

ひずみ軟化およびダイレタンシー特性を考慮した 非静水圧状態における空洞周りの 岩盤挙動の解析法

江崎哲郎*・蔣 宇静**・相川 明***

本論文では、非静水圧状態における地下空洞の弾塑性挙動を解析的に解明する一手法を提案した。岩盤は破壊後ひずみ軟化特性とダイレタンシー挙動を呈すると仮定されている。初期地山応力の載荷範囲を詳細に検討した上で、周辺岩盤の弾塑性挙動や破壊モード、塑性半径に関するより実用的かつ一般的な解析解を導いた。また、本解析手法をいくつか典型的なモデルに適用して、有用性を確認するとともにいくつかの知見を得た。

Key Words : analytical solutions, non-hydrostatic condition, strain-softening, dilatancy, plastic zones around an opening

1. 緒 言

近年、深部資源開発や各種地下施設、高レベル放射性廃棄物の地層処分など、深部地下の開発利用プロジェクトが注目されているが、その中で、地下空間をより安全かつ経済的に保持する上で深部空洞の開削による岩盤挙動や空洞安定機構の解明は、基礎的に重要な課題である。地下空洞の安定解析に関しては、有限要素法を代表とする数値解析手法による研究が盛んに進められ、多くの実践が行われている。しかしながら、数値解析は、一定の精度を満足させる解を得るために相応な要素の細分化が必要であるため、計算容量と計算時間が問題になること、また、解析結果が特定のモデルに限られることなど、依然として問題点が指摘されているところである。

一方、解析的に空洞周りの弾塑性挙動を論じることは、Fennerら¹⁾が最初に円形空洞の弾塑性モデルを提案した後、数多くの成果が公表されており、地下空洞の支保設計と安定評価を行うのに有用な知見を与えているものの、静水圧状態に関する解析に限定されているものが多い^{2)~7)}。筆者らも、破壊後のひずみ軟化特性に加えてダイレタンシーをも考慮した解析方法を示した^{8),9)}。しかし、地山の初期応力は一般に、異方的であるため、空洞まわりの岩盤挙動は、静水圧の場合と異なり軸対称性を示さず、初期地山応力の異方性程度によって変わる¹⁰⁾。Detournayら¹¹⁾が初期地山応力状態と空洞まわりの塑性領域の形との関係を理論的に示した以外は、非静水圧状態における空洞の弾塑性挙動、特に岩盤が破壊した後に現れるひずみ軟化特性などを考慮した空洞まわりの塑性

領域の進展とその評価法はまだ十分に究明されておらず課題として残されている。

本論文は、円形断面の地下空洞を対象に、非静水圧状態における空洞の弾塑性挙動を解析的に解析する一手法を提案するものである。地山岩盤はピーク強度以降ひずみ軟化挙動およびダイレタンシー特性を呈するように仮定されている。但し、弾塑性境界におけるせん断応力は塑性領域の大きさに対しては影響が小さいと考えて無視している。解析手法としては、まず塑性論に基づいて塑性領域の挙動を、弾性理論によって弾性領域の挙動を解析する。次に境界における応力と変位の連続条件に従い、各領域にまたがる弾塑性応力および塑性半径の解析解を誘導する。次いで、いくつかのケースに適用して、ひずみ軟化特性やダイレタンシーの塑性領域の挙動に及ぼす影響効果を解明するとともに、本解析手法の有用性を確認する。

2. 解析モデル

(1) 基本仮定

均質無限岩盤内に半径 a の円形空洞を開削した平面ひずみ問題を考える。初期地山応力はFig.1に示すように、X軸方向とY軸方向にそれぞれ無限遠から σ_x^0 と σ_y^0 が作用しているとする（初期応力の中間主応力は空洞軸と一致しているとする。応力は圧縮を正とし、X軸とY軸は必ずしも水平方向と垂直方向と一致しなくてよい）。 P_0 は初期応力の静水圧に相当する成分、 S_0 は偏差成分である。 $\sigma_x^0 = k\sigma_y^0$ (k は側圧係数) とすれば、 P_0 、 S_0 と k 、 σ_y^0 の間には次式の関係が成立する。

$$P_0 = (1+k)\sigma_y^0/2; S_0 = (1-k)\sigma_y^0/2 \dots\dots\dots (1)$$

ただし、初期応力に負は生じないとして、 $0 \leq S_0 \leq P_0$ 、 $0 \leq k \leq 1$ である。

さて、Fig.1のモデルに対し解析を行うには、次のような仮定を設けておく。

* 正会員 工博 九州大学工学部教授 九州大学工学部環境システム工学研究センター (〒812 東区箱崎)

** 正会員 工博 九州大学工学部講師 九州大学工学部環境システム工学研究センター

*** 正会員 工修 九州大学工学部助手 九州大学工学部環境システム工学研究センター

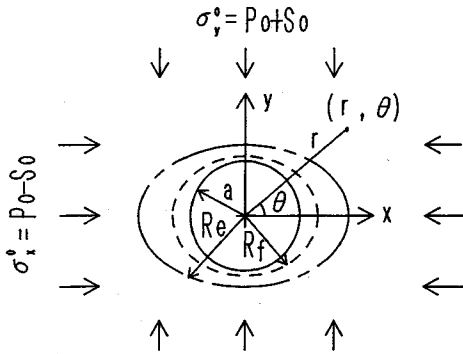


Fig.1 The problem of a circular opening under non-hydrostatic condition.

