土木学会論文集 No.482／Ⅳ-22, pp.57~66, 1994.1

技術革新を内生化した動的産業連関モデルに関する研究

小林潔司*・追田一喜**

動的I-Oモデルの投入係数，資本係数は固定的な定数ではなく，産業界における技術革新の結果として変化する．本研究では，企業の長期的な費用最小化行動分析を通じて，産業界における知識・資本の蓄積過程をモデル化する．さらに，外部経済が存在する場の中で投入係数，資本係数が変動するメカニズムについて考察し，社会基盤の整備が産業構造に及ぼす影響を分析する方法を提案する．最後に，簡単な数値計算事例により，技術革新を内生化した動的I-Oモデルの動的特性について考察する．

Key Words : *endogenous technical change, dynamic input-output model, knowledge accumulation, adjustment cost model*

1. はじめに

Leontiefによる動的産業連関（Input-Output：以下I-Oと略す）モデルは操作性に富み，地域計画の分野で多くの理論的・実証的研究の蓄積がある[1),2)]．動的I-O体系が必ずしも安定的な成長経路を保証しないことから，その動学的挙動に関して多くの研究が蓄積されてきた[3),4)]．一方，I-O表の投入係数，資本係数の長期的な安定性に関して議論が蓄積され[3)]，その長期的変動に関する実証分析も多い[5)]．これらの実証分析の結果，投入係数，資本係数は時間を通じて定数でありえず，技術革新により長期的に変化することが明らかにされた．

投入・資本係数の決定問題に関しては，森嶋，Solow等の先駆的研究[3),4),6)]がある．彼らは，生産技術を短期的なex post技術と長期的なex ante技術に分類し，企業は所与のex ante技術フロンティアから，所与の価格体系に対してもっとも効率的なex post技術を選択する[7)]と仮定している．ex ante技術は与件であり，ex ante技術自体がどのように決定されたかには何も言及していない．投入・資本係数の決定は技術選択問題として扱われ，技術革新を考慮したメカニズムにはなっていない．技術革新を内生化した動的I-Oモデルを定式化するためには，R＆Dによりex ante技術が変化するメカニズムをモデル化する必要がある．

技術革新を内生化した動的I-Oモデルに関する研究はそれほど多くはないが，いくつかのモデルが提案されている．Zhang[8)]は森嶋による動的I-O体系を拡張し，投入係数の変動を内生化した動学I-Oモデルを提案している．宮田等は，動的I-Oモデルを適応制御過程として定式化している[9)]．これらは技術革新を明示的に考慮した動的I-Oモデルとして評価できるが，技術革新が企業のR＆Dの結果として実現するという点を明示的に考慮しておらず，動学モデルのミクロ経済学的な基礎について十分に考察していない．また，社会資本整備が技術革新や産業構造の変動に及ぼす影響を分析できる枠組みにはなっていない．

本研究では，企業の投資・R＆D行動の結果としてI-O表の投入・資本係数が決定されるメカニズムについて理論的に考察し，係数変化を内生化した動的I-Oモデルを開発する．社会基盤整備が技術革新を通じて産業構造に影響を及ぼすメカニズムを分析するための動学モデルに関してはほとんど研究が蓄積されていない．したがって，本論文では技術革新を内生化した動的I-Oモデルのプロトタイプとして，ある閉鎖的経済を対象とした動的モデルを開発する．この種のモデルの実用化に際しては，モデルの細部に関する詳細な理論的・実証的研究を積み上げることが必要となるが，本論文では実用モデルの開発の第1歩としてモデルの全体構造とその理論的基礎に関する考察に焦点を絞る．

2. 本研究の立場と分析の枠組

(1) 本研究の基本的な考え方

技術革新は企業が選択可能な技術フロンティア自体を変化させる．技術フロンティアのシフトは企業の長期的なR＆D活動による知識の蓄積を通じて実現する．技術革新のプロセスを記述するためには，森嶋・Solow体系[3),4),6)]のような静学分析の枠組ではなく，企業の長期行動を考慮した動学モデルの開発が必要となる．また，従来の地域動学モデルは，政府部門を中心とする社会資本の蓄積過程と民間部門における資本の蓄積過程に焦点をあてていた．これに対して，本研究で提案する動的I-Oモデルは，知識の蓄積過程も明示的に考慮する点に特徴がある．実物投資が資本蓄積に貢献するのと同様に，

*正会員　工博　鳥取大学教授　工学部社会開発システム工学科（〒680　鳥取市湖山町4—101）
**正会員　工修　（株）セントラルコンサルタンツ

R＆D 活動を通じて知識ストックは蓄積される．

知識の蓄積により技術フロンティアはシフトする．知識は，R＆D の結果として経済システムの内部で内生的に蓄積される．ある部門で蓄積された知識は，それ自体が消耗することなく他の部門における知識生産活動に投入可能である．知識は経済主体が専有し続けることが不可能であり，他の経済主体の消費を排除することができないという性質を持つ．この意味で，知識は内生的公共財[10]と考えることができる．公共主体は，社会資本の整備を通じて産業間での技術伝播や R＆D 行動を活性化することにより，間接的に資本・知識の蓄積過程を制御することができる．

（2） 動的 I-O モデルの概要

伝統的な前方ラグ型動的 I-O モデルは，成長経路が不安定であり実用的ではない．一般に，R＆D が技術革新として結実するのには相当の年月を要するため，技術革新を内生化した動的 I-O モデルは，単位期間として例えば 5 年等の中期的な時間幅で適用されるべきである．このような単位期間を設定する場合，各期内で生産，価格体系が均衡すると考えても妥当であろう．本研究では，1）各期の期首に新規投資が発注され投資は当該期内に生産技術として体化する，2）価格体系は当該期内に均衡すると仮定し，動的安定性に優れる後方ラグ型動的 I-O モデル[11]を定式化する．

産業部門 $i(i=1,\cdots,n)$ の t 期の生産量を $Y_i(t)$，産業全体の生産量を列ベクトル $\boldsymbol{Y}(t)=(Y_1(t),\cdots,Y_n(t))'$ で表す．記号 ′ は転置を表す．中間財として部門 j に投入される産業部門 i の生産物の量 X_{ij} を，投入係数 α_{ij} を用いて $X_{ij}=\alpha_{ij}Y_j(i,j=1,\cdots,n)$ と表現する．ここで，投入係数行列を $\boldsymbol{A}=\{\alpha_{ij}: i,j=1,\cdots,n\}$，$t$ 期の i 部門の財に対する社会全体での投資需要を $\boldsymbol{J}(t)=(J_1(t),\cdots,J_n(t))'$，$t$ 期の最終需要量を $\bar{\boldsymbol{D}}(t)=(\bar{D}_1(t),\cdots,\bar{D}_n(t))'$ と表す．均衡条件は次式で表わせる．

$$\boldsymbol{Y}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}(t)+\boldsymbol{J}(t)+\bar{\boldsymbol{D}}(t) \quad \cdots\cdots(1)$$

資本係数行列 $\boldsymbol{B}=\{\beta_{ij}: i,j=1,\cdots,n\}$ を定義すると，i 部門が生産した資本財の社会的蓄積量 $G_i(t)$ は，各部門で利用されている資本量 $K_{ij}(t)=\beta_{ij}Y_j(t)$ の総和 $G_i(t)=\sum_{j=1}^{n}\beta_{ij}Y_j(t)$ で表される．資本の賃貸市場で資本サービスがフローとして取引される．資本の完全利用を仮定すれば，t 期に利用される投資財の集計量 $\boldsymbol{J}(t)$ は

$$\boldsymbol{J}(t)=\boldsymbol{G}(t)-\boldsymbol{\delta}_E\boldsymbol{G}(t-1)=\boldsymbol{B}[\boldsymbol{Y}(t)-\boldsymbol{\delta}_E\boldsymbol{Y}(t-1)] \quad \cdots\cdots(2)$$

となる．$\boldsymbol{G}(t)=(G_1(t),\cdots,G_n(t))'$，$\boldsymbol{\delta}_E$ は残存資本率 $(1-\delta_i)(i=1,\cdots,n)$ を対角要素とする対角行列，δ_i は i 財の減価消却率である．ここに，次式を得る．

$$\boldsymbol{Y}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}(t)+\boldsymbol{B}[\boldsymbol{Y}(t)-\boldsymbol{\delta}_E\boldsymbol{Y}(t-1)]+\bar{\boldsymbol{D}}(t) \cdots(3)$$

行列 $(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A})$ の正則性を仮定すると，後方ラグ型動的 I-O モデルを得る．

$$\boldsymbol{Y}(t)=[\boldsymbol{B}-\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A}]^{-1}[\boldsymbol{B}\boldsymbol{\delta}_E\boldsymbol{Y}(t-1)-\bar{\boldsymbol{D}}(t)] \cdots(4)$$

