

ビンガム流体の跳水およびダム越流流れの 水理学的特性

萩原能男*・宮沢直季**

本研究では、長方形断面開水路においてビンガム流体とみなせる水とベントナイトの混合流体を用いて不等流実験を行い、ダム越流による流れおよび跳水が混合流体の濃度によってどのように変化するかを考察した。その結果、濃度が2.6%以下（降伏応力 $\tau_f < 0.38 \text{ Pa}$ 、塑性粘度 $\eta_{pl} < 23 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ）の混合流体に対して、実験値は従来の跳水に関する公式をほぼ満足することが示された。また、体積濃度が3.0%を越えると（ $\tau_f > 1.2 \text{ Pa}$ 、 $\eta_{pl} > 46 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ）、限界水深は急激に大きくなること、濃度が4.0%（ $\tau_f = 19 \text{ Pa}$ 、 $\eta_{pl} = 364 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ）のときに限界水深の約10%が栓流であることが示された。

Key Words : flow over a dam, hydraulic jump, critical depth, specific force, Bingham fluid, rectangular open channel

1. 序 論

梅雨や豪雨などの際に甚大な被害をもたらす泥流、土石流に関しては、その防災上様々な研究が行われている。これらの研究を進めていく上で、まず泥流、土石流をどのような流体モデルに仮定するかが重要である。高橋¹⁾は砂を用いた堆積層上の土石流の流れがダイラタント流体として扱えることを確かめた。また谷口²⁾は粘土を用いた泥水の実験から流れがビンガム流体として扱えることを示している。

施工現場での流動化コンクリートの開水路流れ等の問題に関しても研究が必要になっている。

本研究は前述の泥流、土石流、流動化コンクリートなどの非ニュートン流体の流動特性を解明するための基礎的研究として非ニュートン流体の代表的モデルであるビンガム流体の開水路における流動特性を明らかにすることを目的としている。

ビンガム流体の開水路流れは水に代表されるニュートン流体の流れと全く異なることが予想される。従来、山岡³⁾の流路工内を流れる泥流の平均流速に関する実験や Hao ⁴⁾の長方形断面開水路の泥水の抵抗実験など主として等流状態を対象とした研究が行われ、多くの知見が得られているが、本研究で対象とするダム越流による流れや跳水については泥流、土石流の流路工などの設計において重要であるにも関わらずほとんど研究されていない。さらに限界水深が明らかにされなければ水面形を知ることが出来ない。

本研究では、長方形断面開水路にダム模型を取り付けて、水とベントナイトの混合流体を用いて開水路の不等流実験を実施し、濃度の違いによるダム越流による流れ

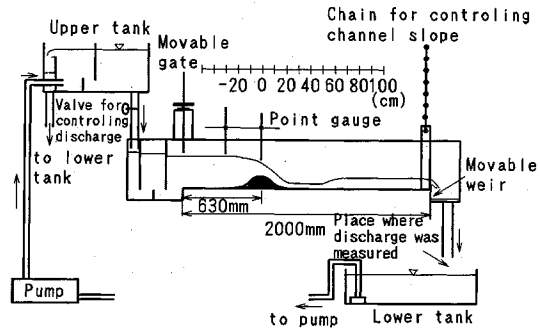


図-1 開水路の不等流実験装置

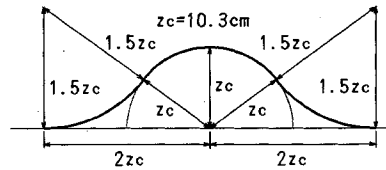


図-2 ダム模型の形状

の変化を考察する。さらにダム下流に跳水を発生させて、跳水が濃度によってどのように変化するかを考察することを目的とする。

2. 開水路の不等流実験

実験装置を図-1に示す。この図のように混合流体はポンプによって高水槽に上げられ、そこから開水路へ流れ出し、低水槽に戻り、再びポンプで吸い上げられ循環する。開水路は水路幅 $B = 10 \text{ cm}$ 、長さ 2.0 m の長方形断面で、側壁、水路底とも透明な塩化ビニール製である。なお、水路は水平である。この水路に図-2のような形状のダム模型を水路入口から 63 cm の場所に取り付けた。ダム模型は鋼鉄製で、その高さは $z_c = 10.3 \text{ cm}$ である。また、ダム下流に跳水を発生させるために下流端に

