

# 適応観測器による圧密沈下予測

脇田英治\*

軟弱地盤上に盛土を行う工事においては盛土の放置期間中に沈下の観測データを用いて沈下予測を行い、余盛りの撤去時期や次段階の工程の開始時期を判断する必要がある。その場合、二次圧密を考慮した沈下予測を行うことができれば、残留沈下や撤去時期に関してより正確な予測を行うことができる。本論文は二次圧密を考慮できる沈下の状態方程式とそのパラメータの同定のできる適応観測器を提案する。そして、現場観測例を対象にその適用性を検討する。

**Key Words** : embankment, observation, prediction, secondary compression, settlement.

## 1. はじめに

軟弱地盤上に盛土を施工する場合、施工中に沈下観測を行い、その結果に基づいて、事前設計を修正しながら施工を進めるのが一般的である。その場合、観測された沈下データから将来の沈下予測を行う手法としては、現在までにさまざまな方法が提案されている。ところが、一次圧密理論に基づく予測法に共通して、予測値は実測値を過少評価する傾向があることが数多く指摘されている<sup>1),2)</sup>。その原因は二次圧密の影響によるものではないかと考えられる。すなわち、粘性土地盤では一般的に一次圧密の後期に二次圧密が発生し、その影響により、初期に予測した沈下量よりも大きな沈下量が観測されるものと考えられる。しかも、この二次圧密による沈下は時間の対数に比例するので、未改良地盤のような一次圧密に長時間を要する場合には、その背後に隠れ実用上あまり問題とならない。しかし、パーチカルドレインなどで地盤改良を行ったような地盤では、一次圧密が早期に終了するので、二次圧密の沈下量が早い時期に顕著になり無視しえない値となることが多い。

竣工後の残留沈下を未然に防止するためには、観測データに含まれる二次圧密沈下成分の経時変化を定量的に推定することが肝要であると考えられる。本論文では、二次圧密の影響を考慮できる新しい沈下モデルを提案し、適応制御理論に基づいて、施工現場において観測データからそのパラメータを同定する手法を提案する。

なお、著者は、先に、関連論文として「沈下状態方程式」を基礎方程式とする将来沈下の予測法を提案している<sup>3)</sup>。その論文は施工の極めて早い段階に、将来の時間-沈下曲線を予測し、設計ヘフィードバックすることを目的としたもので、パラメータの同定法としては、オフ

ライン最小二乗法を用いている。それに対して、本論文は、その「沈下状態方程式」を基礎方程式として、二次圧密を考慮した定式化を行い、それについて適応観測器によりオンライン方式で、パラメータの同定を行う方法を提案している。

ここで、本論文における二次圧密の定義とその扱い方について述べておく。すなわち、圧密沈下の観測データを支配するシステム（沈下挙動をする地盤）を沈下の全期間を通じて唯一として扱うのは無理であると思われる。むしろ、一次圧密沈下成分が支配的な時期と二次圧密沈下成分が支配的な時期の2つに分けて扱った方がシステム同定上は好ましいと考えられる。そこで、当初、一次圧密沈下成分が支配的な沈下挙動の観測データに対しては1つのシステム（一次圧密的沈下のみを考慮したシステム）としてシステム同定を行う。やがて、時間の経過とともに、もはや1つのシステムと扱うには確率的に矛盾が無視しえない状態となった時、別のシステム（一次・二次圧密を考慮したシステム）に切り替えてシステム同定を行うものである。このシステム切り替えのための判定のことを本論文では「二次圧密発生の判定」と呼んでいる。したがって、本論文における二次圧密とは見かけ上の二次圧密である。二次圧密が載荷当初から生じているかどうか、あるいは生じているとしても、初期の割合は実用上は無視できるものであるかなどについては諸論があり、結論が出ていないと思われる。もし、載荷当初から二次圧密が生じ、観測データの中にその成分が含まれているとすれば、本解析法ではその部分は最初のシステムにより扱われ、一次圧密と一緒に処理される。検出される二次圧密成分はシステムを切り替えた後の増加分ということになる。したがって、その場合には、厳密な物理的な意味での全二次圧密成分の定量的な推定が行われているとは言えない。しかし、いずれにしても実用的見地からは提案する解析法により二次圧密の定量的

\*正会員 技術士 清水建設(株)大崎研究室 主任研究員  
(〒100 千代田区内幸町 2-2-2 富国生命ビル 27F)

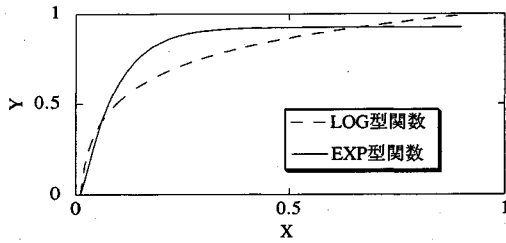


図-1 「LOG型関数」と「EXP型関数」

表-1 カルマンフィルタ計算条件

	設定値
状態量	$X = [X_1, X_2, X_3]^T$ $X_1, X_2, X_3$ はそれぞれ式(2)の $a, b, c$
計算式	文献3) pp.131-132
システムノイズの分散	$Q=0$ とする
観測ノイズの分散	$R=0.01 \text{ cm}^2$ とする
共分散行列の初期値	$P = \begin{bmatrix} 1.0 \times 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 \times 10^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix}$ cm <sup>2</sup> とする

同定は可能と言えるし、沈下の予測上は支障とはならないと考えられる。

## 2. 従来の二次圧密を考慮した沈下予測法の問題点

### (1) 「LOG型関数」と「EXP型関数」

時間の対数に比例する型の関数を「LOG型関数」、時間の指数に比例する型の関数を「EXP型関数」と呼び、両者を比較すると、図-1のようになる。つまり、「LOG型関数」は時間の増加に対して、常に上昇を続けるが、「EXP型関数」は時間の増加に対してしだいに安定し、やがて一定値となる。

ところで、時間の対数に対して、各時刻の沈下量が比例することが二次圧密の特徴である。したがって、以上のような両関数型の相違点を考慮すれば、二次圧密を表わすには「EXP型関数」ではなく、「LOG型関数」で表わすのが妥当であると考えられる。

### (2) 従来の二次圧密を考慮した予測法の問題点

過去に、観測データを用いる二次圧密を考慮した沈下予測法としては次に述べる方法が星谷・斎藤<sup>3)</sup>により提案されている。その方法においては二次圧密現象は次式で示されるVoigtモデルにより表わされている。

$$\rho_2 + \alpha \rho_2 = \beta \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\rho_2$ は二次圧密沈下量であり、 $\alpha, \beta$ はパラメータ、記号の頭の「 $\cdot$ 」(ドット)は時間に関する一回微分を表わす。そこで、一次圧密沈下量を $\rho_1$ とすると、全沈下量( $\rho = \rho_1 + \rho_2$ )は次の浅岡モデル<sup>4)</sup>(次数2の

