

# 海洋構造物の地震時ねじり振動に関する研究

中村孝明\*・田中良弘\*

地震による海洋構造物のねじり振動特性を明らかにする目的から、任意形状で流体との動的相互作用まで扱える汎用的な計算手法を開発した。流体場を境界積分法、構造物を3自由度のLumped massにモデル化し、境界条件で接続する手法を用いた。2連の楕円柱を対象に種々の検討を行い、剛心と重心が一致した構造物でも、水中では圧力分布の偏りによって見掛け上重心が移動し、ねじり振動を起こすことが分かった。更に、ねじり応答に関する特性を調べ、海洋構造物を設計する際の新たな留意点を提示した。

**Key Words**: torsional response, multiple columns, B. E. M., arbitrarily shaped 3-D structures, fluid-structure hydrodynamic interaction.

## 1. はじめに

近年、アジア太平洋地域での石油・天然ガス開発プロジェクトが進められようとしている。しかし、その多くは洋上に位置しており、生産プラットフォームを計画する際には、海洋構造物としての特別な配慮が必要となる。特に、海底に着底式として計画する場合、地震時での安全性の検討が必要となる。現在、この種の構造物は、ノルウェー沖を中心とする北海油田に多く見られ、構造は海底部に貯油施設のあるコンクリート製多柱構造が大半を占める。また、これらの構造物は、機能的必要性から非対称構造であり、柱断面も真円でない場合が多く、地震によるねじりの発生が懸念される。ねじりは損傷危険度が高く、重要な問題である。気中での構造物は通常、重心と剛心を一致させ、ねじりが発生しない様に計画される。しかし、水中では、地震時流体力により、見掛け上重心が移動し、予期せぬねじり振動を引き起こす可能性がある。

本研究は、水中での特異性質すなわち、流体力による重心の見掛け上の移動や、これに伴うねじり振動の発生と、その特性について明らかにし、海洋構造物を設計する際の新たな留意点を提示することにある。

これまでの研究では、流体と構造物との相互作用問題については、弾性の円柱を対象とした計算手法が幾つか提案され、特に水の圧縮性が構造物の応答に与える影響について報告がされている<sup>1)~4)</sup>。更に、地盤との連成を考慮した応答計算手法が提案され、地盤との連成の必要性について提言が行われている<sup>5)</sup>。円柱以外にも、軸対称で任意の形状を持つ柱状構造物に加わる流体力について、研究が行われている<sup>6)~7)</sup>。また、内部に貯水部を持

つ柱状の水中構造物の応答計算法についても提案が行われ、いくつかの知見が得られている<sup>8)~9)</sup>。しかしながら、水中でのねじり振動問題についての研究は、これまで行われておらず、対応できる理論は提案されていない。更に、既往の計算手法は、適用範囲が狭く、限られた構造形状しか適用できない。その中、著者は地震時動水圧問題において、3次元任意形状に対応できるGreen関数を誘導<sup>10)</sup>し、弾性変形を伴う構造物と流体との動的相互作用を扱える新たな計算手法を提案した<sup>11)</sup>。さらに、楕円柱の水中でのねじり振動問題に着目し、ねじり振動の発生メカニズムや特性について提示した<sup>12)</sup>。

本論文は、これら一連の研究を系統的にまとめたもので、特に、計算手法の選定から、理論展開更に、開発段階で生じる問題の処理について詳細に説明する。また、楕円柱を強制振動させた場合の流体力特性、楕円の偏平の度合いによるねじり振動への影響など新たな知見として明らかにしている。

## 2. 解析理論

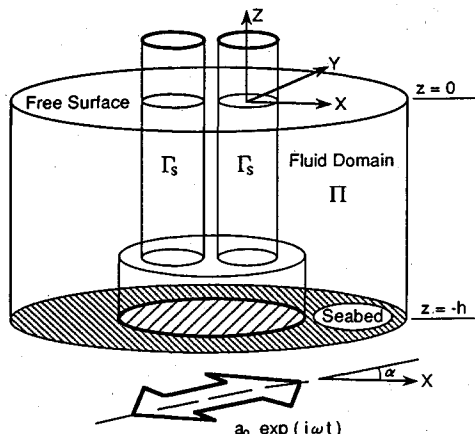
### (1) 流体力に関する基本概念と支配方程式

非粘性流体を想定した場合、水中で振動する構造物には、付加質量力と造波減衰力が働く。しかし、地震動のような高振動数の場合、一般的に重力波の発生は少なく、造波減衰力を考える必要はない<sup>1)</sup>。しかし、水の圧縮性による、圧縮性進行波成分を考慮する必要がある。これは、弾性応答する構造物には、逸散減衰力として作用するもので、応答倍率を決定する重要な作用力となる。また、圧縮性進行波成分は、水深や地震動周期に依存し、高振動数の領域や、大水深の場合に発生し易くなる。これにより、地震時流体力を考える場合、波動方程式が流体場の支配方程式となる。

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad \text{in } \Pi \dots \dots \dots (1)$$

\* 正会員 (株) 篠塚研究所 主任研究員  
(〒160 新宿区新宿 6-26-4 JMビル)

\*\* 正会員 Ph.D. 大成建設(株) 土木設計第一部 室長



図一 計算領域の定義

ここに、 $\Phi$  : 速度ポテンシャル

$C$  : 水中での音速 (1447m/s, 水温 18°C)

$\nabla^2$  : 3次元ラプラシアン

$\Phi$  は、時間と空間の関数であるが、時間的に調和振動するものとし、以下のように時間と空間に分離する。

$$\Phi(x, y, z, t) = \phi(x, y, z)e^{i\omega t} \dots (2)$$

ここに、 $i$  : 虚数単位  $\omega$  : 角振動数

式 (2) を式 (1) に代入し、時間項を省くと次の様になる。

$$\nabla^2 \phi + \frac{\omega^2}{C^2} \phi = 0 \quad \text{in } \Pi \dots (3)$$

式 (3) は、Helmholtz 方程式である。一般に、音響問題でよく用いられる。

Helmholtz 方程式を境界条件のもとに解くには、解析解による方法と境界積分法が考えられるが、任意形状を対象とする場合、境界積分法が適当である。境界条件として海底面・自由表面・物体表面・無限遠方の各境界条件を考慮する必要がある。しかし、境界積分法を用いた場合、積分領域の増大が問題となる。そこで、海底面・自由表面・無限遠方の各境界条件を満足する Green 関数を誘導する。これにより、物体回りの積分だけで問題を解くことができ、実用的である。

境界値問題を解く際に用いられる Green 関数は、数種存在し、それぞれ特性をもつ。本研究では、固有関数展開法と鏡像法による 2 種の Green 関数を誘導する。

(2) 境界条件と Green 関数

図一の様な流体領域において、速度ポテンシャル  $\phi$  は、式 (3) の支配方程式と以下の境界条件を満足する必要がある。

$$\phi = 0 \quad \text{on } z = 0 \dots (4)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = -h \dots (5)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = V_n \quad \text{on } \Gamma_s \dots (6)$$

