

熱対流場における熱輸送と乱流構造に関する研究

道奥康治*・島崎正則**

境界条件の異なる二種類の鉛直一次元熱対流場に乱流完結モデルを適用して温度ならびに乱流構造を解析する。平均温度・乱流構造の解について相似関数形を仮定し、乱流対流による熱・物質の輸送機構を解明する。対流層(外部)スケールおよび熱境界層(内部)スケールに基づいて本解析結果と既往の実験結果を整理し、両者の比較よりモデルの妥当性を検証する。特に、分子過程の影響を受ける壁付近の乱流輸送過程の再現性に重点を置いて乱流モデルを定式化する。

Key Words: thermal convection, turbulence model, molecular processes, heat flux, external and internal parameters

1. 序 論

自由対流による熱・物質の輸送過程は、自然界・各種工業施設に多く見いだされる。水域表層における放熱時の自然対流、大気の大気境界層、各種熱交換機器内の流体系などでは熱対流が誘起する乱流が熱・物質輸送を支配している。いずれにおいても、“空気-水”、“空気-地表面”、“作業流体-固定壁”などの境界面ごく近傍の底層(Conductive Sublayer)内における乱流構造を把握することが輸送過程を記述するうえで重要である。

壁面乱流の分野では境界付近の乱流構造に関する多くの実験的・解析的研究がなされてきた。これに比べると、自然対流現象における乱流場の計測・解析は非常に少ない。さらに、乱流強度が小さい対流や底層付近の現象など分子過程が共存する乱流場を考慮した対流モデルは開発されていない。著者らはこの問題に関して実験と解析の双方から取り組んでいるが、二つのアプローチには一長一短がある。まず、実験的研究は現象の素過程を理解するうえで不可欠であるが、物理モデルの対象がきわめて単純化されたシステムに限定される。一方、解析モデルの場合、応用性・汎用性を勘案して乱流完結仮説を導入する必要があり、何らかの近似を含むために全ての現象の側面を捉えることはできない。反面、仮に単純なシステムに対しても精密な実験結果に基づいて素過程を適切にモデル化さえしておけば、複雑な工学系への応用は実験モデルの場合よりたやすく実現される。

本研究では、熱対流場に関する既存の実験情報に基づいて乱流モデルを定式化し、熱・物質輸送量を再現することを目的としている。熱対流場の自然対流現象をモデル化するためには、次の二点に留意しなければならない。

(1) 浮力が卓越し非等方性が強い乱流場を適切に記述すること、(2) 底層内の乱流特性におよぼす熱拡散性・粘性の影響を考慮すること。

第一の条件を満足するモデルとして対流境界層や二重拡散対流などへの適用実績をもつ Mellor と Yamada の Level-2.5 乱流完結モデル¹⁾を採用する。類似の乱流モデルとして Gibson と Launder の応力方程式モデル²⁾が挙げられ、Rodi による解説³⁾において両者の比較がなされている。本論で前者を用いた主な理由としては、1) 前者においては Level-4 モデルの応力方程式に非等方性テンソルに関する振動展開を施して代数式を誘導しており、浮力や壁面の存在による乱流の非等方性を考慮した近似の理論的根拠が明快であるとともに実現象との比較からも妥当性が証明されていること、2) モデルが簡潔であり、小型コンピューターで計算可能な大気成層流の三次元モデルが汎用化されて工学的応用性が高いこと、3) せん断流が存在しない自然対流場を再現した過去の実績が多いこと、などが挙げられる。しかしながら、彼らのモデルでは、平均場の熱保存式中にしか分子過程が考慮されておらず、上記第二の条件を充足していない。そこで、乱流項の完結仮説に熱拡散・粘性の影響を考慮するためにせん断乱流場とのアナロジーを導入してモデルの再構築を図る。

2. 対象とする熱対流場

Fig.1 に示す二種類の熱対流場を対象とする。第一は、上下端境界の温度差 ΔT が一定に保たれた平行平板間の熱対流場である (Fig.1(a); 以下、“System-A”と略述する)。第二は、一定の熱フラックス H_s が底面境界より供給され、上側境界面が断熱されている対流層である (Fig.1(b); 以下、“System-B”と略述する)。いずれも熱的擾乱による浮力束が乱れエネルギーを生成する。

System-A は、温度既知境界のもとで発生する熱対流

* 正会員 工博 神戸大学助教授 工学部建設学科
(〒657 神戸市灘区六甲台町 1-1)

** 正会員 工修 (株)三菱重工業 (前神戸大学大学院)

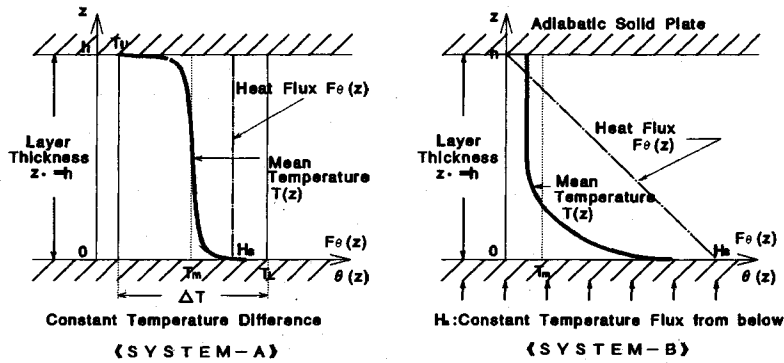


Fig.1 Schematics of two types of convection fields.

であり、熱交換器系などでよく見られる熱対流場である。地面温度が既知の条件下で発生する対流境界層での熱輸送量や乱流構造の評価に際して、このシステムで得られる知見を応用することができる。System-Aの解析においては、既往の室内実験で得られた熱輸送則を再現するために低レベル乱流を定式化することを目的とする。

System-Bは熱フラックス既知の境界条件のもとで発生する熱対流場である。成層水域表層において水面冷却にともなう自然対流が発生する場合には、熱フラックスをバルク公式などで評価できる場合が多く、この種の境界条件のもとで解析することが可能である。System-Bに関しては温度・乱流構造に関する計測がこれまで多くなされており、モデルの妥当性を検証するために、乱流構造に重点をおいて解析を行う。

当然のことながら、自然の大気や水域で観測される対流境界層（混合層）では、温度既知と熱フラックス既知の中間的な境界条件を有していたり、力学的擾乱も混在する複雑な強制対流状態にあるのが一般的である。本論では、その素過程である二種類の自然対流を対象としている。