前方ラグ型動的 I-O モデルとは対照的に，後方ラグ型動的 I-O モデルは動的安定性に優れている[11]．

t 期の価格ベクトル $\boldsymbol{p}(t)=(p_1(t),\cdots,p_n(t))'$，賃金率 $p_{n+1}(t)$（外生変数），i 部門の労働投入係数 $\alpha_{n+1,i}$ を導入する．製品価格がマークアップ率 π を用いたフルコスト原理によって決定されると仮定する[3]．すなわち，企業が固定価格の下で供給量の調整を行うケインズ型経済を想定する．この時，利子率 $\rho(t)$ の下での均衡価格体系 $(i=1,\cdots,n)$ として次式を得る．

$$p_i(t)=(1+\pi)\left\{\sum_{j=1}^{n}\alpha_{ji}p_j(t)+\sum_{j=1}^{n}(\rho(t)+\delta_j)\beta_{ji}p_j(t)+W_i(t)\right\} \cdots\cdots(5)$$

ここで，$W_i(t)=\alpha_{n+1,i}p_{n+1}(t)$：$i$ 部門の賃金コスト（付加価値）を表している．この時，次式を得る．

$$\boldsymbol{p}(t)=(1+\pi)[\boldsymbol{E}-(1+\pi)\boldsymbol{A}'-(1+\pi)\boldsymbol{\delta}_\rho\boldsymbol{B}']^{-1}\boldsymbol{W}(t) \cdots\cdots(6)$$

$\boldsymbol{W}(t)=(W_1(t),\cdots,W_n(t))'$ は付加価値ベクトル，$\boldsymbol{\delta}_\rho$ は $(\rho(t)+\delta_j)$ を要素とする $n\times n$ 次元対角行列である．

（3） モデルの基本構造

本研究で提案するモデルは，後方ラグ型動的 I-O モデルの基本構造を踏襲している．重要な相違点は，投入量の均衡動学体系（4），価格均衡体系（6）に，投入・資本係数の変化を記述する差分方程式が付加される点にある．投入量と価格の均衡方程式は次式で表される．

$$\boldsymbol{Y}(t)=[\boldsymbol{B}(t)-\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A}(t)]^{-1}[\boldsymbol{B}(t)\boldsymbol{\delta}_E\boldsymbol{Y}(t-1)-\bar{\boldsymbol{D}}(t)] \cdots\cdots(7)$$

$$\boldsymbol{p}(t)=(1+\pi)[\boldsymbol{E}-(1+\pi)\boldsymbol{A}(t)'-(1+\pi)\boldsymbol{\delta}_\rho\boldsymbol{B}(t)']^{-1}\boldsymbol{W}(t) \cdots\cdots(8)$$

次に，投入・資本係数の変化過程を差分方程式

$$\boldsymbol{A}^\circ(t)=\boldsymbol{F}_A(\boldsymbol{p}^\circ(t-1),\rho(t-1),\boldsymbol{B}(t)) \cdots\cdots(9)$$

$$\boldsymbol{B}(t)=\boldsymbol{F}_B(\boldsymbol{p}^\circ(t-1),\rho(t-1),\boldsymbol{B}(t-1);\ \boldsymbol{\zeta}(t-1),\boldsymbol{\Omega}(t-1)) \cdots\cdots(10)$$

により表現する．ただし，$\boldsymbol{\zeta}(t)$：社会資本の整備水準，$\boldsymbol{\Omega}(t)$：知識（産業界で蓄積された知識の内，企業が無償で利用可能な知識）の社会全体での蓄積量である．知識は資本財の一部として社会に蓄積され，同時に多くの産業で再投入され技術革新に貢献するという内生的公共財としての役割を果たす．$\boldsymbol{A}^\circ(t)=\{\alpha_{ij}(t): i=1,\cdots,n+1\ j=1,\cdots,n\}$ は拡張された投入係数行列であり，第 $n+1$ 列は労働投入係数ベクトルである．また，$\boldsymbol{p}^\circ(t)=(p_1(t),\cdots,p_n(t),p_{n+1}(t))'$ は，第 $n+1$ 番目要素として賃金率 $p_{n+1}(t)$ を含むように拡張された価格ベクトルである．なお，賃金率は外生変数であり与件とする．以下，関数 $\boldsymbol{F}_A$，$\boldsymbol{F}_B$ を技術革新関数と呼ぶこととする．従

来の ex post 技術選択に関する研究では，技術変化は財の相対価格比によって決定されていた．これに対して，本研究で提案する技術革新関数は，技術革新が相対価格比だけでなく知識の社会的蓄積量により誘発され，社会資本の整備は企業の知識アクセシビリティを向上させ結果的に技術革新を加速させると考える点に特徴がある．本稿の以下では，技術革新関数を具体的に導出することとする．動学体系（7)-(10) を完結するためには，社会資本 $\boldsymbol{\zeta}(t)$，公共的知識 $\boldsymbol{\Omega}(t)$ の蓄積過程を内生化する必要がある．動学体系の完結化に関しては5．で議論する．既存の研究[12]と同様に最終需要の内生化も可能であるが，この問題に関しては将来の課題としたい．

3. 長期的企業行動に関するミクロ分析

(1) 技術革新に関する研究概要[13]

内生的技術革新に関してはHicks[14]が先鞭をつけ，その後 Fellner[15]，Kennedy[16]等が彫琢を加え誘発的技術革新理論として確立した．Hicks は相対価格の変化に対応した生産費用の低減をめざして技術革新が実施されると考えた．特に，労働賃金が長期的に上昇する場合，技術革新は労働節約的になる．Fellner は Hicks の仮説を発展させ，要素節約的方向にＲ＆Ｄが刺激されるという仮説を提唱し，革新フロンティア論を開発した．革新フロンティアは，ある一定の研究予算で所与の時間に開発されるうる知識の等量線の包絡線として定義される．これら既存理論では，研究資源に対して一定の予算制約の存在を仮定しており，企業のＲ＆Ｄに関するミクロ経済行動分析になっているとは言い難い．そこで，研究費用の存在を明示的に考慮し，企業のＲ＆Ｄ予算が内生的に決定されるメカニズムを分析した理論モデル[17)~20)]がいくつか提案された．これらの研究の多くは，企業Ｒ＆Ｄを最適制御問題として定式化しているが，Ｒ＆Ｄ自体が通常の生産過程と同様，生産要素の投入を必要とする事実を無視している．また，技術革新の中立性のタイプを事前に仮定しており，技術革新のバイアス[16]が相対価格に対応して内生的に決定される構造になっていない．特に，内生的公共財としての知識の発展を分析するためには，Ｒ＆Ｄの意志決定とそれに基づく知識の社会的蓄積過程を記述する必要がある．一方，Romer[21]は内生的公共財としての知識の蓄積過程について先駆的な分析モデルを提案した．そこでは，知識，資本はともに企業の生産過程に投入され，投入要素としての知識，資本の役割には大きな差異はない．しかし，知識は前述したような公共財としての性格を有しており，企業間での知識のスピルオーバという外部経済が経済発展の原動力となることを指摘した．

本研究では，Romer による動学分析の枠組みを下敷きとして，企業の長期的行動と社会における知識・資本の蓄積過程をモデル化する．すなわち，企業の知識・資本の蓄積過程を最適制御問題として定式化する．企業のミクロ行動に関する限り，知識と資本はともに投資財として扱われ，形式的には両者の差異はない．しかし，知識と資本はその占有可能性，排除可能性において著しい違いを有している．すなわち，社会における知識の蓄積は産業部門間での知識のスピルオーバーを通じて，企業の長期行動に影響を及ぼすこととなる．このような社会全体における知識蓄積過程と企業行動の相互関係は動的 I-O モデルによって明示的に記述されることとなる．社会資本整備は，このような知識生産の外部経済の形成を通じて経済成長に長期的な影響を及ぼすこととなる．本節の以下では，企業のミクロ行動に焦点をあて，知識生産における外部経済の下で各産業部門が非協力的に知識・資本を蓄積する過程をモデル化することとする．

(2) ミクロ行動モデルの定式化

企業行動のモデル化に際し，以下の仮定を設ける．1) ある部門の代表的企業の行動を考える，2) 各期の計画生産量を与件とする，3) 各期の賃金・利子率を与件とする，4) 各期の社会資本・公共的知識の蓄積量を与件とする，5) 工程Ｒ＆Ｄを対象とする．条件 1)—4) は，従来の動的 I-O モデルにおける基本的仮定であり，動的 I-O モデルの枠組みの中で企業行動を分析するために本研究でも採用する．また，Ｒ＆Ｄには，製品の質を向上させる製品 R&D があるが，動的 I-O 分析の枠組みのもとで製品 R&D を考慮することは，現在のところ，極めて難しいと言わざるをない．製品 R&D に関しては今後の研究課題としておく．

各産業部門の生産物は中間投入，資本・知識形成の双方に利用されると考える．産業 n 部門を，1) 資本形成に貢献する産業部門 ($i=1, \cdots, m$)，2) 知識形成に資する産業部門 ($i=m+1, \cdots, m+s(=n)$) に分類する．前者は実物資本として利用される財を生産し，後者はサービス，情報等の無形財を生産し，それらの一部が知識としてストックされると考える．n 部門のうち，任意の部門 i に属する代表的企業の行動を分析する．当該企業の生産関数を次式のように表わす．

$$Y_i(t)=f(\boldsymbol{X}_i^\circ(t), \boldsymbol{K}_i(t), \boldsymbol{I}_i(t); \boldsymbol{\zeta}(t), \boldsymbol{\Omega}(t)) \cdots(11)$$

