

温度係数の適合性にもとづく再ばっ気モデルの比較

平山公明*・松尾友矩**・今岡正美***・
平山けい子****

再ばっ気現象をモデル化する際の水理的な要因の評価方法には、エネルギー逸散率によるものと乱れ強度によるものがある。これらの指標は意味的に相違があるため、攪拌槽での酸素移動係数の温度依存性を説明できるかという観点から、モデルの比較を行った。その結果、乱れ強度によって水理的な要因を評価するモデルの有効性が示された。また、開水路での温度係数についても考察した。

Key Words : reaeration, energy dissipation, turbulence velocity, temperature coefficient

1. はじめに

河川の溶存酸素濃度は、河川の水質環境を支配する一つの要因である。酸素が不足し嫌氣的になると悪臭の発生などを伴い人間の感覚に嫌悪感を及ぼすことが多いので、河川を好氣的な条件に保つ必要がある。河川水中の酸素は、空気中から水中への移動、再ばっ気、によって供給される。河川の再ばっ気による酸素移動速度を把握し、さらに、汚濁源である有機物の流入量を抑えることによって、酸素濃度の低下を防ぎ好氣的な状態を維持することができる。

再ばっ気能力は再ばっ気係数、または、酸素移動係数によって評価される。河川でのこれらの係数を推定するために多くの実験式や理論式が提案されている。このような実験式や理論的な展開は、酸素移動速度をどのような水理的なパラメータと関連づけるかという点が問題である。粟谷ら¹⁾はエネルギー逸散率より得られる表面伸縮速度と酸素移動係数の関連性を指摘している。一方、平山ら^{2),3)}は酸素移動係数は乱れ速度の平方根 \times 乗平均値（以下“乱れ強度”）に強く依存していることを示している。これらの例にも見られるように、理論的な展開に関しては、大きく二つの方向に分けることができる。一つは酸素移動に関わる水理的な要因を乱れのエネルギー逸散率によって評価しようとするもので、もう一方は乱れ強度によるものである。

エネルギー逸散率を用いたものとしては、Dobbins⁴⁾、村上⁵⁾、粟谷ら¹⁾のモデルがあげられる。これらのモデルは、モデルを展開する上で現れる速度や長さのパラ

メータにKolmogoroffの最小渦（エネルギー逸散率と動粘性係数のみでその特性が表される）のパラメータを用いるところに共通性がある。また、乱れ強度を用いたものとしては、Levich⁶⁾や平山ら²⁾のモデルがあげられる。これらは、乱れの運動エネルギーが表面張力に打ち勝つと表面の水粒子が液本体へ運ばれて行く、と考えているところに共通性がある。

大気から水中への酸素の移動は、気液界面近くの乱れが律速要因となっていると考えられる。界面付近の乱れを等方性と考えるのは無理があるが、エネルギー逸散率や乱れ強度の指標としての意味や、動粘性係数への依存性については、界面付近でも等方性乱流と類似のものがあてはまると考えて良からう。

エネルギー逸散率と乱れ強度はともに乱れが強くなると大きくなる。等方性乱流においてはエネルギー逸散率と乱れ強度はエネルギースペクトルと次の関係にある。

$$\varepsilon = 15\nu \int_0^\infty E(k)k^2 dk \dots \dots \dots (1)$$

$$u' = \int_0^\infty E(k) dk \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 ε : エネルギー逸散率 [cm²/s³]

ν : 動粘性係数 [cm²/s]

$E(k)$: 乱れエネルギーの波数スペクトル [cm³/s²]

k : 波数 [1/cm]

u' : 乱れ強度 [cm/s]

である。いずれも乱れのエネルギースペクトルで表されるため、両者の間には密接な関係があると考えられる。

乱れ強度に比べれば、エネルギー逸散率は、エネルギースペクトルに k^2 がかかっている分、より波数の大きな部分の影響を重視した評価であるといえる。また、渦のスケールからみれば、エネルギー逸散率による評価はその導入過程を考えるとKolmogoroffの最小渦のような小さいスケールの渦、乱れ強度による評価はエネルギー

* 正会員 工博 山梨大学助教授 工学部 土木環境工学科
(〒400 甲府市武田4-3-11)

** 正会員 工博 東京大学教授 工学部 都市工学科

*** 正会員 工博 山梨大学教授 工学部 土木環境工学科

**** 正会員 農修 山梨大学助手 工学部 土木環境工学科

保有渦のようなもっとスケールの大きな渦、に対応すると考えられる。したがって以下では、水理的要因としてエネルギー逸散率を用いるモデルを最小渦モデル、乱れ強度を用いるモデルをエネルギー保有渦モデルと呼ぶことにする。物理的には両者に違いがあるにもかかわらず、それぞれのパラメータを用いたモデルが提案され、いずれのパラメータを用いたモデルでもある程度現象を説明できるのは、両者が式(1)、(2)に示されるように相互に強い依存性のあるパラメータであることが一因であろう。いずれのパラメータを用いるべきかの判断は、この相互依存性のために容易ではないと考えられる。

酸素移動のモデル化に際し、最小渦モデルを用いるべきか、エネルギー保有渦モデルを用いるべきかを比較検討した例は少ない。Daviesらの研究²⁾はそのひとつである。彼らは表面付近の乱れの測定を行い、気液界面を通じた物質移動での、エネルギー保有渦の重要性を指摘している。また著者らもエネルギー保有渦の重要性を指摘している。著者らは攪拌槽での乱れ強度の測定をおこない酸素移動係数 K_L が乱れ強度と相関が強いことを示し、さらに、間接的ながら、 K_L はエネルギー逸散率により一意的に定まってないことを示している²⁾。

