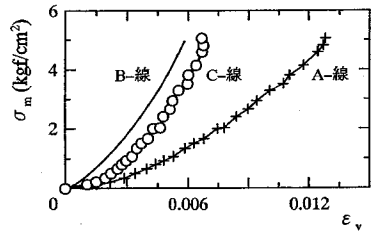
ここに、 $\nu_0, D$ : 実験定数

ヤング率は図—4 に示す除荷／載荷繰り返し曲線 ( $\sigma_m$  一定) 部分を弾性挙動とみなして、体積弾性係数 ( $K$ ) から、式 (5) で計算した。

$$E = 3 \cdot K \cdot (1 - 2\nu) \dots\dots\dots (5)$$

図—7 は除荷／載荷試験のヒステリシス曲線から得た  $E \sim \sigma_m$  関係をプロットしたものである。 $E \sim \sigma_m$  関係は図上で直線関係と見なして式 (6-1) で表す。ここに、 $p_a$  は無次元化のための単位応力である。なお試験結果をもとに誘導する関係式中で用いる単位は cm, kgf, kgf/cm<sup>2</sup> に統一し、また  $p_s$  は記述の煩雑さを避けるため式 (6-2) のように省略し、式番の右肩に \* 印を付した。

$$E = E_0 \cdot (\sigma_m / p_a)^n \dots\dots\dots (6-1)$$



図—8 等方圧縮試験結果

ここに  $E_0, n$ : 実験定数  
但し  $n < 1$  (5. 参照)

$$E = E_0 \cdot \sigma_m^n \dots\dots\dots (6-2)^*$$

### 5. 負荷関数 $f_c$ と塑性ひずみ増分 $d\epsilon^c_{ij}$

主として塑性圧縮特性を表すための負荷関数  $f_c$  を式 (7) とした。これは Lade<sup>9)</sup>, Vermeer<sup>10)</sup> らが用いた応力原点を中心とする球を表す Cap 型降伏面である。硬化パラメータには塑性仕事を仮定して、式 (8) で表わす。

$$F_c = f_c - \kappa_c = 0 \dots\dots\dots (7)$$

$$\kappa_c = \kappa_{c0} + \kappa_{ch}$$

$$\text{ここに } f_c = I_1^2 - 2 \cdot I_2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2$$

$\kappa_{c0}$ : 地盤の初期状態で決まる値、

但し、今回の計算では 0 とする

$\kappa_{ch}(H_c^p)$ : 硬化関数

$$H_c^p = W_c^p = \int (\sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p) \dots\dots\dots (8)$$

ここで試験結果と弾性定数および  $f_c$  に関するパラメータの間に矛盾がなく、かつ唯一の関係を設定するために、 $f_c$  と硬化パラメータ ( $H_c^p$ ) の関係を等方圧縮・除荷／載荷試験結果から求めることを考えた。

図—8 は等方圧縮試験の結果で、図中の A 線は等方圧縮試験による  $\sigma_m$  と  $\epsilon_v$  (= 弾性 + 塑性体積ひずみ、図—4) の関係を、また B 線は式 (4)、(6) で得たポアソン比とヤング率を用いて積分した弾性体積ひずみ  $\epsilon_e^p$  と  $\sigma_m$  の関係を示したものである。式 (6) 中の条件 ( $n < 1$ ) は、B 線の  $\sigma_m = 0$  点の積分を可能にするためのものである。また図中の C 線は A 線から弾性体積ひずみ (B 線) を差し引いた塑性体積ひずみ  $\epsilon_s^p$  と  $\sigma_m$  の関係を示す。

図—9 は、図—8 の C 線をもとに計算した  $f_c (= \kappa_{ch}, \because \kappa_{c0} = 0)$  と  $W_c^p$  の関係である。 $f_c$  と  $W_c^p$  は両対数紙上で一本の直線関係、すなわち唯一の関係が認められる。結局硬化関数 ( $\kappa_{ch}$ ) は式 (9) で記述できる。