3. 基礎となる乱流完結モデル

水平方向に十分広く Rayleigh 数が大きな乱流対流場を水平断面で平均すれば、平均流不在の鉛直一次元 (z -方向) 方程式によって諸量の保存則が次のように記述される。

(1) 熱保存式

平均水温 $T(z, t)$ の保存は次式のようなのである。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa_T \frac{\partial T}{\partial z} - \overline{w\theta} \right) = -\frac{\partial}{\partial z} F_\theta \quad (1)$$

ここで、 t : 時間、 κ_T : 熱拡散係数、 $\overline{w\theta}$: 乱流熱フラックス、 $F_\theta = \overline{w\theta} - \kappa_T (\partial T / \partial z)$: 全熱フラックスである。

(2) 乱流エネルギー方程式

Mellor と Yamada のモデル¹⁾に基づけば、乱流エネ

ルギー $q^2/2 = (\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2})/2$ の保存は次式のようなのである。

$$\frac{\partial (q^2/2)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[q \lambda_1 \left\{ \frac{5}{3} \frac{\partial (q^2/2)}{\partial z} \right\} + \nu \frac{\partial (q^2/2)}{\partial z} \right] + \alpha g w \theta - \varepsilon_0 \quad (2)$$

ここで、 $\varepsilon_0 = q^3 / A_1$ は散逸項、 λ_1 、 A_1 は乱れの長さスケール、 ν は動粘性係数、 α は熱膨張係数、 g は重力加速度である。

(3) 乱流二次相関項

渦動拡散係数表示された二次相関項は次のようである。

$$\overline{u^2} = \overline{v^2} = (q^2 - \overline{w^2})/2 = q^2 (1/3 + 2A_1 k_{q0} \phi) \quad (3)$$

$$\overline{w\theta} = -k_{q0} q l (\partial T / \partial z) \quad (4)$$

$$\overline{\theta^2} = k_{q0} A_2 l (\partial T / \partial z)^2 \quad (5)$$

ここで、 (u, v, w) は変動速度の (x, y, z) 方向成分、 θ は水温の変動成分、 l は乱れの Master length である。また、 k_{q0} は無次元渦動拡散係数であり、局所 Richardson 数 ϕ の関数として次式のように与えられている。

$$k_{q0} = A_2 / \{1 + 3A_2 (4A_1 + B_2) \phi\} \quad (6)$$

ここで、 $\phi = \alpha g l^2 (\partial T / \partial z) / q^2$

(4) 長さスケール

l は次式のように与えられる。

$$l = \frac{\kappa z}{1 + \kappa z / l_0}, \quad l_0 = \gamma z_G, \quad z_G = \left[\int_0^\infty q z dz \right] / \left[\int_0^\infty q dz \right] \quad (7)$$

ここで、 $\kappa = 0.41$: カルマン定数、 z_G : 乱れの重心位置である。なお、式(7)は、大気境界層のように $z = 0 \sim \infty$ の半無限領域を対象としたものであり、本研究で対象とするような $z = 0 \sim h$ の Channel system に適用できるように後述の修正を施す必要がある。式(2)から(6)に含まれる長さスケールおよびモデル定数は次式で与えられる。

$$(l_1, l_2, A_1, A_2, \lambda_1) = (A_1, A_2, B_1, B_2, D_1) l \quad (8)$$

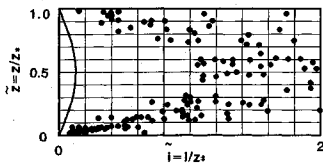


Fig.2 Profiles of peak wave length of the w -spectra from Fernando's experiment⁴⁾ (symbols) compared with length scale profile in the present analysis (a solid curve) (for System-B).

$$(A_1, A_2, B_1, B_2, D_1, \gamma) = (0.92, 0.587, 16.6, 10.1, 0.23, 0.55) \dots (9)$$

4. モデルの再構成

(1) Master length の分布形

本研究で対象とするような上下端で固定境界を有する系においては、 l が式(7)のように z 方向に単調増加するとは考えられない。Fernandoら⁴⁾は、System-Bの熱対流場における長さスケール(流速スペクトルの卓越波長)の鉛直分布を計測し、Fig.2のような結果を得た(図中の記号、実線は後述の解析結果)。ここで用いる長さスケール l もまたFig.2の実験値と同様に、上下の固定境界へ近づくにつれ $l \rightarrow 0$ となり対流層中央部で極大となる分布形を持つと考えるのが適切であろう。この条件を充足しかつ上端が半無限境界の場合には式(7)へ帰着するような l の関数形として次式を仮定する。

$$l = \frac{1}{\frac{\delta_1}{\kappa z} + \frac{\delta_2}{\kappa(h-z)} - \left(\frac{1}{\kappa z_c} + \frac{1}{\kappa(h-z_c)}\right)\delta_1 \delta_2 + \frac{\delta_1 + \delta_2}{l_0}} \dots (10)$$

ここで、 $\delta_1 = \begin{cases} 0 & (\text{下端が吹き抜け境界の場合}) \\ 1 & (\text{下端が固定境界の場合}) \end{cases}$,
 $\delta_2 = \begin{cases} 0 & (\text{上端が吹き抜け境界の場合}) \\ 1 & (\text{上端が固定境界の場合}) \end{cases}$,

$$l_0 = \gamma z_c, \quad z_c = \left[\int_0^h qz dz \right] / \left[\int_0^h q dz \right], \text{ である。}$$

上式は、上下端の壁近傍で $|dl/dz| \rightarrow \kappa$ に漸近して式(7)と等価になるとともに、System-Aに適用した場合には乱れ場の上下対称性を記述できる。

MellorとYamadaのモデルにおける長さスケールをより客観的に評価するためにYamadaは q^2l -方程式を併用した解析⁹⁾も行っている。しかし、1)本論で対象とする熱対流場に関しては上記のように対流スケールに関するFernandoらをはじめとする実験情報を得ていること、2)気象流体力学分野においてはMellorとYamadaのモデルが多用されているが、乱流構造の l の関数形への依存性が小さく、特に対流境界層を解析対象とする場合には $l = \text{Const.}$ として計算を行っても十分に現象を再現できること⁹⁾、3) q^2l -方程式の導入にともな

う数値計算上の煩雑性を避けること、などの理由からここでは上記のような代数的関数を採用する。しかしながら、二次元・三次元の乱流場を記述する際には、何らかの補助方程式を用いることによって、より一般的、客観的に長さスケールを記述する方が望ましいであろう。