ここで、 $V_n$  は物体の運動速度の法線方向速度成分を表わし、 $n$  は物体の内側に向う単位法線方向を表わす。更に、速度ポテンシャル  $\phi$  は、Sommerfeld の放射条件を満足する必要がある。これらを Green 関数を用いた境界積分方程式で解くことを考えると、Green 関数  $G$  に与えられる条件は次の通りである。

$$\nabla^2 G + \frac{\omega^2}{C^2} G = -\delta(x-\xi)(y-\eta)(z-\zeta) \dots (7)$$

$$G = 0 \quad \text{on } z = 0 \dots (8)$$

$$\frac{\partial G}{\partial z} = 0 \quad \text{on } z = -h \dots (9)$$

ここに、 $\delta(\ )$  は Dirac の delta 関数である。Green 関数は、Sommerfeld の放射条件を満足しなければならない。

a) 固有関数展開法による Green 関数

この種の解法には、変数分離及び固有関数展開法を用いるのが一般的である。また、Green 関数は、主要解である同次方程式の解に境界条件を満足するように適当な解を付け加えた形となる。そこで、式 (7) の同次方程式を考える。

$$\nabla^2 G + \frac{\omega^2}{C^2} G = 0 \dots (10)$$

$G$  は  $x, y, z$  の関数で表されるが、 $x, y$  及び  $z$  に変数分離する。

$$G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = X(x, y; \xi, \eta) \cdot Z(z; \zeta) \dots (11)$$

式 (11) を式 (10) に代入することで、以下の 2 式が誘導できる。

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 X}{\partial y^2} + \left(\frac{\omega^2}{C^2} - k^2\right) X = 0 \dots (12)$$

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + k^2 Z = 0 \dots (13)$$

ここに、 $k$  は定数である。最初に  $Z$  に関する微分方程式について考える。境界条件式 (8), (9) より解は、次の様になる。

$$Z_n(z) = C_n \sin k_n z \dots (14)$$

ここに、 $k_n = \frac{(2n-1)\pi}{2h}$ ;  $n=1, 2, 3, \dots$

式 (14) で  $C_n$  は積分定数、 $k_n$  は固有値で、 $Z_n(z)$  は固有関数である。式 (14) が  $z$  に関する計算区間  $0 \sim -h$  で正規化 (orthonormal) されている必要がある。これにより、積分定数  $C_n$  が与えられ、解は次の様になる。

$$Z_n(z) = \sqrt{\frac{2}{h}} \sin k_n z; n=1, 2, 3, \dots (15)$$

式 (15) は、正規化されていることから、次式が成立す

る。

$$\sum_{n=1}^{\infty} Z_n(z)Z_n(\zeta) = \delta(z-\zeta) \dots\dots\dots(16)$$

式 (15) を式 (16) に代入すると、

$$\frac{2}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \sin k_n z \cdot \sin k_n \zeta = \delta(z-\zeta) \dots\dots\dots(17)$$

式 (17) が  $z$  方向に関する Green 関数である。これにより、Green 関数は、以下に示す様な級数形となる。

$$G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x, y; \xi, \eta) \cdot Z_n(z) \cdot Z_n(\zeta) \dots\dots\dots(18)$$

次に、 $x, y$  平面についての Green 関数  $X$  を考える。式 (18) を式 (7) に代入し整理すると、次式を得る。

$$\frac{\partial^2 X_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 X_n}{\partial y^2} + \lambda_n^2 X_n = -\delta(x-\xi)(y-\eta) \dots\dots\dots(19)$$

ここに、 $\lambda_n^2 = \omega^2/C^2 - k_n^2$   
式 (19) の解は、2次元 Helmholtz 方程式の基本解を求めるのに相当し、解は次の様に与えられる。

$$X_n = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(\lambda_n R) \text{ or } -\frac{i}{4} H_0^{(2)}(\lambda_n R) \dots\dots\dots(20)$$

式 (20) の  $H_0^{(1)}, H_0^{(2)}$  は、0 次の第 1 種、2 種の Hankel 関数である。また、 $R$  は、

$$R = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2} \dots\dots\dots(21)$$

ここで、式 (2) より時間項を  $e^{i\omega t}$  と置いた。これにより、放射条件は次の様に与えられる。

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left( \frac{\partial G}{\partial R} + i\lambda_n G \right) = 0 \dots\dots\dots(22)$$

式 (22) を満足するのは、第 2 種の Hankel 関数である。従って、解としてこれを用いる。

次に、 $\lambda_n^2$  が負になる場合を考える。この時、 $\lambda_n^2$  の絶対値を  $\lambda_n'^2$  とする。

$$\frac{\partial^2 X_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 X_n}{\partial y^2} - \lambda_n'^2 X_n = -\delta(x-\xi)(y-\eta) \dots\dots\dots(23)$$

式 (23) の解は、次の様に与えられる。

$$X_n = \frac{1}{2\pi} K_0(\lambda_n' R) \dots\dots\dots(24)$$

式 (24) の  $K_0$  は、0 次の第 2 種変形 Bessel 関数である。以上より、最終的に Green 関数は、

$$G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = -\sum_{n=1}^s \frac{i}{2h} \sin k_n z \cdot \sin k_n \zeta \cdot H_0^{(2)}(\lambda_n R) + \sum_{n=s+1}^{\infty} \frac{1}{\pi h} \sin k_n z \cdot \sin k_n \zeta \cdot K_0(\lambda_n' R) \dots\dots\dots(25)$$

式中の  $s$  は、 $\lambda_n^2$  が正であるための  $n$  の最大値である。式 (25) では、第 1 項は、圧縮性進行波成分 (propagating eigenmode)、第 2 項は、構造物近傍に発生する減衰定存波成分 (evanescent eigenmode) を表わす。ここで、 $\lambda_n^2 < 0$  の場合、第 1 項は、存在せず、圧縮性進行波は発

生しないことになる。 $\lambda_n^2$  は、波速、振動数、水深にそれぞれ依存することから、次の様な無次元振動数  $\Omega$  を設定することができる。

$$\Omega = \frac{\omega}{\pi C/2h} \dots\dots\dots(26)$$

式 (26) で  $\Omega < 1$  の場合、流体の圧縮性の影響が少なく、 $\Omega \geq 1$  で圧縮性の影響が顕著になる。

b) 鏡像による Green 関数

式 (7) の主要解 (基本特異解) を求める。これは 3 次元 Helmholtz 方程式で解は次の様に与えられる。

$$\frac{1}{4\pi r} e^{-i\lambda r} \dots\dots\dots(27)$$

式 (27) は、Sommerfeld の放射条件を既に満足している。式中、 $r, \lambda$  は、次の様になる。

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2} \dots\dots\dots(28)$$

$$\lambda = \omega/C \dots\dots\dots(29)$$

次に、式 (8)、(9) の境界条件を満足することを考える。その際、鏡像の方法<sup>13)</sup> を利用すると、求める Green 関数は、次の様になる。

$$G = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{e^{-i\lambda r}}{r} - \frac{e^{-i\lambda r_0}}{r_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (-1)^n \left( \frac{e^{-i\lambda r_1}}{r_1} + \frac{e^{-i\lambda r_2}}{r_2} \right) + (-1)^{n+1} \left( \frac{e^{-i\lambda r_3}}{r_3} + \frac{e^{-i\lambda r_4}}{r_4} \right) \right\} \right] \dots\dots\dots(30)$$