本研究では、一つの観点として、攪拌槽での酸素移動速度の温度依存性を調べることににより、酸素移動現象のモデル化に当たり、最小渦モデル、エネルギー保有渦モデルのいずれによるのが妥当であるのかを検討した。あわせて、平山らによって提案された、酸素移動係数が乱れ強度の1.25乗に比例するというモデル²⁾の有効性を検討したものである。

モデルの妥当性を温度依存性から検討したこの種の研究は、いくつか行われている^{4), 9), 11)}。モデルから酸素移動係数の温度依存性を推定する場合、温度依存性の内容を2つの部分に分けることができる。一つは拡散係数や動粘性係数などの物性項が水温にいかにかに依存するかであり、もう一つは、乱れ強度やエネルギー逸散率に含まれる速度の次元をもつ流体運動項が水温にいかにかに依存するかという点である。物性の温度依存性は広く知られているので、前者の物性項の温度依存性はモデルが示された段階で推定することができる。

一方、後者の流体運動に関わる項の温度依存性は、これまで厳密には考慮されてはいない。こちらの項に関しては、何らかの仮定を設けて温度係数を推定するのが一般的である。たとえば、水温が変化しても攪拌羽根の回転速度を一定に保てばエネルギー逸散率は変化しないという仮定^{4), 9), 9)}などが用いられている。しかし、粘性係数は10°Cで0.0131 gcm⁻¹s⁻¹、30°Cで0.0080 gcm⁻¹s⁻¹であり、1.6倍の変化がある。攪拌機の所要動力に関しては粘性係数の0.15~0.2乗に比例するという指摘¹²⁾もあることを考えれば、羽根の回転速度を一定に保つたと

しても水温が変化すればそこに投入され消費されていくエネルギー率は一定であるとはいえない。

本研究では、回転速度を一定に保てば水温が変化してもエネルギー逸散率は一定であるというような仮定にはよらず、回転速度を一定に保つたときの乱れ強度やエネルギー逸散率に含まれる流体運動項の温度依存性を水面付近で調べることをおこなった。これらの温度依存性を直接測ることは困難であるので、水温変化にともなう平均流速の変化を実測し、乱れ速度は平均流速に比例して変化すると考えて、流体運動項の温度依存性を推定した。そして、流体運動項の温度依存性を考慮した上でモデル式の温度係数を推定し、実測値との比較によりモデルの妥当性の検討を行った。

2. 酸素移動モデル

酸素移動、ないし物質移動に関するモデルは、基本概念的なものから実際的なものまで多くのものが提案されている。本研究ではその中で、以下の例のような、酸素移動係数が物理量と指数的な関係にあるものを検討の対象とする。

酸素移動係数の拡散係数に対する依存性については、乱流の場合、多くの研究者が次式に示す Dankwerts の表面更新モデル¹³⁾にしたがっている。

$$K_L = (D_m \gamma)^{0.5} \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 K_L : 酸素移動係数 [cm/s]
 D_m : 拡散係数 [cm²/s]
 γ : 表面更新率 [1/s]

である。本研究でも同様に、酸素移動係数は拡散係数の0.5乗に比例するものとして検討を行った。

酸素移動係数とエネルギー逸散率との関係(最小渦モデル)は、次のようなものが提案されている^{1), 14), 5)}。

$$K_L = C_1 D_m^{0.5} \rho^{0.5} \sigma^{-0.5} \nu^{0.375} \epsilon^{0.375} \dots \dots \dots (4)$$

$$K_L = C_2 D_m^{0.5} \nu^{-0.25} \epsilon^{0.25} \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 ρ : 密度 [g/cm³]
 σ : 表面張力 [g/s²]

である。今、酸素移動に関わる物理量として、酸素移動係数、拡散係数、密度、動粘性係数、表面張力、エネルギー逸散率を取り上げ、Rayleighの方法による次元解析¹⁴⁾を行えば、次式が得られる。ただし、拡散係数の指数は、Dankwertsの表面更新モデルに従い、0.5としている。

$$K_L = A_1 D_m^{0.5} \nu^{-1.5+5n_1} \rho^{-1+4n_1} \sigma^{1-4n_1} \epsilon^{n_1} \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 A_1 : 定数 [-]
 n_1 : ϵ の指数 [-]

である。式(4)は式(6)において $n_1=0.375$ 、式(5)は $n_1=0.25$ の場合に相当する。それぞれ、0.375乗最小渦モデル、0.25乗最小渦モデルと呼ぶことにする。

酸素移動係数と乱れ強度の関係（エネルギー保有渦モデル）は、次のようなものが提案されている^{2),6)}。

$$K_L = C_3 D_m^{0.5} \rho^{0.5} \sigma^{-0.5} u'^{1.5} \dots\dots\dots (7)$$

$$K_L = C_4 D_m^{0.5} \rho^{0.25} \sigma^{-0.25} \nu^{-0.25} u'^{1.25} \dots\dots\dots (8)$$

C_3, C_4 : 定数 [-]

である。式(6)と同様に、酸素移動に関わる物理量として、酸素移動係数、拡散係数、密度、動粘性係数、表面張力、乱れ強度を取り上げ次元的解析を行えば、次式が得られる。ただし、式(6)同様、拡散係数の指数は、0.5としている。

$$K_L = A_2 D_m^{0.5} \nu^{-1.5+n_2} \rho^{-1+n_2} \sigma^{1-n_2} u'^{n_2} \dots\dots\dots (9)$$