ここで，$\boldsymbol{X}_i^\circ(t)=(X_{1,i}(t), \cdots, X_{n+1,i}(t))'$：生産要素の投入量ベクトルである．記号 ○ は $n+1$ 番目の投入要素である労働力も含むように部門を拡張したベクトルであることを示す．前述したようにミクロ行動モデルに関する限り資本財と知識財に本質的な差異はない．そこで，表記の簡便化を図るために両者を準固定的要素として一括してベクトル表記することとする．$\boldsymbol{K}_i(t)=(K_{1,i}(t), \cdots, K_{m,i}(t), K_{m+1,i}(t) \cdots, K_{n,i}(t))'$ は t 期における準固定要素の蓄積量であり，$K_{j,i}(t)$ ($j=1, \cdots, m$) は当該 i 部門の代表的企業が蓄積した j 部門の資本財，$K_{j,i}(t)$ (j

$=m+1, \cdots, n$) は同じく知識財の蓄積量を表わす．また，$\boldsymbol{I}_i(t)=(I_{1,i}(t), \cdots, I_{n,i}(t))'$：$t$期において当該企業が各産業部門から投入した資本財・知識財の投資量，$\boldsymbol{\Omega}(t)$：t期の社会全体での知識の蓄積量，$\boldsymbol{\zeta}(t)$：t期の社会資本の整備水準を表わす．知識資源の公共財的な性格を明示的に考慮するために，生産関数は社会資本の整備水準や知識の社会的蓄積量を変数として含んでいる．記述の便宜上，当面の間，変数$\boldsymbol{\zeta}$, $\boldsymbol{\Omega}$を省く．投資・R＆Dにより生じる企業内での調整費用[20]を明示的に考慮するため，生産関数に投資・R＆D水準$\boldsymbol{I}_i(t)$が変数として含まれている．生産関数fは通常の新古典派的生産関数の性質を満足すると仮定する．なお，以下では，当面の間，表記を簡単にするため当該部門を示す添字を省略する．

生産量$\bar{Y}(t)$を与件とする．式(11)の$\boldsymbol{K}(t), \boldsymbol{I}(t)$は，長期的決定変数であり，$t$期の期首において$\bar{\boldsymbol{K}}(t)$，$\bar{\boldsymbol{I}}(t)$の水準に固定されている．短期的費用関数は

$$C(\boldsymbol{p}^\circ(t), \bar{\boldsymbol{K}}(t), \bar{\boldsymbol{I}}(t), \bar{Y}(t))=\min_{X^\circ(t)}\{\boldsymbol{p}^\circ(t)'\boldsymbol{X}^\circ(t)\}$$

$$\text{subject to eq. (11)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

となる．この時，企業の長期費用は次式で表現できる．

$$\int_0^\infty [C(\boldsymbol{p}^\circ(t), \boldsymbol{K}(t), \boldsymbol{I}(t)\bar{Y}(t))+\boldsymbol{p}(t)'\boldsymbol{I}(t)]$$
$$\exp(-\rho t)dt \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

なお，$\boldsymbol{p}(t)=(p_1(t), \cdots, p_m(t), p_{m+1}(t), \cdots, p_n(t))'$は資本・知識財価格，$\rho$は割引率である．投資・R＆Dによる調整費用は費用関数に含まれる．企業における資本・知識の蓄積過程を次式で表わす．

$$\dot{\boldsymbol{K}}(t)=\boldsymbol{I}(t)-\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{K}(t) \cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

ここに，$\dot{\boldsymbol{K}}(t)=(\dot{K}_1(t), \cdots, \dot{K}_n(t))'$：資本・知識ストックの変化量ベクトル，$\boldsymbol{\delta}$：資本・知識の減耗率$\delta_i(i=1, \cdots, n)$を対角要素とする$n\times n$次元の対角行列である．初期時点の資本・知識蓄積量を次式で定義する．

$$\boldsymbol{K}(0)=\boldsymbol{K}^0 \cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

ここで，$\boldsymbol{I}(t)$を制御変数，$\boldsymbol{K}(t)$を状態変数と考えよう．このとき，企業の長期行動は無限的視野のもとで汎関数（13）を制約条件（14），(15）の下で最小にする最適制御問題として定式化できることとなり，ポントリャーギンの最大値原理[22]により求解できる．

（３） 通時的双対性と最適戦略

動的I-Oモデルを開発する際の便宜を考え，以上で定式化した最適制御問題の通時的双対問題を定義し，操作的な動学モデルの開発をめざす．通時的双対問題を定義するために，通常の最適制御問題（13）において資本価格で表わされる投資・R＆D費用項$\boldsymbol{p}(t)'\boldsymbol{I}(t)$をサービス（レント）価格で表示し，問題（13）をそれと等価な問題に書き換える．ここで，知識・資本の蓄積過程が定常状態にあると考え，$\boldsymbol{p}^\circ(t)$, $Y(t)$が時刻tに拘らず一定値$\boldsymbol{p}^\circ$, $\bar{Y}$をとると考える．すなわち，企業は将来価格と生産量に関して静態的期待を形成すると仮定する．この時，資本・知識のストックとしての価格とそれがもたらすサービスフローの価格の間に一定の関係が成立する．いま，資本・知識サービス価格ベクトルを$\boldsymbol{\omega}=(\omega_1, \cdots, \omega_n)'$で表わす．一方，資本財・知識財の減価償却費用は$\boldsymbol{\delta p}$となる．この時，資本財・知識財の所有者が獲得する毎期ごとの利潤はサービス価格から減価償却費を差し引いた残りとして求まることとなり$\boldsymbol{\omega}-\boldsymbol{\delta p}$と表せる．資本市場が完全競争的であれば，ある一定の資金を資本財・知識財に投入することにより獲得できる利潤と利子所得が等しくなる水準に決定される．

$$\boldsymbol{\omega}-\boldsymbol{\delta p}=\rho \boldsymbol{p} \cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

ρは利子率である．資本・知識財のサービス価格は

$$\boldsymbol{\omega}=(\boldsymbol{\delta}+\rho)\boldsymbol{p} \cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

と表せる．企業はこれら財を自分自身から賃貸していると考える．この時，定常的な完全競争市場においては，企業の費用最小化問題（13）は，それと等価な問題

$$\min_{I(t)}\left\{\int_0^\infty [C(\boldsymbol{p}^\circ, \boldsymbol{K}(t), \boldsymbol{I}(t), \bar{Y})+\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{K}(t)\right.$$
$$\left.\exp(-\rho t)dt]\right\}$$
$$\text{subject to eqs. (14)(15)} \cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

に置換できる．通常の費用最小化問題（13）と異なり，問題（18）では企業の投入行動を資本・知識のサービス価格を用いて表現している*．その結果，以下に示すように問題（18）の通時的双対問題をHamilton＝Jacobi方程式[23]を用いて容易に表現できるようになる．

いま，企業行動が長期定常的（成長）状態にあると考えよう．この成長経路上にある任意の時点$\tau(\tau>0)$において，企業の最適制御問題は

$$\min_{I(t)}\left\{\int_\tau^\infty [C(\boldsymbol{p}^\circ, \boldsymbol{K}(t), \boldsymbol{I}(t), \bar{Y})+\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{K}(t)]\right.$$
$$\left.\exp[-\rho(t-\tau)]dt\right\}$$

subject to

$$\dot{\boldsymbol{K}}(t)=\boldsymbol{I}(t)-\boldsymbol{\delta}\boldsymbol{K}(t) \quad (t\geq\tau)$$
$$\dot{\boldsymbol{K}}(\tau)=\bar{\boldsymbol{K}} \cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

と定式化できる．時点τに対応する初期値$\bar{\boldsymbol{K}}$が問題(18)の最適経路上に存在すると考えよう．この時，問題（19）の最適解を時点τを明示的に用いなくても初期値$\bar{\boldsymbol{K}}$，製品価格$\boldsymbol{p}^\circ$，サービス価格$\boldsymbol{\omega}$，生産量$\bar{Y}$を用いて表現することができる．ここで，問題（19）の最適値関数V

＊ $t=0$時点の投資$I=K(0)$が$\dot{K}=-\delta K(t)$に従って資本減耗した時，t期の資本は$K(t)=I\exp\{-\delta t\}$と表わせる．したがって，$\int_0^\infty \omega K(t)\exp(-\rho t)dt=\int_0^\infty(\delta+\rho)pI\exp\{-(\delta+\rho)t\}dt=pI$が成立し，定常的な市場環境の下では式（13）と式（18）の等価性が保証される．

$(\bar{\boldsymbol{K}};\boldsymbol{p}^\circ,\boldsymbol{\omega},\bar{Y})$ を次式で定義しよう．

$$V(\bar{\boldsymbol{K}};\boldsymbol{p}^\circ,\boldsymbol{\omega},\bar{Y})=\int_\tau^\infty[C(\boldsymbol{p}^\circ,\boldsymbol{K}^*(t),\boldsymbol{I}^*(t),\bar{Y})+\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{K}^*(t)]\exp[-\rho(t-\tau)]dt \quad \cdots\cdots(20)$$

ここで，$\boldsymbol{K}^*(t)$ は問題（19）の最適経路を表わす．最適値関数（20）は τ 時点において資本・知識ストック $\bar{\boldsymbol{K}}$ を有する企業の τ 時点における長期的費用の現在価値を表わす．問題（19）の一般解を次式のように表す．

$$\boldsymbol{K}^*(t)=\boldsymbol{K}(t-\tau,\bar{\boldsymbol{K}};\boldsymbol{p}^\circ,\boldsymbol{\omega},\bar{Y}) \quad \cdots\cdots(21)$$