ここに、 $r_0 = \{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta)^2\}^{1/2}$

$$r_1 = \{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta-2nh)^2\}^{1/2}$$

$$r_2 = \{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta+2nh)^2\}^{1/2}$$

$$r_3 = \{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta+2nh)^2\}^{1/2}$$

$$r_4 = \{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta-2nh)^2\}^{1/2}$$

(3) 構造物のモデル化

構造物を、 $x, y$  方向変位及び、 $z$  軸回りの回転 (ねじり) を含めた 3 自由度質点系にモデル化する。 $x, y$  方向変位については、曲げ変形とせん断変形を加算して求められる、等価せん断バネを使用する。これにより、各質点の自由度から“曲げ”を省くことができ、流体場との接続の際の境界条件が簡素化できる。ねじりについては、St. Venant のねじり理論を適用する。2 軸対称断面を基本とし、曲げとねじりの連成は考慮しない。運動方程式は次の様になる。

$$[M] (\{\ddot{d}\} - \{\ddot{a}\}) + [C] (\{\dot{d}\} - \{\dot{a}\}) + [K] (\{d\} - \{a\}) = -[M] \{\ddot{a}\} - \{f\} \dots\dots\dots(31)$$

ここに、 $[M], [C], [K]$  は、質量、減衰、剛性の各マトリクスを表わす。 $\{d\}$  は、質点の絶対変位ベクトル、 $\{a\}$  は、地動変位ベクトル、 $\{f\}$  は、質点に加わる流体力ベクトルを表わす。 $\{d\}$  と  $\{a\}$  は、次の様に表わされる (図-2 参照)。

$$\{d\} = \{d_{z1}, d_{\theta 1}, \theta_{z1}, \dots, d_{zm}, d_{\theta m}, \theta_{zm}\}^T e^{i\omega t} \dots\dots\dots(32)$$

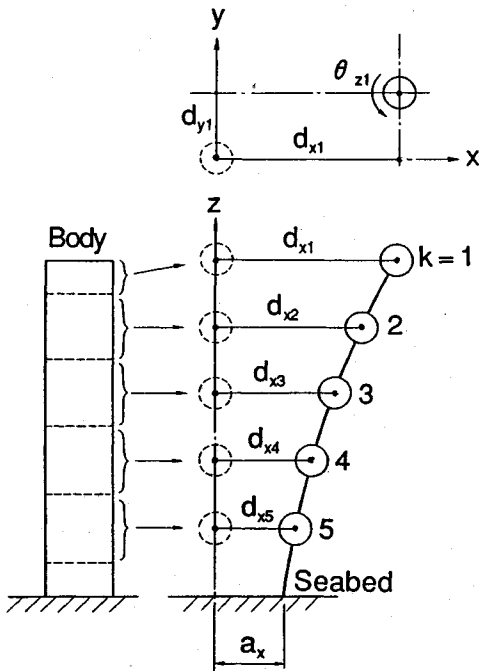


図-2 Lumped-mass モデル

$$\{a\} = \{a_x, a_y, 0, \dots, a_x, a_y, 0\}^T e^{i\omega t} \dots (33)$$

ここに、 $m$  は質点数を表わし、

$$a_x = a_0 \cos \alpha ; a_y = a_0 \sin \alpha$$

流体力ベクトル  $\{f\}$  は、次の様に表わされる。

$$\{f\} = \{f_{x1}, f_{y1}, f_{z1}, \dots, f_{xm}, f_{ym}, f_{zm}\}^T e^{i\omega t} \dots (34)$$

式 (31) より絶対変位ベクトルを求めると、

$$\{d\} = [A]^{-1} [B] \{a\} - [A]^{-1} \{f\} \dots (35)$$

ここに、

$$[A] = -\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K]$$

$$[B] = i\omega [C] + [K]$$

式 (35) では、流体力  $\{f\}$  が分かれば、構造物の応答変位が求められる。

質点  $k$  に加わる  $x$  軸方向、 $y$  軸方向、 $z$  軸まわりの流体力の各成分  $f_{zk}$ ,  $f_{yk}$ ,  $f_{ik}$  (図-3 参照) は、その質点に加わる圧力の作用面  $\Delta\Gamma_k$  について、圧力積分することで得られる。

$$\begin{aligned} & \{f_{zk}, f_{yk}, f_{ik}\}^T \\ &= -i\omega\rho \int_{\Delta\Gamma_k} \phi \{n_x, n_y, l_x n_y - l_y n_x\}^T d\Gamma \dots (36) \end{aligned}$$

ここに、 $\rho$  は、流体の密度、 $n_x, n_y$  は、法線方向と  $x, y$  軸方向との方向余弦、 $l_x, l_y$  は、ねじり回転中心から圧力作用点までの距離を表わす。

一方、構造物表面の運動は、各質点の運動によって決まる。任意の質点  $k$  の変位成分を  $d_{zk}$ ,  $d_{yk}$ ,  $\theta_{zk}$  とすると、その質点と共に運動する物体表面  $\Delta\Gamma_k$  の法線方向変位  $\Psi_k$  は、次の様に表わされる。

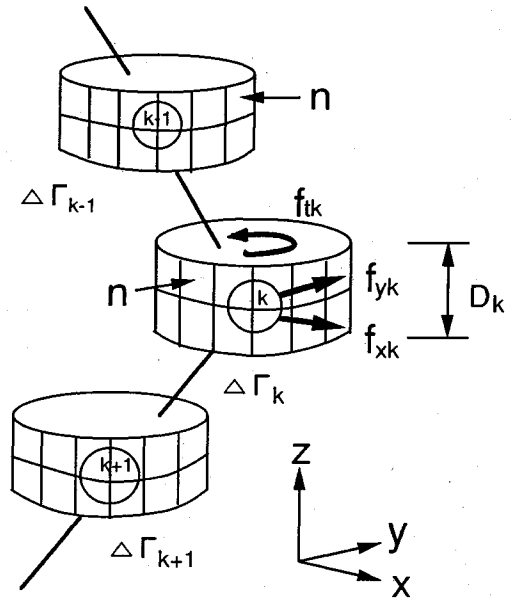


図-3 質点に加わる流体力と運動

$$\phi_k = [d_{xk} n_x + d_{yk} n_y + \theta_{zk} (l_x n_y - l_y n_x)] e^{i\omega t} \dots (37)$$