* 正会員 工博 山梨大学教授 工学部土木環境工学科 (〒400 山梨県甲府市武田 4-3-11)

** 正会員 工修 山梨大学助手 工学部土木環境工学科

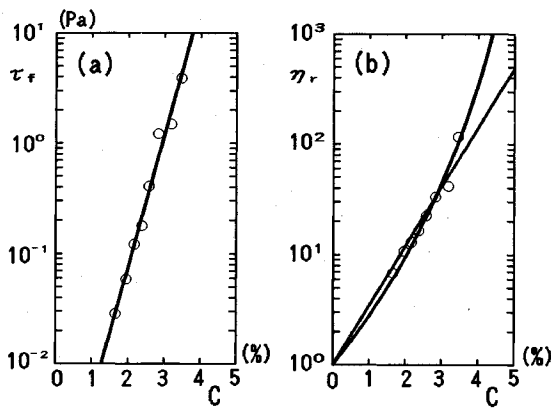


図-3 (a) 体積濃度 C と降伏応力 τ_f の関係, (b) 体積濃度 C と相対粘度 η_r の関係

可動せきを取り付け、ダム頂の位置から下流側約 50 cm の位置に跳水の先頭がくるように下流端のせきの高さを調整した。

実験で用いた液体は水とベントナイトの混合流体であり、この流体がビンガム流体とみなせることは著者らの管路の抵抗実験⁹⁾により確認されている。ベントナイトはクニミネ工業(株)製のベントナイト精製粉末(クニゲルー VA)を使い、その固形部分の比重は比重試験によって 2.571 であった。実験で用いた水とベントナイトの混合流体の体積濃度 C と降伏応力 τ_f の関係を図-3 (a) に示す。同図には次の回帰式を実線で示した。

$$\log \tau_f = 1.20C - 3.53 \dots\dots\dots (1)$$

(C in %, τ_f in Pa)

また、図-3 (b) に体積濃度 C と相対粘度 η_r (=混合流体の塑性粘度 η_{pl} /水の粘性係数 μ 、この実験では $\mu = 1.04 \text{ mPa}\cdot\text{s}$) の関係を示す。同図に次の回帰式を示した。

$$\eta_r = (1 - C/6.43)^{-6.02} \text{ (実線)} \dots\dots\dots (2)$$

$$\log \eta_r = 0.537C \text{ (点線)} \dots\dots\dots (3)$$

(C in %)

濃度の増加とともに降伏応力と塑性粘度は指数関数的に増加する。

流量 Q を重量法によって測定した。開水路に混合流体が流れているときのダムの上流側、下流側から試料を採取してその体積濃度を決めた。ダム頂地点から上流側 30 cm の地点とダム頂上で水深をポイントゲージで測定した。また、水路壁に OHP 用紙を貼り水面形を記入した。以上のことを流量と濃度を変えて繰り返し行った。