$$\kappa_{ch} = (H_c^p / a)^{1/b} \dots\dots\dots (9)^*$$

ここに  $a, b$ : 実験定数

$$H_c^p = W_c^p$$

塑性ポテンシャルは、関連流動則の適用を仮定して、

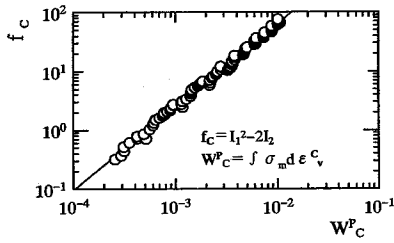


図-9  $f_c \sim W_p^c$  関係図

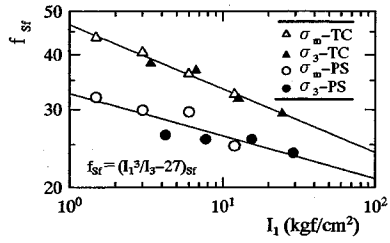


図-11  $(I_1^3/I_3 - 27)_{sf} \sim I_1$  関係図: Lade モデル

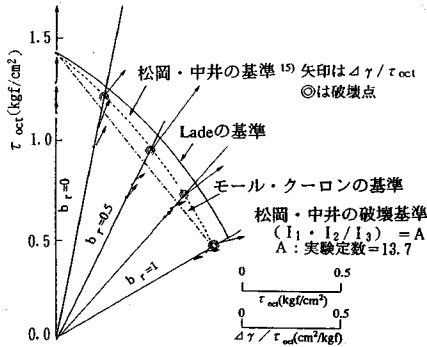


図-10  $\pi$ 面上における破壊基準と塑性ひずみ増分

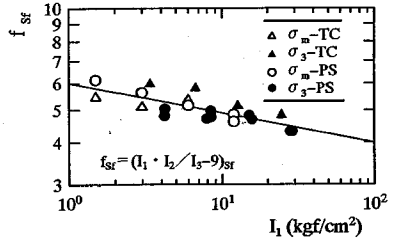


図-12  $(I_1 \cdot I_2 / I_3 - 9)_{sf} \sim I_1$  関係図

式(10)で表す。

$$g_c = f_c \dots \dots \dots (10)$$

6. 負荷関数  $f_s$  と塑性ひずみ増分  $d\epsilon_s^p$

負荷関数  $f_s$  および硬化パラメータ ( $H_s^p$ ) は構成式の中で最も中心的な役割を果たす。  $f_s$  の妥当性は破壊時の試験結果との適合性により、また  $H_s^p$  は  $f_s$  との唯一関係の有無によって検討する。

(1) 破壊基準と負荷関数  $f_s$

破壊基準について Lade<sup>8)</sup> は、Monterey 砂 ( $d_{50}=0.43$  mm,  $U_c=1.53$ ,  $e_0=0.57$  ( $D_r=98\%$ ),  $0.78$  ( $D_r=27\%$ )) に対する試験結果をもとに、式 (11) を提案した。

$$F_{sf} = f_{sf} - \eta' = (I_1^3/I_3 - 27)_f - \eta' = 0 \dots \dots \dots (11)$$

式中の定数「27」: 等方時の  $I_1^3/I_3$  の値

$\eta'$ : 実験定数

また望月ら<sup>12)</sup>は瀬戸硅砂 ( $d_{max}=2.0$  mm,  $d_{50}=0.4$  mm,  $U_c=3.1$ ,  $e_0=0.566$  ( $D_r=90\%$ )) の試験にもとづいて検討し、 $\pi$ 面上では式 (12) に示す松岡・中井の破壊基準<sup>15)</sup> で基本的に表現され得ることを検証した (図-10 参照)。この破壊基準の  $\pi$ 面上の破壊点はモール・クーロンの基準および Lade の基準のほぼ中間に位置する。

$$F_{sf} = f_{sf} - \eta'' = (I_1 \cdot I_2 / I_3 - 9)_f - \eta'' = 0 \dots \dots \dots (12)$$

式中の定数「9」: 等方時の  $I_1 \cdot I_2 / I_3$  の値

$\eta''$ : 実験定数

式 (11), (12) に示した破壊基準の妥当性を、三軸圧縮 ( $\sigma_3$ 一定/ $\sigma_m$ 一定) 試験、平面ひずみ ( $\sigma_3$ 一定/ $\sigma_m$

一定) 試験の計 4 種類の結果を用いて検証する。

図-11 は Lade の破壊基準に従って、三軸と平面ひずみ試験で得られた  $f_{sf}$  と  $I_1$  の関係を示したものである。全結果に対して  $f_{sf}$  と  $I_1$  の間に唯一の関係がなく、式 (11) の破壊基準式は適切でないことを示す。図-12 は、式 (12) の破壊基準を用いた場合の  $f_{sf}$  と  $I_1$  の関係を示したものである。おおむね全試験結果が一本の線で表わされているが、 $f_{sf}$  は  $I_1$  の関数、すなわち式 (12) 中の  $\eta'$  が定数ではないことを示すので、本論文では修正を加えた式 (13) を破壊基準とした。

$$F_{sf} = (I_1 \cdot I_2 / I_3 - 9) \cdot I_1^m - \eta = 0 \dots \dots \dots (13)^*$$

ここに  $m, \eta$ : 実験定数

式 (12) に示す破壊基準式を Rendulic 面に投影すると、頂点が原点に一致し、かつ稜線が直線となる、また修正式 (式 (13)) は稜線が曲線となるが、 $\pi$ 面上の形は両基準とも図-10 に示すおむすび形である。

負荷関数  $f_s$  は、破壊時に破壊基準と一致しなければならないので、破壊面と同形の式 (14) を用いた。

$$F_s = f_s - \kappa_s = 0 \dots \dots \dots (14)$$

$$\kappa_s = \kappa_{s0} + \kappa_{sh}$$

ここに  $f_s = (I_1 \cdot I_2 / I_3 - 9) \cdot I_1^m$

$\kappa_{s0}$ : 初期降伏値

$m$ : 式 (13) と同じ

$\kappa_{sh}(H_s^p)$ : 硬化関数

(2) 硬化パラメータ  $H_s^p$

硬化パラメータ ( $H_s^p$ ) はその物理的意味を考えて Lade<sup>8),9)</sup>, Vermeer<sup>10)</sup> らが採用したように塑性仕事 ( $W_s^p$ : 式 (15)) にとることが多い。図-13 は  $\sigma_m$  一定・平