(2) 分子過程の考慮

対流強度が弱い場合や壁付近では乱流 Reynolds 数 $R_T = ql/\nu$ が小さく、分子過程を考慮して乱流項を定式化する必要がある。ここでは低 Reynolds 数壁面乱流に関するモデル化の考え⁷⁾⁻⁹⁾に基づいて、(1)乱流エネルギー方程式の散逸項と(2)無次元渦動拡散係数に関し次のような修正を施す。

a) 散逸項 $\epsilon_0 = q^3/A_1$ の修正

式(2)中の散逸項 ϵ_0 に対し、 R_T を介して低レベル乱流の影響を次のように組み入れる(E_1 はモデル定数)。

$$\epsilon = \epsilon_0 \left(1 + \frac{E_1}{R_T}\right) = \frac{q^3}{A_1} \left(1 + \frac{E_1}{R_T}\right) \dots (11)$$

壁面付近のように乱流 Reynolds 数 R_T の小さい(粘性の影響が相対的に大きい)箇所における乱流エネルギー散逸率 ϵ は、局所等方性仮説より算定される散逸率 ϵ_0 よりも小さい。上式ではこの特性を表現するために Norris と Reynolds らにより提案された低 Reynolds 数乱流モデル⁹⁾と同じ関数形を採用している(ただし、本研究では定義の異なる長さスケールを用い、乱流エネルギー k の代わりに q^2 を用いているので、係数 E_1 を新たに同定する必要がある)。なお、十分乱れた場所では $\epsilon \rightarrow \epsilon_0$ に漸近する。

b) 無次元渦動拡散係数 k_{q0} の修正

式(6)により与えられる無次元渦動拡散係数 k_{q0} に R_T の減衰関数を乗じ、分子過程を考慮した無次元渦動拡散係数 k_q を次のように再定義する(E_2 はモデル定数)。

$$k_q = \{1 - \exp(-E_2 \cdot R_T)\} k_{q0} \dots (12)$$

ϵ の場合と同様、式(12)は弱い乱流場において渦動拡散係数が k_{q0} から R_T とともに次第に減少することを記述するために提案された Norris と Reynolds のモデル⁹⁾と同じ関数形である。十分乱れた場所においては $k_q \rightarrow k_{q0}$ に漸近する。この関数形はせん断乱流を対象とした多くの低 Reynolds 数乱流モデルにおいて採用されている⁹⁾。

5. 代表物理量

二種類の熱対流システムを規準化するための長さ・温度・速度に関する代表スケールを各々 Table 1, 2 のように定義する。ここで、対流層スケールを代表する「外部変数」には添字「*」を、熱境界層スケールを代表する「内部変数」には添字「0」を付している。

Table 1, 2 中、 $N_u = H_3 / \{\kappa_T (\Delta T/h)\}$ は System-A に

Table 1 Characteristic Scales for System-A.

	External scales	Internal scales
Length	$z. = h$	$z_0 = h/2N_u$
Temperature	$\theta. = \theta_0 = \Delta T$	
Velocity	$w. = w_0 = \kappa \tau / h$	

Table 2 Characteristic Scales for System-B.

	External scales	Internal Scales
Length	$z. = h$	$z_0 = \kappa \tau / w_0$
Temperature	$\theta. = H_s / w.$	$\theta_0 = H_s / w_0$
Velocity	$w. = (\alpha g H_s z.)^{1/3}$	$w_0 = (\alpha g H_s \kappa \tau)^{1/4}$

Table 3 Definition of Normalized Terms.

	External Parameters	Internal Parameters
Coordinates	$\tilde{z} = z/z.$	$\hat{z} = z/z_0$
Velocity	$\tilde{u}_i = u_i/w.$	$\hat{u}_i = u_i/w_0$
Length	$\tilde{l} = l/z.$	$\hat{l} = l/z_0$
Temperature	$\tilde{T} = (T - T_m) / \theta.$	$\hat{T} = (T - T_m) / \theta_0$
Second order moments	$\tilde{q}^2 = q^2/w^2$ $\tilde{u}_i \tilde{u}_j = u_i u_j / w^2$ $\tilde{u}_i \tilde{\theta} = u_i \theta / w. / \theta.$ $\tilde{\theta}^2 = \theta^2 / \theta.^2$	$\hat{q}^2 = q^2/w_0^2$ $\hat{u}_i \hat{u}_j = u_i u_j / w_0^2$ $\hat{u}_i \hat{\theta} = u_i \theta / w_0 / \theta_0$ $\hat{\theta}^2 = \theta^2 / \theta_0^2$

関する Nusselt 数, H_s は代表熱フラックスである.

内部変数は, 壁面近傍の粘性・熱拡散底層付近の乱流構造に着目して水理量を普遍表示する場合に用いられる. 外部変数は, 対流層全域に着目して諸量を無次元化する際に用いられる. w_* や w_0 を摩擦速度 u_* に, 熱拡散係数 κ_T を動粘性係数 ν に, 対流層厚さ h を水深 H に, 各々読み替えれば, 特に System-B の熱対流場は開水路乱流における内部変数・外部変数に対応していることがわかる.

6. 諸量の規準化 (無次元量の定義)

(1) 平均温度の関数形

平均温度 $T(z, t)$ の分布は無次元相似分布 $\tilde{T}(\tilde{z})$ (外部変数表示の場合), $\hat{T}(\hat{z})$ (内部変数表示の場合), によって次のような変数分離形で表わされると仮定する.

$$\left. \begin{aligned} T(z, t) &= T_m(t) + \theta_* \tilde{T}(\tilde{z}), \\ T(z, t) &= T_m(t) + \theta_0 \hat{T}(\hat{z}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

ここで, $T_m(t) = \frac{1}{h} \int_0^h T(z, t) dz$ は断面平均温度である.

System-A においては, 上下端の温度が一定に保たれており, 平均温度 $T_m(z, t)$ は時間に依存せず一定である. よって, 式 (1) を z に関して積分すれば次式を得る.

$$F_\theta(z) = \overline{w\theta} - \kappa_T (\partial T / \partial z) = H_s = \text{Const.} \dots\dots\dots(14)$$

(Fig.1(a) 参照)

System-B においては, 温度が時間とともに上昇する. 式 (13) を式 (1) に代入して次式を得る.

$$(\partial T / \partial t) = (dT_m / dt) = H_s / h = -(\partial F_\theta / \partial z) \dots\dots\dots(15)$$

これを, 下端で $F_\theta(0) = H_s$, 上端で $F_\theta(h) = 0$ なる境界条件のもとに積分すれば次式が得られる.

$$F_\theta(z) = \overline{w\theta} - \kappa_T (\partial T / \partial z) = H_s (1 - z/h) \dots\dots\dots(16)$$

(Fig.1(b) 参照)

以上のように, 代表熱フラックス H_s は, System-A に関しては全水深を通しての熱フラックスに, System-B に関しては底面から供給される熱フラックスに各々

相当する.