3. 実験結果および考察

(1) 不等流実験結果

水路全体の流れの様子が混合流体の濃度によってどのように変化するかを考察する。図-4 に流量が約 1200

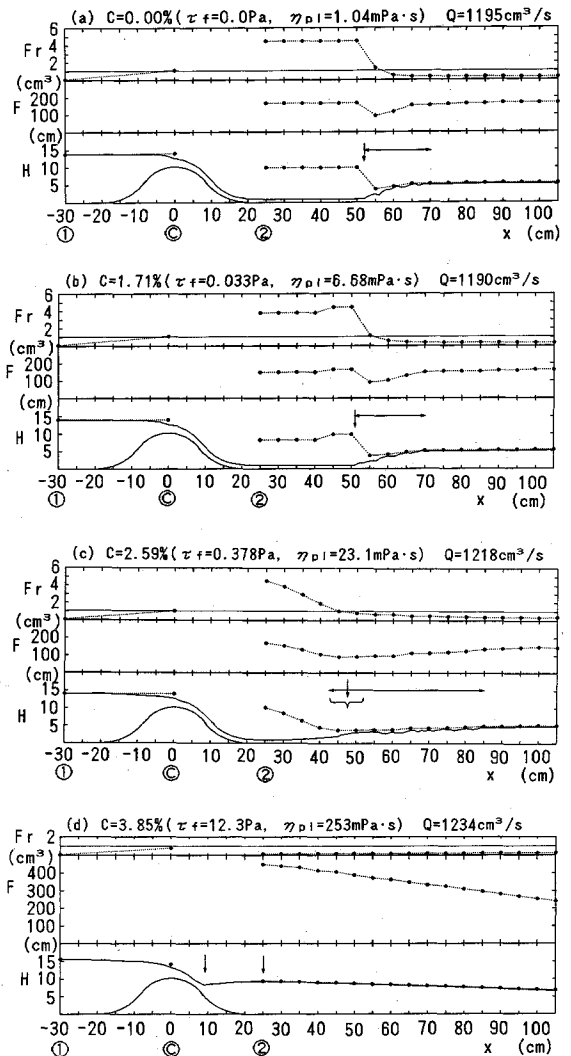


図-4 水面形、全水頭 H 、比力 F 、フルード数 F_r の実験結果

cm^3/s の場合の水面形および全水頭 H 、比力 F 、フルード数 F_r の流下方向の変化を体積濃度別に示す。全水頭の基準面は水路床に取っている。全水頭、比力およびフルード数は次式から計算した。

$$\text{全水頭 } H = \frac{\alpha Q^2}{2gB^2h^2} + h + z, \alpha = 1 \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{比力 } F = \frac{\beta Q^2}{gBh} + \frac{1}{2} \gamma B h^2, \beta = 1, \gamma = 1 \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{フルード数 } F_r = \sqrt{\frac{\alpha}{gh}} \cdot V, \alpha = 1 \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 α : エネルギー係数、 g : 重力加速度、 h : 水深、 z : 基準面から水路床までの高さ、 β : 運動量係数、 γ : 圧力係数、 V : 断面平均流速である。エネルギー係数 α は場所によって変化し、後述するように体積濃度によっても変化すると考えられる。ここでは水路全体の流れの

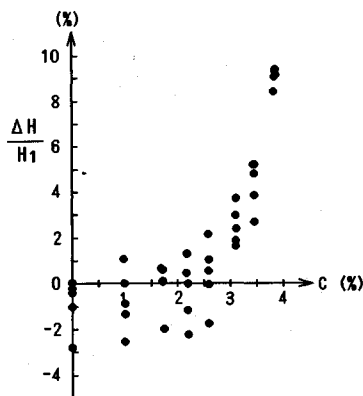


図-5 濃度 C に対するエネルギー損失 ΔH の変化

状態をみるために通常使われている $\alpha=1$ とした。図-4 (a)~(c) の図中の ↓ は跳水の先頭位置を示し、↔ は跳水区間を示す。先頭位置および跳水区間は流れの観測から決定されたものである。

体積濃度が 0.00% の場合 (水の場合) では、 $x=-30$ cm の断面 (以後断面①と呼ぶ) の全水頭は $x=0$ cm の断面 (以後断面◎と呼ぶ) の全水頭に等しい。しかし、 $x=25$ cm の断面 (以後断面②と呼ぶ) の全水頭は断面①、◎の全水頭に比べて小さい。理論的には全水頭は等しくなるはずであるが、断面②までに壁面摩擦によって流れのエネルギーが多少損失されている。一方、跳水前後ではエネルギーは損失されているが、比力は等しい。図-4 (b) のような濃度が小さい場合 ($C=1.71\%$) の流れの様子は水の場合の図-4 (a) と同じ傾向を示す。

図-4 (c) の体積濃度が 2.59% の場合には、断面①と断面◎で全水頭はほぼ等しい。しかし射流領域では、濃度が小さい場合と比べて水深は一定でなく徐々に増加し、流れのエネルギーは損失される。これは水路に沿う壁面摩擦によるエネルギー損失が低濃度の場合に比べて大きいことによる。また、跳水の先頭位置は明瞭でなく、跳水後水面の動揺が下流方向に続いていることが観測された。従って、跳水長は濃度の小さい場合よりも長くなる。