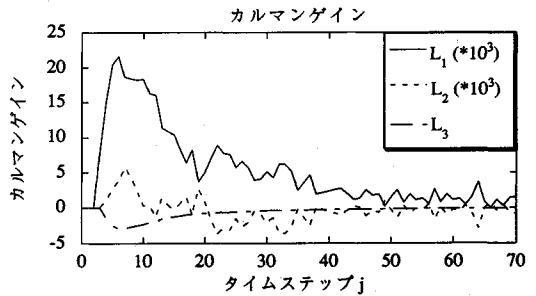
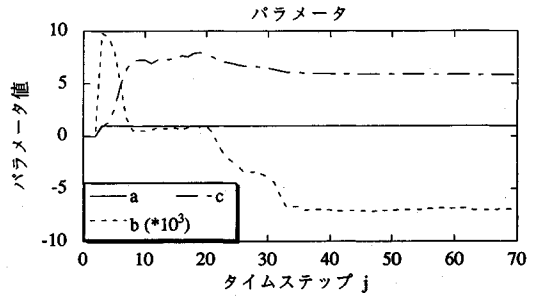


図-2 パラメータ収束状況とカルマンゲイン

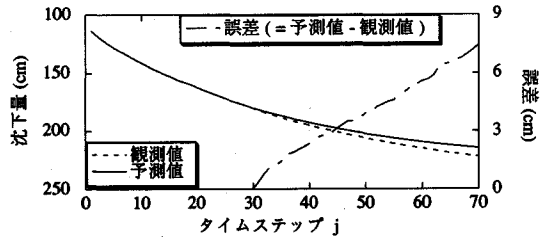


図-3 カルマンフィルタによる沈下予測結果

ARモデル)に従う。

$$\rho(j) = a\rho(j-1) + b\rho(j-2) + c \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $\rho(j)$ は観測データを離散化した時のタイムステップ $j$ の時の沈下量、 $\rho(j-1), \rho(j-2)$ は $j$ 時点より過去の $(j-1), (j-2)$ 時点の沈下量であり、 $a, b, c$ はパラメータである。

ここで、Voigtモデルは前述した「EXP型関数」であるので、二次圧密を表現するには適当でないと考えられる。いま、後述の現場観測例を用いて、その不合理な点を示してみる。後述の図-10に示す沈下観測データ(Case 2)において、観測データのうち盛土荷重が一定となった部分のデータを用いて、星谷<sup>他</sup>の方法を適用してみた。ここで、式(2)のカルマンフィルタによる同定ではシステムノイズの分散、観測ノイズの分散および推定誤差の共分散行列の初期値を計算条件として与える必要があり、それらの値をここでは表-1のように設定した。図-2は式(2)のパラメータのカルマンフィルタによる同定結果である。図-2においてパラメータやカルマンゲインは変動し、なかなか収束に至っていない。

これは本来、二次圧密に原因する予測誤差を二次圧密として同定するのではなく、観測ノイズとして扱って、無理に同定しようとしているためであると考えられる。j=30 時点のパラメータの値はカルマンゲインの収束過程であり、その値を沈下予測に用いるのは本来は不適當であるが、仮にその値を用いて、j=30 の時点において沈下予測を行った結果を示したのが、図-3 である。図-3 によると、観測データの最後の時点で 7.5 cm の予測誤差が生じている。この予測誤差の主な原因は j=30 の時点よりも後の二次圧密によるものであると考えられる。このように、「EXP 型関数」に基づく二次圧密を考慮した沈下予測法ではその適用性に自ら限界があると考えられる。

3. 二次圧密を考慮した沈下状態方程式の提案

(1) 沈下の状態方程式表現について<sup>5)</sup>

沈下量や盛土荷重は本来、連続的に変化する量である。しかし、その観測を一定時間間隔 Δ で行くと、離散時間状態量が得られる。その時、j 番目の沈下量の観測値を Y(j) と表わす。j は正の整数で、j=1, 2, … である。そして、沈下の時系列データを自己回帰移動平均モデル (ARMA モデル) で表わすと次のようになる。

$$Y(j) = \sum_{i=1}^k \{a(i)Y(j-i) + b(i)u(j-i)\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、k は次数、Y(j-1), Y(j-2) … は j 番目より以前の (j-1), (j-2), … 番目の沈下観測値であり、u(j-1), u(j-2) … は同様に、j 番目より以前の盛土荷重観測値である。ここで、新たに状態を表わすベクトル X(j) を次のように定義し、それを用いて式 (3) を変形する。

$$X(j) = [X_1(j) \ X_2(j) \ \dots \ X_k(j)]^T \dots\dots\dots (4)$$

$$X_1(j) = \sum_{i=1}^k \{a(i)Y(j-i) + b(i)u(j-i)\}$$

$$X_2(j) = \sum_{i=2}^k \{a(i)Y(j-i+1) + b(i)u(j-i+1)\}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$X_m(j) = \sum_{i=m}^k \{a(i)Y(j-i+m-1) + b(i)u(j-i+m-1)\} \dots\dots\dots (5)$$

ただし、m ≤ k である。

そこで、これらを用いて、システムの状態を表わすと次のようになる。

$$X(j) = A_d X(j-1) + B_d u(j-1) \dots\dots\dots (6)$$

$$Y(j) = C_d X(j) \dots\dots\dots (7)$$

ここに、A<sub>d</sub>, B<sub>d</sub>, C<sub>d</sub> は係数行列であり、それぞれ次のような内容である。

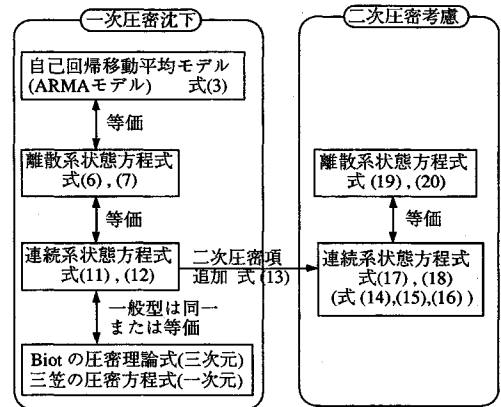


図-4 沈下状態方程式間の関係

$$A_d = \begin{bmatrix} a(1) & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ a(2) & 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ a(3) & 0 & 0 & 1 & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & & & \ddots & 1 \\ a(k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

$$B_d = [b(1) \ b(2) \ \dots \ b(k)]^T \dots\dots\dots (9)$$

$$C_d = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ \dots \ 0] \dots\dots\dots (10)$$