$\Psi_k$  を時間で微分することで、法線速度  $V_n$  となり、式 (6) で与えられる物体表面の境界条件が次の様になる。

$$\{V_n\} = i\omega [N] \{ [A]^{-1} [B] \{a\} - [A]^{-1} \{f\} \} \dots (38)$$

ここに、 $\{V_n\}$  は、構造物表面の法線速度ベクトル、 $[N]$  は、 $n_x, n_y, l_x n_y - l_y n_x$  から成る法線余弦マトリックスである。構造物に加わる  $x$  方向の全水平流体力  $F_{hx}$  及び  $z$  軸回りのねじり流体力  $R_{hz}$  は、次式で得られる。

$$F_{hx} = -i\omega\rho \int_{\Gamma_s} \phi n_x d\Gamma \dots (39)$$

$$R_{hz} = i\omega\rho \int_{\Gamma_s} \phi (l_x n_y - l_y n_x) d\Gamma \dots (40)$$

構造物の基部での  $x$  方向全せん断力  $F_{sx}$  及び、 $z$  軸回りのねじりモーメント  $R_{iz}$  は、次式で得られる。

$$F_{sx} = F_{hx} - \omega^2 \sum_{k=1}^m M_k (d_{xk} - a_x) \dots (41)$$

$$R_{iz} = R_{hz} - \omega^2 \sum_{k=1}^m I_k \theta_{zk} \dots (42)$$

ここに、 $M_k, I_k$  は各質点の質量及び回転慣性を表わす。

(4) 積分方程式

Green の第 2 公式より、次の Fredholm 型の積分方程式を得る。

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}\phi(P) &= \int_{\Gamma} \left( G(P, Q) \frac{\partial\phi(Q)}{\partial n} \right. \\ &\quad \left. - \phi(Q) \frac{\partial G(P, Q)}{\partial n} \right) d\Gamma \dots (43) \end{aligned}$$

点  $P, Q$  共に境界上の点である。海底面、自由表面、無限遠方の各境界条件を満足する Green 関数を式 (43)

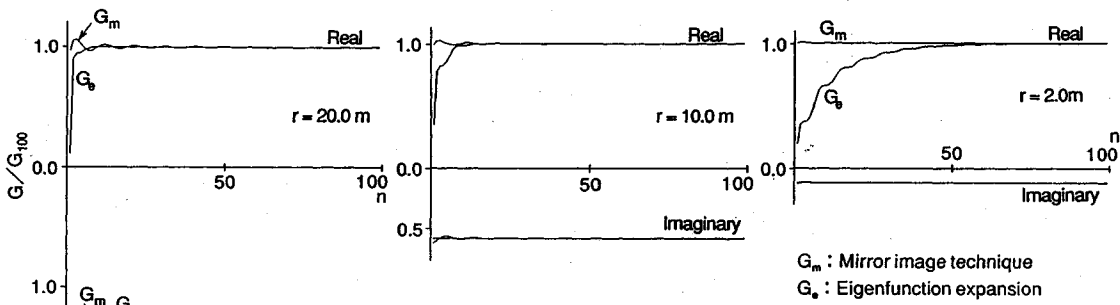


図-4 Green 関数の収束状況 ( $\Omega=2.8$ )

に適用することで、積分は物体表面だけとなる。物体表面を  $l$  個のパネル要素に分割し、 $\phi$ ,  $\partial\phi/\partial n$  を要素内で一定値とすると、次の連立方程式を得る。

$$-\frac{1}{2}\phi_i + \sum_{j=1}^l \phi_j \int_{\Gamma_{Aj}} \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} d\Gamma = \sum_{j=1}^l \frac{\partial \phi_j}{\partial n} \int_{\Gamma_{Aj}} G_{ij} d\Gamma ; i=1, 2, \dots, l \dots (44)$$

$\Gamma_{Aj}$  は、離散化したパネル要素の領域を意味する。これをマトリックスで表現すると、次の様になる。

$$[\bar{H}_{ij}] \{\phi_j\} = [H_{ij}] \left\{ \frac{\partial \phi_j}{\partial n} \right\} \dots (45)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに、} \bar{H}_{ij} &= \int_{\Gamma_{Aj}} \frac{\partial \phi_j}{\partial n} d\Gamma (i \neq j) , \quad H_{ij} = \int_{\Gamma_{Aj}} G_{ij} d\Gamma \\ &= -\frac{1}{2} + \int_{\Gamma_{Aj}} \frac{\partial G_{ij}}{\partial n} d\Gamma (i=j) \end{aligned}$$

式 (45) 右辺の  $\left\{ \frac{\partial \phi_j}{\partial n} \right\}$  は、構造物の法線方向の運動速度  $\{V_n\}$  を表す。これに、流体と構造物の動的相互作用を含んだ境界条件式 (38) を代入し、これを解くことで、構造物回りの速度ポテンシャルが 1 回で求められる。

(5) Green 関数の特性

誘導された 2 種類の Green 関数は、それぞれ無限級数で表わされている。級数の収束判定は、計算精度や CPU time に直接影響することから極めて重要である。そこで、それぞれの Green 関数の収束状況を調べた。水深  $h=100.0$  m で振動数  $f=10.0$  Hz について計算を行った。 $z=-85.0$  m の地点に観測点 (O.P.) と Source 点 (S.P.) を設け、両者の間隔を近づけて行った場合の Green 関数の収束状況を比較したが、図-4 である。 $r$  は、O.P. と S.P. の距離である。無次元振動数は  $\Omega=2.8$  で、圧縮性進行波成分が存在し、Imaginary 項が表われてくる。それぞれ、横軸は級数の項数  $n$ 、縦軸は Real 項の収束値  $G_{100}$  ( $n=100$ ) で無次元化したものである。また、便宜上 Imaginary 項は負側に示した。図中  $G_e$  は固有関数展開法による Green 関数で、 $G_m$  は鏡像法によるものである。

図-4 より、固有関数展開法による Green 関数は、距離に対し依存性が強く、距離が近い程収束しにくくなる。これは、式 (25) の Bessel 関数が、 $xy$  面において特異性をもっていることによる。これに対し、鏡像法による Green 関数は距離への依存度は比較的小さい。しかし、振動数の違いによる Green 関数の収束検討<sup>10)</sup>から、鏡像法による Green 関数は、高振動数では遠距離において振動し易く、収束しにくい。

以上を考慮すると、式 (25) の  $\lambda_n R$  の値により、それぞれの Green 関数の使い分けを行うのが最良と考えられる。計算では、 $\lambda_n R > 0.3$  の場合、固有関数展開法による Green 関数を、 $\lambda_n R < 0.3$  の場合、鏡像法による Green 関数をそれぞれ使う。