(2) 無次元量の定義

Table 1, 2 の代表量を用いてモデル方程式を規準化する. System-A, B においてともに, 外部変数を用いた無次元量には“~”を冠し, 内部変数を用いた無次元量には“^”を冠する. 無次元諸量を Table 3 に定義する.

(3) System-A における外部変数無次元量と内部変数無次元量の関係

Table 1 からわかるように, 座標 (長さ) の「外部変数表示」と「内部変数表示」間には次の関係が成り立つ.

$$\tilde{z} = 2N_u \hat{z} \dots\dots\dots(17)$$

その他の物理量については, 外部変数と内部変数が一致する (例えば, $\tilde{u}_i = \hat{u}_i$, $\tilde{T} = \hat{T}$, etc.).

(4) System-B における外部変数無次元量と内部変数無次元量の関係

Table 2, 3 より, 各物理量の「外部変数表示」と「内部変数表示」は次のように相互換算される.

$$\left. \begin{aligned} \tilde{z} &= P_e^{3/4} \hat{z}, & \tilde{u}_i &= P_e^{1/4} \hat{u}_i, & \tilde{T} &= P_e^{-1/4} \hat{T}, \\ \tilde{u}_i \tilde{u}_j &= P_e^{1/2} \hat{u}_i \hat{u}_j, & \tilde{u}_i \tilde{\theta} &= \hat{u}_i \hat{\theta}, & \tilde{t} &= P_e^{1/2} \hat{t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

ここで, $P_e = w_* z_* / \kappa_T$ は Péclet 数である.

7. System-A (温度既知境界) の解析

(1) モデル方程式の規準化

a) 平均水温の熱保存式

現象は定常で $\partial T / \partial t = 0$ となる. 式 (14) を Table 1 の外部変数で規準化すれば次式を得る.

$$\tilde{F}_\theta = \tilde{w}\tilde{\theta} - \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} = N_u \dots\dots\dots(19)$$

b) 乱流エネルギー方程式

同様にして乱流エネルギー方程式を規準化すると次式を得る.

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left\{ \tilde{q} \tilde{\lambda}_1 \left(\frac{5}{3} \frac{\partial (\tilde{q}^2 / 2)}{\partial \tilde{z}} \right) + P_r \frac{\partial (\tilde{q}^2 / 2)}{\partial \tilde{z}} \right\} + R_o P_r \tilde{w}\tilde{\theta} - \tilde{\epsilon} = 0$$

(I) 乱流拡散項 (II) 粘性拡散項 (III) 浮力項 (IV) 散逸項

.....(20)

散逸項は式 (11) に基づき次式のように修正される。

$$\bar{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_0 (1 + E_1/R_T) = \tilde{\varepsilon}_0 \{1 + E_1/(R_{e*} \tilde{q} l)\} \dots\dots\dots(21)$$

ここで、 $\tilde{\varepsilon}_0 = \tilde{q}^3/\tilde{\Lambda}_1 = (z_*/w_*^3)(\tilde{q}^3/A_1)$ である。また、 $R_{e*} = w_* z_*/\nu$ は対流層スケールの Reynolds 数であるが、Table 1 からわかるように System-A では $R_{e*} = \kappa_T/\nu = 1/P_r$ であり物理定数となる。ここで、 P_r は Prandtl 数、 $R_a = \alpha g \Delta T h^3 / (\kappa_T \nu)$ は Rayleigh 数である。

c) 乱流二次相関項

式 (3) から (5) の二次相関項は次のように規準化される。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{u}^2 = \tilde{v}^2 &= (\tilde{q}^2 - \tilde{w}^2)/2 = \tilde{q}^2 (1/3 + 2A_1 k_q \phi), \\ \tilde{w}\theta &= -k_q \tilde{q} l (\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z}), \\ \tilde{\theta}^2 &= k_q \tilde{\Lambda}_2 l (\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z})^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

無次元渦動拡散係数 k_q は式 (12) より次式で与えられる。

$$\begin{aligned} k_q &= \{1 - \exp(-E_2 R_{e*} \tilde{q} l)\} k_{q0} \\ &= \{1 - \exp(-E_2 \tilde{q} l / P_r)\} k_{q0} \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

k_{q0} は式 (6) で与えられる。 k_{q0} ならびに以上の諸式に含まれる局所 Richardson 数 ϕ は次のように規準化される。

$$\phi = R_a P_r \tilde{l}^2 (\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z}) / \tilde{q}^2 \dots\dots\dots(24)$$

d) 境界条件

境界条件は次式で与えられる。

$$\tilde{q}^2 = 0 \text{ at } \tilde{z} = 0, 1 \dots\dots\dots(25)$$

$$\tilde{T} = 0.5 \text{ at } \tilde{z} = 0, \quad \tilde{T} = -0.5 \text{ at } \tilde{z} = 1 \dots\dots\dots(26)$$

(2) 計算方法と支配パラメーター

式 (19) から (26) において現象を支配するパラメーターは (R_a, Nu, P_r) であることがわかる。このうち、 P_r は作業流体を水とすればほぼ一定 ($P_r = 6.8$) とみなせる。所定の R_a のもとに式 (19), (20) を積分する。四つの境界条件式 (25), (26) より、理論解として平均温度 \tilde{T} と乱流強度 \tilde{q}^2 の鉛直分布ならびに Nusselt 数 N_u が得られる。 (\tilde{T}, \tilde{q}^2) の解を式 (22) に代入すれば二次相関項が得られる。

(3) (E_1, E_2) の同定と熱フラックス則

System-A における熱輸送則 $N_u = \text{Func.}(R_a)$ に関してはこれまで多くの実験が行われた。Chu と Goldstein¹⁰⁾ ははじめ代表的な実験値^{11), 12)} を Fig. 3 にまとめて表示する。Mellor らのモデルに 4. の修正を加えずに解析を行った場合の N_u と R_a の関係を同図中に × 印でプロットする。傾きは実験値と概ね一致しているが、熱輸送量は過大評価されている。これよりわかるように、温度既知境界条件のもとで発生する熱輸送量 N_u を合理的に評価するためには、熱境界層内の乱流構造をより適切に記述しなければならない。そこで、解析より得られ

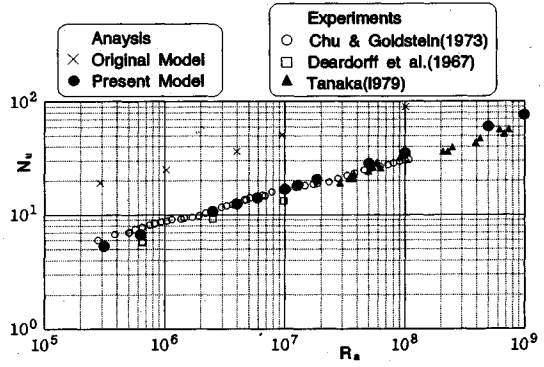


Fig. 3 Heat flux law or functional relationships between N_u and R_a in the system-A.