図-4 (d) に体積濃度が 3.85% の場合を示す。図中の ↓ は一方がせき上げた液体がダムに当たっている地点、もう一方が水深が最も深い地点を示す。この場合、断面①から断面◎にかけてエネルギー損失がある。ダムを越えた後で比力 F は濃度の小さい場合と比べて非常に大きな値を示す。また、フルード数 F_r を見るとダム越流後完全に常流になっている。水面形はダムを越えてその流体が溜まっているように水深が増加し、再び下がっているようなニュートン流体には見られない特異な形状を示す。

次に、断面①と断面◎でどのくらいのエネルギー損失

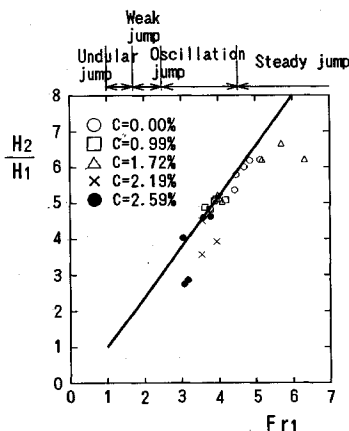


図-6 水平な長方形断面水路における跳水に対する F_{r1} と H_2/H_1 との関係

があるか考察する。図-5 に断面①の全水頭と断面◎の全水頭の差 ΔH の体積濃度による変化を示す。体積濃度が 0% の場合 (水の場合)、水深、流量の測定誤差によってマイナスの値となっているが、 ΔH はほとんどゼロである。また、体積濃度が 3.0% までは ΔH はほとんどゼロである。しかし、濃度が 3.0% を越えるとエネルギー損失が大きくなり、上流側 (断面①) の全水頭 H_1 の約 9% のエネルギーが失われる。この体積濃度 3.0% は後述するように断面◎での壁面せん断応力 τ_0 に対する降伏応力 τ_f の比が約 0.025 の場合に対応する。

(2) 跳水

水平な長方形断面水路において跳水前の水深 H_1 、跳水後の水深 H_2 および跳水前のフルード数 $F_{r1} = \frac{V_1}{\sqrt{gH_1}}$ が次式を満足するとき跳水が起こる。この式は跳水前後で比力を等しくすることによって求められる。

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{\sqrt{1+8F_{r1}^2}-1}{2} \dots\dots\dots (7)$$

この式は図-6 の実線で表される。この図に実験値をプロットした。跳水前の水深 H_1 は跳水先頭より上流側地点の水深を平均した値を用い、跳水後の水深 H_2 は跳水区間より下流側地点の水深を平均した値を用いた。この図から混合流体の濃度が増しても式 (7) の関係式を満足することがわかる。

体積濃度が 1.72% 以下では図-4 からわかるように射流領域のエネルギー損失はほとんど見られず、壁面せん断応力 τ_0 は小さいと考えられる。体積濃度が 2.19%、2.59% の場合の射流領域の壁面せん断応力 τ_0 を式 (11) を使って計算すると表-1 のようになる。表中の括弧内の数値は τ_f/τ_0 の計算値を示す。従って、射流領域の栓流厚は極めて小さく、無視することが出来る。一方、跳水後の常流域のエネルギー勾配は平均的な 1/400 を用いて体積濃度が 2.19%、2.59% の場合の常流域の壁面せん断応力 τ_0 を計算すると表-2 のようになる。これより

表一 射流域の壁面せん断応力 τ_0

		体積濃度 C	
		2.19%	2.59%
流量	1478 m ³ /s	16.3 N/m ² (0.008)	35.6 N/m ² (0.011)
	1227 m ³ /s	24.4 N/m ² (0.005)	36.0 N/m ² (0.011)
	1012 m ³ /s	15.8 N/m ² (0.008)	52.9 N/m ² (0.007)
Q	848 m ³ /s	12.6 N/m ² (0.010)	18.6 N/m ² (0.020)
	702 m ³ /s	27.0 N/m ² (0.005)	19.9 N/m ² (0.019)
τ_f		0.125 N/m ²	0.378 N/m ²