(6) 特異点を含む積分

特異点を含む積分には、鏡像による Green 関数式 (30) を用いる。同式で、特異点積分となるのは、第 1 項だけである。第 1 項のパネル要素積分を取り出すと、

$$\int_{\Gamma_{Aj}} \frac{e^{-i\lambda r}}{r} d\Gamma \dots (46)$$

図-5 に示すように、特異点  $O$  を中心に積分領域を 4 個の三角形要素に分ける。1 つの三角形  $OP_1P_2$  の積分を考える。 $O$  を原点とする極座標を想定すると、式 (46) は次の様になる。

$$\int_0^\beta -\frac{1}{i\lambda} e^{-i\lambda r(\theta)} d\theta + \frac{\beta}{i\lambda} \dots (47)$$

$$\text{ここに、} r(\theta) = -\frac{c}{a \cos \theta + b \sin \theta} \dots (48)$$

式 (48) の  $a, b, c$  は、点  $P_1$  と  $P_2$  を結ぶ直線の方程式  $ax+by+c=0$  の各係数と対応している。式 (47) の積分を厳密に行うのは難しいことから、Simpson の 1/3 積分法を用い計算する。4 個の三角形要素をそれぞれ積分し、後に加算することで特異点を含む積分が完了する。

(7) 周波数領域における特異性

固有関数展開法によって誘導された Green 関数式 (25) において、Bessel 関数のカッコ内の数値が、0 となる時、特異点となる。距離  $R$  が 0 の時に起こる空間

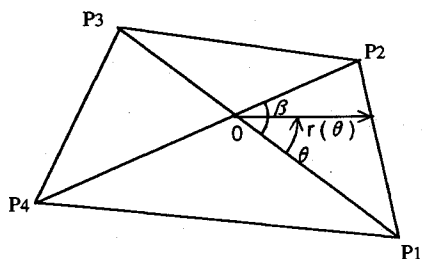


図-5 積分領域の分割

領域における特異点については、鏡像法による Green 関数を用いることで対処できることを説明した。ここでは  $\lambda_n$  が 0 となる時、即ち振動数領域における特異点について説明する。 $\lambda_n$  が 0 となる時は、次式が成立する時である。

$$\frac{\omega}{C} = k_n \dots \dots \dots (49)$$

ここに、 $k_n = \frac{(2n-1)\pi}{2h}$ ;  $n=2, 3, \dots$

式 (49) を式 (26) に代入すると、次式が導かれる。

$$\Omega = 2n-1; n=2, 3, \dots \dots \dots (50)$$

式 (50) より無次元振動数  $\Omega$  が奇数の場合、 $\lambda_n$  が 0 となる級数項が 1 つ存在することとなり、特異点となる。

半径、水深比が  $r_0/h=0.5$  の剛体円柱に加わる全流体力  $F_{hx}$  を計算し、振動数域において比較したものを図-6 に示す。横軸は無次元振動数、縦軸は流体力を排除した流体質量と入力加速度振幅で無次元化している。

図-6 より、流体力は、 $\Omega=1.0$  付近でピークを取り、高振動数になるに従い、低下してゆく。その中、 $\Omega=3.0, 5.0, 7.0, 9.0$  では、低下曲線から明らかにはずれた値となっている。これは、特異点振動数 (Irregular frequencies) と考えられ、音響問題では Jones<sup>14)</sup> により調べられ、これらの振動数では有限解が存在しないと考えられている。Ursell<sup>15)</sup> は、円柱 2 次元浮体の問題で Irregular frequencies は、何の物理的意味もなく、数値解析上発生すると述べている。本計算では、無次元振動数が奇数になる場合、前後の振動数の結果から、内挿補間を行い、解を決定することとする。

### 3. 理論の検証

剛体及び、弾性円柱の動水圧問題については、固有関数展開法により、解析解が求められている<sup>1)</sup>。これらとの比較により、理論の検証を行う。

#### (1) 剛体円柱

半径、水深比  $r_0/h$  を変え、全流体力を比較したものを図-7 に示す。横軸は無次元振動数、縦軸は無次元流体力である。円周方向の離散化は内接多角形とし、 $r_0/h$  に対応し、12~18 とした。一致は良好であり、提案し

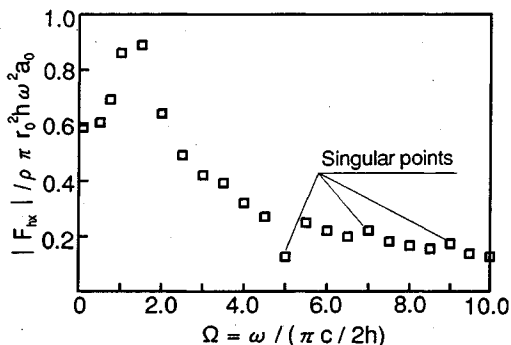


図-6 剛体円柱に加わる全流体力

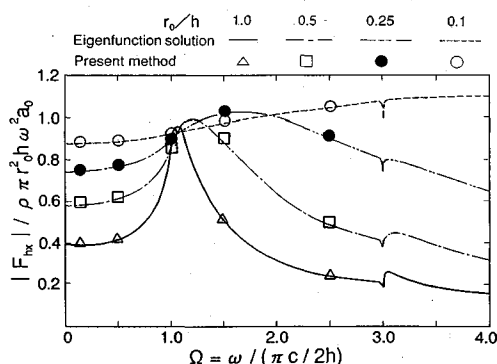


図-7 剛体円柱の全流体力に関する本手法と厳密解との比較

た Green 関数の妥当性が確認できた。また、解析解では  $\Omega=3.0$  付近で特異な傾向が現われている。これは、前述した特異点振動数によるものと考えられる。

#### (2) 弾性円柱

$r_0/h=0.25$  の弾性円柱について、全流体力と基部せん断力を比較したものを図-8 に示す。図中横軸上  $\circ$  は気中での固有振動数を表わす。円柱は、10 質点の Lumped mass にモデル化した。その際、気中での固有振動数は、曲げ連続体と比較して、誤差は 1% 程度であった。境界要素モデルの離散化は、水深方向を 11、円周方向を 16 とした。解析解との一致は極めて良好である。これにより、質点系モデルでも、適当な離散化により厳密解と遜色なく一致し、また、動的相互作用問題として、境界要素モデルと質点系モデルを組み合わせる本手法の妥当性が確認された。

### 4. 楕円柱のねじり振動

#### (1) 剛体楕円柱に加わる流体力

ここでは、剛体の楕円柱をねじり振動させ、振動数域における流体力特性を検討する。計算では、長軸半径  $r_1=15.0$  m、短軸半径  $r_2=12.0$  m と  $r_1=30.0$  m、 $r_2=24.0$  m の 2 種の単体の楕円柱を対象とする。水深はそれぞれ 100 m とする。図-9 に計算結果を示す。図では、