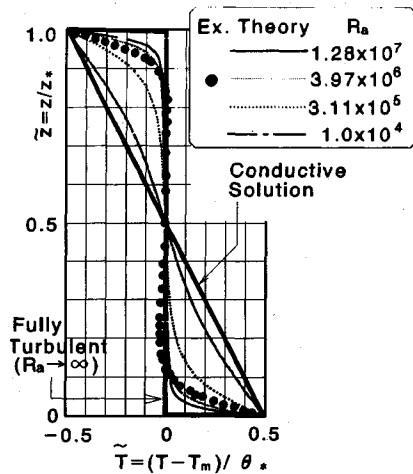


Fig. 4 Mean temperature profiles in external scaling $\tilde{T}(\tilde{z})$ (System-A).

る熱輸送則が Fig. 3 の実験値に適合し、かつ妥当な平均温度分布 (後述) を記述し得るように、式 (11), (12) に含まれる係数 (E_1, E_2) を同定する。最終的に次のモデル定数を得た。

$$E_1 = 0.795, \quad E_2 = 0.143 \dots\dots\dots(27)$$

この値を用いて 4. の乱流項の修正を施し、求められた N_u と R_a の関係を Fig. 3 中に黒丸記号で示す。

(4) 平均温度分布

Fig. 4 は外部変数表示した平均温度 $\tilde{T}(\tilde{z})$ の鉛直分布を示す。同図にはパラメーター R_a にもなう \tilde{T} の分布形の変化を示すとともに Chu らの実験値¹⁰⁾ を黒丸で併記している。 R_a が増加するほど、すなわち対流強度が増加するほど壁近傍の熱境界層厚は減少し、水温分布が一様に近づく。逆に、 $R_a \rightarrow 0$ の極限では、熱伝導方程式の厳密解である線形分布に漸近する。また Chu らの実験値との整合性も良好である。

熱境界層付近の温度構造の詳細を見るために内部変数表示した温度分布 $\hat{T}(\hat{z})$ を Fig. 5 に示す。また、これに

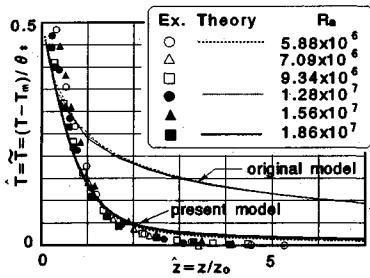


Fig.5 Mean temperature profiles in internal parameterization $\tilde{T}(\tilde{z})$ (System-A).

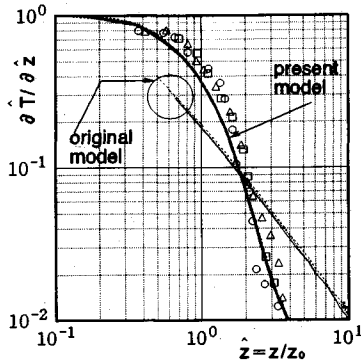


Fig.6 Temperature gradient in internal scaling ($\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z}$) (System-A). Experimental data are from Chu & Goldstein¹⁰⁾.

対応する温度勾配 ($\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z}$) の分布を Fig.6 に示す。両図ともに Chu らの実験値に合わせて Rayleigh 数ごとに示している。両図中の太曲線群は乱流項を補正した場合の解析結果、細曲線群は分子過程を考慮しない元モデルによる解析結果である。以上のように、温度分布からも 4. の修正とモデル定数 (式 (27)) が妥当であることが確認できる。また、ここでの内部変数表示によって壁付近の温度分布が普遍的な相似形になることが確認できる。

(5) 乱流構造

System-A では熱フラックス H_s が未知量であり、本格的には Table 1 中の $w_* = \kappa_T / h$ が速度の代表量である。しかし、乱流速度は R_a あるいは N_u とともに増加するので、乱流構造を整理する際には後述の System-B と同じように対流の代表速度 $w_*' = (agH_s z_*)^{1/3}$ と代表温度 $\theta_*' = H_s / w_*'$ を用いて無次元化の方が適切であると考えられる。これらは形式上、Table 2 中の (w_* , θ_*) と同じ関数形を有する。しかし、System-B では熱フラックス H_s が既知条件として与えられるのに対し、System-A では H_s は解析解として得られる未知量である。この差異を配慮して、(w_*' , θ_*') により無次元化される新たな外部変数諸量には Prime を付し、上記までの外部変数諸量と区別する。両者は (N_u , R_a , P_r) を介し

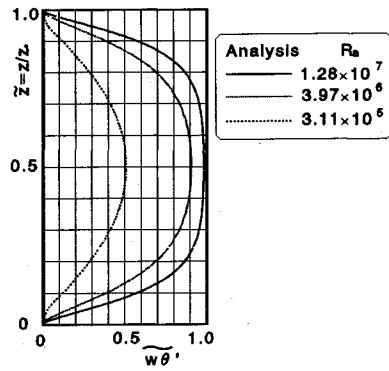


Fig.7 Turbulent heat flux profiles $\tilde{w}\theta'$ as a function of Rayleigh number R_a (System-A).