以上の離散系沈下状態方程式は次の連続系沈下状態方程式と等価であり、両者間のパラメータの変換も容易に行うことができる。

$$\dot{x} = Ax + Bu \dots\dots\dots (11)$$

$$y = Cx \dots\dots\dots (12)$$

$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_k]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & & & \\ a_{k1} & \dots & \dots & b_{kk} \end{bmatrix}$$

$$B = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_k]^T$$

$$C = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

ここで、x, y, u はそれぞれ沈下の状態量、沈下の観測値、盛土荷重値を表わすベクトルである。(それぞれ、式 (4) と式 (5) に対応)

(2) 一次圧密沈下成分の状態方程式

式 (11), (12) の型の式は三笠の圧密方程式、および Biot の圧密理論式から誘導することができる<sup>5)</sup>。つまり、式 (11), (12) を用いれば、それらの圧密理論に従う時間-沈下曲線を表わすことができると考えられる。また、現場観測例に式 (11), (12) に基づく沈下予測法を適用し、それらと良く適合することが示されている<sup>5)</sup>。

そこで、ここでは、式 (11), (12) を一次圧密沈下成分の状態方程式として設定する。

(3) 二次圧密沈下成分の状態方程式

2.において述べたように二次圧密沈下成分は「LOG型関数」であるので、その挙動を表わす式として、本論文では次式を用いる。

$$\dot{\eta} = \frac{F'}{t} \dots\dots\dots(13)$$

ここに、 $t$ は時間、 $F'$ は定数、 $\eta$ は二次圧密の沈下成分である。

(4) 一次・二次圧密を考慮した沈下状態方程式

以上の点を考慮して、一次・二次圧密を考慮した沈下の状態方程式を次のように設定する。

$$\dot{x} = Ax + Bu \dots\dots\dots(14)$$

$$\dot{\eta} = \frac{F'}{t} \dots\dots\dots(15)$$

$$y = Cx + \eta \dots\dots\dots(16)$$

$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m]^T$$

ここで、 $A, B, C$ などは式(11)、(12)と同一である。式(14)は上述の「EXP型関数」に、式(15)は「LOG型関数」に対応するものである。そして、式(14)の $x$ は一次圧密沈下成分、式(15)の $\eta$ は二次圧密沈下成分を表わしており、観測値はそれら両者の和であり、式(16)で与えられる。 $x$ の次数は任意であるが、説明を簡略化するため以後、次数2の場合のモデルについて説明する。次数2の場合、式(14)~(16)を書き換えると、次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{22} \\ \frac{F'}{t} \end{bmatrix} [u] \dots\dots\dots(17)$$

$$y = Cx \dots\dots\dots(18)$$

$$C = [1 \ 0 \ 1]$$

ここで、 $x_1, x_2$ は一次圧密成分の沈下状態量、 $x_3$ は二次圧密成分の沈下状態量である。次に、式(17)、(18)を離散化すると以下ようになる。

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}_{j-1} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \frac{F}{jD+t_0} \end{bmatrix} [u]_{j-1} \dots\dots\dots(19)$$

$$Y(j) = CX(j) \dots\dots\dots(20)$$

$$C = [1 \ 0 \ 1]$$

ここで、 $t_0$ は観測データを盛土開始時点から扱う場合には0であるが、ある任意の時間から計算を開始する場合には設定する必要がある。以上、沈下状態方程式をいろいろな形に変形して示したが、それらの関係は図-4のようにまとめられる。

表-2 パラメータの同定に関する特徴の相違

	カルマンフィルタ	適応観測器
1	確率的同定法である。観測値も確率変数の一つとして、予測値が真値に $t \rightarrow \infty$ で収束するよう推定される。	確定的同定法である。各時間ステップの観測値は確定値として扱われる。
2	パラメータの時間変化は式で与えるか、そうでなければ、時間的に定常でなければならない。	パラメータの時間的な変化を考慮できる。
3	パラメータの同定に関して収束が遅い(確率的な取り扱いのため)	パラメータの同定に関して収束が速い(確定的な取り扱いのため)

4. 沈下状態方程式のシステム同定法と沈下予測法

(1) 適応観測器とカルマンフィルタ

二次圧密の影響をうける沈下予測問題に式(19)、(20)を適用し、そのパラメータを同定する。その手法として本論文では適応観測器を用いる。適応観測器(adaptive observer)はシステムのパラメータが未知で、状態変数も測定できない場合に、システムの入出力信号を用いて、パラメータの同定と状態変数の推定を同時に行う方法である。適応観測器と似たシステム同定法にカルマンフィルタがある。そこで、まず最初にそれら両者の相違点について述べる。

カルマンフィルタの定式化は、システムの状態(誤差分散)がガウス分布の定常確率過程に従うという仮定の上で成立しているため、ノイズの統計的性質(平均および共分散)が既知であることが必要である。しかし、あらかじめ、ノイズの統計的性質を精度よく把握しておくことは、一般的に極めて困難である。また、現実のシステムとしての地盤の挙動特性は、施工の状態の変化などにより施工中に変動するものである。これらの変動が小さい間はパラメータやノイズの状態が単一の母集団の変動に従うと近似的に扱えるので、カルマンフィルタによる定式化が有効である。しかし、二次圧密の影響や地盤の弾塑性挙動などにより地盤の挙動特性の変動が大きい時、もはや、システムの状態は終始一定であると考えることには無理がある。むしろ、システムのパラメータが時間的に変化すると考えるほうが妥当である。このような地盤の沈下問題にカルマンフィルタを適用する場合には自ら限界があると考えられる。

それに対して、適応観測器の場合には、前述したシステムとしての地盤の挙動特性が変動する場合に、その特性変動に応じて、パラメータをオンライン的に変動させて、常にシステムとモデルの挙動特性に関する誤差が少なくなるように保持する構成となっている。これら適応観測器とカルマンフィルタの特徴を比較すると表-2のようになる。

(2) Kreisselmeier 型適応観測器

二次圧密の影響により、沈下の状態が途中で変化する問題に対しては、表-2の適応観測器の特徴2, 3は都合が良い。Kreisselmeier 型適応観測器は以下のような構成となっている<sup>6)</sup>。システムの状態方程式は次式で表わされる。