表二 常流域の壁面せん断応力 τ_0

		体積濃度 C	
		2.19%	2.59%
流量	1478 m ³ /s	0.69 N/m ² (0.18)	0.65 N/m ² (0.58)
	1227 m ³ /s	0.63 N/m ² (0.20)	0.62 N/m ² (0.61)
	1012 m ³ /s	0.58 N/m ² (0.22)	0.59 N/m ² (0.64)
Q	848 m ³ /s	0.48 N/m ² (0.26)	0.43 N/m ² (0.88)
	702 m ³ /s	0.43 N/m ² (0.29)	0.40 N/m ² (0.95)
τ_f		0.125 N/m ²	0.378 N/m ²

τ_f/τ_0 の値は大きく、跳水後の栓流部の存在が認められると考えられる。

水平床に生じる跳水には、いくつかの異なった形式があるが、跳水前のフルード数によって図-6のように分類することが出来る⁶⁾。実験データはフルード数が3~7の範囲にあり、これによると振動跳水 (Oscillation Jump)、定常跳水 (Steady Jump) に分類される。特に、濃度の大きいデータは振動跳水であり、上述の観測結果と対応する。

跳水後の比エネルギー E_2 と跳水前の比エネルギー E_1 との比は次式で表される。

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(8F_{r1}^2 + 1)^{3/2} - 4F_{r1}^2 + 1}{8F_{r1}^2(2 + F_{r1}^2)} \quad (8)$$

この式を図示すると図-7のようになる。図の右の縦軸は跳水前の比エネルギー E_1 に対する跳水のエネルギー損失 $(E_1 - E_2)$ を表す。この図に実験値をプロットすると、実験値は式 (8) の理論曲線を満足する。

跳水の高さ $H_j = H_2 - H_1$ と比エネルギー E_1 との比は次式で表される。

$$\frac{H_j}{E_1} = \frac{\sqrt{1 + 8F_{r1}^2} - 3}{F_{r1}^2 + 2} \quad (9)$$

この式は図-8に実線で表される。この図に実験値をプロットすると、実験値は式 (9) の理論曲線を満足する。

跳水の長さはその先端部の曲面からローラーのすぐ下流の水面上の点までの距離と定義されるが、それを理論的に決定することは難しく、多くの実験的研究が行われ

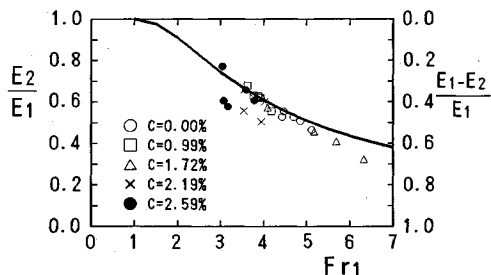


図-7 水平な長方形断面水路における跳水のエネルギー損失 $(E_1 - E_2)/E_1$

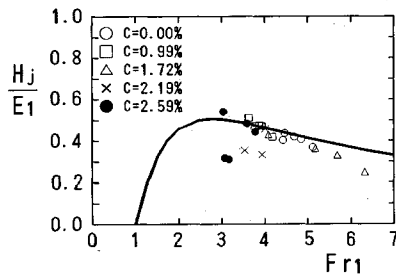


図-8 水平な長方形断面水路における跳水の高さ H_j/E_1

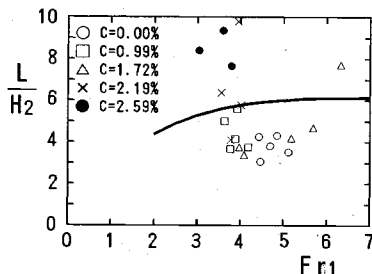


図-9 水平水路の跳水長 L と跳水前のフルード数 F_{r1} との関係

ている。図-9に示した曲線はU. S. Bureau of Reclamationの実験⁶⁾による跳水長である。本実験で得られた跳水長の値は観測によって得られたものであるが、実験データのばらつきは大きい。これによると濃度の小さいデータの跳水長はBureau of Reclamationの跳水長よりも小さく、濃度の大きいデータはそれよりも大きいことがわかる。濃度の大きい場合は跳水後に水面の動揺が大きく、従って濃度の小さい場合よりも跳水長が長くなる。