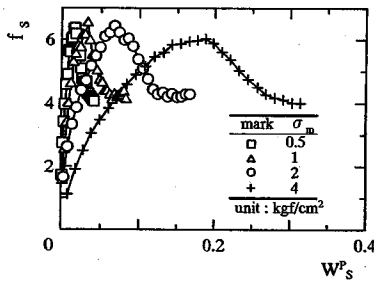


図-13  $f_s \sim W_s^p$  関係図

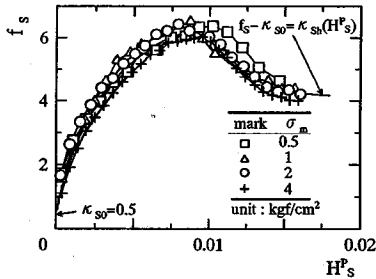


図-14  $f_s \sim H_s^p$  関係図

面ひずみ試験結果を、 $f_s (= \kappa_{s0} + \kappa_{sh})$  と  $W_s^p$  の関係で示したものである。ここに塑性仕事は、

$$W_s^p = \int dW_s^p = \int (\sigma_{ij} d\epsilon_{ij}) \dots \dots \dots (15)$$

である。 $\sigma_m$ が大きくなるにしたがい、 $f_s$ に対する $W_s^p$ は大きくなる。すなわちこの結果は弾塑性論の基本的な制約である $f_s$ と $H_s^p$ 関係の唯一性に違反し、結局、塑性仕事を硬化パラメータとして用いることは適切でないことを示す。しかし図-13の $f_s \sim W_s^p$ 関係は、応力が大きい程同じ $f_s$ に対して $W_s^p$ が大きくなっているので、 $dW_s^p$ を $\sigma_{kk}'(t)$ は定数で除してこの点を補正した式(16)を新しい硬化パラメータ( $H_s^p$ )として考えた。 $t=1$ の場合、諸戸<sup>16)</sup>の提案した「応力経路によらず、応力比と唯一の関係を持つパラメータ $S_s$ 」と同じ形になる。

$$H_s^p = \int (\sigma_{ij} d\epsilon_{ij}) / \sigma_{kk}' \\ = \int (dW_s / \sigma_{kk}') \dots \dots \dots (16)^*$$

ここに  $t$ : 実験定数

図-14は、 $(f_s - \kappa_{s0})$ と $H_s^p$ (式(16))の関係を示したものである。ここに $\kappa_{s0}$ は、 $f_s \sim H_s^p$ 関係で示したとき、 $f_s$ 軸の切片の値となるので、

$$\kappa_{s0} = 0.5 \dots \dots \dots (17)$$

を得る。全試験結果に対して $[f_s - \kappa_{s0}]$ と $H_s^p$ の関係はほぼ唯一の関係を示す。また $dW_s^p \geq 0$ から、 $dH_s^p = dW_s / \sigma_{kk}' \geq 0$ は簡単に証明できるので、式(16)を硬化パラメータとして採用することにした。また $(f_s - \kappa_{s0})$ と $H_s^p$ の関係を式(18)で表わし、図-14中に実線で

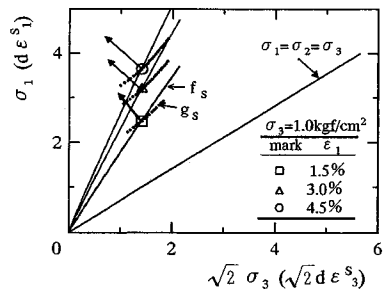


図-15 レンドリック面上における塑性ひずみ増分ベクトル

示した。ここに $\kappa_1$ は双曲線、 $\kappa_2$ は単調減少する指数関数で、二つの関数の組み合わせで $(f_s - \kappa_{s0})$ を表す。 $\kappa_{sh} \sim H_s^p$ 関係の初期勾配および最終状態の漸近線は、それぞれ $d\kappa_{sh} / dH_s^p (= d\kappa_1 / dH_s^p = 1/\alpha)$ 、 $(1 - \zeta) / \beta$ となる。ピークは $d\kappa_{sh} / dH_s^p = 0$ により決まり、その位置は主として定数 $\xi$ の影響を受ける。

$$f_s - \kappa_{s0} = \kappa_{sh}(H_s^p) \\ = \kappa_1(H_s^p) \cdot \kappa_2(H_s^p) \dots \dots \dots (18)$$

$$\kappa_1(H_s^p) = H_s^p / (\alpha + \beta \cdot H_s^p)$$

$$\kappa_2(H_s^p) = 1 - \zeta \cdot \exp[-(\xi \cdot H_s^p)^m]$$

ここに  $t, \alpha, \beta, \zeta, \xi, Y$ : 実験定数

$m$ : 式(13)と同じ

### (3) 塑性ポテンシャル $g_s$

塑性ポテンシャル( $g_s$ )は、 $d\epsilon_{ij}$ に対する直交性と $dW_s^p \geq 0$ が必要な条件である。

平面ひずみ試験の場合、 $g_s$ と $d\epsilon_{ij}$ の直交関係は視覚的に観察しにくいので、まず三軸圧縮試験( $\sigma_3$ 一定および $\sigma_m$ 一定)結果をRendulic面に $d\epsilon_1 \sim \sqrt{2} \cdot d\epsilon_3$ 面を重ね、図-15( $\sigma_3 = 1 \text{ kgf/cm}^2$ )に示した。 $\theta_f$ は $f_s$ と $d\epsilon_{ij}$ の交角とすると、いずれも $\theta_f$ は約 $60 \sim 70^\circ$ で、直交していない。すなわち非関連流動則適用の必要性を示している。