さらに，最適投資・R＆D関数 $\boldsymbol{\Psi}$ を

$$\boldsymbol{I}^*(t)=\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{K}^*(t);\boldsymbol{P}^\circ,\boldsymbol{\omega},\bar{Y}) \quad \cdots\cdots(22)$$

と定義しよう．ただし，$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{K}^*(t);\boldsymbol{p}^\circ,\boldsymbol{\omega},\bar{Y})=\boldsymbol{I}(t-\tau,\bar{\boldsymbol{K}};\boldsymbol{P}^\circ,\boldsymbol{\omega},\bar{Y})$ である．$\boldsymbol{\Psi}$ を最適値関数（20）に代入すれば，

$$V(\bar{\boldsymbol{K}};\boldsymbol{p}^\circ,\omega,\bar{Y})=\int_\tau^\infty[C(\boldsymbol{p}^\circ,\boldsymbol{K}^*(t),\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{K}^*(t)),\bar{Y})+\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{K}^*(t)]\exp[-\rho(t-\tau)]dt \quad \cdots\cdots(23)$$

を得る．上式は，任意の初期条件 $\bar{\boldsymbol{K}}$ に対して成立する．最適経路 $\boldsymbol{\Psi}$ の任意の点 $\boldsymbol{K}^*$ の近傍で上式を τ に関して微分すれば，問題（19）の通時的双対問題は

$$\boldsymbol{V}_{K^*}\dot{\boldsymbol{K}}^*(t)=\rho V-C(\boldsymbol{p}^\circ,\boldsymbol{K}^*(t),\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{K}^*(t)),\bar{Y})+\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{K}^*(t) \quad \cdots\cdots(24)$$

と表される．ただし，$\boldsymbol{V}_{K^*}=(\partial V/\partial K_1^*,\cdots,\partial V/\partial K_n^*)$ である．式（24）は Hamilton＝Jacobi 方程式[23]

$$\rho V(\boldsymbol{K};\boldsymbol{p}^\circ,\boldsymbol{\omega},\bar{Y})=C(\boldsymbol{p}^\circ,\boldsymbol{K},\boldsymbol{I},\bar{Y})+\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{K}+\boldsymbol{V}_K'\dot{\boldsymbol{K}} \quad \cdots\cdots(25)$$

に他ならない．式（25）の両辺を資本・知識サービス価格 ω で偏微分すると投資・R＆D需要関数を得る．

$$\rho\boldsymbol{V}_\omega=\boldsymbol{K}+\boldsymbol{V}_{K\omega}\dot{\boldsymbol{K}} \quad \cdots\cdots(26)$$

なお，$\boldsymbol{V}_\omega$ は $(\partial V/\partial\omega_i)$ を第 i 要素とする n 次元列ベクトル，$\boldsymbol{V}_{K\omega}$ は $(\partial^2V/\partial\omega_i\partial K_j)$ を第 (i,j) 要素とする $n\times n$ 行列である．上式より次式を得る．

$$\dot{\boldsymbol{K}}=\boldsymbol{V}_{k\omega}^{-1}(\rho\boldsymbol{V}_\omega-\boldsymbol{K}) \quad \cdots\cdots(27)$$

式(25) より短期的費用関数 C は次式のようになる．

$$C(\boldsymbol{p}^\circ,\boldsymbol{K},\boldsymbol{I};\bar{Y})=\rho V(\boldsymbol{K};\boldsymbol{p}^\circ,\boldsymbol{\omega},\bar{Y})-\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{K}-\boldsymbol{V}_K'\dot{\boldsymbol{K}}=\rho V-\boldsymbol{\omega}'\boldsymbol{K}-\boldsymbol{V}_K'\boldsymbol{V}_{K\omega}^{-1}(\rho\boldsymbol{V}_\omega-\boldsymbol{K}) \quad \cdots\cdots(28)$$

シェパードの補題より，生産要素（中間投入財，労働力）の投入量 $\boldsymbol{X}^\circ=(X_1,\cdots,,X_n,X_{n+1})'$ は，

$$\boldsymbol{X}^\circ=\partial C(\boldsymbol{p}^\circ,\boldsymbol{K},\boldsymbol{I},\bar{Y})/\partial\boldsymbol{p}^\circ=\rho\partial V/\partial\boldsymbol{p}^\circ-\partial\{\boldsymbol{V}_K'\boldsymbol{V}_{K\omega}^{-1}(\rho\boldsymbol{V}_\omega-\boldsymbol{K})\}/\partial\boldsymbol{p}^\circ \quad \cdots\cdots(29)$$

と表すことができる．

4. 技術革新関数の定式化

（1） 最適値関数の特定化

最適値関数 $V(\boldsymbol{K};\boldsymbol{p}^\circ,\boldsymbol{\omega},\bar{Y})$ を特定化し，投資・R＆D需要関数，中間財需要関数を導出する．最適値関数 V は任意の時点における知識・資本の蓄積量 $\boldsymbol{K}$，生産要素価格 $\boldsymbol{p}^\circ$ とそのサービス価格 $\boldsymbol{\omega}$ 及び生産量 $\bar{Y}$ の関数である．最適値関数 V は，所与の技術構造の下における企業の長期最適化行動の結果を表現したものである．最適値関数として任意の関数形を採用できるのではなく，以下の条件を満足する必要がある[24]．

1. $V\geq 0$
2. （1） $\rho\boldsymbol{V}_K-\boldsymbol{\omega}-\boldsymbol{V}_{KK}\dot{\boldsymbol{K}}-\boldsymbol{V}_K\ddot{\boldsymbol{K}}<0$
   （2） $\boldsymbol{V}_K<0$
   （3） $\rho\boldsymbol{V}_Y-\boldsymbol{V}_{KY}\dot{\boldsymbol{K}}>0$
3. 最適値関数 V は生産要素価格 $(\boldsymbol{p}^\circ,\boldsymbol{\omega})$ に関して厳密に凹である．
4. $\boldsymbol{I}(=\dot{\boldsymbol{K}}+\boldsymbol{\delta}_K\boldsymbol{K})\in\Pi^{+n}$，$\boldsymbol{X}\in\Pi^{+n}$ である．Π^{+n} は n 次元ユークリッド空間の非負の開集合を表す．
5. 任意の $\boldsymbol{K}_0$ に対して資本・知識の蓄積経路 $\dot{\boldsymbol{K}}=\boldsymbol{V}_{kw}^{-1}(\rho\boldsymbol{V}_\omega-\boldsymbol{K})$ は唯一の安定的な均衡状態を持つ．

条件1は企業の長期的存続可能性を保証する条件である．条件2，3は，企業の最適化行動を保証する条件と対応している．最適化行動が保証されるためには，企業の短期的費用関数が生産量，投資，R＆D需要に関して非減少であり，資本・知識の蓄積量に関して非増加でなければならない．条件2の（1）（3）は，それぞれ費用関数の性質 $\partial C/\partial K<0$, $\partial C/\partial Y>0$ を満足させるための条件であり，式（25）の両辺をそれぞれ $\boldsymbol{K}$，Y で偏微分することにより得られる．条件2（2）は式（25）を $\dot{K}$ で偏微分すれば得られる．また，条件3も通常の費用関数の条件 $\partial C/\partial p^\circ>0$, $\partial^2C/\partial p^{\circ 2}>0$ と対応している．条件4は投資・R＆Dの非負条件を表わす．条件5は任意の初期点に対して問題（19）が最適経路を有することを要求している．5.（2）で言及するように，知識は必ずしも連続的に発展するとは限らないが，ここでは応用技術のように趨勢的に発展する知識を想定する．

一般に，最適値関数を解析的に導出することは極めて困難である．従って，既存の動的制御問題に関する研究では，最適値関数を2次近似したような関数（フレキシブル関数）を用いて議論を進める場合が多い[24),25)]．フレキシブル関数は近似関数ではあるが，それを最適値関数の代理関数として用いるためには条件1—条件5を満足しなければならない．以上の条件を満足するフレキシブル関数の種類は極めて限定されている．要素価格に関して2次形式，及び生産量と知識・資本のストック量に関して線形の最適値関数[21]がこの条件を満足することが知られている[21),26)]．また，本関数より導出される中間財，資本・知識財の要素需要関数が動的I-Oモデルにおける財の需給バランス条件を自動的に満足するという利点も有している．

$$\rho V(\boldsymbol{K}\,;\boldsymbol{p},\,\boldsymbol{\omega},\,Y\,;\zeta,\,\boldsymbol{\Omega})=\frac{1}{2}a_0Y+\frac{1}{2}\boldsymbol{v}'\boldsymbol{\Xi}\boldsymbol{v}Y+\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{v}'\boldsymbol{\Theta}+\boldsymbol{l}')\boldsymbol{K}+(\boldsymbol{v}'\boldsymbol{\Theta}\zeta+\boldsymbol{b}'_0)\boldsymbol{\Omega}Y+\boldsymbol{v}'\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\phi}Y \cdots(30)$$