(3) ダム付近の栓流の様子

ビンガム流体特有の栓流がダム付近の流れによってどのように変化するかを考察する。図-10に体積濃度が3.83% ($\tau_f = 12$ Pa, $\eta_{pl} = 242$ mPa·s)、流量が986 cm³/sの場合のダム付近の流れの様子を示す。△が全水頭の高さ、実線がエネルギー線、○が水面の高さの実験値を表す。また、●は栓流の高さを表し、水面との差が栓流厚 h_f を表す。ダム付近でせん断応力がどのように分布し

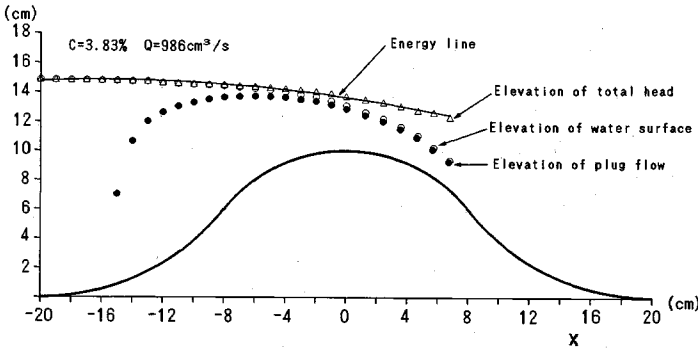


図-10 ダム付近の流れの様子

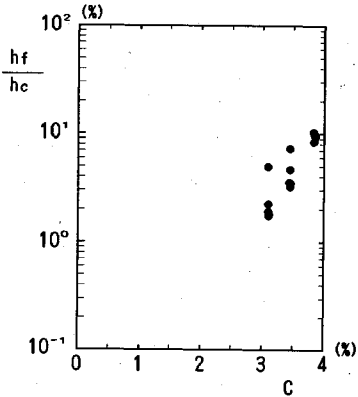


図-11 ダム頂地点の栓流厚 h_f の体積濃度 C による変化

ているかを正確に知ることは困難であるので、ここではせん断応力が直線分布をすと仮定した。従って、栓流厚 h_f は次式によって計算される。

$$h_f/h = \tau_f/\tau_0 \dots\dots\dots (10)$$

τ_f は式 (1) によって体積濃度から計算され、壁面摩擦応力 τ_0 は次式によって計算された。

$$\tau_0 = wRs_f \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 w : 混合流体の単位体積重量、 R : 径深、 s_f : エネルギー勾配である。この図からダム上流側ではエネルギー勾配が小さいことによって壁面に作用するせん断応力 τ_0 が小さくなり、式 (10) より栓流厚が大きくなる。しかし、ダム頂では上流側に比べてエネルギー勾配が大きくなり栓流厚が小さくなる。

図-11 にダム頂地点の栓流厚の体積濃度による変化を示す。この図から体積濃度が増すと栓流厚も大きくなる。しかし、体積濃度が 4.0% 近くで栓流厚は限界水深の 10% 程度である。体積濃度が 3.0% 近くで栓流厚は 1~5% 程度で限界水深と比べるとほんのわずかの厚さである。従って、体積濃度が 3.0% 以下 (物性値 $\eta_r = \eta_{pl}/\mu < 44$, $\tau_f < 1.2$ Pa に相当) では限界水深に対して栓流は無視してよいと考えられる。