また $\theta_f$ を観察すると、破壊に至るまでほぼ $60 \sim 70^\circ$ の一定値を保つことに気づく。そこで式(13)を基に、塑性ポテンシャル( $g_s$ )としての必要条件を満たすように修正したものが式(19)である。

$$g_s = I_1 \cdot I_2 - [9 + \omega \cdot I_1^{-m}] \cdot I_3 \dots \dots \dots (19)^*$$

ここに式(19)中の $\omega$ は塑性せん断ひずみ増分の方向から求めることができる(付録-1参照)。 $\omega$ と $f_s$ の関係は、式(20)で表す。

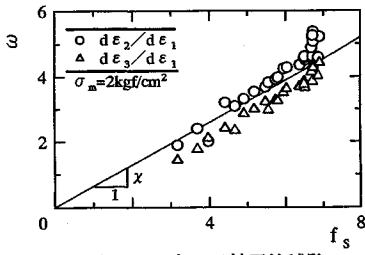
$$\omega = \chi \cdot f_s = \chi \cdot (\kappa_{s0} + \kappa_{sh}) \dots \dots \dots (20)^*$$

ただし  $\chi$ : 実験定数

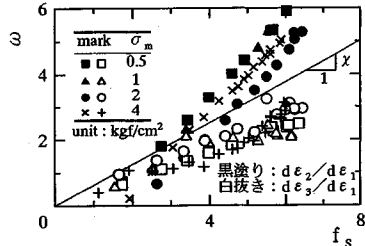
$m$ : 式(13)と同じ

以下まず $\chi$ について、 $\sigma_m$ 一定・三軸圧縮試験結果をもとに検討する。

図-16(1)は $\omega$ と $f_s$ の関係( $\sigma_m = 2 \text{ kgf/cm}^2$ )を示



(1)  $\sigma_m$ 一定・三軸圧縮試験



(2)  $\sigma_m$ 一定・平面ひずみ試験

図-16  $\omega \sim f_s$  関係図

したもので、 $\chi$ はその関係の勾配である。三軸圧縮試験では非接触変位計を用いて $\varepsilon_2, \varepsilon_3$ を独立に計測し、 $\omega$ と $f_s$ の関係をそれぞれ求めたものである(付録-1参照)。結果は実際上 $\chi_2 = \chi_3$ で、 $\omega \sim f_s$ に唯一な関係があると判断し、 $\chi_2$ と $\chi_3$ の平均を $\chi$ とした。

三軸圧縮： $\chi = 0.65$

一方、図-16(2)は、 $\sigma_m$ 一定・平面ひずみ試験結果についての $\omega \sim f_s$ の関係を示したものである。 $f_s < 4$ の範囲では実際上 $\chi_2 = \chi_3$ であるが、 $4 < f_s \leq 6$ (≒破壊)で、 $d\varepsilon_2/d\varepsilon_1$ で求めた勾配 $\chi_2$ は $d\varepsilon_3/d\varepsilon_1$ で求めた勾配 $\chi_3$ よりも大きい。これは破壊の約2/3の応力レベル付近から供試体の変形が $\varepsilon_3$ 方向に集中し、変形の等方向性が保たれなくなった結果と解釈できる。この傾向が平面ひずみ試験特有なものか、あるいは実験上の問題なのかははっきりしないが、いづれにしても本構成式では等方硬化を前提としているので、 $\chi_2$ と $\chi_3$ の平均を $\chi$ とした。

平面ひずみ： $\chi = 0.63$

塑性仕事増分は $1 \geq \chi$ の条件の下で常に正値をとるので(付録-2参照)、以下塑性ひずみ増分ベクトルと塑性ポテンシャルとの直交性について検討する。

まず応力状態で決まる $g_s$ の法線方向ベクトルと塑性ひずみ増分ベクトルをそれぞれ、

$$\begin{aligned} &(\partial g_s / \partial \sigma_1, \partial g_s / \partial \sigma_2, \partial g_s / \partial \sigma_3) \\ &(d\varepsilon_1^p, d\varepsilon_2^p, d\varepsilon_3^p) \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

とすると、 $g_s$ 面に接する面とひずみ増分ベクトルの成す角度( $\theta_p$ )は式(22)で表すことができる。

$$\begin{aligned} \theta_p = &\pi/2 - \cos^{-1} \{ (\partial g_s / \partial \sigma_1 \cdot d\varepsilon_1^p \\ &+ \partial g_s / \partial \sigma_2 \cdot d\varepsilon_2^p + \partial g_s / \partial \sigma_3 \cdot d\varepsilon_3^p) / \\ &[ (\partial g_s / \partial \sigma_1)^2 + (\partial g_s / \partial \sigma_2)^2 \end{aligned}$$