ただし，a_0：定数，$\boldsymbol{v}=(\boldsymbol{\omega},\,\boldsymbol{p},\,p_{n+1})'$：$2n+1$ 次元価格ベクトル，$\boldsymbol{l}=(l_1,\,\cdots,\,l_n)'$，$\boldsymbol{b}_0=(b_{01},\,\cdots,\,b_{0s})'$，$\boldsymbol{\phi}=(\phi_1,\,\cdots,\,\phi_n)'$：パラメータベクトル，$\boldsymbol{\Omega}=(\Omega_{m+1},\,\cdots,\,\Omega_n)'$：知識生産部門 $j\,(j=m+1,\,\cdots,\,n)$ が生産した知識の社会的蓄積量 Ω_j を表わすベクトル，$\boldsymbol{\zeta}$：産業部門 $(i,\,j)$ 間における知識利用の距離的・学問的接近性を表わすパラメータ $\{\zeta_{ij}\}\,(i=1,\,\cdots,\,n;j=m+1,\,\cdots,\,n)$ を要素とする $n\times s$ 行列であり，その値は社会資本整備を通じて制御できると考える．式（30）の右辺の各項はそれぞれ最適値関数の定数項，中間投入費用，資本・知識レント，産業間での知識のスピルオーバー（知識ストックへのアクセシビリティ），補正項を表現している．また，$\boldsymbol{\Theta}$：$(2n+1)\times n$ 定数行列，Ξ：$(2n+1)\times(2n+1)$ 定数行列であり，以下のように分割できる．

$$\boldsymbol{\Theta}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\sigma}_1\\ \boldsymbol{\sigma}_2\end{bmatrix}\qquad \Xi=\begin{bmatrix}\xi_{11} & \xi_{12}\\ \xi_{21} & \xi_{22}\end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{\sigma}_1$ は $n\times n$ 行列，$\boldsymbol{\sigma}_2$ は $(n+1)\times n$ 行列，ξ_{11} は $n\times(n+1)$ 行列，ξ_{21} は ξ_{12} の転置行列，ξ_{22} は $(n+1)\times(n+1)$ 行列である．行列 $\boldsymbol{\sigma}_1$，ξ_{11}，ξ_{22} は対称行列である．可変費用関数が生産要素価格に関して凹であるために対称行列 $\boldsymbol{\Xi}$ は負値定符号でなければならない．式（30）は任意の最適値関数を近似したフレキシブル関数であるが，生産関数，費用関数，最適値関数が同一の形式で表現されるという特性を持っており，Lau[25]による自己双対性の性質を満足する．この関数形はある部門・企業にまたがる集計に関して整合性を保つ[25]．したがって，3. における代表的企業の行動分析の結果を，当該部門全体に関する利潤関数として集計できる[25]．以下，式（30）を用いて，投資・R＆D需要関数，中間財需要関数を導出するが，企業行動を当該部門全体にわたって集計した結果について議論していることを断っておく．

（２） 加速度原理

最適値関数（30）を用いてR＆D・投資関数（27），中間財需要関数（29）を具体的に導出しよう．$\boldsymbol{\sigma}_1$ が対称行列であることを考慮し，最適値関数を式（27）に代入して具体的に展開すれば，R＆D・投資関数は

$$\dot{\boldsymbol{K}}=\boldsymbol{\sigma}_1^{-1}[\xi_{11},\,\xi_{12}]\boldsymbol{v}Y+(\boldsymbol{\phi}+\boldsymbol{\zeta\Omega})Y+(\rho\boldsymbol{E}-\boldsymbol{\sigma}_1^{-1})\boldsymbol{K} \cdots\cdots(31)$$

で与えられる．ここで，$\boldsymbol{E}$ は $n\times n$ の単位行列である．式（31）を整理することにより，粗投資は次式に示す伸縮的な加速度原理[26]を満足することがわかる．

$$\dot{\boldsymbol{K}}=-\boldsymbol{M}(\boldsymbol{K}-\boldsymbol{K}^*)+\boldsymbol{\zeta\Omega}Y \cdots\cdots(32)$$

ただし，$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{\sigma}_1^{-1}-\rho\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{K}^*=(\boldsymbol{\sigma}_1^{-1}-\rho\boldsymbol{E})^{-1}\{\boldsymbol{\sigma}_1^{-1}[\xi_{11},\,\xi_{12}]\boldsymbol{v}+\boldsymbol{\phi}\}Y$ である．すなわち，$\boldsymbol{K}^*$ は産業間での知識のスピルオーバーがない場合 ($\boldsymbol{\xi\Omega}Y=\boldsymbol{0}$) における知識・資本の長期均衡状態を示す．式（32）に示す資本・知識蓄積過程が長期均衡状態に収束するためには，加速度行列 $\boldsymbol{M}$ が正値定符号でなければならない．一方，式（32）の右辺第２項は知識のスピルオーバーに伴う外部経済を表している．知識生産に関する外部経済が存在する場合，長期定常状態は $\boldsymbol{K}^*$ から $\boldsymbol{K}^*+\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{\zeta\Omega}Y$ にシフトする．$\boldsymbol{\zeta}$ は産業間での知識伝播に関する心理的・距離的抵抗を示すパラメータである．公共主体による社会資本の整備はパラメータ値 $\boldsymbol{\zeta}$ に影響を及ぼし，結果的に資本・知識の長期定常過程を制御することが可能となる．

（３） 技術革新関数の導出

知識・資本蓄積過程を差分方程式として表現する．R＆Dの結果が生産技術として結実するまでには時間を要する．今期のR＆Dは次期の生産技術の改善する．新しい生産技術は次期の期首までに完成し，次期中に生産技術として体化されると考え，後退差分

$$\dot{\boldsymbol{K}}=\boldsymbol{K}^e(t)-\boldsymbol{K}(t-1),\ \boldsymbol{K}=\boldsymbol{K}(t-1) \cdots\cdots(33)$$

を導入する．この時，式（32）より

$$\boldsymbol{K}^e(t)=\boldsymbol{\beta}_0Y^e(t)+\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{v}^e(t)Y^e(t)+\{(1+\rho(t-1))\boldsymbol{E}-\boldsymbol{\Lambda}_2\}\boldsymbol{K}(t-1)+\boldsymbol{\zeta}(t-1)\boldsymbol{\Omega}(t-1)Y^e(t) \cdots\cdots(34)$$

を得る．なお，$\boldsymbol{\beta}_0=\boldsymbol{\phi}$，$\boldsymbol{\Lambda}_1=\boldsymbol{\sigma}_1^{-1}[\xi_{11},\ \xi_{12}]$，$\boldsymbol{\Lambda}_2=\boldsymbol{\sigma}_1^{-1}$ である．$\boldsymbol{v}^e(t)$，$Y^e(t)$ は，製品およびそのサービス価格，計画生産量に関する企業の期待，$\boldsymbol{K}^e(t+1)$ は計画資本量である．添字 e は企業の計画値であることを示す．企業は今期の実績値に基づいて投資・R＆D行動を決定し，毎期ごとに実績値に基づいて期待を修正すると考える．そこで，$Y^e(t)=Y(t-1)$，$\boldsymbol{v}^e(t)=\boldsymbol{v}(t-1)$ を仮定しよう．この時，式（34）の両辺を $Y(t-1)$ で除することにより次式を得る．

$$\boldsymbol{\beta}^e(t)=\boldsymbol{\beta}_0+\boldsymbol{\Lambda}_1\boldsymbol{v}(t-1)+\{(1+\rho(t-1))\boldsymbol{E}-\boldsymbol{\Lambda}_2\}\boldsymbol{\beta}(t-1)+\boldsymbol{\zeta}(t-1)\boldsymbol{\Omega}(t-1) \cdots\cdots(35)$$

ただし，$\boldsymbol{\beta}^e(t)=\boldsymbol{K}^e(t)/Y^e(t)$ であり，企業が計画した次期の資本係数に他ならない．$\beta^e(t)$ は t 期に生産技術 $\boldsymbol{\beta}(t)$ として実現する．$\boldsymbol{\beta}_0$，$\boldsymbol{\Lambda}_1$，$\boldsymbol{\Lambda}_2$，$\boldsymbol{\Lambda}_3$ は定数ベクトル，定数行列であり，時間を通じて不変である．式（35）は t 期の資本係数 $\boldsymbol{\beta}(t)$ が $t-1$ 期の利子率 $\rho(t-1)$，資本・知識の価格とそのサービス価格 $\boldsymbol{v}(t-1)$，資本係数 $\boldsymbol{\beta}(t-1)$，公共的知識の蓄積量 $\boldsymbol{\Omega}(t-1)$ によって内生的に決定されるメカニズムを示している．

同様に，中間財需要関数も式（29）に式（30）を代入し展開することにより，次式のように求まる．

$$\boldsymbol{X}^\circ=\boldsymbol{\alpha}_0Y+\boldsymbol{\Gamma}_1\boldsymbol{v}Y+\boldsymbol{\Gamma}_2\boldsymbol{K} \cdots\cdots(36)$$

ただし，$\boldsymbol{\alpha}_0=-\xi_{21}\boldsymbol{\sigma}^{-1}\boldsymbol{l}$，$\boldsymbol{\Gamma}_1=[\xi_{21},\,\xi_{21}]-\boldsymbol{\sigma}_2\boldsymbol{\sigma}_1^{-1}[\xi_{11},\,\xi_{12}]-\xi_{21}\boldsymbol{\sigma}_1^{-1}[\boldsymbol{\sigma}_1,\,\boldsymbol{\sigma}_2]'$，$\boldsymbol{\Gamma}_2=\boldsymbol{\sigma}_2\boldsymbol{\sigma}_1^{-1}$ である．中間需要は企業の短期的生産行動により決定される．企業が中間財需要を決定する時には，長期変数である資本・知識の蓄積量は