A_2 : 定数 [-]

n_2 : u' の指数 [-]

である。式(7)は式(9)において $n_2=1.5$ 、式(8)は $n_2=1.25$ の場合に相当する。それぞれ、1.5乗エネルギー保有渦モデル、1.25乗エネルギー保有渦モデル、と呼ぶことにする。本研究では、これらの関係を検討の対象とする。

前にも述べたように、最小渦モデルは、律速段階はKolmogoroffの最小渦径に相当する現象であるとして酸素移動過程をとらえている。これに対してエネルギー保有渦モデルではもっと大きなスケールの現象が支配的要因であると考えている。酸素の溶解速度を決めるのは、気液界面に溶けた酸素が界面から液本体へ運ばれる過程であると考えられている。この過程の一つのとらえ方は、乱れの運動エネルギーが表面張力の束縛に打ち勝つとき界面に溶けた酸素が液本体に運ばれる、という視点である。著者らもこの視点に立ち、エネルギー保有渦モデルの有効性を検討する。

3. 検討方法

(1) 概要

どのモデルが攪拌槽で測定される酸素移動係数の温度依存性を合理的に説明できるかという観点から、モデルを比較・検討した。そのためにまず、攪拌槽での酸素移動係数の温度依存性を調べた。

また、式(6)や式(9)などに含まれる拡散係数や動粘性係数のような、水の物性に関するパラメータの温度依存性はよく知られている。したがって、これらの式に含まれている流体運動的なパラメータの温度依存性がわかれば、計算により酸素移動係数の温度依存性を推定することができる。そのために槽内の流速の温度依存性を表面付近で調べた。そして、酸素移動係数の温度依存性の計算値と実測値とを比較することによりモデルの妥当性を検討した。

(2) 温度係数の測定

Fig.1に示すような内径25.6cm、羽根の長さ21.2

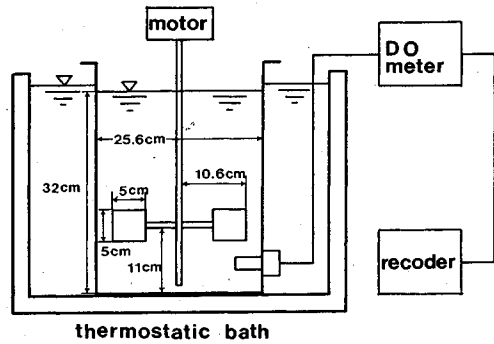


Fig.1 Experimental apparatus

cmの攪拌槽を用いて酸素移動係数の測定を行った。槽内の溶存酸素濃度は水面近くでも底部でも同じであることを確かめた後、センサーが水面に攪乱を加えることを避けるため、酸素計のセンサーをFig.1のように、底部に設置した。まず水中の酸素を窒素ガスで除き、攪拌羽根を回転させることにより酸素を溶けこませその時の溶存酸素濃度の変化を測定し（オリエンタル電気株式会社酸素計 DO 10 による。）記録した。その濃度変化から対数差法^{15),16)}により式(10)に示される、総括酸素移動容量係数 (K_La) をもとめた。

$$dC/dt = K_La(C_s - C) \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 C : 溶存酸素濃度 [mg/l]

t : 時間 [s]

K_La : 総括酸素移動容量係数 [1/s]

C_s : 飽和溶存酸素濃度 [mg/l]

である。対数差法は等時間間隔の時刻 t_1, t_2, \dots, t_n に測定した酸素濃度 $C(t_1), C(t_2), \dots, C(t_n)$ から $\Delta C(t_i) = C(t_{i+1}) - C(t_i)$ をつくり、 t_i に対して $\ln(\Delta C(t_i))$ をプロットしたときの傾きから K_La を求める方法である。この方法は、 C_s の値を必要としない、真の酸素濃度と酸素計の指示値には比例関係さえあれば良い、という利点があるのでこの方法を用いた。

K_La を求めた後、次式により、酸素移動係数を求めた。

$$K_L = K_La \cdot (V/A) \dots\dots\dots (11)$$

V : 水の体積 [cm³]

A : 水と大気との接触面積 [cm²]

である。 A としては、攪拌槽の中心と外壁での水位差を測り、外壁に接する部分が底面、槽中心を頂点とする円錐の側面積に相当するものを用いた。羽根の回転速度が40 rpmの場合の A は静水での面積の1.02倍、80 rpmでは1.04倍である。酸素移動係数の測定を、羽根の回転速度は40 rpm、80 rpmの2種類、水温は約5、10、15、20、25、30、35°Cの7種類に対して行った。

酸素移動係数は同じ攪拌条件でも、水温が高くなると大きくなる。この関係は通常、次式で示される温度係数

を用いて便宜的に表されている。

$$K_{Ld} = K_{Ld_0} \theta^{d-d_0} \dots \dots \dots (12)$$

d, d_0 : 水温 [°C]

θ : 温度係数 [-]