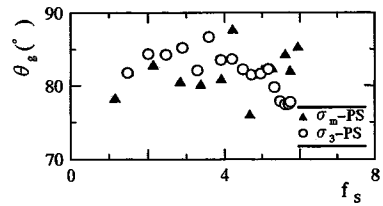


図-17 塑性ポテンシャル関数による $\theta_p \sim f_s$

表-4 構成式と材料パラメータ： $\sigma_m$ 一定・平面ひずみ試験

表現式	式番号	パラメータ
①弾性定数 $\nu = \nu_0 \cdot [1 - \sigma_m / (D + \sigma_m)]$ $E = E_0 \cdot \sigma_m^n$	(6) (8)	$\nu_0 = 0.49$ $D = 2.4$ $E_0 = 631.8$ $n = 0.96$
②圧縮特性(1)：負荷関数、硬化パラメータ $F_c = f_c - \kappa_{c0} - \kappa_{cn}$ $= I_1^2 - 2 \cdot I_2 - \kappa_{c0} - \kappa_{cn}$ $\kappa_{cn} = [H^p / c]^{1/b}$ $H^p = \int \sigma_m d\varepsilon^p_{vc}$	(9) (11) (10)	$\kappa_{c0} = 0$ $a = 0.000527$ $b = 0.709$
③圧縮特性(2)：塑性ポテンシャル関数 $g_c = f_c$	(12)	
④せん断特性(1)：負荷関数、破壊基準、硬化パラメータ $F_s = f_s - \kappa_{s0} - \kappa_{sn}$ $= (I_1 \cdot I_2 / I_3 - 9) \cdot I_1^m - \kappa_{s0} - \kappa_{sn} = 0$ $\kappa_{sn} = \kappa_1 (H^p_s) \cdot \kappa_2 (H^p_s)$ $\kappa_1 (H^p_s) = H^p_s / (\alpha + \beta \cdot H^p_s)$ $\kappa_2 (H^p_s) = 1 - \zeta \cdot \exp[-(\xi \cdot H^p_s)^Y]$ $H^p_s = f(\sigma_{11} d\varepsilon^p_{11}) / \sigma_{eq}^t$	(15) (19) (17)	$\kappa_{s0} = 0.5$ $m = 0.1026$ $\alpha = 0.00045$ $\beta = 0.12$ $\xi = 95$ $Y = -5$ $t = 1.2$
⑤せん断特性(2)：塑性ポテンシャル関数 $g_s = I_1 \cdot I_2 - (9 + \omega \cdot I_1^{-m}) \cdot I_3$ $\omega = \chi \cdot f_s = \chi \cdot (\kappa_{s0} + \kappa_{sn})$	(20) (21)	$\chi = 0.63$

単位：cm、kgf、kgf/cm<sup>2</sup>を用いる

$$+ (\partial g_s / \partial \sigma_3)^2]^{1/2} \cdot [ (d\varepsilon_1^p)^2 + (d\varepsilon_2^p)^2 + (d\varepsilon_3^p)^2]^{1/2} \dots \dots \dots (22)$$

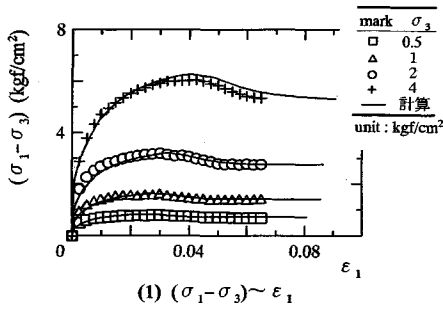
図-17は $\sigma_m$ 一定および $\sigma_3$ 一定平面ひずみ試験結果の $f_s \sim \theta_p$ 関係を示したものである。両試験の $\theta_p$ は80~90°で、塑性ひずみ増分ベクトルとの直交性をほぼ満足していると判断し、式(19)を塑性ポテンシャルとした。

### 7. 構成式の特性的検討

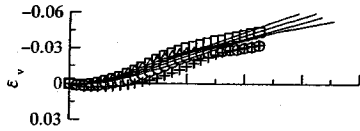
#### (1) 平面ひずみ試験結果との比較

表-4は構成式に必要な関数とパラメータの値をまとめたものである。構成式のせん断塑性の表現特性の検討のために、図-18(1)、(2)にまず $\sigma_m$ 一定・平面ひずみ試験結果と解析結果を比較した。解析(実線)による応力~軸ひずみ関係(図-18(1))は実験結果にほぼ一致している。体積ひずみ~軸ひずみ関係(図-18(2))は、応力~軸ひずみ関係よりも一致性は良くないが、材料の特性をほぼ表現し、実用上十分な精度の結果であると判断した。