すでに決定されており，式（36）は各時間断面において成立する．したがって，次式が成立する．

$$\boldsymbol{X}^{e\circ}(t)=\boldsymbol{\alpha}_0 Y^e(t)+\boldsymbol{\Gamma}_1\boldsymbol{v}^e(t)Y^e(t)+\boldsymbol{\Gamma}_2\boldsymbol{K}^e(t) \cdots(37)$$

なお，$\boldsymbol{X}^{e\circ}(t)=(X_1^e(t), \cdots, X_{n+1}^e(t))'$ は中間財の計画購入量である．式（37）の両辺をで除せば，中間財の投入係数に関する技術革新関数を得る．

$$\boldsymbol{\sigma}^\circ(t)=\boldsymbol{\alpha}_0+\boldsymbol{\Gamma}_1\boldsymbol{v}(t)+\boldsymbol{\Gamma}_2\boldsymbol{\beta}(t) \cdots\cdots\cdots\cdots(38)$$

ただし，$\boldsymbol{\alpha}^\circ(t)=(\alpha_1(t), \cdots, \alpha_n(t), \alpha_{n+1}(t))'$ である．また，$\boldsymbol{\alpha}_0$，$\boldsymbol{\Gamma}_1$，$\boldsymbol{\Gamma}_2$ は時間を通じて変化しない定数ベクトル・行列である．式（38）より t 期の中間財・労働投入係数は当該期の製品・サービス価格 $\boldsymbol{v}(t)$，資本係数 $\boldsymbol{\beta}(t)$ により内生的に決定される．投入係数の決定にあたって公共的知識の蓄積量は直接影響を及ぼさない．知識基盤の整備は，資本係数の決定過程を通じて間接的に各期の投入係数に影響を及ぼすこととなる．

5. 動的 I-O モデルの定式化

（1） 基本モデルの定式化

以上の議論を多部門に拡張し，投入・資本係数の変化を内生化した動的 I-O モデルを提案する．まず，産業間で知識のスピルオーバーがない（$\zeta\boldsymbol{\Omega}Y=0$）場合を対象として基本モデルを定式化する．式（35），（38）より，各期の製品価格が技術革新の進展に重要な役割を果たすことが判る．したがって，価格動学体系（8）のみが技術革新に本質的な役割を果たし，知識基盤の整備は直接的な効果を有さない．この時，技術革新を伴う経済発展プロセスは，次式で記述される．

$$\begin{aligned}p(t)&=(1+\pi)[\boldsymbol{E}-(1+\pi)\boldsymbol{A}'(t)\\&\qquad-(1+\pi)\boldsymbol{\delta}_p\boldsymbol{B}'(t)]^{-1}\boldsymbol{W}(t)\\ \alpha_j^\circ(t)&=\alpha_{j0}+\boldsymbol{\Gamma}_{j1}\boldsymbol{v}(t)+\boldsymbol{\Gamma}_{j2}\boldsymbol{\beta}_j(t)\\ \beta_j(t)&=\beta_{j0}+\boldsymbol{\Lambda}_{j1}\boldsymbol{v}(t-1)\\&\qquad+\{(1+\rho(t-1))\boldsymbol{E}-\boldsymbol{\Lambda}_{j2}\}\beta_j(t-1) \cdots\cdots(39)\end{aligned}$$

なお，$\boldsymbol{v}(t)=(\boldsymbol{\omega}(t), \boldsymbol{p}^\circ(t))'$ である．式（39）では係数ベクトル $\boldsymbol{\alpha}(t)$，$\boldsymbol{\beta}(t)$，$\boldsymbol{\alpha}_0$，$\boldsymbol{\beta}_0$，係数行列 $\boldsymbol{\Gamma}_1$，$\boldsymbol{\Gamma}_2$，$\boldsymbol{\Lambda}_1$，$\boldsymbol{\Lambda}_2$ に産業部門 j を表す添字 j を付加している．各期の投入係数，資本係数は価格体系のみに依存して決定される．実物動学体系（7）は，経済発展のメカニズムにおいて本質的な役割を果たさない．価格政策，金融政策等の経済政策が，経済発展を制御するための主要な政策変数として位置づけられる．

（2） 外部経済性を考慮した動的 I-O モデル

産業間での知識のスピルオーバーという外部経済の存在は，知識・資本の長期定常状態を上方にシフトさせる．そのシフトの効果は式（32）より，$\boldsymbol{M}^{-1}\zeta\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{Y}$ と表すことができる．この場合，知識蓄積量が定数であれば，知識生産における外部経済の存在は単に長期定常状態を上方にシフトさせるにすぎない．知識の蓄積過程の本質的な特徴は，知識ストック $\boldsymbol{\Omega}$ が企業の R&D や大学・研究機関による基礎的・応用的研究の成果により，長期的に成長を遂げる点にある．$\boldsymbol{\zeta}$ は産業間の知識伝播の容易性を示すパラメータを要素とする（$n\times s$）次元の行列であり，その値は知識ネットワーク等の社会基盤施設の整備により長期的に変化する．知識生産における外部経済効果が存在しない場合，知識・資本の蓄積過程は長期定常状態に収束する．このような定常状態から脱却し，継続的な経済発展をもたらす原動力は，社会基盤の発展と公共的知識の蓄積量の増大にある．

知識生産の外部経済は，公共主体による社会基盤の整備，知識の蓄積によって成長する．外部経済の成長は，式（32）における $\boldsymbol{\zeta}(t)$，$\boldsymbol{\Omega}(t)$ により記述できる．知識生産の外部経済の成長過程を次式で表現する．

$$\zeta_j(t)=\boldsymbol{W}_\zeta(\zeta_j(t-1), \boldsymbol{Y}(t-1), \boldsymbol{\kappa}(t-1)) \cdots\cdots(40)$$

$$\boldsymbol{\Omega}(t)=\boldsymbol{W}_\Omega(\boldsymbol{\Omega}(t-1), \boldsymbol{Y}(t-1), \boldsymbol{\kappa}(t-1)) \cdots\cdots(41)$$

$\boldsymbol{\kappa}(t)$ は政府による公共投資戦略を表す．公共投資支出は動的 I-O モデルの最終需要 $\bar{\boldsymbol{D}}(t)$ に含まれる．式（40），（41）に示すように，知識生産の外部経済の成長にあたっては動的 I-O モデルの実物的動学体系（7）と政府部門による意志決定が重要な役割を果たす．このことは，知識生産の外部経済がない場合，金融政策が技術革新を誘導するための重要な政策手段であったことと対照的である．社会基盤の整備は知識のスピルオーバという外部経済を形成することによって技術革新を誘導し，長期的な知識の均衡蓄積量を上方にシフトさせる．

式（40），（41）を具体的に特定化する問題は，今後の研究の発展に委ねざるを得ない．ここでは，知識のスピルオーバを考慮した動的 I-O モデルを閉じるために，関数 $\boldsymbol{W}_\zeta$，$\boldsymbol{W}_\Omega$ の１つの具体例を示すにとどめる．一般に，大学等基礎的研究部門により革新的知識が生産された場合，社会的知識が急速に成長する．このように，社会的知識の蓄積過程は長期的には極めて非線形の挙動を示す[8]．基礎的知識は必ずしも合目的に発展するわけではなく，モデルでは外生変数として取り扱う方が望ましい．この場合，基礎的知識の発展過程を予測することは不可能であるが，思考実験的に各種のシナリオを描き，その効果を定性的に検討することは可能であろう．ここでは知識ストックが趨勢的に発展する場合を想定する．基礎的知識の取扱いに関しては，本稿の域を越えるので今後の課題としたい．産業 $i(i=m+1, \cdots, n)$ が生産した知識の j 部門の t 期末における蓄積量を $K_{ij}(t)$ とすれば，資本係数の定義より，$\beta_{ij}(t)Y_j(t)=K_{ij}(t)$，$(i=m+1, \cdots, n; j=1, \cdots, n)$ が成立する．t 期に利用可能な i 部門が生産した知識ストック量 $\Omega_i(t)$ は

$$\Omega_i(t)=\sum_{j=1}^{n}\beta_{ij}(t)Y_j(t), \ (i=m+1, \cdots, \mathrm{n}) \cdots\cdots(42)$$

となる．産業全体での知識ストック量は

$$\boldsymbol{\Omega}(t)=\boldsymbol{B}_s(t)\boldsymbol{Y}(t) \cdots\cdots(43)$$

で表わされる．$\boldsymbol{B}_s(t)=\{\beta_{ij}(t): i=m+1, \cdots, n; j=1, \cdots, n\}$ であり，知識投入に関わる資本係数行列である．一方，社会資本の整備による知識アクセシビリティの上昇は，行列 $\boldsymbol{\zeta}(t)$ の更新過程として記述できる．ここでは動的モデルを閉じるために関数 $\boldsymbol{W}_\zeta$ を最も簡単な形で特定化しておこう．関数 $\boldsymbol{W}_\zeta$ を線形近似する．いま，行列 $\boldsymbol{\zeta}_j(t)$ の第 i 行を

$$\zeta_j^i(t)=\zeta_j^i(t-1)+\eta_{1j}^i\boldsymbol{Y}(t-1)+\eta_{2j}^i\boldsymbol{\kappa}(t-1) \cdots\cdots(44)$$