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$y = Cx \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$A = \begin{bmatrix} & & I_{n-1} \\ a & & \dots \\ & & 0 \end{bmatrix}$$

$$a = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n]^T$$

ここで、 $I_{n-1}$  は行と列の大きさが  $(n-1)$  の単位行列、 $B, C$  は式 (11), (12) と同じものである。そこで、漸近安定な任意の既知の行列  $G$  を導入し、式 (21), (22) を変形する。

$$\dot{x} = Gx + (a-g)y + Bu \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$y = Cx \quad \dots\dots\dots(24)$$

$$G = \begin{bmatrix} & & I_{n-1} \\ g & & \dots \\ & & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(25)$$

$$g = [g_1 \ g_2 \ \dots \ g_n]^T \quad \dots\dots\dots(26)$$

式 (23), (24) を解くと、次式が得られる。 $(x(t_0) = 0)$  の場合)

$$\hat{y} = f_y^T (a-g) + f_u^T b \quad \dots\dots\dots(27)$$

ここで、 $f_y, f_u$  は状態変数フィルタと呼ばれ、次の微分方程式の解である。

$$\dot{f}_y = G^T f_y + C, B^T y \quad \dots\dots\dots(28)$$

$$\dot{f}_u = G^T f_u + C, B^T u \quad \dots\dots\dots(29)$$

$y(t), u(t)$  を与えることにより、式 (28), (29) より  $f_y, f_u$  を求めることができる。そこで、観測値  $y$  とその推定値  $\hat{y}$  (式 (27)) との誤差  $\varepsilon(j)$  が  $t \rightarrow \infty$  で  $\varepsilon(j) \rightarrow 0$  となるように、パラメータ  $a, b$  を同定する。そして、その結果を用いて、状態変数の推定値  $\hat{x}$  は次式で与えられる。

$$\hat{x} = R_v (\hat{a} - g) + R_u \hat{b} \quad \dots\dots\dots(30)$$

ここに、 $R_v, R_u$  は  $f_y, f_u$  を用いて次式で与えられる。

$$R_i = \begin{bmatrix} C \\ CG \\ \vdots \\ CG^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_i^T \\ f_i^T G \\ \vdots \\ f_i^T G^{n-1} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(31)$$

( $i=y, u$ )

(3) 提案する適応観測器

a) 状態推定

ここでは Kreisselmeier 型適応観測器をベースとして、二次圧密沈下を考慮できる適応観測器を定式化する。

まず、システムの状態方程式を式 (19), (20) のように定義する。つまり、次式である。

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}_{j-1} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ F \end{bmatrix} [u]_{j-1} \quad \dots\dots\dots(32)$$

$$Y(j) = C X(j) \quad \dots\dots\dots(33)$$

$$C = [1 \ 0 \ 1]$$

これは、Kreisselmeier 型適応観測器の式 (21), (22) の状態ベクトル  $x$  に二次圧密沈下成分 (式 (32) の  $X_3$ ) を追加し、それを離散化したものに相当する。次に Kreisselmeier 型適応観測器における行列  $g$  に関して、 $g_i = 0$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) とする。これらのことにより、式 (30), (31) に対応する  $R_v, R_u, a, b$  を次のように定義すれば、Kreisselmeier 型適応観測器と等価となる。

$$R_v(j) = \begin{bmatrix} X_1(j-1) & X_1(j-2) & 0 \\ 0 & X_1(j-1) & 0 \\ 0 & 0 & X_3(j-1) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(34)$$

$$R_u(j) = \begin{bmatrix} u(j-1) & u(j-2) & 0 \\ 0 & u(j-1) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{u(j-1)}{j\Delta + t_0} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(35)$$

$$a = [a_1 \ a_2 \ 1]^T \quad \dots\dots\dots(36)$$

$$b = [b_1 \ b_2 \ F]^T \quad \dots\dots\dots(37)$$

これから、式 (30) に対応する  $\hat{X}(j)$  は次式で与えられる。

$$\hat{X}(j) = R_v(j)a + R_u(j)b \quad \dots\dots\dots(38)$$

また、式 (27)~(29) に対応する状態変数フィルタ  $f_y(j), f_u(j)$  を次式で定義する。

$$f_y(j) = [X_1(j-1) \ X_1(j-2) \ X_3(j-1)]^T \quad \dots\dots\dots(39)$$

$$f_u(j) = [u(j-1) \ u(j-2) \ \frac{u(j-1)}{j\Delta + t_0}]^T \quad \dots\dots\dots(40)$$

これから式 (27) に対応する  $\hat{Y}(j)$  は次式で与えられる。

$$\hat{Y}(j) = [f_y^T(j), f_u^T(j)] [a^T, b^T]^T \quad \dots\dots\dots(41)$$

ただし、式 (34), (39) 中の  $X_1(j-1), X_1(j-2)$  は次式より求める。

$$X_1(j-1) = Y(j-1) - X_3(j-1) \quad \dots\dots\dots(42)$$

$$X_1(j-2) = Y(j-2) - X_3(j-2) \quad \dots\dots\dots(43)$$

b) パラメータの同定

同定誤差は次式で与えられる。

$$\varepsilon(j) = \hat{Y}(j) - Y(j) \quad \dots\dots\dots(44)$$

そこで、 $t \rightarrow \infty$  で  $\varepsilon(j) \rightarrow 0$  となるように、パラメータ  $a, b$  を調整することにより、適応制御の目的が達成できる。このような場合、パラメータの調整法(パラメータ調整則)として、Landau<sup>7)</sup> により超安定理論を用いて

導かれた次式を用いることができる。

$$\theta(j) = \theta(j-1) - \Gamma(j-1)\zeta(j)\varepsilon(j) \dots\dots\dots(45)$$

$$\Gamma(j) = \frac{1}{\lambda_1} \left[ \Gamma(j-1) - \frac{\lambda_2 \Gamma(j-1)\zeta(j)\zeta^T(j)\Gamma(j-1)}{\lambda_1 + \lambda_2 \zeta^T(j)\Gamma(j-1)\zeta(j)} \right] \dots\dots\dots(46)$$

$$\theta^T(j) = [a^T, b^T], \zeta^T(j) = [f_y^T, f_u^T] \dots\dots\dots(47)$$

ただし、 $0 < \lambda_1 \leq 1$ ,  $0 \leq \lambda_2 < 2$ ,  $\Gamma(0) > 0$  である。 $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\Gamma(0)$  は任意の定数であるが、収束の速さに影響し、これらの値を  $\lambda_1 = 0.90 \sim 0.99$ ,  $\lambda_2 = 1.0$ ,  $\Gamma(0) = sI$  ( $I$  は単位行列),  $s = 10^2 \sim 10^3$  の範囲で選ぶのが適している。式 (45) の調整則の実行に当たっては、1 ステップ前の  $\theta(j-1)$  を用いて、次ステップの  $\varepsilon(j)$  を推定する必要がある。このような場合の  $\varepsilon(j)$  の推定式として、次式が適している<sup>8)</sup>。(この式は式 (41), (45) を式 (44) に代入して、変形することにより、容易に得られる。)

$$\varepsilon(j) = \frac{\hat{\theta}^T(j-1)\zeta(j) - Y(j)}{1 + \zeta^T(j)\Gamma(j-1)\zeta(j)} \dots\dots\dots(48)$$