次に負荷関数 $f_c, f_s$ の表現特性を検討するために、 $\sigma_3$

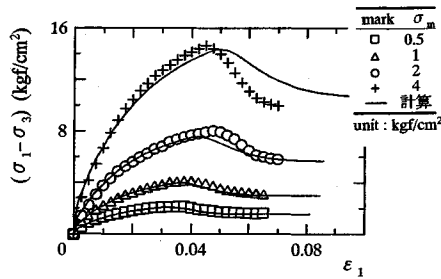


(1)  $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \epsilon_1$

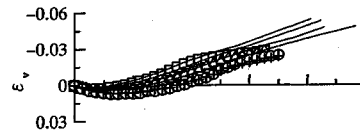


(2)  $\epsilon_v \sim \epsilon_1$

図-18 構成式による計算結果と試験結果との比較  
:  $\sigma_m$  一定・平面ひずみ試験



(1)  $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \epsilon_1$



(2)  $\epsilon_v \sim \epsilon_1$

図-19 構成式による計算結果と試験結果との比較  
:  $\sigma_3$  一定・平面ひずみ試験

一定・平面ひずみ試験結果と比較した結果を図-19 (1), (2) に示す。応力～軸ひずみ, および体積変化～軸ひずみ関係とも解析結果は実験結果の特性を適切に表現している。すなわち本構成式が平面ひずみ条件下での塑性圧縮およびせん断塑性に対して, 十分な精度で表現可能なことを確認した。

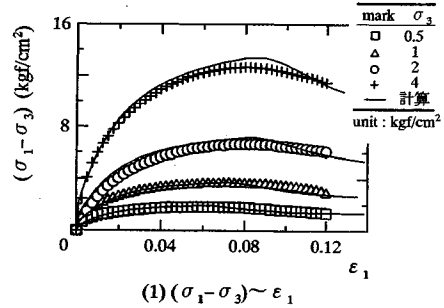
### (2) 三軸圧縮応力場への拡張とパラメータ

本構成式は平面ひずみ場への適用を目的に開発を進めたものであるが, 構成式の組立においては平面ひずみ場という理由で三次元応力の省略や簡略化はないすなわち構成式は誘導とその検証を平面ひずみ場に限ることで, 結果的に簡易化できたものである。そこで平面ひずみ試験に対して用いたと同じ手法で,  $\sigma_m$  一定・三軸圧縮試験結果をもとに  $f_s$  に関するパラメータを設定した。そ

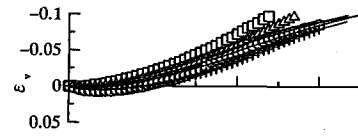
表-5 パラメータの比較: 負荷関数  $f_s$  に関する

パラメータ	三軸	平面ひずみ	三軸/平面
$\kappa_{so}$	0.5	0.5	1.00
$m$	0.0856	0.1026	0.84
$\alpha$	0.00047	0.00045	1.04
$\beta$	0.125	0.12	1.04
$\zeta$	0.5	0.5	1.00
$\xi$	40	95	0.42
$\gamma$	-5	-5	1.00
$t$	1.2	1.2	1.00
$\chi$	0.65	0.63	1.03

単位: cm, kgf, kgf/cm<sup>2</sup> を用いる



(1)  $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \epsilon_1$



(2)  $\epsilon_v \sim \epsilon_1$

図-20 構成式による計算結果と試験結果との比較  
:  $\sigma_3$  一定・三軸圧縮試験

の結果を表-5 に示す。表中の「三軸/平面」は平面ひずみ試験と三軸試験とのパラメータの比をとったものである。せん断特性 ((1), (2)) に関する9つのパラメータの内, それらの比に5%以上の差があるものは  $m$  (式 (13), (19)) と  $\xi$  (式 (18)) の二つだけである。この内,  $\xi$  は  $f_s \sim H_s^p$  関係のピーク位置に関するパラメータで, 変形特性に重要な影響を与える。一方,  $m$  は Rendulic 面上の負荷曲線の形を制御するパラメータで, 解析結果に与える影響は比較的小さい。また他のパラメータは応力経路に依存しない, すなわち主として材料で決まるパラメータと理解できる。いずれにしても, 平面ひずみ場の解析のために必要なパラメータの内,  $\xi$  および  $m$  以外は実際上  $\sigma_m$  一定・三軸圧縮試験結果によって決定することが可能なことを示している。

次に表-5 に示した  $\sigma_m$  一定・三軸圧縮試験結果に対するパラメータを用いて解析し,  $\sigma_3$  一定・三軸圧縮試験結果と比較した。その結果を図-20 に示す。応力, 体積変化～軸ひずみ関係は両方とも試験結果と良く一致している。すなわち, 平面ひずみ場への適用を前提に組み立てた構成式ではあるが, 平面ひずみ場以外の応力場



に対しても十分対応できる拡張性と融通性を合わせ持つ。

8. 結 論

本論文は、砂の等方圧縮試験・除荷／載荷繰返し試験、平面ひずみ試験、三軸圧縮試験を行い、その結果にもとづいて、平面ひずみ場への適用を目的とした構成式を検討したもので、得られた主な結論は以下の通りである。