である。羽根の回転速度が、40, 80 rpm のそれぞれに対して、各水温での酸素移動係数を片対数でプロットし、その傾きから温度係数を求めた。

(3) 攪拌槽内の流速の温度変化の測定

本研究はモデル式に含まれる流体運動項の温度依存性を水面付近で実測により評価しようと試みている点に特徴がある。式(4)~(9)のような関係から温度係数を推定するためには、流体運動を表すエネルギー逸散率や乱れ強度が、同一の羽根の回転速度のもとで水温が変化したとき、水面付近でどのような変化をするのか把握しておく必要がある。その目的のために、電磁流速計(東京計測株式会社電磁流速計 SF-4011, センサー部: 直径 9 mm, 長さ 28 mm の円柱形, 測定範囲 0~200 cm/s, 非直線性 2%/FS, ノイズレベル 5 mm/s, ゼロドリフト 3 mm/s)を用いた攪拌槽での流速の測定を、いくつかの水温のもとで行った。電磁流速計は流速の出力が流体の物理的, 化学的性質の影響を受けにくい¹⁷⁾、水温の変化にともなう流速の変化を把握する目的に適した流速計であると考えられる。

攪拌槽は温度係数を測定したものと同じものを用い、流速は半径方向に、壁からの距離 (r [cm]) が 1, 3, 6, 7, 8.5 cm の位置で、鉛直方向には水面下約 2 cm の位置で測定した。水温は、5, 10, 15, 20, 25, 30, 35°C 付近で測定を行った。

(4) モデル式による温度係数の推定

モデル式に現れるすべてのパラメータの温度依存性がわかれば、温度係数を推定することができる。水の性質を表すパラメータのうち、密度、動粘性係数、表面張力は、市販の書籍に示されている値^{18), 19)}によった。水中の酸素の拡散係数は、次式の Einstein の式により求めた²⁰⁾。

$$D_m = \frac{1}{B} \left(\frac{T}{\mu} \right) \dots \dots \dots (13)$$

B : 定数 ($1.28 \times 10^9 \text{ s}^2 \text{ kg}^{-1} \text{ cm}^{-1}$)

μ : 粘性係数 [$\text{gcm}^{-1} \text{ s}^{-1}$]

T : 絶対温度 [K]

である。

温度係数をモデル式から求めるには流体の運動を表すエネルギー逸散率や乱れ強度の温度依存性を推定する必要がある。それを直接測定することは困難なので、槽内の水面付近での流速の温度依存性からそれらのパラメータの温度依存性を推定した。ホットフィルム流速計(日本科学工業株式会社一般用流体計測システム 7002)を用いて、攪拌槽内の流速と乱れ強度の関係を調べた結果

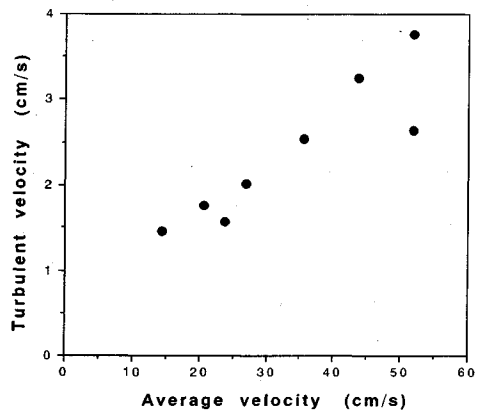


Fig.2 Relationship between turbulent velocity and average velocity in a stirred vessel

を Fig.2 に示す。ほぼ比例的な関係が成り立つと見て良いと思われる。また、片岡²¹⁾も流速と乱れ強度が比例関係にあることを指摘している。したがって、各測定点での乱れ強度は流速にほぼ比例すると判断した。以上のことから類推して、乱れ速度(速度の変動成分)は流速に比例して変化すると考えた。

エネルギー逸散率は動粘性係数に乱れ速度の空間微分の 2 乗をかけたものの和であらわされる。等方性乱流では次式ようになる。

$$\epsilon = 15\nu \overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2} \dots \dots \dots (14)$$

ここに、 u_1 : 乱れ速度 [cm/s]

x : 距離 [cm]

である。非等方性乱流では乱れ速度も空間微分も 3 方向考えねばならないが、エネルギー逸散率を流速などのマクロな指標で評価する場合、空間微分の項に現れる長さのスケールは、たとえば、攪拌槽の内径などで代表されると考えて良からう。そうすると、空間スケールは温度によらず一定となるので、エネルギー逸散率は、動粘性係数と乱れ速度の 2 乗の積に比例することになる。さらに、乱れ速度はどの方向とも平均流速に比例して変化すると考えれば、結局、エネルギー逸散率は動粘性係数と流速の 2 乗の積に比例すると考えられる。乱れ速度と平均流速の間の比例定数が水温によらないという保証はないが、本研究では、その定数は温度に依存しないと考えて検討を行った。

上に述べた関係を用いて式(4), (5)などのモデル式の右辺の値を各水温に対して計算した。計算値を片対数でプロットし、モデル式から推定される温度係数を求めた。

4. 結果と考察

攪拌槽での酸素移動係数の測定結果を Fig.3 に示す。

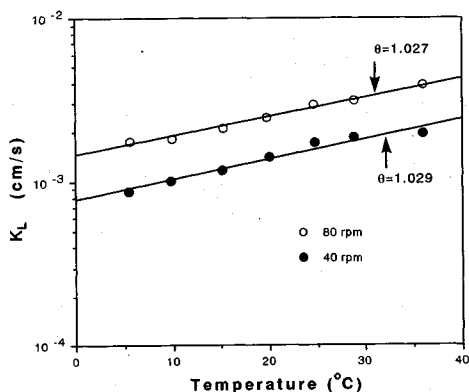


Fig.3 K_L -temperature relation

片対数でプロットすると Fig.3 のように直線関係が得られ、これから温度係数を求めると、羽根の回転速度が 40 rpm の時 1.029, 80 rpm の時 1.027 となった。この結果も含めて、攪拌実験による温度係数の測定例を Table 1 に示す^{22)~24)}。これ以外に 1.0 以下の温度係数の値が報告されている例もあるが^{21), 25)}、それらは攪拌だけでなく空気も送り込んでいるため、同じレベルでは検討できないと判断し、表には加えていない。