て関連づけられる。乱流二次相関項に関して両者の関係を示せば以下のようなものである。

$$\tilde{u}_i'^2 \equiv \overline{u_i'^2} / w_*'^2 = (R_a N_u P_r)^{-2/3} \tilde{u}_i'^2 \dots\dots\dots (28)$$

$$\tilde{u}_i \theta' \equiv \overline{u_i \theta'} / (w_*' \theta_*') = N_u^{-1} \tilde{w}\theta' \dots\dots\dots (29)$$

$$\tilde{\theta}^2 \equiv \overline{\theta^2} / \theta_*'^2 = (R_a N_u^{-2} P_r)^{2/3} \tilde{\theta}^2 \dots\dots\dots (30)$$

Fig.7 は R_a にともなう乱流熱フラックス $\tilde{w}\theta'$ の鉛直分布の変化を示している (式 (29) の無次元化)。 R_a の増加とともに全熱フラックス $\tilde{F}_\theta' = \tilde{F}_\theta / N_u = 1$ に占める乱流熱フラックス $\tilde{w}\theta'$ の割合が増加している。

Figs.8, 9, 10 は、乱れ速度の鉛直成分の二乗平均値 $\tilde{\sigma}_w' = \sqrt{\overline{w'^2}}$ 、水平成分の二乗平均値 $\tilde{\sigma}_u' = \sqrt{\overline{u'^2}}$ 、水温変動の二乗平均値 $\tilde{\sigma}_\theta' = \sqrt{\overline{\theta'^2}}$ の鉛直分布を各々示す。併記した記号は Deardorff と Willis (1967)¹¹⁾ により得られた実験値である。いずれの量についても実験・解析値とともに上記の無次元化によって合理的に規準化され、かなり普遍的な関数形を示している。 Fig.9 の水平方向速度成分については壁面近傍で解析と実験との不一致が見られるが、その他については本解析と実験値が良好に一致している。

Fig.11 は乱れエネルギー平衡式 (20) 中の各成分— (I) 乱流拡散項, (II) 粘性拡散項, (III) 浮力項, (IV) 散逸項の鉛直分布を $R_a = 1.28 \times 10^7$ の条件に対して示したものである。

8. System-B (熱フラックス既知境界) の解析

(1) モデル方程式の規準化

Table 2 の外部変数と Table 3 の外部変数表示に基づき、System-B の各モデル方程式を規準化する。

a) 平均水温の熱保存式

式 (16) を Table 2 中の外部変数によって規準化すれば次式を得る。

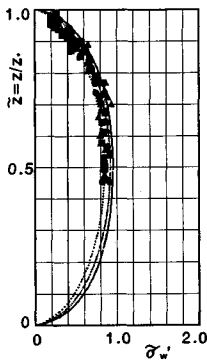


Fig.8 R.m.s. of vertical component of turbulence intensity σ_w (System-A).

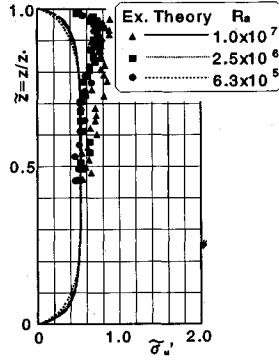


Fig.9 R.m.s. of horizontal component of turbulence intensity σ_u (System-A).

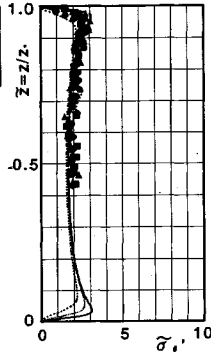


Fig.10 R.m.s. of temperature fluctuation intensity σ_θ (System-A).

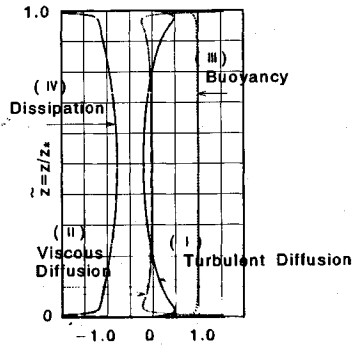


Fig.11 Turbulent kinetic energy components in Eq.(20) ($R_a=1.28 \times 10^7$, System-A).

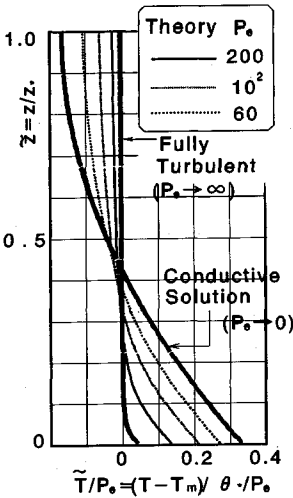


Fig.12 Mean temperature profiles \bar{T}/P_e as a function of Peclet number P_e (System-B).

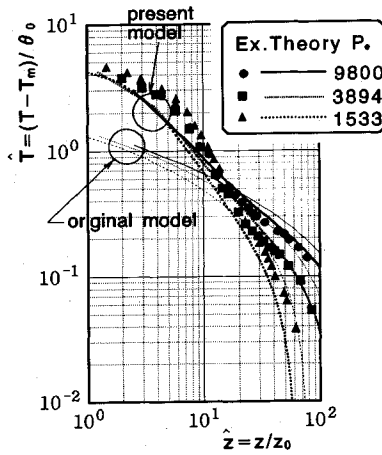


Fig.13 Mean temperature profiles $\bar{T}(z)$ in internal parameterization (System-B).

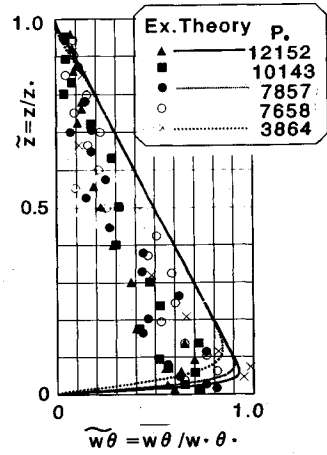


Fig.14 Turbulent heat flux in external scaling $\tilde{w}\theta$ (System B).

$$\tilde{F}_\theta = \tilde{w}\theta - \frac{1}{P_e} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{z}} = 1 - \tilde{z} \dots (31)$$

b) 乱流エネルギー方程式

同様にして k_q と ε を修正した乱流エネルギー方程式を外部変数で規準化すると次式ようになる。

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left\{ \tilde{q} \lambda_1 \left(\frac{5}{3} \frac{\partial (\tilde{q}^2/2)}{\partial \tilde{z}} \right) \right\}}_{(I) \text{ 乱流拡散項}} + \underbrace{\frac{P_r}{P_e} \frac{\partial (\tilde{q}^2/2)}{\partial \tilde{z}}}_{(II) \text{ 粘性拡散項}} + \underbrace{\tilde{w}\theta}_{(III) \text{ 浮力項}} - \underbrace{\varepsilon}_{(IV) \text{ 散逸項}} = 0 \dots (32)$$

ここで、散逸項については System-A の場合と同じ形式で式 (21) によりあらわすことができる。ただし、そこに含まれる Reynolds 数 R_{e*} はもはや物理定数ではなく、Table 2 からわかるように $R_{e*} = w_* z_* / \nu = P_e / P_r$ であり、乱流規模を規定する Peclet 数 $P_e = w_* z_* / \kappa_T$ をパ