そこで、式 (48) により推定した  $\varepsilon(j)$  を式 (45) に代入することにより、次ステップのパラメータ  $\hat{\theta}(j)$  を同定することができる。パラメータの調整は原理的には以上のようなものであるが、二次圧密検出前と二次圧密検出後では調整則が若干異なる。また、それらの遷移過程においては二次圧密の発生を判定し、調整則を切り替える必要がある。そこで、二次圧密検出前のパラメータ調整用の  $\zeta(j)$  に相当するものとして、 $\zeta_p(j)$  を次のように定義する。

$$\zeta_p(j) = [Y(j-1) \ Y(j-2) \ 0 \ u(j-1) \ u(j-2) \ 0]^T \dots\dots\dots(49)$$

また、二次圧密検出後のパラメータの調整用の  $\zeta_s(j)$  に相当するものとして、 $\zeta_s(j)$  を次のように定義する。

$$\zeta_s(j) = \left[ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \frac{u(j-1)}{j\Delta + t_0} \right]^T \dots\dots\dots(50)$$

したがって、それらを用いて、各段階のパラメータの調整は次のように行う。

二次圧密検出前

$$\varepsilon_p(j) = \frac{\hat{\theta}^T(j-1)\zeta(j) - Y(j)}{1 + \zeta^T(j)\Gamma(j-1)\zeta_p(j)} \dots\dots\dots(51)$$

$$\hat{\theta}(j) = \hat{\theta}(j-1) - \Gamma(j-1)\zeta_p(j)\varepsilon_p(j) \dots\dots\dots(52)$$

二次圧密検出後

$$\varepsilon_s(j) = \frac{\hat{\theta}^T(j-1)\zeta(j) - Y(j)}{1 + \zeta^T(j)\Gamma(j-1)\zeta_s(j)} \dots\dots\dots(53)$$

$$\hat{\theta}(j) = \hat{\theta}(j-1) - \Gamma(j-1)\zeta_s(j)\varepsilon_s(j) \dots\dots\dots(54)$$

ただし、式 (46) では二次圧密検出前後共に  $\zeta(j)$  を用いてよい。

c) 二次圧密発生の判定方法

真に精度の高いシステム同定が実現していれば、同定の

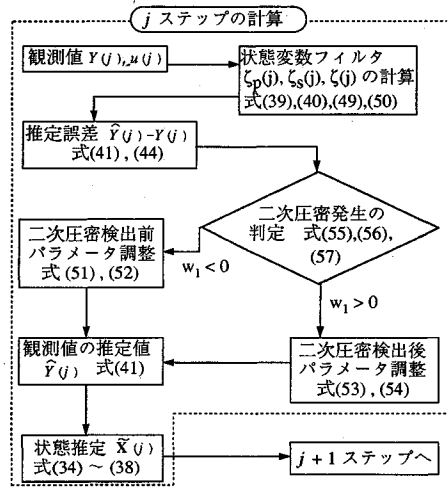


図-5 適応観測器のフローチャート

結果による推定値と観測値の誤差の分散はガウス分布の定常確率過程に従い、その誤差は時間の変化に対して無相関となる。ところが、時間の経過とともに二次圧密がしだいに顕著になってくると、それまでの観測データの同定で得られたパラメータを使い続けようとする、推定値と観測値の誤差は時間とともにしだいに大きくなっていく。(すなわち、時間に対して無相関でなくなる)。このような相関の検定法としてダービン・ワトソン検定 (Durbin-Watson)<sup>9)</sup>を用いることができる。以下、この方法を応用した判定法について説明する。

各判定時点  $j$  において、同定によって得られたパラメータを用いて、その後の  $m$  点の推定値を求める。そして、それらと観測値との誤差  $e(i)$ , ( $i = j, j+1, \dots, j+m-1$ ) を求め、次式により判定を行う。

$$d(j) = \frac{\sum_{i=j+1}^{j+m-1} \{e(i) - e(i-1)\}^2}{\sum_{i=j}^{j+m-1} e(i)^2} \dots\dots\dots(55)$$

$$w_1 = d_L - d(j) \dots\dots\dots(56)$$

ここで、 $d(j)$  はダービン・ワトソン比、 $d_L$ ,  $d_U$  (後述) はそれぞれ  $d(j)$  の信頼区間の下限値、上限値である。なお、データの個数  $m$ , 説明変数の数 (この場合は 4), 信頼限界に関して数表が作成されている<sup>9)</sup>。データ数  $m$  は試行の結果や実用上の便宜を考慮すると、 $m = 15$  が適していると思われる。

二次圧密発生の判定

$w_1 < 0$  の時: 危険率  $\alpha$  では二次圧密の発生を確認できない

…> 未発生として処理する

$w_1 \geq 0$  の時: 危険率  $\alpha$  で二次圧密の発生確認 ( $\alpha$  の値は 5%, 2.5%, 1%)

ただし、以上の方法では、計算開始付近 (たとえば、

図-13の  $j=3\sim 9$ ) では収束解が得られていないためにダービン・ワトソン比が小さな値となっている。したがって、この部分では二次圧密の判定を行うのは好ましくない。そこで、このような部分を判定対象から除くために、次の判定を行い、解の収束を確認する。そして、収束が確認された後、二次圧密の判定を開始する。

解の収束判定

$$w_2 = d(j) - d_0 \dots\dots\dots (57)$$

$w_2 < 0$  の時：危険率  $\alpha$  では解の収束を確認できない  
 ...>未収束として処理する

$w_2 \geq 0$  の時：危険率  $\alpha$  で解の収束確認

ただし、式 (55) の  $d(j)$  を求める  $e(i)$  として、 $i=j\sim(j+m-1)$  の範囲のデータを利用したが、式 (57) ではその目的から考えて、 $d(j)$  を求める  $e(i)$  として、 $i=(j-m/2)\sim(j+m/2-1)$  の範囲のデータを利用すべきである。

図-5は以上の適応観測器のフローチャートである。なお、以上は沈下状態方程式の次数  $k=2$  の場合について、説明したが、 $k>2$  の場合についても同様である。