ここで、温度係数の数値的意味について触れる。

Table 1 に示すように、いずれの測定例も水温の範囲は 20°C 以上にわたっているため、水温変化は 20°C で考える。θ が 1.020, 1.022, 1.025 の場合を比較すると、20°C の水温上昇では K_L はそれぞれ 1.49 倍, 1.55 倍, 1.64 倍となり、 K_L の値としては θ = 1.020 と 1.022 では 4%, 1.020 と 1.025 では 1 割程度の差となる。1 割程度の K_L の差は把握可能と考えられるので、θ は 0.005 程度の精度はもっていると思われる。Table 1 の中では、本研究での値はやや大きめの値を示しているが、他の研究者のデータと温度係数の数値的意味を考慮すると、温度係数は 1.02 から 1.03 の範囲にあると考えて良いであろう。

Fig.4, 5 に、羽根の回転速度が 40 rpm, 80 rpm の時の、各測定点での水温の変化にともなう流速の変化を示した。回転速度を一定に保っていれば、流速は水温が高くなるとやや大きくなる傾向にある。槽内での半径方向の流速の分布については、各測定点間では流速が直線的に変化していると仮定し、これらの値から槽内での平均流速を求めた。槽壁と槽中心では流速は 0 cm/s とした。求めた平均流速を Table 2 に示す。

平均流速の水温上昇にともなう増加は、羽根の回転速度が 40 rpm の場合、30°C の上昇で約 2 cm/s, 80 rpm の場合、約 2.5 cm/s であった。流速の増加値はあまり変わらないが、温度に対する上昇率に直すと、40 rpm では 0.3%/°C, 80 rpm では 0.2%/°C となり、流速が

Table 1 Temperature coefficients in stirred vessels

Researcher	θ [-]	K_L [cm/s]	Temperature range [°C]	Type of vessel
Elmore and West	1.024 1.023	0.0004 0.003	5~30	18 l flask
Dowing and Truesdale	1.021 1.025 1.018 1.021	0.00035 0.00050 0.00099 0.00133	5~35	10 l vessel
Matsumoto, Takahasi, and Endo	1.022 1.028 1.026	0.0009 0.0018 0.0322	15~35	500 ml beaker
Authors	1.027 1.029	0.0027 0.0014	5~35	17 l vessel

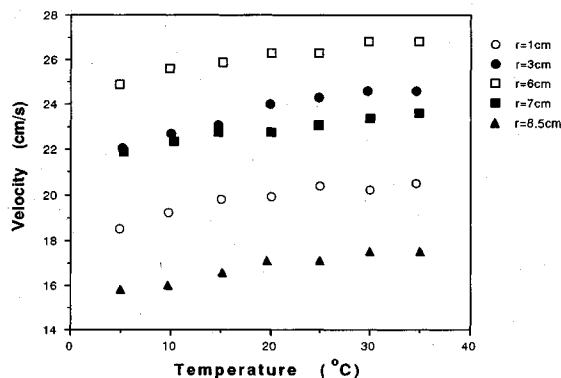


Fig.4 Temperature dependence of velocity at 40 rpm

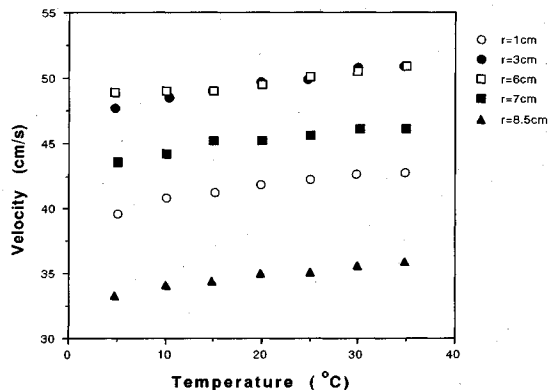


Fig.5 Temperature dependence of velocity at 80 rpm

小さい方がやや大きい値が得られた。

式 (6), (9) のエネルギー-逸散率と乱れ強度の項に、先に述べた流速との関係を代入すると、次式が得られる。

$$K_L = B_1 \left(\frac{D_m}{\nu} \right)^{0.5} \left(\frac{\sigma}{\rho \nu} \right) \left(\frac{\rho^4 \nu^6}{\sigma^4} \right)^{n_1} U^{2n_1} \dots \dots \dots (15)$$

$$K_L = B_2 \left(\frac{D_m}{\nu} \right)^{0.5} \left(\frac{\sigma}{\rho \nu} \right) \left(\frac{\rho \nu}{\sigma} \right)^{n_2} U^{n_2} \dots \dots \dots (16)$$

B_1, B_2 : 定数 [-]

U : 流速 [cm/s]

Table 2 Average velocity in a stirred vessel

Water temperature [°C]	Average velocity at 40 rpm [cm/s]	Average velocity at 80 rpm [cm/s]
5	18.3	38.2
10	18.8	38.8
15	19.2	39.1
20	19.6	39.6
25	19.8	39.9
30	20.0	40.4
35	20.1	40.6