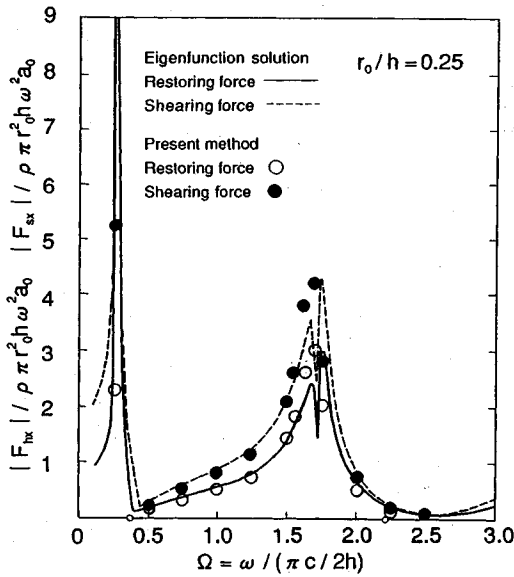


図-8 弾体円柱の全流体力とせん断力に関する本手法と厳密解との比較

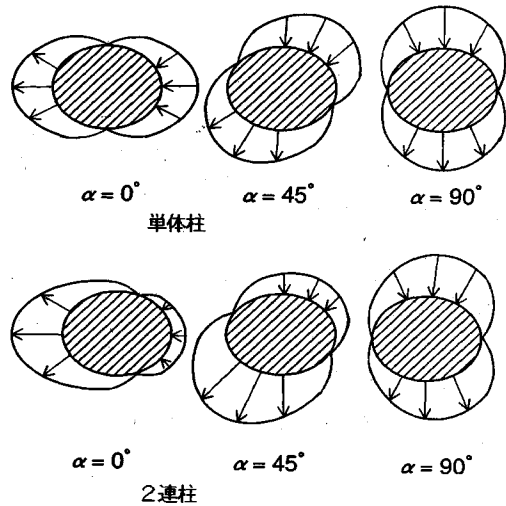


図-10 圧力分布の概念図

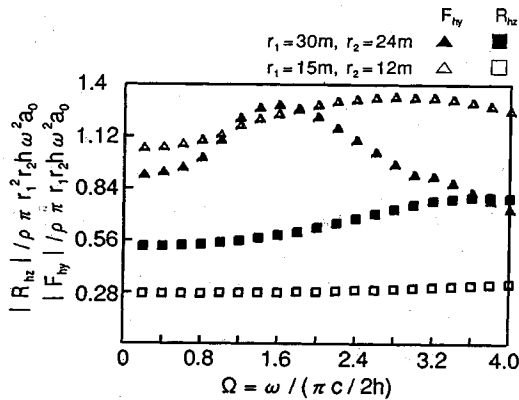


図-9 剛体楕円柱に加わる水平流体力とねじり流体力の比較

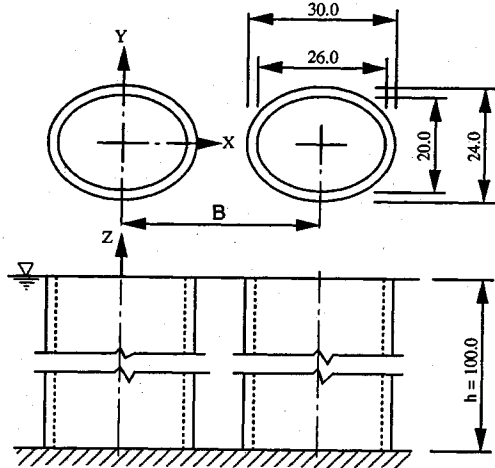


図-11 計算モデル (単位 m)

比較のため、短軸方向 ( $y$  方向) に水平振動させた場合の全流体力  $F_{hy}$  を併記する。

ねじり流体力は、水平方向流体力に比べ、振動数域における変動が小さい。これは、ねじりによる圧縮性進行波の発生が水平振動に比べ少ないことを意味している。ちなみに、圧縮性進行波が発生しない場合は、流体力は振動数域に関し一定値を取る。一方、 $r_1=15.0\text{ m}$  に比べ、 $r_1=30.0\text{ m}$  の場合は、ねじり流体力が大きく現われている。逆に、水平振動による流体力は、 $r_1=30.0\text{ m}$  の方が全体的に小さく現われており、それぞれ逆の傾向を示す。

(2) ねじり振動の発生メカニズム

単体の楕円柱と2連の楕円柱の圧力分布を比較し、ねじり振動の発生メカニズムについて説明する。

加振角度  $\alpha$  を  $0^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $90^\circ$  と変えた場合の断面方向

の圧力分布の概念図を図-10 に示す。2連柱では、図-11 に示す配置で、向かって左側の柱の圧力分布を示している。圧力値は振動直角方向を軸に、+側と-側とに分かれる。単体の場合  $\alpha=0^\circ$ 、 $90^\circ$  では、明らかにねじりは発生しないことが分かる。また、 $\alpha=45^\circ$  の場合においても、+側の圧力と-側の圧力によるねじりモーメントは相殺され、ねじりは発生しないことになる。しかしながら、2連柱の場合は、圧力分布が偏り、偏圧分布となる。これにより、+側の圧力と-側の圧力によるねじりモーメントに差が生じ、ねじり振動を引き起こすこととなる。しかし、 $\alpha=0^\circ$  の場合は、圧力分布からもわかるように、ねじりモーメントは発生しない。一方、 $\alpha=90^\circ$  では、楕円中心から見て左右の圧力値の差が最大となり、最大のねじりモーメントが発生する。地上構造物では、剛心と重心位置の差、即ち偏心が、ねじり振動を引き起こす原因となるが、水中では圧力分布の偏りが重

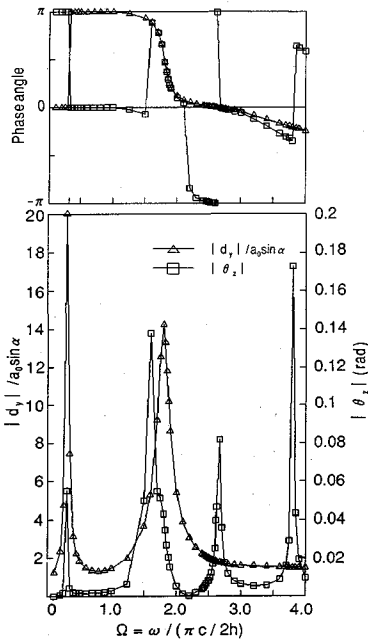


図-12 頂部の変位応答倍率、ねじり角と位相角 ( $r_1/r_2=1.25$ )