(4) 沈下予測

沈下観測中の現場においては、以上の適応観測器により同定したパラメータや状態推定値を用いて、その後の圧密沈下を予測することができる。すなわち、式 (32)、(33) に適応観測器により同定したパラメータの値と状態推定値を代入することにより、以後、次々と将来の沈下を求めることができる。

5. 解析法適用例

以下で、3つの観測例 (Case 1~Case 3) に提案する解析法を適用しその適用性を調べる。

(1) 疑似観測データへの適用 (Case 1)

次のような沈下の状態方程式のモデル (式 (17) に相当) により、沈下観測値を発生させ、その同定を行い、与条件と同じものが同定できるかどうかチェックする。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1389 & 0.4937 & 0 \\ -0.1546 & -0.4706 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3.754 \times 10^{-3} & 0 \\ 1.319 \times 10^{-3} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (58)$$

$$y = Cx \dots\dots\dots (59)$$

$$C = [1 \ 0 \ 1]$$

ここで、 $x_1$ 、 $x_2$  は一次圧密成分の沈下状態量、 $x_3$  は二次圧密成分の沈下状態量である。また、式 (58) のパラメータの値は文献5) 中の表-3より引用したもので、実際の現場の沈下観測データを用いたシステム同定により得られたものである。以下の計算条件も同現場の

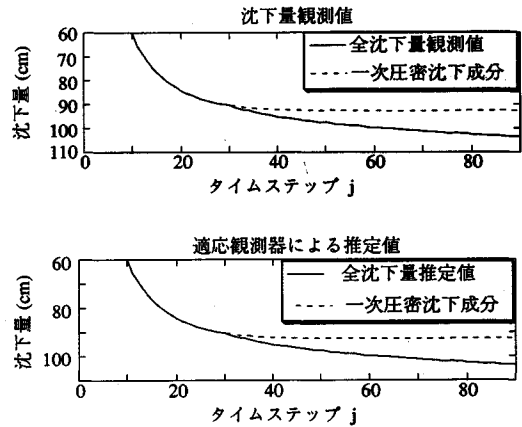


図-6 沈下状態量の推定値と観測値 (Case 1)

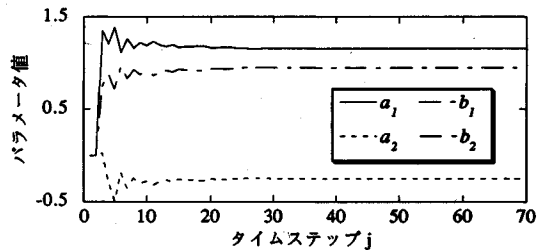


図-7 パラメータ  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $b_1$ 、 $b_2$  の同定結果 (Case 1)

条件を参考に設定する。

計算条件

- a) 観測誤差の分散を  $R=0.015 \text{ cm}^2$  に設定し、正規乱数により観測誤差を与える。
- b) 盛土荷重  $u_1$  は高さ 4.2 m の盛土を想定し、 $u_1 = 4.2$  とする。
- c) 時間の1ステップを  $\Delta=3.5$  日として、 $j=1$  から 90 まで計算する。(つまり、 $3.5 \times 90 = 315$  日分計算)
- d) 二次圧密に関する荷重  $u_2$  は  $j=30$  (つまり、105 日) 時点以後与える。(そして、 $j=1\sim 29$  では、 $u_2 = 0$ 、 $j=30\sim 90$  では  $u_2 = 10/j/\Delta$ ) とする。
- e) ダービン・ワトソン検定に用いる信頼限界は  $\alpha = 2.5\%$  とする。

図-6の上側の図は以上の計算条件の元で式 (58) により発生させた沈下量の観測データであり、図中、点線はその内の一次圧密成分を表わしており、残りが二次圧密成分である。それに対して、図-6の下側の図は提案する適応観測器を用いた同定によって得られたものであるが、両者はほとんど同じ値となっており、良く推定できている。また、図-7はその時の式 (32) のパラメータ  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $b_1$ 、 $b_2$  の同定結果である。同様に、図-8は二次圧密の判定に用いたダービン・ワトソン比と式 (32) のパラメータ  $F$  の同定結果を示している。なお、図-8によると、 $F$  の同定値がばらついているが、これは与条

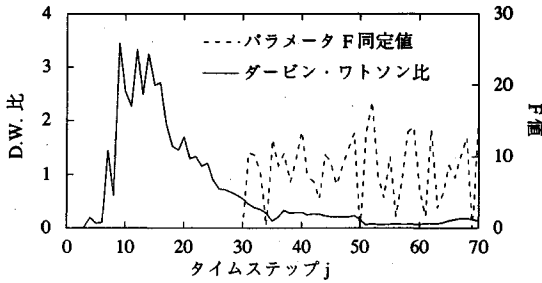


図-8 D.W. 比とパラメータ  $F$  の同定結果 (Case 1)

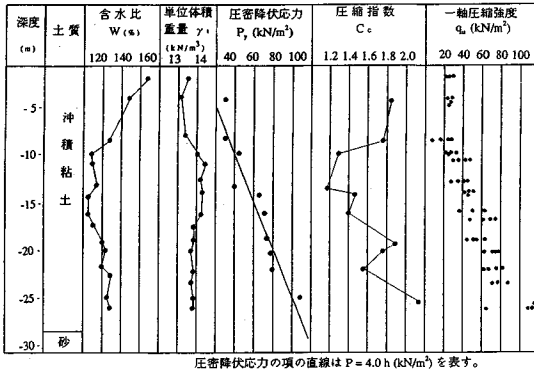


図-9 地層構成および地質 (Case 2)

件の観測ノイズを含んでいるためである。観測ノイズは通常、時間に無相関な正規分布に従い、その平均値は0である。したがって、 $F$  の推定値はこれらばらついた値の平均値として得られる。

(2) 現場観測例への適用 (Case 2)

現場観測例について、提案した方法を適用し、その適用性を調べる。ここで、取り上げる実測例は千葉県の手拓地の造成現場のものである。当地区の地盤は成層状態であり、地層構成および土質は図-9に示すとおりである。本現場では盛土荷重による圧密沈下を早期に終了させるため、地盤改良が施工された。工事では  $72 \text{ m} \times 54 \text{ m}$  の広さで高さ  $3.5 \text{ m}$  の盛土が施工された。工事に先立ってサンドマット (厚さ  $1.5 \text{ m}$ ) が敷かれ、その上から袋詰めサンドドレーン ( $\phi 120$ ,  $\square 1.2 \text{ m}$  正方形配置,  $l=24 \text{ m}$ ) が施工された。図-10に盛土の荷重の推移と盛土中央部に設置された沈下板による沈下の観測結果 (沈下曲線は盛土前の地表面位置の沈下量) を示す。盛土範囲が広く、しかも観測はその中央部で行われたので、その沈下観測データに含まれる局所的な荷重による側方変位や流動の影響は比較的小さいと考えられる。ここでは盛土荷重の影響を除いて、二次圧密の影響だけを考察したいので、図-10のデータのうち、盛土荷重が  $53.9 \text{ kN/m}^2$  で一定となった部分のデータのみについて提案法による同定を行う。