である。提案されている最小渦モデルの n_1 の値は 0.25 や 0.375, エネルギー保有渦モデルの n_2 の値は 1.25 や 1.5 である。これらの値と流速の温度上昇率を考慮すると、流体運動項については、最小渦モデルでは、温度係数の値に約 0.001~0.002, エネルギー保有渦モデルでは、約 0.002~0.005 の影響を及ぼすと考えられる。最小渦モデルでは酸素移動係数の流速への依存性が小さいため、水温変化が流速に及ぼす影響はほとんど温度係数に反映されないと考えて良いが、エネルギー保有渦モデルでは、値としては大きなものではないが、やや影響が現れてくる。

n_1, n_2 の値を与え、 B_1 などの比例定数を 1 として **Table 2** の値と各水温での水の物性値を式 (15), (16) の右辺に代入すると、各水温での K_L の値が得られる。それらを片対数でプロットすれば、その傾きがモデル式から得られる温度係数となる。例として、 $n_1=0.25$ で 40 rpm の場合を **Fig. 6** に示した。 n_1, n_2 の値と温度係数の関係を示したものが **Table 3, 4** である。これらの表より、前述した攪拌槽で測定される温度係数の値 1.02~1.03 を得るには、最小渦モデルでは n_1 が 0.15 から 0.22 の範囲、また、エネルギー保有渦モデルでは、 n_2 が 1.0 から 1.5 の範囲の値であることが必要となる。

物質移動係数に及ぼす表面張力の影響を検討した藤縄らや宝沢らによれば^{26), 27)}、物質移動係数と表面張力の間に指数的な関係を仮定したとき、表面張力の指数はマイナスになることが実験的に示されている。このことは、表面張力の意味とも定性的にはあっている。この条件を考慮すると、式 (6), (9) によれば、最小渦モデルでは $n_1 > 0.25$ であり、エネルギー保有渦モデルでは $n_2 > 1.0$ とならねばならない。

したがって、最小渦モデルでは攪拌槽の温度係数が 1.02 から 1.03 の範囲になるという条件と表面張力の指数がマイナスになるという 2 つの条件を同時に満たすことができないため、Dobbins, 村上, 栗谷らによる式 (4), (5) の最小渦モデルはモデルとしての妥当性に欠けている。一方、乱れ強度を水理パラメータにもつエネルギー保有渦モデルでは、乱れ強度の指数 n_2 が 1.0 から 1.5 の範囲であれば 2 つの条件を同時にみたしてい

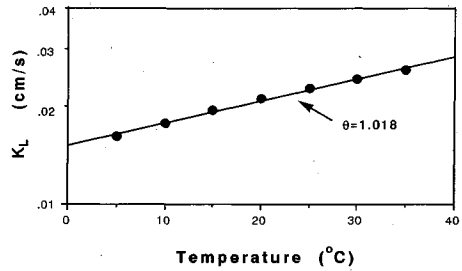


Fig. 6 K_L at several temperatures

Table 3 Calculated temperature coefficients based on Eq. (15)

n_1	Temperature coefficient at 40 rpm	Temperature coefficient at 80 rpm
0.10	1.037	1.036
0.12	1.034	1.034
0.14	1.031	1.031
0.16	1.028	1.028
0.18	1.026	1.025
0.20	1.023	1.022
0.22	1.020	1.020
0.24	1.017	1.017
0.25	1.016	1.015
0.375	0.999	0.998

Table 4 Calculated temperature coefficients based on Eq. (16)

n_2	Temperature coefficient at 40 rpm	Temperature coefficient at 80 rpm
0.8	1.034	1.033
0.9	1.032	1.031
1.0	1.030	1.029
1.1	1.028	1.027
1.2	1.026	1.025
1.25	1.025	1.024
1.3	1.024	1.023
1.4	1.022	1.021
1.5	1.020	1.018
1.6	1.018	1.016
1.7	1.016	1.014
1.8	1.014	1.012
1.9	1.012	1.010
2.0	1.010	1.008

る。このことから、最小渦モデルよりもエネルギー保有渦モデルの方が現象への適合性がまさっているといえる。また、温度係数の値だけから見れば、平山らが提案した式 (8), 1.25 乗エネルギー保有渦モデル、が現実的な値に近い値を与えているといえる。

5. 開水路での温度係数に関する検討

これまでに 1.25 乗エネルギー保有渦モデルが攪拌槽での K_L の温度変化をよく説明できることを指摘した。ここではこのモデルを開水路に適用した場合の温度係数について検討する。

攪拌槽では、羽根の回転速度が一定のもとで温度係数が測定されている。これに対して、開水路の温度係数の測定条件は必ずしも明確ではないが、流量、ないしは水

深が一定のもとで、温度係数の測定が行われていると考えられる。羽根の回転速度が一定という条件と流量ないしは水深が一定という条件は、流体運動の見地からは条件が異なると考えられる。1.25 乗エネルギー保有渦モデルを開水路に適用するに際し、流体運動的項の水温変化に関する評価を行う必要がある。

開水路での温度係数の測定例を Table 5 に示す^{28), 29)}。攪拌槽とはやや異なった値となっている。開水路の場合についても 1.0 以下の温度係数の値の報告例がある³⁰⁾。しかし、それはポンプで水を循環させるタイプの水路であり、何が一定の時の温度係数なのか推定が困難であるため、同じレベルで検討することはできないと考え、表には加えていない。Table 5 中の Truesdale と Vandyke による 1.008 という値は、測定者自身、信頼性に乏しいと判断していることから、この値は除外して考えることにする。

Table 5 の二つの測定例で値がかなり異なっている。酸素移動係数の値から判断すると、Streeter らの場合は、ほとんど静止した非常にゆっくりした流れでの値であると思われる。Truesdale と Vandyke の場合は流れの状態がかなり広範囲にわたっていると考えられる。弱い流れの時は温度係数が大きくなるという指摘がある⁸⁾ので、流れの状態の差が温度係数の異なる一つの要因であると思われる。