と近似する．なお，$\eta_{1j}^i=\{\eta_{1kf}^{ij}: k=1, \cdots, n; f=1, \cdots, s\}$：$n\times s$ 次元パラメータ行列，$\eta_{2j}^i=\{\eta_{2kh}^i: k=1, \cdots, n; h=1, \cdots, q\}$：$n\times q$ 次元パラメータ行列，$\boldsymbol{\kappa}(t)=(\kappa_1(t), \cdots, \kappa_q(t))$：財政支出パターンを表わすベクトルである．以上のモデルを以下にとりまとめる．

$$\boldsymbol{Y}(t)=[\boldsymbol{B}(t)-\boldsymbol{E}+\boldsymbol{A}(t)]^{-1}[\boldsymbol{B}(t)\boldsymbol{\delta}_E\boldsymbol{Y}(t-1)-\bar{\boldsymbol{D}}(t)] \cdots\cdots(45)$$

$$\boldsymbol{p}(t)=(1+\pi)[\boldsymbol{E}-(1+\pi)\boldsymbol{A}'(t)-(1+\pi)\boldsymbol{\delta}_p\boldsymbol{B}'(t)]^{-1}\boldsymbol{W}(t) \cdots\cdots(46)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_j^\circ=\boldsymbol{\alpha}_{j0}+\boldsymbol{\Gamma}_{j1}\boldsymbol{v}(t)+\boldsymbol{\Gamma}_{j2}\boldsymbol{\beta}_j(t) \cdots\cdots(47)$$

$$\boldsymbol{\beta}_j(t)=\boldsymbol{\beta}_{j0}+\boldsymbol{\Lambda}_{j1}\boldsymbol{v}(t-1)+\{(1+\rho(t-1))\boldsymbol{E}-\boldsymbol{\Lambda}_{j2}\}\boldsymbol{\beta}_j(t-1)+\boldsymbol{\zeta}_j(t-1)\boldsymbol{\Omega}(t-1) \cdots\cdots(48)$$

$$\boldsymbol{\zeta}_j(t)=\boldsymbol{W}_\zeta(\boldsymbol{\zeta}_j(t-1), \boldsymbol{Y}(t-1), \boldsymbol{\kappa}(t-1)) \cdots\cdots(49)$$

$$\boldsymbol{\Omega}(t)=\boldsymbol{W}_\omega(\boldsymbol{\Omega}(t-1), \boldsymbol{Y}(t-1), \boldsymbol{\kappa}(t-1)) \cdots\cdots(50)$$

6. 数値計算事例

（1） 計算手順

動的I-Oモデルは差分方程式系式（45)～(50）により表わされる．各期の外生変数は，最終需要 $\bar{\boldsymbol{D}}(t)$，利子率 $\rho(t)$，賃金率 $p_{n+1}(t)$，政府の公共投資戦略 $\boldsymbol{\kappa}(t)$ である．時点 t において，価格ベクトル $\boldsymbol{p}^\circ(t)$，生産量 $\boldsymbol{Y}^\circ(t)$，社会資本の整備水準 $\boldsymbol{\zeta}(t)$，及び投入係数 $\boldsymbol{A}^\circ(t)$，資本係数 $\boldsymbol{B}(t)$ が与えられたとする．$t+1$ 期の状態変数は以下の手順により求まる．すなわち，1）$t+1$ 期の外生変数 $\bar{\boldsymbol{D}}(t+1)$，$\rho(t+1)$，$p_{n+1}(t+1)$，$\boldsymbol{\kappa}(t+1)$ を与件とする．2）式（48）により，$t+1$ 期の資本係数行列 $\boldsymbol{B}(t+1)$ を求める．3）式（47）により，投入係数行列 $\boldsymbol{A}^\circ(t+1)$ を求める．4）3）で求めた係数行列 $\boldsymbol{A}^\circ(t+1)$，$\boldsymbol{B}(t+1)$ を用いて式（45）(46）より生産量ベクトル $\boldsymbol{Y}(t+1)$，価格ベクトル $\boldsymbol{p}^\circ(t+1)$ を求める．5）$\boldsymbol{\zeta}_j(t)$，$\boldsymbol{\Omega}(t)$ を更新し 2）へ戻る．

（2） 計算結果の考察

2部門経済をとりあげ，部門1は資本形成，部門2は知識形成に貢献すると考える．技術革新関数に含まれるパラメータ $\boldsymbol{\Gamma}_{j1}$，$\boldsymbol{\Gamma}_{j2}$，$\boldsymbol{\Lambda}_{j1}$，$\boldsymbol{\Lambda}_{j2}$ の値は，複数断面の産業連関表に基づいて推計すべきデータである．技術革新関数の推計問題に関しては，パラメータ値の持つ特性（技術代替性等）に関する理論的な分析も含めて，本論文の域を越えるが，（3）において推計方法に関する研究課題を簡単にとりまとめておく．数値実験により一般的結論を獲得できないことは言うまでもないが，**4.** で述べたモデルの動的特性を追確認することはできる．

表—1 数値計算に用いたパラメータ値

$$\boldsymbol{\alpha}_{10}=\mathbf{o},\ \boldsymbol{\alpha}_{20}=\mathbf{o},\ \boldsymbol{\beta}_{10}=\mathbf{o},\ \boldsymbol{\beta}_{20}=\mathbf{o}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{11}=\begin{bmatrix} 0.150 & 0.150 & 0.090 & 0.090 & 0.250 \\ 0.200 & 0.200 & 0.070 & 0.070 & 0.100 \\ 0.300 & 0.300 & 0.100 & 0.100 & 0.200 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{12}=\begin{bmatrix} 0.075 & 0.020 \\ 0.045 & 0.013 \\ 0.120 & 0.020 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{21}=\begin{bmatrix} 0.180 & 0.180 & 0.070 & 0.070 & 0.080 \\ 0.170 & 0.170 & 0.100 & 0.100 & 0.180 \\ 0.300 & 0.300 & 0.100 & 0.100 & 0.200 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{22}=\begin{bmatrix} 0.030 & 0.018 \\ 0.045 & 0.029 \\ 0.090 & 0.027 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_{11}=\begin{bmatrix} 0.500 & 0.500 & 0.150 & 0.150 & 0.060 \\ 0.700 & 0.700 & 0.200 & 0.200 & 0.100 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_{12}=\begin{bmatrix} 0.200 & -0.080 \\ -0.080 & 0.200 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_{21}=\begin{bmatrix} 0.600 & 0.600 & 0.250 & 0.250 & 0.150 \\ 0.850 & 0.850 & 0.350 & 0.350 & 0.250 \end{bmatrix}$$

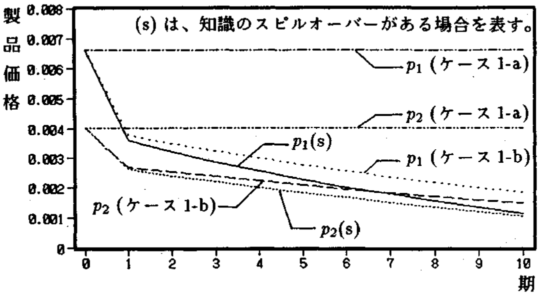
$$\boldsymbol{\Lambda}_{22}=\begin{bmatrix} 0.180 & -0.055 \\ -0.055 & 0.180 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\kappa}=\begin{bmatrix} -0.0000001 \\ -0.0000001 \end{bmatrix}$$

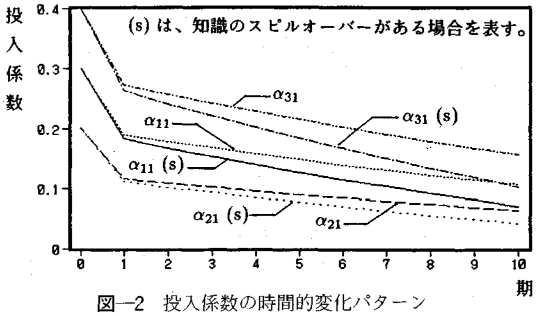
$$\boldsymbol{\eta}_1=\begin{bmatrix} -0.0002 \\ -0.0001 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{\eta}_2=\begin{bmatrix} -0.0001 \\ -0.0002 \end{bmatrix}$$

$\bar{\boldsymbol{D}}=[0.51, 0.51]$ $\delta=0.5$ $\pi=0.4$ $p_{n+1}=0.01$ $\rho=0.05$