沈下状態方程式のパラメータの同定に用いる観測デー

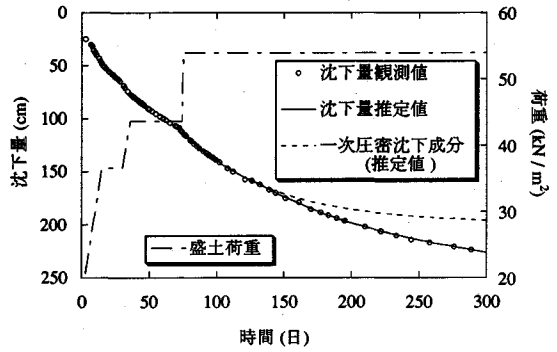


図-10 盛土荷重、沈下観測データおよび同定結果 (Case 2)

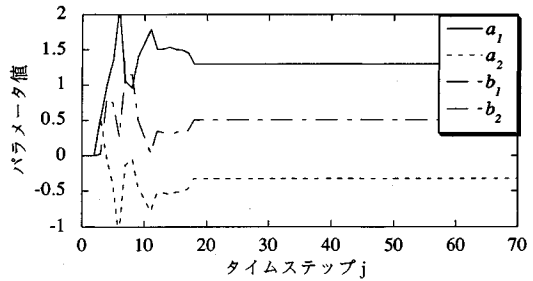


図-11 パラメータ  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  の同定結果 (Case 2)

タの測定時間間隔はモデルの性質上から等間隔でなければならない。ところが、ここでの適用現場の例では、当初は1日ピッチの観測が行われ、末期には7日ピッチの観測が行われた。したがって、このようなデータに沈下状態方程式を適用するため、何等かの補間が必要である。ここでは、解析上の観測時間間隔  $\Delta$  を3日として、その周期に当たる日に観測データがない部分についてはラグランジェ補間法によりデータを補間した<sup>5)</sup>。(富士通FACOM 科学サブルーチンライブラリーSSL IIを使用) また、ダービン・ワトソン検定に用いる危険率は  $\alpha = 2.5\%$  とした。

図-10~12は提案する適応観測器を用いて同定を行った結果である。なお、これらの図において、タイムステップ  $j=1$  は図-10の75日に相当し、以後  $j$  の1の増加は時間3日の増加に対応している。図-10に同定の結果得られた沈下量とその内の一次圧密成分を示した。また、両者の差が二次圧密成分に相当するものである。図-11は式(32)のパラメータ  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  の同定結果である。図-12は二次圧密の発生の判定に用いたダービン・ワトソン比と式(32)のパラメータ  $F$  の同定結果を示している。図-12によると、 $F$  の同定値がほぼ一定になった後、若干右上がりの傾向があるが、これは同定計算が収束していないためではない。つまり、4.(1)で前述したように適応観測器はカルマンフィルタと異なり、システムの変動をパラメータ値の変化で表現する同定法である。図-12の  $F$  値の変動はシステムの



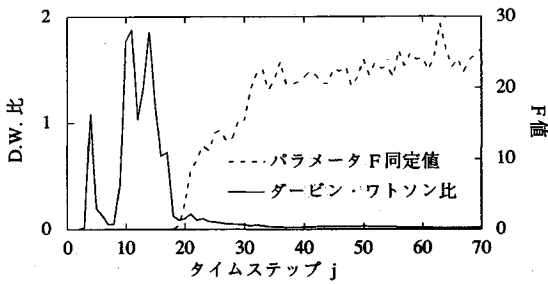


図-12 D.W. 比とパラメータ  $F$  の同定結果 (Case 2)

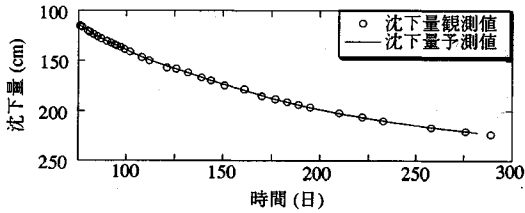


図-13  $j=30$  時点の沈下量予測値と観測値の比較 (Case 2)

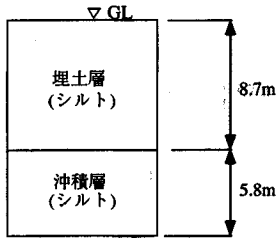


図-14 地層構成 (Case 3)

変動 (平均値の変動, システムノイズ), 観測ノイズによるものであると考えられる。

図-10, 12によると,  $j=20$  付近から二次圧密が発生しており,  $j=70$  時点で 27.5 cm の二次圧密沈下が累積している推定結果となっている。また, 図-13 は観測中の  $j=30$  時点において, その時点までに得られたデータを用いて, その後の沈下を予測した場合の予測値とそれに対応する観測値を示している。二次圧密沈下を考慮した沈下予測の結果, 両者はよく一致しており, 予測誤差は相当小さくなっている。この結果を先に示したカルマンフィルタによる解析結果(図-3)と比較すると, その差がよくわかる。したがって, 二次圧密現象をVoigtモデルで表わすタイプの沈下予測法ではとらえられない予測誤差を, 提案法を用いれば, 考慮できるようになったことがわかる。

### (3) 現場観測例への適用 (Case 3)

本現場観測例は愛知県半田市の臨海部埋立地の造成現場のものである。当地区の地盤は正規圧密状態の飽和粘性土地盤が成層状態を成し, 地層構成および土質は図-14および表-3に示すとおりである。そこへ約 49,000- $m^2$  の広さで平均高さ 4.2 m の盛土が施工され

表-3 室内土質試験結果 (Case 3)

	単 位	埋土層	沖積層
自然含水比	%	62.7	73.3
湿潤密度	kN/m <sup>3</sup>	16.4	16.1
間隙比		1.60	1.65
一軸圧縮強さ	kN/m <sup>2</sup>	37.8	57.7
体積圧縮係数	cm <sup>2</sup> /kgf	$1.35 \times 10^{-1}$	$7.46 \times 10^{-2}$
圧密係数	cm <sup>2</sup> /day	116	154