- (1) 構成モデルは主として塑性圧縮、塑性せん断特性を表現するための荷重関数  $f_c$ 、 $f_s$  の2つを用いる、二重荷重モデルとした。
- (2) ヤング率は平均主応力 ( $\sigma_m$ ) の増加とともに増加し、ポアソン比は逆に減少する。いずれの定数も  $\sigma_m$  の関数として表現した。
- (3) 荷重関数  $f_c$  には Cap 型モデルを用い、関連流動則を適用した。
- (4) 荷重関数  $f_s$  に対する破壊基準は、実験結果との検証の結果、松岡・中井の破壊基準式を修正して用いた。また硬化パラメータには塑性仕事を用いることが多いが、実験結果と検証の結果、硬化パラメータとしての必要条件である  $f_s$  との唯一性が認められず、新たな硬化パラメータを提案した。
- (5)  $f_s$  に対しては非関連流動則を適用し、塑性ひずみ増分  $d\epsilon_{ij}$  ベクトルとの直交条件および  $dW_s^p \geq 0$  条件を満足する、塑性ポテンシャル  $g_s$  を提案した。
- (6) 構成式は  $\sigma_m$  一定・平面ひずみ試験、 $\sigma_3$  一定・平面ひずみ試験の応力-軸ひずみ、および体積変化-軸ひずみ特性を十分な精度で表現することができた。
- (7)  $\sigma_m$  一定・三軸圧縮試験結果に基づき、 $\sigma_m$  一定・平面ひずみ試験で用いたのと同じ方法で構成式のパラメータを求めたところ、 $f_s$  に関する9つの材料パラメータの内7つがほぼ一致し、 $\sigma_m$  一定・三軸圧縮試験によってもパラメータ決定の可能性を示した。

謝 辞

本稿をまとめるに当たり貴重な助言を頂いた大阪市立大学 園田恵一郎教授、同大学 高田直俊教授、大阪大学 阿部信晴助教授、研究に協力してくれた現大成建設(株) 寺下雅裕氏に、ここに記して感謝の意を表します。

付録一：  $g_s$  と定数  $\omega$  (式 (19)) の決定方法

塑性ポテンシャルの必要条件は、その法線方向がひずみ増分方向と一致すること、塑性ポテンシャルを用いて計算される仕事増分が常に正值となること、式 (20) 中の  $\chi$  は応力に対して独立であること、の3点である。塑性ひずみ増分が  $f_s$  となす角度  $\theta_f$  が  $60 \sim 70^\circ$  でほぼ一定であることをヒントに、 $dW_s^p \geq 0$  が証明できる形を考えて式 (19) (以下では式 (A-1) と記述) を仮定した。

$$g_s = I_1 \cdot I_2 - (9 + \omega \cdot I_1^{-m}) \cdot I_3 \dots \dots \dots (A-1)$$

ここに  $\omega = \chi \cdot f_s = \chi \cdot (f_{s0} + f_{sh})$  を仮定

さて非関連流動則によれば、各主軸方向の主ひずみ増分は式 (A-2)、具体的には式 (A-3) で表わされる。

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda_s \cdot (\partial g_s / \partial \sigma_{ij}) \dots \dots \dots (A-2)$$

$$d\epsilon_1^p = d\lambda_s \cdot [I_2 + I_1(\sigma_2 + \sigma_3) - 9 \cdot \sigma_2 \sigma_3 - \omega(\sigma_2 \sigma_3 \cdot I_1^{-m} - m \cdot I_3 \cdot I_1^{-m-1})]$$

$$d\epsilon_2^p = d\lambda_s \cdot [I_2 + I_1(\sigma_1 + \sigma_3) - 9 \cdot \sigma_1 \sigma_3 - \omega(\sigma_1 \sigma_3 \cdot I_1^{-m} - m \cdot I_3 \cdot I_1^{-m-1})]$$

$$d\epsilon_3^p = d\lambda_s \cdot [I_2 + I_1(\sigma_1 + \sigma_2) - 9 \cdot \sigma_1 \sigma_2 - \omega(\sigma_1 \sigma_2 \cdot I_1^{-m} - m \cdot I_3 \cdot I_1^{-m-1})] \dots \dots \dots (A-3)$$

ここに、 $m$  : 式 (13) と同じ

さらに主ひずみ増分の比を、

$$d\epsilon_2^p / d\epsilon_1^p = -R_2$$

$$d\epsilon_3^p / d\epsilon_1^p = -R_3 \dots \dots \dots (A-4)$$

と置き、それぞれ式 (A-3) に代入して  $\omega$  について整理すると、

$$\omega_2 = [I_2(1+R_2) + I_1\{(\sigma_1 + \sigma_3) + R_2(\sigma_2 + \sigma_3)\} - 9(\sigma_1 \sigma_3 + R_2 \cdot \sigma_2 \sigma_3)] / [I_1^{-m} \cdot (\sigma_1 \sigma_3 + R_2 \cdot \sigma_2 \sigma_3) - m(1+R_2)I_3 \cdot I_1^{-m-1}] \dots \dots \dots (A-5)$$

$$\omega_3 = [I_2(1+R_3) + I_1\{(\sigma_1 + \sigma_2) + R_3(\sigma_2 + \sigma_3)\} - 9(\sigma_1 \sigma_2 + R_3 \cdot \sigma_2 \sigma_3)] / [I_1^{-m} \cdot (\sigma_1 \sigma_2 + R_3 \cdot \sigma_2 \sigma_3) - m(1+R_3)I_3 \cdot I_1^{-m-1}] \dots \dots \dots (A-6)$$

を得る。 $R_2$  および  $R_3$  は、各応力に対して実験値から決めることができるので、式 (A-5)、(A-6) で  $\omega_2$  および  $\omega_3$  を求めることができる。

付録二：  $dW_s^p \geq 0$  の証明

$$dW_s^p = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p = d\lambda_s \cdot \sigma_{ij} \partial g_s / \partial \sigma_{ij} = d\lambda_s \cdot [3 \cdot (I_1 \cdot I_2 - 9 \cdot I_3) - (3-m) \cdot \omega \cdot I_1^{-m} \cdot I_3] \dots \dots \dots (A-7)$$