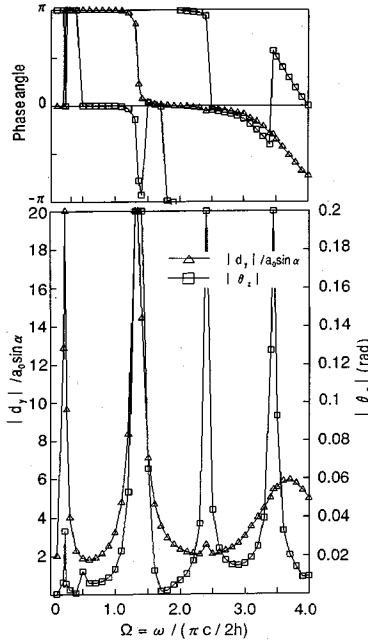


図-13 頂部の変位応答倍率、ねじり角と位相角 ( $r_1/r_2=1.67$ )

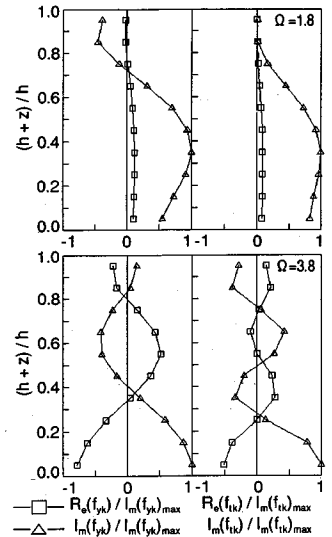


図-14 水平方向の各質点に働く流体力の鉛直分布 ( $r_1/r_2=1.25$ )

心を見掛け上移動させ、偏心を引き起こし、ねじり振動が起きる。2連柱の場合、圧力分布の偏りは流体を媒体とし、相互に影響し合うことにより起こるものであるが、単体柱でも岸壁が存在したり、海底地形の起伏などの影響により、偏圧分布となり、ねじり振動が発生する可能性がある。

(3) 2連柱の動的応答

図-11に示すコンクリート製の2連の楕円柱の動的応答問題を考える。水深方向に、10質点のLump massに理想化する。単位質量及び、弾性係数は、 $\rho_c = 265.3 \text{ kgf sec}^2/\text{m}^4$  ( $2600 \text{ kg/m}^3$ )、 $E = 3.4 \times 10^9 \text{ kgf/m}^2$  ( $3.33 \times 10^7 \text{ KN/m}^2$ )とし、構造減衰は考慮しない。

図-12に柱間隔  $B=40.0 \text{ m}$ 、 $r_1=15.0 \text{ m}$ 、 $r_2=12.0 \text{ m}$  ( $r_1/r_2=1.25$ )とした場合の、頂部の  $y$  方向変位応答倍率と、ねじり応答を併記したものを示す。加振方向は  $\alpha=90^\circ$  である。

図-13に短軸方向の半径  $r_2=9.0 \text{ m}$  ( $r_1/r_2=1.67$ ) 即ち、より扁平な楕円柱の変位応答倍率とねじり応答を示す。双方を比較すると、図-13はねじり応答のピークが図-12に比べより鋭くなり、また、全体的にねじり応答が大きい。これは、扁平の度合とねじり振動の関係を説明するもので、扁平の度合がはげしくなると、偏圧力による重心の移動が助長され、ねじり応答が大きくなることを意味している。

図-14に各質点  $k$  に加わる  $y$  方向流体力  $f_{yk}$  とねじり流体力  $f_{\theta k}$  の鉛直分布を示す。図では、それぞれ付加質

量成分(実部)と逸散減衰力成分(虚部)に分離し、最大の流体力で無次元化している。縦軸は水深を表わし、無次元振動数は  $\Omega=1.8, 3.8$  である。 $\Omega=1.8$  は、 $y$  方向変位応答のほぼ共振点である。共振点では付加質量成分が極小となり、逸散減衰成分  $I_m(f_{yk})$  がピークとなる。図では、この傾向が現われている。興味深いことは、ねじり流体力についても、 $y$  方向流体力と同様に、付加質量成分  $R_e(f_{\theta k})$  がほぼ0となっていることである。

一方、 $\Omega=1.8$  は、 $y$  方向、ねじり共2次モードの流体力分布となっている。しかし、 $\Omega=3.8$  では、 $y$  方向流体力は3次モードの分布であるが、ねじり流体力については、4次モードの分布となっている。これは、 $\Omega=1.8$  では、 $y$  方向、ねじり共に2次モードの応答が現われる振動数域であるが、 $\Omega=3.8$  は、ねじりについては3次の共振点を越えた振動数領域であり、ねじり流体力だけが、4次モードの流体力分布となったものと判断できる。これにより、ねじり流体力の発生要因は  $y$  方向への運動による偏圧であるが、ねじり応答はむしろ、固有の振動モードで運動していることが分かる。

ねじり流体力をその質点の慣性力で割ることで、流体力による見掛け上の重心の移動量、即ち偏心距離が求められる。図-15に  $\Omega=1.8, 3.8$  での水深方向の偏心距離の分布を示す。 $\Omega=1.8$  では  $1.8 \text{ m}$ 、 $\Omega=3.8$  では  $1.2 \text{ m}$  程の偏心距離が現われているが、これは見掛け上とはいえ、楕円柱の平面的大きさから比べ、かなり大きい値であり、設計上無視できない。



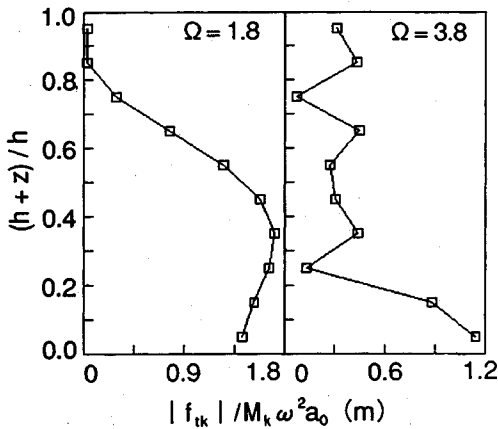


図-15 水深方向の偏心距離分布 ( $r_1/r_2=1.25$ )

次に、2連柱間の距離  $B$  によるねじり応答への影響を見る。図-16に、柱の中心距離  $B$  を40.0~100.0 mまで変化させた場合の頂部での  $y$  方向変位応答倍率とねじり応答を併記したものを示す。無次元振動数は  $\Omega=1.8$  と2.675で、それぞれ  $y$  方向の2次共振点、ねじりの2次共振点近傍の点である。また、図中右端の $\infty$ は、単体柱の結果を表わす。2連柱間の距離が開くに従い、 $\Omega=1.8$ 、2.675共に、ねじり応答は急激に小さくなる。しかし、設計上問題となるねじり振動の発生距離については、楕円の扁平度合いや剛性、流体の密度、温度等に依存し、一義的に決めることは困難である。一方、 $y$  方向変位応答において、 $\Omega=2.675$ は距離における変化はほとんど見られないが、 $\Omega=1.8$ は、距離に対する依存性が高い。これは、 $\Omega=1.8$ は、 $y$  方向変位の共振点であることから、流体力に対し敏感に反応している結果と考えられる。楕円の様な2軸対称断面を持つ部材では、曲げ振動とねじり振動は互いに独立しており、連成することはないが、水中においても、流体を媒体として若干の影響はあるものの、相互の運動による影響は極めて小さいと言える。