(4) 限界水深の測定結果

限界水深が濃度によってどのように変化するかを考察

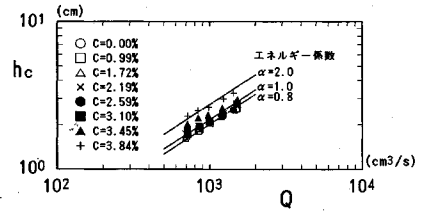


図-12 流量 Q と限界水深 h_c の関係

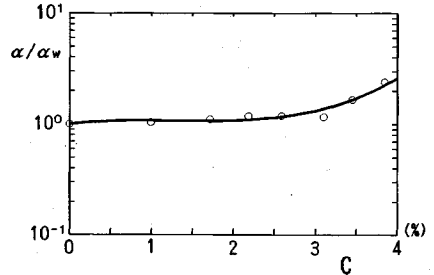


図-13 体積濃度 C とエネルギー係数 α/α_w の関係

する。図-12 に流量 Q とダム頂上での水深、すなわち限界水深 h_c の測定値を両対数グラフにプロットした。体積濃度が 3.0% を越えると、すなわち $\tau_f/\tau_0 > 0.025$ のときに限界水深は急激に大きくなる。長方形断面水路における限界水深と流量の理論的關係

$$h_c = \sqrt[3]{\alpha Q^2 / g B^2} \dots\dots\dots (12)$$

より限界水深は流量の 2/3 乗に比例する。従って、両対数グラフにプロットすると勾配 2/3 の直線になる。実験結果によると、流量 Q と限界水深 h_c の関係はどの濃度 C に対してもほぼ勾配 2/3 の直線にのる。濃度 C が増加すると限界水深 h_c が増加するのは、式 (12) の関係からダム頂地点 (限界水深の地点) のエネルギー係数 α が濃度によって変化することによると考えられる。

図-13 に体積濃度 C と体積濃度が 0.0% の場合のエネルギー係数 α_w に対する各濃度のエネルギー係数 α の比 α/α_w の関係を示す。体積濃度が 3.0% ($\tau_f = 1.2$ Pa, $\eta_{pl} = 46$ mPa·s) までは α/α_w の値はほぼ 1 に等しいが、3.0% を越えると増加する。同図に次式の回帰式を実線で示した。なお、この回帰式の適用範囲は $C < 3.8\%$ 、すなわち $\tau_f/\tau_0 < 0.094$ である。

$$\log(\alpha/\alpha_w) = 0.091C - 0.077C^2 + 0.020C^3 \dots\dots\dots (13)$$

このエネルギー係数 α を式 (12) に代入することによって、体積濃度 C 、流量 Q 、水路幅 B を与えて限界水深 h_c を算出することができる。

限界水深が清水流の場合と異なる原因は、ダム頂地点のエネルギー係数が異なる、すなわちダム頂での流速分布が清水流の場合と異なることに因ると考えられる。図-11 から判るように濃度が 3.0% 以上では栓流域が存在し、濃度が 4.0% では限界水深の 10% が栓流域である。幅広開水路等流の層流の場合の流速分布の理論式か

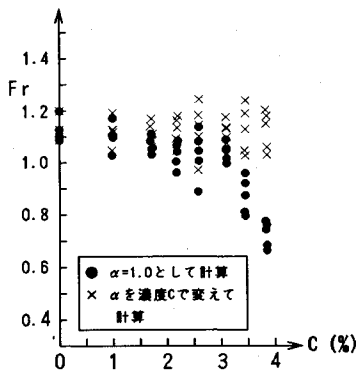


図-14 体積濃度 C とダム頂地点のフルード数 F_r の関係

らエネルギー係数を計算すると次式となり、 τ_f/τ_0 の値によって変化する。

$$\alpha = \frac{27}{35} \frac{16 + 19\tau_f/\tau_0}{(2 + \tau_f/\tau_0)^3} \dots\dots\dots (14)$$

図-14 に体積濃度 C とダム頂地点のフルード数 F_r の関係を示す。●は式 (6) において $\alpha=1$ として計算した値、×は図-13 の各体積濃度 C のエネルギー係数 α の値を式 (13) より求めて式 (6) に代入して計算した値である。この図から、濃度が大きい場合、エネルギー係数を 1 として計算したダム頂地点のフルード数の値は 1 よりもかなり小さな値をとる。しかし、各濃度により算定したエネルギー係数 α を用いると、フルード数 F_r は当然のことながら 1 に近い値になる。