開水路の場合のレイノルズ数を、管路の場合にならって、次式で定義することにする。

$$Re = 4Rv/\nu \dots\dots\dots (17)$$

- Re: レイノルズ数 [-]
- v: 平均流速 [cm/s]
- R: 径深 [cm]

である。このレイノルズ数を用いると、Streeter らの実験の場合は $Re = 500 \sim 2000$ (B (水路幅) = 5 cm, $v = 0.8 \sim 2.3$ cm/s, H (水深) = 5 ~ 10 cm) と推定され、層流ないしはきわめて層流に近く、河川においては例外的な流れであったと思われる。Truesdale と Vandyke の実験では、 $Re = 7000$ 程度 (水路幅は 15 cm 程度と推定される。たとえば、 $v = 4$ cm/s の時 $H = 5$ cm, $v = 91$ cm/s の時 $H = 0.2$ cm) であると考えられる。

レイノルズ数が大きくなるにつれて、流れは、層流から乱流へと移っていく。さらに乱流の場合、対数分布則に準拠して考えると流速分布が動粘性係数に依存する形から、動粘性係数に依存しない形へと移っていく。自然河川においてはレイノルズ数が大きくしかも、底面の粗さも大きい場合が多いと思われる。したがって、流速分布は動粘性係数に依存しない場合が多いと考えられる。この場合、流量一定の状況で水温が変化しても、流速分布は変化しない。ゆえに、このような状況で 1.25 乗エネルギー保有渦モデルを適用する場合、流体運動項は水

Table 5 Temperature coefficients in open channels

Researcher	Temperature coefficient [-]	K_L [cm/s]
Streeter et al.	1.047	0.00009~0.00020
Truesdale and Vandyke	1.019 1.015 1.008 1.019	0.00053 0.00078 0.00688 0.0385

温によらず一定であると判断すれば良からう。式 (8) において u' が水温によらず一定であるとして Table 3, 4 を求めたのと同様にして温度係数を求めると、 $\theta = 1.021$ が得られる。この値は Truesdale らの測定値にかなり近い値でもある。以上の検討より、1.25 乗エネルギー保有渦モデルによれば、自然河川での温度係数は 1.02 程度の値を用いるのが妥当な判断であると思われる。

6. おわりに

酸素移動速度を推定する際の現象のモデル化に際し、水理的な要因をエネルギー逸散率として取り込む (最小渦モデル) か乱れ強度として取り込む (エネルギー保有渦モデル) かを、攪拌槽で測定される温度係数をもとに検討した。その際、エネルギー逸散率は水温によらず一定であるという仮定をおかず、水温変化にともなう流速の変化を水面付近で測定した。また、開水路での温度係数についても考察を加えた。その結果、次のことが指摘できる。

- (1) 攪拌槽では羽根の回転速度を一定に保った場合、水温が上昇すると水面付近での流速はやや大きくなる傾向にある。このことを考慮して攪拌槽での酸素移動の温度係数を検討した結果、式 (7), (8) のようなエネルギー保有渦モデルの方が、式 (4), (5) のような最小渦モデルよりも妥当性が高い。
- (2) 酸素移動係数は乱れ強度の 1.0 ~ 1.5 乗に比例すると考えられる。
- (3) 1.25 乗エネルギー保有渦モデルは、攪拌槽で測定された範囲の温度係数の値を与え、その有効性が示された。
- (4) 1.25 乗エネルギー保有渦モデルに準拠すると実際の河川での温度係数は、1.02 程度であると推定される。

使用記号一覧

- A: 気液接触面積 [cm²]
- A₁, A₂: 定数 [-]
- B: Einstein の式中の定数 [sKg⁻¹cm⁻¹]
- B₁, B₂: 定数 [-]

- $C_1 \sim C_4$: 定数 [-]
 d : 水温 [°C]
 D_m : 拡散係数 [cm²/s]
 E : 乱れエネルギーの波数スペクトル [cm³/s²]
 K_L : 酸素移動係数 [cm/s]
 K_{La} : 総括酸素移動容量係数 [1/s]
 k : 波数 [1/cm]
 n_1 : ε の指数 [-]
 n_2 : u' の指数 [-]
 R : 径深 [cm]
 r : 槽壁からの距離 [cm]
 Re : レイノルズ数 [-]
 T : 絶対温度 [K]
 t : 時間 [s]
 U : 流速 [cm/s]
 u_1 : 乱れ速度 [cm/s]
 u' : 乱れ強度 [cm/s]
 V : 水の体積 [cm³]
 v : 流速 [cm/s]
 x : 距離 [cm]
 γ : 表面更新率 [1/s]
 ε : エネルギー逸散率 [cm²/s³]
 θ : 温度係数 [-]
 μ : 粘性係数 [gcm⁻¹s⁻¹]
 ν : 動粘性係数 [cm²/s]
 ρ : 密度 [g/cm³]
 σ : 表面張力 [g/s²]