ラメーターとして含む。

c) 乱流二次相関項

System-A の場合の式 (22) と同様の式形になるので詳細は割愛する。ただし、 k_q と ϕ は次のようになる。

$$k_q = \{1 - \exp(-E_2 R_{e*} \tilde{q} \tilde{d})\} k_{q0} = \{1 - \exp(-E_2 P_e P_r^{-1} \tilde{q} \tilde{d})\} k_{q0} \dots (33)$$

$$\phi = \tilde{l}^2 (\partial \tilde{T} / \partial \tilde{z}) / \tilde{q}^2 \dots (34)$$

k_{q0} は式 (6) で与えられる。

d) 境界条件

$$\tilde{q}^2 = 0 \text{ at } \tilde{z} = 0, 1 \dots (35)$$

$$\int_0^1 \tilde{T}(\tilde{z}) d\tilde{z} = 0 \dots (36)$$

(2) 支配パラメーター

以上のように式 (31) から式 (36) において、物性定

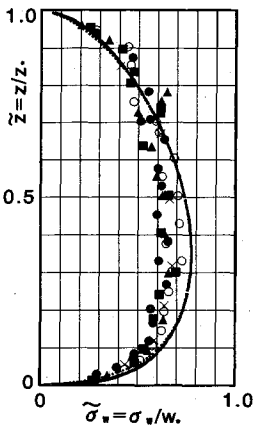


Fig.15 R.m.s. of vertical component of turbulence intensity $\tilde{\sigma}_v$ (System-B).

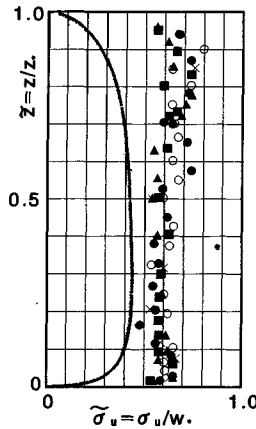


Fig.16 R.m.s. of horizontal component of turbulence intensity $\tilde{\sigma}_u$ (System-B).

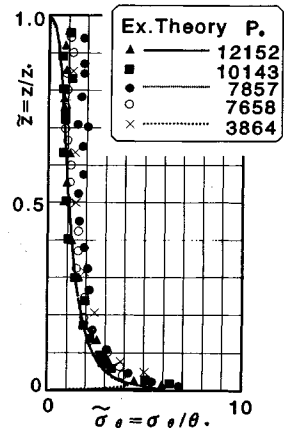


Fig.17 R.m.s. of temperature fluctuation intensity $\tilde{\sigma}_\theta$ (System-B).

数 P_r を除けば Péclet 数 P_e が System-B の現象を支配するパラメーターであることがわかる。なお、先に著者らが行った System-B の解析¹³⁾は、最終的なモデル定数値(式(27))が得られていない段階のものであったので、ここで新たに主要な結果を報告する。

(3) 平均温度分布

平均温度分布 $\bar{T}(z)$ の Péclet 数 P_e への依存性を Fig.12 に示す。ここでは、 P_e の減少にともない温度分布が熱伝導厳密解 $\bar{T}/P_e = \{3(1-z)^2 - 1\}/6$ へ漸近する様子を示すために、同図の横軸には P_e で除した平均温度 $\bar{T}(z)/P_e$ をとっている。 P_e の増加とともに底面の熱境界層を除く対流層部の温度分布は一様化し、乱流対流層が発達していく。 $P_e \rightarrow 0$ の極限では熱伝導解に漸近している。

壁付近の温度構造の詳細をみるために内部変数表示された熱境界層内の平均温度 $\bar{T}(z)$ を Adrian らの実験値¹⁴⁾とともに Fig.13 に示す。同図中の細線群は k_θ , ε に修正を加えない場合の解析値を示す。乱流 Reynolds 数の影響を考慮した解析値(太線群)の方が実験結果とより良好に一致している。

(4) 乱流構造

P_e が大きく乱流対流が十分に発達した場合の l の分布形を Fig.2 中に実線で示す。Fernando の長さスケールとは定義が異なるのでオーダーはかなり小さいが、両者は相似な分布形を有し、熱対流場の長さスケールの分布形として式(10)の妥当性が確認される。

Fig.14 は乱流熱フラックス $\tilde{w}\theta$ の鉛直分布に関して本解析値と Adrian らの実験値¹⁴⁾とを比較したものである。彼らの実験では温度変動と速度変動の同時計測値に相互相関を施して $\tilde{w}\theta$ を直接求めているが、乱れが十分大きく $\tilde{F}_\theta = \tilde{w}\theta - (1/P_e) \cdot (\partial\bar{T}/\partial z) \approx \tilde{w}\theta = 1 - z$ が成立すべきような対流層中央部においても $\tilde{w}\theta$ の実験値は全熱

フラックス \tilde{F}_θ よりかなり小さい値をとっている。後述する乱流エネルギーフラックス各項の評価に際し $\tilde{w}\theta$ の実験値を直接用いることは合理的でないので、彼らは便宜的に $\tilde{w}\theta \approx 1 - z$ とおいてエネルギーフラックスの平衡関係から他の乱流項を算定した。式(1)を z に関して積分し平均温度 $T(z, t)$ のデータから $\tilde{w}\theta$ を間接的に求めれば、より本解析と適合するはずであるが、上記のように乱流量の相互相関から $\tilde{w}\theta$ を直接計測しているため過小な値になっている。

Figs.15, 16, 17 は各種乱流強度成分 $\tilde{\sigma}_w = \sqrt{\tilde{w}^2}$, $\tilde{\sigma}_u = \sqrt{\tilde{u}^2}$, $\tilde{\sigma}_\theta = \sqrt{\tilde{\theta}^2}$ の鉛直分布を外部変数表示したものである。これらは P_e が大きく十分に発達した乱流対流場の結果であるので、いずれの乱流諸量も P_e には依存しない相似な関数形を呈している。水平方向乱れ成分 $\tilde{\sigma}_u$ に関しては、特に壁付近において解析値が実験値より小さい値をとる。他の成分に関してはモデルと実験値が良好に一致する。このような傾向は、System-A においても同様に見られた(Figs.8, 9, 10)。

$\tilde{\sigma}_w$ と $\tilde{\sigma}_\theta$ に関して底部境界付近を拡大して乱流構造の詳細を見るために、Adrian らと同様に $(z - 8z_0)/z_*$ なる無次元座標上での $\tilde{\sigma}_w$ と $\tilde{\sigma}_\theta$ の分布形を Fig.18 と Fig.19 に示す。壁近傍においても実験値が解析により良好に再現されていることが確認できる。