4. 結 論

本研究では、長方形断面開水路においてビンガム流体とみなせる水とベントナイトの混合流体を用いて不等流実験を行い、ダム越流による流れおよび跳水が混合流体の濃度によってどのように変化するかを調べ以下の結論を得た。

1) 本実験において跳水が発生した 0.0~2.6% の濃度の範囲 ($\tau_f < 0.38$ Pa, $\eta_{pl} < 23$ mPa·s の範囲) に対して、濃度の変化によらず実験値は従来の水平な長方形断面水

路における跳水に関する公式をほぼ満足した。
 2) 体積濃度 C が 2.6% 以下ではダム頂地点まではほとんどエネルギー損失がなかったのに、濃度が約 3.0% を越えると (ダム頂地点の壁面せん断応力 τ_0 に対する降伏応力 τ_f の比が約 0.025 よりも大きくなる) 限界水深 h_c の約 50% のエネルギーが失われる。
 3) ダム付近の栓流の様子を調べた結果、ダム頂地点の栓流厚は濃度が約 4.0% ($\tau_f = 19$ Pa, $\eta_{pl} = 364$ mPa·s) で限界水深の 10% 程度であり、濃度が 3.0 以下 ($\tau_f < 1.2$ Pa, $\eta_{pl} < 46$ mPa·s) では栓流の厚さを無視することが出来る。
 4) 体積濃度が約 3.0% を越えると (ダム頂で $\tau_f/\tau_0 > 0.025$)、限界水深は急激に大きくなる。これは栓流が発生して流速分布が急変し、エネルギー補正係数 α が 1.0 より大きくなるのが原因と考えられる。ここでは濃度 C の変化に対応する限界水深算出の実験式 (式 (13)) を定めた。

終わりに本研究の遂行のために多大な協力を頂いた山梨大学の当時の大学院生三浦美香氏はじめ卒業生に謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) 高橋 保：土石流の発生と流動に関する研究，京都大学防災研究所年報，第 20 号 B-2，pp. 405~435，1977.
- 2) 谷口義信：土石流の基礎的研究—主として泥しょう流の流動学的解析—，宮崎大学農学部演習林報告，第 7 号，pp. 1~85，1974.
- 3) 山岡 勲 (代表)：火山灰・軽石の集合流動 (泥流) の発生領域と防災計画に関する研究—流路工内を流れる泥流の平均流速に関する実験—，昭和 54・55 年度文部省科学研究費補助金試験研究成果報告書，pp. 1~34，1981.
- 4) Hao, Z. and Zenghai, R.: Resistance test of Bingham's hyperconcentration fluid in rectangular open channel, Kexue Tongbao, Vol.27, No.7, pp.748~753, 1982.
- 5) Ogihara, Y. and Miyazawa, N.: Laws of resistance of pipe flow of solid-liquid mixtures, J. Hydraul. Res., Vol.29, No.2, pp.189~205, 1991.
- 6) Chow, V.T. (石原篠次郎訳)：開水路の水理学Ⅱ，丸善，pp. 363~368，1962 年.

(1993. 3. 29 受付)

HYDRAULIC CHARACTERISTICS OF FLOW OVER DAM AND HYDRAULIC JUMP OF BINGHAM FLUID

Yoshio OGIHARA and Naoki MIYAZAWA

In this paper, the experiments of varied flow in a rectangular open channel were carried out using the mixtures of water and bentonite which were regarded as the Bingham fluid and the manner in which the flow over a dam and the hydraulic jump were varied by concentration of the mixtures. As a result, it was shown that experimental results to mixtures with volumetric concentration less than 2.6% (yield stress $\tau_f < 0.38$ Pa, plastic viscosity $\eta_{pl} < 23$ mPa·s) satisfied the existing formulas regarding the hydraulic jump. And it was shown that when the concentration was over 3.0% ($\tau_f > 1.2$ Pa, $\eta_{pl} > 46$ mPa·s), the critical depth increased dramatically, and about 10% of the critical depth was the depth of plug flow at concentration 4.0% ($\tau_f = 19$ Pa, $\eta_{pl} = 364$ mPa·s).