表—1 には数値計算に用いたパラメータ値を示している．また，投入係数・資本係数の初期値としては，現時点における集計的産業部門（資本部門，知識部門）の係数の平均値を想定している．また，割引率 ρ は，時間を通じて一定値 0.05 をとることとした．なお，各期の最終需要量は毎期ごと一定割合（5％）ずつ成長すると仮定した．**図—1** には，1）技術革新を考慮せず，投入係数・資本係数もともに定数である場合（ケース 1—a)，2）技術革新を考慮した場合（ケース 1—b）における（賃金で基準化した）製品価格の時間的な変化パターンを示している．ケース 1—b の場合，動学モデルは式（39）で与えられる．**図—1** より明かなように，技術革新が進展しない場合には，賃金単位で計測した製品価格は一定となる．しかし，技術革新がある場合には，製品価格は長期的に低減していく．換言すれば，いずれかの製品をニューメレールに選択した場合，製品価格で計測した労働賃金が増大していくことを示す．**図—2** は投入係数の時間的な変化パターンを，**図—3** は資本係数の変化パターンを示している．知識のスピルオーバーが存在する場合，それが存在しない場合と比較して明らかに投入・



図—1 製品価格の時間的変化パターン

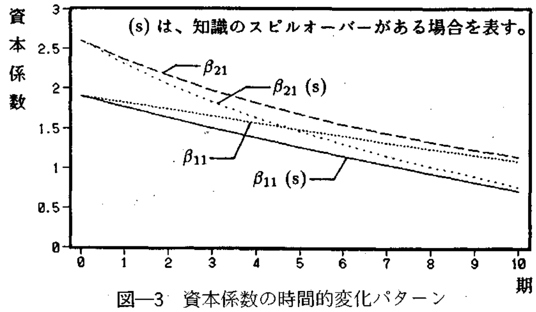


図—2 投入係数の時間的変化パターン

資本係数がより早く減少していくことが読み取れる．このことから，知識のスピルオーバー効果が，資本・知識の蓄積過程を加速させ，それにより費用の低減をもたらすことが理解できる．また，図—1より知識のスピルオーバ効果が存在する場合，製品価格もより早いテンポで減少していくことが理解できる．なお，本モデルでは賃金，最終需要量，利子率が内生化されていない．知識のスピルオーバ効果の存在が経済発展に及ぼす影響を総合的に分析するためには，本モデルを部分モデルとするようなマクロ経済モデルを開発する必要がある．この問題に関しては，本稿の域を越えており今後の研究課題としたい．

(3) モデル推計上の課題

技術革新を内生化した動的I-Oモデルでは資本係数の推計問題に加えて，技術革新関数の推計が問題となる．産業連関表が観測されている時間断面は限られており，技術革新関数に含まれているパラメータの数が利用可能なデータ数より多くなるという問題が生じる．また，技術革新・知識生産に関しては調査体系が整備されておらず，モデル推計に必要なデータが入手しにくいのも事実である．技術革新関数を本格的に推計しようとすれば，今後の調査体系の整備とデータ蓄積を待たざるを得ないが，現存データでもある程度の対応は可能である．たとえば，1）個別企業のミクロデータに基づく方法，2）地域別産業連関表を用いる方法が考えられる．最適値関数（30）はミクロ推計結果の集計可能性という特性を有している．したがって，ミクロデータによる最適値関数の推計結果を直接技術関数の推計に利用できる．一方，2）は直接，技術革新関数を推計する簡便な方法である．また，地域経済を対象とした場合，知識のスピルオーバ効果$\zeta(t)\Omega(t)$，社会基盤の整備過程（40）を地域間時間距離データ等を用いて推計することが可能となる．



図—3 資本係数の時間的変化パターン

7. おわりに

本研究では，技術革新を内生化した動的I-Oモデルを提案した．本モデルの特徴は，企業のR＆D・投資行動の結果生じる技術革新を，産業連関表における投入係数・資本係数の動的変化過程として記述した点にある．また，産業間での知識のスピルオーバーが存在する場合，社会資本・知識基盤の整備により産業構造の政策的誘導が可能であることを示した．技術革新を内生化した動的I-Oモデルを企業のミクロ行動と整合のとれた形で提示した研究は，著者の知る限り本論文が最初である．本研究で提案したモデルは操作性に富み，実証研究の蓄積により実用的モデルの開発も可能である．本論文では技術革新を内生化した動的I-Oモデルの全体構造を示すにとどまり，モデルの細部に関する詳細な議論は，紙面の都合上割愛せざるを得なかった．本モデルの実用化に関しては，モデルの細部に関する議論とともに逐次発表する予定である．

本論文が目的とする動的I-Oモデルの全体構造に関して，今後の研究課題をいくつか指摘できる．第1に，モデルは推計すべきパラメータの数が多く，その数を減らす工夫が必要である．パラメータの数を減少させることはある特定のタイプの技術代替性を仮定することに他ならない．そこで，ありうべき技術代替性に関する理論的研究とその実証分析の方法を開発することが必要である．第2に，最終需要・賃金率・利子率の内生化が必要である．そのためには，動的I-Oモデルをサブモデルとして内包するようなマクロ経済モデルの開発が必要である．第3に，技術革新を内生化した地域間動学モデルの開発も可能である．特に，情報・通信技術，交通技術の進歩が国土構造に及ぼす影響を分析するためには，これらのモデルの開発が不可欠である．このように，今後に残された研究課題は極めて豊富であるが，本論文により技術革新を明示的に考慮した地域動学モデルのプロトタイプを提示しえたと考える．なお，本研究の遂行にあ

たって科学研究費補助金（一般 C 03650437）の援助を賜わった．ここに，感謝の意を表します．

参 考 文 献

1）Leontief, W. W. : The Structure of American Economy, 1919-1929, An Empirical Application of Equilibrium Analysis, Harvard Univ. Press, 1941.

2）Leontief, W. W. : Input-Output Economics, Oxford University Press, 1966.

3）Morishima, M.: Prices, interest and profits in a dynamic Leontief system, Econometrica, 26, pp.358～380, 1958.

4）Solow, R. M. : A competitive valuation in a dynamic input output system, Econometrica, 27, pp.65～94, 1959.

5）Miller, R. E.et al. eds. : Frontiers of Input-Output Analysis, Oxford Univ. Press, 1989.

6）Morishima, M. : Equilibrium, Stability and Growth ; A Multi-Sectoral Analysis, Clarendon Press, 1964.

7）Johansen, L. : Production Functions, North-Holland, 1972.

8）Zhang, W.-B. : Economic Dynamics, Springer-Verlag, 1990.

9）Miyata, Y. and Yamamura, E. : The model reference adaptive system in the dynamic input-output model, Papers of the RSA, 68, pp.57～70, 1990.

10）Kobayashi, K., Batten, D. F. and Andersson, Å. E. : The sequential location of knowledge oriented firms over time and space, Papers in RS, 70, pp.381-397, 1991.

11）時子山和彦：産業構造と消費構造，東洋経済新報社，1987.

12）Liew, C. L. and Liew, C. K. : A comparative study of household interactive variable input-output models, J. of Urban Economics, 24, pp.64～84, 1988.

13）小林潔司：研究展望―知識社会における産業立地と地域動学，土木学会論文集，No.449/IV-17, pp.27-36, 1992.

14）Hicks, J. R. : The Theory of Wages, Macmillan & Co, Ltd., pp.121～127, 1963.

15）Fellner, W. : Two propositions in the theory of induced innovations, the Economic J., LXXI, 282, pp.305～308, 1961.

16）Kennedy, C. : Induced bias in innovation and the theory of distribution, the Economic J., LXXIV, pp. 541～547, 1964.

17）Bacharach, M. : Biproportionate Matrices and Input-Output Change, Cambridge Univ. Press, 1970.

18）Griliches, Z. : Issues in assessing the contribution of research and development to productivity growth, Bell J. of Economics, 10, pp.92～116, 1979.

19）Jaffe, A. : Technological opportunity and spillovers of R & D, American Economic Review, 76, pp.984～1001, 1986.

20）Bernstein, J. I. and Nadiri, M. I. : Research and development and intra-industry spillovers : An empirical application of dynamic duality, Review of Economic Studies, 56, pp. 249～269, 1989.

21）Romer, P.M. : Increasing returns and long-run growth, J. of Political Econ., 94, pp.1002～1037, 1986.

22）たとえば，西村清彦：経済学のための最適化理論入門，東京大学出版会，1990.

23）McLaren, K. R. and Cooper, R.J. : Intertemporal duality : Application to the theory of the firm, Econometrica, 48, pp. 1755～1762, 1980.

24）Epstein, L. G. : Duality theory and functional forms for dynamic factor demands, Review of Economic Studies, 48, pp.81～95, 1981.

25）Lau, L. : A characterization of the normalized restricted profit function, J. of Eco. Theory, 12, pp.131～163, 1976.

26）Epstein, L. G. and Denny, M. G. S. : The multivariate flexible accelerator model, Its empirical restrictions and an application to U.S. manufacturing, Econometrica, 51, pp.647～674, 1983.

（1993. 1. 11 受付）

A DYNAMIC INPUT-OUTPUT MODEL WITH ENDOGENOUS TECHNICAL CHANGE

Kiyoshi KOBAYASHI and Kazuki OITA

This paper proposes a computable dynamic input-output model to examine interactions between knowledge accumulation and economic development with endogenous technical change. The model explicitly introduces new sectors called knowledge sectors into the traditional dynamic input-output economic system. It is assumed that the growth of knowledge is the main source of technical change. The first part of the paper describes the micro-economic foundation of our model, whose framework is the adjustment-cost model of investment, knowledge and factor demands. The second part contains the empirical specification of the firms' micro-behavior and an input-output description of multi sectorial interactions between outputs, knowledge, and factor inputs.