参考文献

- 1) 粟谷陽一・敷田和久：開水路流れに於ける表面ばっ気速度について，土木学会西部支部研究発表講演概要集，pp.193~194, 1973.
- 2) 平山公明・今岡正美・松尾友矩：表面ばっ気における酸素吸収，下水道協会誌，Vol.17, No.197, pp.21~30, 1980.
- 3) 平山公明・松尾友矩：酸素移動モデルの開水路流れへの適用，土木学会第37回年次学術講演会講演概要集Ⅱ，pp.131~132, 1982.
- 4) Dobbins, W.E. : BOD and oxygen relationships in streams, Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE, Vol.90, No. SA 3, pp.53~78, 1964.
- 5) 村上健：河川における再ばっ気，衛生工学研究討論会講演論文集，Vol.6, pp.45~52, 1970.
- 6) Levich, V.G. : Physicochemical Hydrodynamics, Prentice-Hall Inc., pp.689~700, 1962.
- 7) Davies, J.T. and Lozano, F.J. : Turbulence characteristics and mass transfer at air-water surfaces, AIChE Journal, Vol.25, No.3, pp.405~415, 1979.
- 8) Metzger, I. and Dobbins, W.E. : Role of fluid properties in gas transfer, Environmental Science and Technology, Vol.1, No.1, pp.57~65, 1967.
- 9) Metzger, I. : Effects of temperature on stream aeration, Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE, Vol.94, No. SA 6, pp.1153~1159, 1968.
- 10) Matsuo, T. and Hirayama, K. : Studies on oxygen transfer models, Water Science and Technology, Vol.14, No.1~2, pp.321~329, 1982.
- 11) Chao, A.C., Chang, D.S., Smallwood, C. Jr. and Galler, W.S. : Influence of temperature on Oxygen Transfer, Journal of the Environmental Engineering, ASCE, Vol.113, No.4, pp.722~735, 1987.
- 12) 山口巖：混合および攪拌—理論から運転まで—，別冊化学工業，Vol.11, No.3, 化学工業社，pp.26~27, 1970.
- 13) Danckwerts, P.V. : Significance of liquid-film coefficients in gas absorption, Ind. & Eng. Chem., Vol.43, No.6, pp.1460~1467, 1951.
- 14) 岩佐義朗：水理学，朝倉書店，p.75, 1971.
- 15) 橋本奨・藤田正憲：下水処理における総括酸素移動容量係数算出法の理論的研究，水処理技術，Vol.11, No.6, pp.25~38, 1970.
- 16) 平山公明・今岡正美・片山けい子・中村寛治：表面ばっ気における総括酸素移動容量係数の算出方法に関する一考察，山梨大学工学部研究報告，Vol.29, pp.106~111, 1978.
- 17) 富沢裕：計測工学（Ⅱ），森北出版，pp.67~69, 1972.
- 18) 石川鐵彌：混合液粘度の理論，丸善，p.48, 1968.
- 19) 本間仁：水理学，丸善，p.3, 1978.
- 20) 小林清志：移動論，朝倉書店，pp.221~222, 1975.
- 21) 片岡広・宮内照勝：乱流域の攪拌槽自由表面におけるガス吸収について，化学工学，Vol.30, No.5, pp.409~414, 1966.
- 22) Elmore, H.L. and West, W. F. : Effects of water temperature on stream sanitation, Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE, Vol.87, No. SA 6, pp.59~71, 1961.
- 23) Downing, A.L. and Truesdale, G.A. : Some factors affecting the rate of solution of oxygen in water, Journal of Applied Chemistry, Vol.5, No.10, pp.570~581, 1955.
- 24) 松本順一郎・高橋克夫・遠藤銀朗：酸素移動に及ぼす温度の影響について，土木学会第30回年次学術講演会講演概要集Ⅱ，pp.578~579, 1975.
- 25) Robert, H.L. and How, E. E. : Proposed modification of K_2 -temperature relation, Journal of the Environmental Engineering Division, ASCE, Vol.103, No.4, pp.729~733, 1977.
- 26) 藤縄勝彦・半沢保・阿部秀臣：各種液体によるガス吸収速度と表面張力との関係，化学工学，Vol.31, No.6, pp.590~593, 1967.
- 27) 宝沢光紀・横畑裕之・今石宣之・藤縄勝彦：乱流自由表面の液相物質移動係数に及ぼす表面張力の影響，化学工学論文集，Vol.7, No.2, pp.138~142, 1981.
- 28) Streeter, H.W., Wright, C.T. and Kehr, R.W. : Measures of natural oxidation in polluted streams. III. an experimental study of atmospheric reaeration under stream-flow conditions, Sewage Works Journal, Vol.8, No.9, pp.282~316, 1936.
- 29) Truesdale, G.A. and Vandyke, K.G. : The effect of

temperature on the aeration of flowing water, The Water & Waste Treatment Journal, Vol.7, No.3, pp.9~11, 1958.

laboratory studies, Journal of the Environmental Division, ASCE, Vol.113, No.5, pp.1089~1101, 1987.

30) Chao, A.C., Chang, D.S., Smallwood, C. Jr. and Galler, W.S. : Effect of temperature on oxygen transfer ...

(1992.10.16 受付)

COMPARISON OF REAERATION MODELS WITH A VIEW FROM TEMPERATURE COEFFICIENTS

Kimiaki HIRAYAMA, Tomonori MATSUO, Masaharu IMAOKA
and Keiko KATAYAMA-HIRIYAMA

Either of two different hydraulic parameters is incooperated into K_L -predicting equations. They are energy dissipation and turbulence intensity. We examine K_L -temperature dependency and velocity-temperature dependency in a stirred vessel and compare K_L -predicting equations by checking whether they produce a temperature coefficient falling within an observed range. It turns out that K_L -predicting equations which include turbulence intensity as a hydraulic parameter give temperature coefficients close to observed values in stirred vessels and a temperature coefficient for rivers is indicated.