注)  $m_v, c_v$  は対数平均値, その他は平均値である。

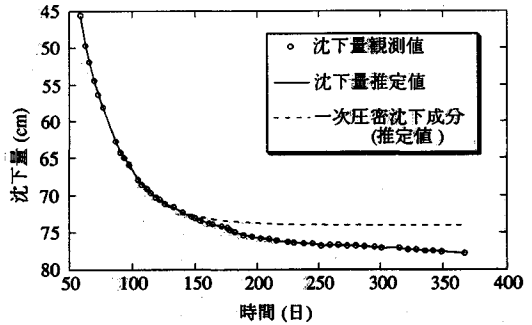


図-15 沈下観測データおよび同定結果 (Case 3)

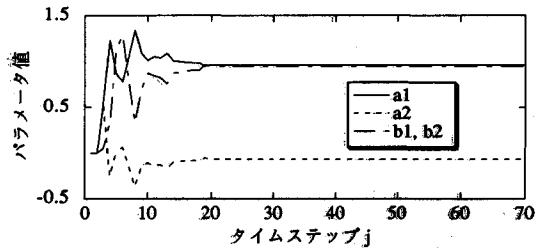


図-16 パラメータ  $a_1, a_2, b_1, b_2$  の同定結果 (Case 3)

た。なお, 盛土に先立ってサンドマット (厚さ 80 cm) が敷かれ, その上から沖積層まで到達する袋詰めサンドドレーン ( $\phi 120, \square 1.15$  m 正方形配置,  $l=14.5$  m) が施工された。

図-15 に盛土の放置期間中の沈下観測データを示した。本解析においては解析上の観測時間間隔  $\Delta$  を 4 日として, その周期に当たる日に観測データがない部分については Case 2 と同様の方法でデータ補間した。盛土の広さや観測位置から判断して, 図-15 に示す沈下観測データに含まれる局所的な載荷による側方変位の影響はかなり小さいと考えられる。

図-15~17 は提案する適応観測器を用いて同定を行った結果である。なお, これらの図において, タイムステップ  $j=1$  は図-15 の 59 日に相当し, 以後  $j$  の 1 の増加は時間 4 日の増加に対応している。図-15 に同定の結果推定された沈下量とその内の一次圧密成分を示した。また, 両者の差が二次圧密成分に相当するものであ

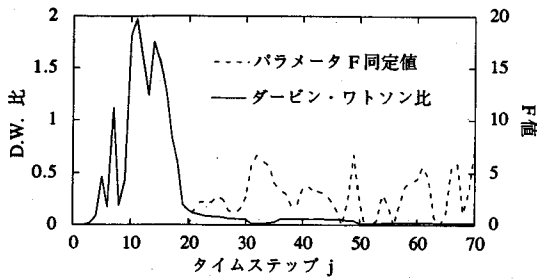


図-17 D.W. 比とパラメータ F の同定結果

る。図-16は式(32)のパラメータ  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  の同定結果である。図-17は二次圧密の発生の判定に用いたダービン・ワトソン比と式(32)のパラメータ F の同定結果を示している。この例の場合も提案法は有効に機能している様子が観察される。

## 6. むすび

本論文では2.で過去に提案された二次圧密を考慮した沈下予測法の問題点を指摘し、3.でそれを克服できる二次圧密を考慮した沈下の状態方程式を提案した。そして、4.でそのパラメータの同定のできる適応観測器を提案した。そして、施工中の沈下観測データを用いてその後の沈下を予測する方法を示した。そして、5.で実際の沈下観測例を用いてその適用性を検討した。その結果、提案法は有効な方法であることが確認できた。

沈下状態方程式自体は3.(2)で述べたように既応の一次元圧密理論および三次元圧密理論と等価なものであると考えられる。また、観測データを用いる本論文のような沈下予測法においてはパラメータはすべて未知数としてシステム同定により得られるので、三次元を考慮した解析法の補正は不要な場合が多い。(三次元問題を二次元問題に換算したようなパラメータ値が、意図しなくてもシステム同定により自然に得られるからである)。しかし、本論文で提案した解析法が三次元的沈下に対応するかどうかについては事例がないので明らかではない。それについては今後、研究したいと考えている。

また、本論文では二次圧密を考慮した適応観測器の定式化を示したが、二次圧密項をゼロと置か、または、取り除くことにより、二次圧密の影響がない場合のシステム同定にも利用することができる。そして、そのような沈下モデルを用いて、地盤が弾塑性的挙動を示す沈下問題のシステム同定を行う場合には、最小二乗法やカルマンフィルタよりも、4.(1)で述べた理由により、適応観測器が適していると思われる。これらについては別の機会に詳細について報告したいと考えている。

謝辞：本研究を行うにあたり、名古屋大学 工学部 松尾稔教授、浅岡顕教授、および清水建設(株)大崎研究室 石井清博士、鈴木誠博士に貴重なご助言をいただきました。ここに、感謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) 吉国洋・井上年行・住岡宣博・原久夫：現場計測法による圧密沈下予測法の特長について、土と基礎、Vol.29, No.1253, pp.7~13, 1981.
- 2) 若槻良行・永田孝夫・和泉聡：現場計測による軟弱地盤上の盛土沈下予測法の精度、日本道路公団試験所報告、Vol.25, pp.27~37, 1988.
- 3) 星谷 勝・斉藤悦郎：建設技術者のためのデータ解析と応用、鹿島出版会、p.129, 1991.
- 4) Asaoka, A.: Observational Procedure of Settlement Prediction, Soils and Foundations, Vol.18, No.4, pp.87~101, 1978.
- 5) 脇田英治：観測データによる圧密沈下予測と設計へのフィードバック法、土木学会論文集、No.457/III-21, pp.117~126, 1992.
- 6) G. Kreisselmeier: Adaptive Observers with Exponential Rate of Convergence, IEEE, Trans, AC-22-1, pp.2~8, 1977.
- 7) I.D. Landau, R. Lozano: Unification of Discrete Time Model Reference Adaptive Control Design, Automatica, Vol.17, No.4, pp.593~611, 1981.
- 8) 嘉納秀明：現代制御工学、日刊工業新聞社、p.234, 1984.
- 9) 小林龍一：相関・回帰分析法入門、日科技連、1982.

(1992.11.4 受付)

# CONSOLIDATION SETTLEMENT PREDICTION BY ADAPTIVE OBSERVER

Eiji WAKITA

This paper deals with the consolidation settlement prediction based on the observation of the earth fill which is constructed on soft clay layers. A new state space equation of settlement is proposed considering the influence of secondary compression. It shows that the unknown parameters of the model can be estimated by the adaptive observer which is proposed in this paper. This paper describes a new way to predict the future settlement with the observed data under construction. This method was applied to actual observations. It has been confirmed that this method is effective for predicting the settlements with inclusion of secondary compression.