### 5. おわりに

地震による海洋構造物のねじり振動特性を明らかにする目的から、3次元任意形状で流体との動的相互作用まで扱える、汎用的な計算手法を提案した。その際、2種のGreen関数を誘導し、それぞれの特性を考慮した使い分けが必要であることを示した。また、空間的な特異性や、振動数領域における特異性について、その回避手法を詳細に説明した。理論の妥当性については、既に提案されている厳密解との比較より、適当な離散化を行うことで、高い精度で結果が得られることが分かった。

ねじり振動問題では、楕円柱を対象とし種々の検討を行い、主な結論として以下を得た。

- 1) ねじり振動による圧縮性進行波の発生は水平振動

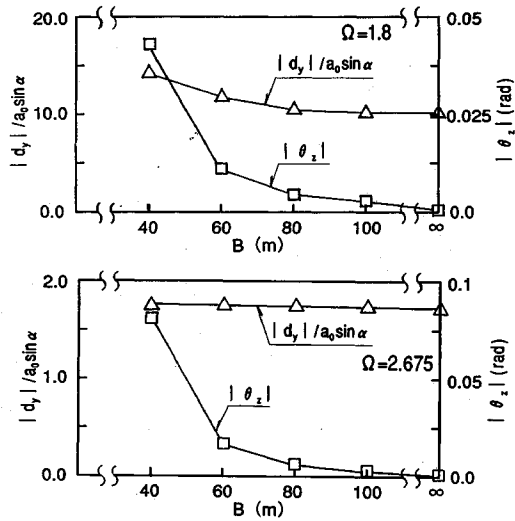


図-16 2連柱間の距離と変位応答 ( $r_1/r_2=1.25$ )

に比べ少なく、ねじり流体力は水平方向流体力に比べ振動数域における変動が小さい。

2) 剛心と重心が一致した構造物でも、水中では圧力分布の偏りによって見掛け上重心が移動し、ねじり振動が起こる。

3) 圧力分布の偏りは、2連柱の場合、流体を媒体とし、相互に影響し合うことにより偏圧となる。また、単体柱でも岸壁が存在したり、海底地形の起伏などにより偏圧となる可能性がある。

4) 楕円柱の扁平の度合いが激しくなると、偏圧による重心の移動が助長され、ねじり振動が大きくなる。

5) 偏圧によるねじり応答は、水平方向への運動により生ずるが、ねじり応答は固有の振動モードで運動する。

6) ねじり応答は、2連柱間の距離に強い依存性をもち、距離が離れるに従い、急激に小さくなる。

7) 海洋構造物で、圧力分布が偏圧となる可能性がある場合、ねじり振動を念頭においた、耐震設計を行う必要がある。

水中で振動する構造物に加わる流体力は、流体の密度、水温、水深、海底地形など、設置された環境に依存する。また、構造物が弾性変形を伴う場合、流体との相互作用が重要となり、流体場を含めた全体系として扱うことが必要不可欠となる。特にねじり振動は、圧力分布の偏りによって発生するもので、本論で提案した3次元任意形状で、且つ、任意の自由度をもつ汎用的な計算手法が必要となる。

現状の理論では、多柱間の結構や地盤との連性を考慮することはできない。今後、この点に関する改良や、実験との比較を行い、より汎用的で信頼性の高い計算手法として確立したいと考えている。

参 考 文 献

- 1) Liaw, C.Y. and A.K. Chopra : Dynamics of towers surrounded by water. *J. Earthquake Engng. and Struct. Dyn.*, 3 (1), pp.33~49, 1974.
- 2) Mei, C.C., M.A. Foda and P. Tong : Exact and hybrid element solutions for the vibration of a thin elastic structure on the sea-floor. *Appl. Ocean Res.*, 1 (2), pp.79~88, 1979.
- 3) Williams, A.N. : Earthquake response of submerged circular cylinder. *J. Ocean Engng.*, 13 (6) pp.569~585, 1986.
- 4) Tanaka, Y. and R.T. Hudspeth : Restoring forces of vertical circular cylinders forced by earthquakes. *J. Earthquake Engng. and Struct. Dyn.*, 16 (1), pp.99~119, 1988.
- 5) 沖見芳秀・松本 喬：水-地盤-円柱の連成振動動解析，第33回海岸工学講演会論文集，pp.516~520, 1986.
- 6) Liaw, C.Y. and A.K. Chopra : Earthquake analysis of axisymmetric towers partially submerged in water. *J. Earthquake Engng. and Struct. Dyn.*, 3 (3), pp.233~248, 1975.
- 7) Kokkinowrachos, K. and I. Thanos : Structure wave interaction under earthquake excitation. *Proc. 7th Int. Conf. OMAE, Houston*, pp.405~414, 1988.
- 8) Goyal, A. and A.K. Chopra : Earthquake analysis of intake-outlet towers including tower - water - foundation-soil interaction. *J. Earthquake Engng and Struct. Dyn.*, 18 (3) pp.325~344, 1989.
- 9) Williams, A.N. : Analysis of the base-excited response of intake-outlet towers by a Green's function approach. *J. Engng. Struct.*, 13 (1), pp.43~53, 1991.
- 10) 中村孝明：Green関数法による任意形状海洋構造物の動水圧解析，第6回計算力学シンポジウム報文集，pp.219~226, 1992.
- 11) 中村孝明・田中良弘・元良勇太郎：3次元任意形状海洋構造物の地震応答解析，海岸工学論文集第39巻，pp.701~705, 1992.
- 12) 中村孝明：海洋構造物の地震時流体力によるねじり振動特性，海岸工学論文集第40巻，pp.866~870, 1993.
- 13) Zienkiewicz, O.C., R.W. Lewis and K.G. Stagg : Numerical method in offshore engineering. John Wiley and Sons, pp.94~99, 1978.
- 14) Jones, D.S. : Integral equations for the exterior acoustic problem. *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, 27, pp.129~142, 1974.
- 15) Ursell, F. : Irregular frequencies and the motion of floating bodies. *J. Fluid Mech.*, 105, pp.143~156, 1981.

(1993. 6. 24 受付)

## TORSIONAL RESPONSE OF OFFSHORE STRUCTURES INDUCED BY EARTHQUAKES

Takaaki NAKAMURA and Yoshihiro TANAKA

A generalized method has been developed for the dynamic response of arbitrarily shaped offshore 3-D structures subjected to horizontal ground excitations. Boundary integral method is applied for fluid domain and, the motion of a structure is idealized as a lumped-mass model, then they are combined at the structure surface boundary. The response of twin towers with a elliptical cross-section are analyzed for the investigating torsional vibrations, and some important points concerning to the design of offshore structures are discussed.