式 (20) を代入すると、

$$dW_s^p = d\lambda_s \cdot (I_1 \cdot I_2 - 9 \cdot I_3) \cdot [3 - (3-m) \cdot \chi] = d\lambda_s \cdot (I_1 \cdot I_2 - 9 \cdot I_3) [3(1-\chi) + m \cdot \chi] \dots \dots \dots (A-8)$$

ここに  $d\lambda_s > 0$ 、 $I_1 \cdot I_2 - 9 \cdot I_3 > 0$

が得られる。また  $1 \geq \chi$  であるなら、

$$3(1-\chi) \geq 0 \dots \dots \dots (A-9)$$

また  $m$ 、 $\chi$  は正值であるので、

$$3(1-\chi) + m \cdot \chi > 0 \dots \dots \dots (A-10)$$

である。故に  $dW_s^p$  は正值となる。

## 参 考 文 献

- 1) Drucker, D.C. : A Definition of Stable Inelastic Material, Journal of Applied Mechanics, Transactions, ASME, Vol.26, pp.101~106, 1959.
- 2) Schofield, A.N. and Wroth, C.P. : Critical State Soil Mechanics, McGraw-Hill, London, 1968.
- 3) Sekiguchi, H. and Ohta, H. : Induced Anisotropy and Time Dependency in Clays, Proceedings of ICSMFE, Tokyo, Specialty Session 9, pp.229~238, 1977.
- 4) 望月秋利・蔡敏・柴田卓詞 : Lade モデルと砂における諸定数の決定, 土と基礎, Vol.38, No.390, pp.33~38, 1990.
- 5) Poorooshasb, H.B., Holubec, I. and Sherbourne, A.N. : Yielding and Flow of Sand in Triaxial Compression, Part I, Canadian Geotechnical Journal, Vol. III, No.4, pp.179~190, 1966.
- 6) Poorooshasb, H.B., Holubec, I. and Sherbourne, A.N. : Yielding and Flow of Sand in Triaxial Compression, Parts II and III, Canadian Geotechnical Journal, Vol. IV, No.4, pp.376~397, 1967.
- 7) Nova, R. and Wood, D.M. : A Constitutive Model for Sand in Triaxial Compression, International Journal of Numerical Analytical Methods in Geomechanics, Vol.3, pp.255~278, 1979.
- 8) Lade, P.V. and Duncan, J.M. : Elasto-Plastic Stress Strain Behavior of Cohesionless Soil, Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol.191, No.GT10, pp.1037~1053, 1975.
- 9) Lade, P.V. and Oner, M. : Elasto-Plastic Stress-Strain Model, Parameter Evaluation, and Predictions for Dense Sand, Constitutive Relations for Soils, Results of the International Workshop on Constitutive Relations for Soils, Balkema, Netherlands, pp.159~174, 1984.
- 10) Vermeer, P.A. : A Double Hardening Model for Sand, Geotechnique, No.4, pp.413~433, 1978.
- 11) Nishi, K. and Esashi, Y. : Stress-Strain Relationships of Sand Based on Elasto-Plasticity Theory, Proceeding of Japanese Society of Civil Engineering, No.280, 1978.
- 12) Mochizuki, A., Mikasa, M. and Takahashi, S. : A New Independent Principle Stress Control Apparatus, Advanced Triaxial Testing of Soil and Rock, ASTM STP 977, pp.844~858, 1988.
- 13) Bianchini, G. and Puccini, P. : Response to the Questionnaire, Proceedings of the International Workshop on Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, pp.63~79, 1987.
- 14) 望月秋利・高橋真一・蔡敏・山根義洋 : 砂の平面ひずみ試験方法と結果の整理, 三軸試験方法に関するシンポジウム, 土質工学会, pp.193~200, 1991.
- 15) Matsuoka, H. and Nakai, T. : Stress-Deformation and Strength Characteristics of Soil under Three Different Principle Stresses, Proc. JSCE, No.232, pp.59~70, 1974.
- 16) Moroto, N. : A New Parameter to Measure Degree of Shear Deformation of Granular Material in Triaxial Compression Tests, Soils and Foundations, Vol.16, No.4, pp.1~9, 1976.

(1993.6.14 受付)

DEVELOPMENT OF A DOUBLE-HARDENING ELASTO-PLASTIC MODEL BASED ON  $\sigma_m$ -CONSTANT PLANE STRAIN TESTS

Min CAL, Akitoshi MOCHIZUKI and Shinichi TAKAHASHI

On the basis of  $\sigma_m$ -constant plane strain test results, a double-hardening elasto-plastic model is proposed. An associated flow rule is employed for plastic compressive strain, and a non-associated flow rule for plastic shear strain. The failure criterion, yielding function and work-hardening parameter are discussed. Applying the model to  $\sigma_3$ -constant plane strain condition, the predicted results showed good agreement with the test results. The same procedure of modeling is also carried out for a series of triaxial compression tests and the same conclusion is obtained. Finally, by comparing the parameters obtained from the triaxial and plane strain tests noted above, the generalization and extension of the model is discussed.