乱れエネルギー平衡式(32)の各成分、(I)乱流拡散項、(II)粘性拡散項、(III)浮力項、(IV)散逸項の鉛直分布($P_e = 7,857$ の場合)を Fig.20 に示す。併記した記号は Adrian らの実験値¹⁴⁾である。前述のように、 $\tilde{w}\theta$ の計測精度が低いため、彼らは近似的に「乱流浮力フラックス \approx 全浮力フラックス」;すなわち「 $\tilde{F}_\theta \approx \tilde{w}\theta = 1 - z$ 」とみなして他のエネルギー成分を算定している。本解析により乱れエネルギーの収支関係がほぼ再現

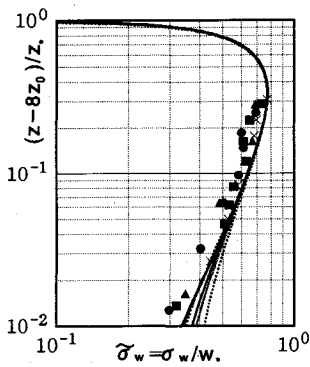


Fig.18 Vertical component of turbulent intensity $\tilde{\sigma}_w$ (in a sublayer of the system-B).

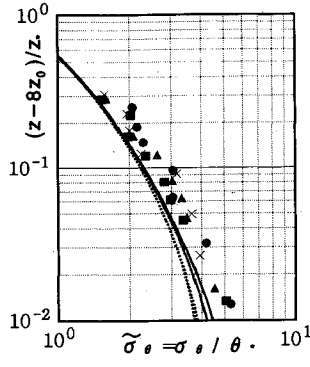


Fig.19 Temperature fluctuation intensity $\tilde{\sigma}_\theta$ (in a sublayer of system-B).

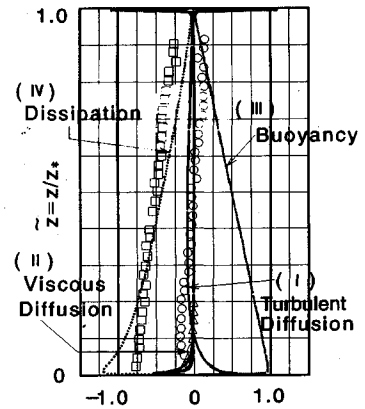


Fig.20 Turbulent kinetic energy components in Eq.(32) (System-B).

されていると言える。

9. 結 論

二種類の熱対流システム；(1) 温度既知境界の熱対流場 (System-A), (2) 熱フラックス既知境界の熱対流場 (System-B)；を乱流モデルにより解析した。乱流 Reynolds 数が小さい場合の現象を記述することができるように、壁面乱流とのアナロジーを用いて乱流モデルを修正した。解析値は、熱フラックス則・平均温度・乱流速度などに関し、実験値と良好に一致した。しかし、乱流速度の水平成分に関しては、壁近傍において解析値が実験値より小さくなる傾向がある。この原因として、乱流モデル・実験値の双方に問題があると思われる。本解析では、壁の影響を乱流 Reynolds 数のみによって考慮したが、渦スケールの非等方性におよぼす固定境界の影響をより厳密に取り扱う必要があるかもしれない。一方、壁付近は温度勾配が大きく、LDV などによる流速の定点計測が困難な領域である。現在、新たな流速計測手法により対流場の乱流構造を実験的に検討中である。

本研究を遂行するにあたり、山田哲二博士および近畿大学理工学部江藤剛治教授から有益な御助言を賜った。記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) Mellor, J. and Yamada, T. : A hierarchy of turbulence closure model for planetary boundary layers, *J. Atmospheric Sci.*, Vol.31, pp.1791~1806, 1974.
- 2) Gibson, N.N. and Launder, B.E. : Ground effects on pressure fluctuation in the atmospheric boundary layer, *J. Fluid Mech.*, Vol.86, pp.491~511, 1978.
- 3) Rodi, W. : Examples of calculation methods for flow and

- mixing in stratified fluids, *J. Geophysical Research*, Vol.92, No.C5, pp.5305~5328, 1987.
- 4) Fernando, H.J.S. et al. : Turbulent thermal convection in rotating and stratified fluids, *Dyna. of Atmos. and Oceans*, Vol.13, pp.95~121, 1989.
- 5) Yamada, T. : Simulations of nocturnal drainage flows by a q^2/l turbulence closure model, *J. Atmospheric Sci.*, Vol.40, pp.91~106, 1983.
- 6) Emeis, S.: Institute for Meteorology and Climatology, University of Karlsruhe (私信).
- 7) Patel, V.C. and Rodi, W. : Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flow, *J. AIAA*, pp.1308~1318, Sep. 1985.
- 8) Rodi, W. : Recent developments in turbulence modelling, *Proc. 3rd Internl. Sympo. Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements*, K-1~K-15, 1988.
- 9) Norris, L.H. and Reynolds, W.C. : Turbulent channel flow with a moving wavy boundary, Rept. NO.FM-10, Stanford Univ., Dept., Mech., Eng., 1985.
- 10) Chu, T.Y. and Goldstein, R.J. : Turbulent convection in a horizontal layer of water, *J. Fluid Mech.*, Vol.60, pp.141~159, 1973.
- 11) Deardorff, J.W. and Willis, G.E. : Investigation of turbulent thermal convection between horizontal plates, *J. Fluid Mech.*, Vol.28, pp.675~704, 1967.
- 12) Tanaka, H. and Miyata, H. : Turbulent natural convection in a horizontal water layer heated from below, *J. Heat Mass Transfer*, Vol.23, pp.1273~1281, 1980.
- 13) 道奥・島崎：熱対流乱流場の自己相似解, *水工学論文集*, 第37巻, pp.343~348, 1993.
- 14) Adrian, R.J. : Turbulent thermal convection in wide horizontal fluid layers, *Experiments in Fluids*, Vol.4, pp.121~141, 1986.

(1993. 4. 21 受付)

ANALYSIS ON HEAT TRANSFER AND TURBULENT STRUCTURE IN FREE CONVECTION FIELD

Kohji MICHIOKU and Masanori SHIMAZAKI

A turbulence model is developed in order to investigate turbulence properties in the two types of free convection systems. A special formulation for low Reynolds number turbulence is devised so that heat transfer from the wall boundaries could be accurately reproduced. The present model well reproduces convective turbulence structure. The analysis could be applied to many kinds of practical issues in which free convection concerns ; they are, for instance, assessment of thermal environment in heated urban areas, examination of heat and mass transport across the air-water interface, development of high performance heat exchanger, and so on.