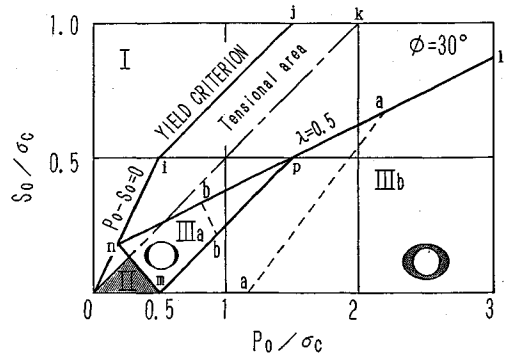


Fig.2 A definition of the initial stress by the stress state on the opening wall.

a) 空洞周りの岩盤の自重は無視する。

b) 地山岩盤は、線形 Mohr-Coulomb の降伏規準に従う等方性体とする。文献1) によれば、Mohr-Coulomb の降伏規準を平均垂直応力 σ_a と最大せん断応力 τ_m で示すと

$$F = \tau_m - \tau_1(\sigma_a) = 0 \quad (2)$$

と書ける。ここに、

$$\tau_m = \sqrt{(\sigma_y - \sigma_x)^2 / 4 + \tau_{xy}^2} = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2 \quad (3)$$

$$\sigma_a = (\sigma_x + \sigma_y) / 2 = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2$$

ここで、 σ_1 および σ_3 は最大および最小主応力 (圧縮を正とする)、 $\sigma_1 \geq \sigma_3$ である。また、 $\tau_1(\sigma_a)$ は平均垂直応力 σ_a の関数で、次式によって定義される。

$$\tau_1(\sigma_a) = \frac{K_p - 1}{K_p + 1} \left(\sigma_a + \frac{\sigma_c}{K_p - 1} \right) \quad (3')$$

$$K_p = (1 + \sin \phi) / (1 - \sin \phi)$$

式 (3') において、 σ_c および ϕ は地山岩盤の一軸圧縮強度および見掛けの内部摩擦角である。

応力-ひずみ関係は、弾性領域では等方の Hooke の法則に従い、降伏後は塑性流れ則によって表現する。なお、塑性ポテンシャル関数は破壊規準と同様な形を持つように仮定されるが、内部摩擦角 ϕ がダイレタンシー角 ϕ^* に置き換えられる ($\phi^* < \phi$)。

c) ピーク強度以降のひずみ軟化過程においては、強度はピーク強度から残留強度に低下する。また、周辺岩盤の降伏は壁面上半径方向応力の減少に依存する。各載荷経路において、最終の塑性領域は空洞壁面を内境界面とした円弧状またはリング状である。

(2) 初期地山応力の載荷範囲

ここで述べる載荷範囲とは、空洞まわりの岩盤の破壊状態を定義するのに規定される初期地山応力の変化範囲を指し、それは無支保空洞の安定機構および周辺岩盤の挙動を大きく支配する。初期地山応力場は、 S_0 の大きさによって異方性程度 (静水圧場と比較して) が変わる。空洞開削以前より地山が塑性化する状態に対応する S_0 を τ_i^p とすれば、 τ_i^p は $\sigma_1 = P_0 + S_0$ および $\sigma_3 = P_0 - S_0$ を

式 (2) に代入することにより、次式のように求める。

$$\tau_i^p = \frac{K_p - 1}{K_p + 1} \left(P_0 + \frac{\sigma_c}{K_p - 1} \right) \quad (4)$$

S_0 と τ_i^p の比を λ とすれば、 $\lambda = 0.5$ という値は空洞周辺の塑性領域の形状が大きく変容する臨界値であることが分かる¹¹⁾。つまり、 $\lambda \leq 0.5$ であれば、空洞周りに閉合したリング状楕円形、あるいは空洞の左右に分離した部分的に閉合する塑性領域が発生するが、 $\lambda > 0.5$ となると、発生した塑性領域は放射状に広がる。前節の仮定に従い、以下の解析は $\lambda \leq 0.5$ に特徴付けられる初期地山応力場を対象とする。

弾性理論によると、Fig.1 のように初期地山応力 σ_y^0 、 σ_x^0 および内圧 p_i (半径方向の表面力、圧縮を正とする) が作用するとき、壁面上の半径方向応力 σ_r と接線方向応力 σ_t は次の式で与えられる。

$$\sigma_r = p_i$$

$$\sigma_t = 2p_0 + 4S_0 \cos 2\theta - p_i \quad (5)$$

壁面にはせん断応力がないため、 σ_r と σ_t は最小と最大主応力となり、それらを降伏規準式 (2) に代入すれば、空洞壁面をせん断破壊させないための最小内圧 p_{ie} は

$$p_{ie} = (2P_0 + 4S_0 \cos 2\theta - \sigma_c) / (K_p + 1) \quad (6)$$

と求められる。式中の θ は回転角 (方位) であり、X 軸より反時計回転方向を正とする。上式より p_{ie} が初期応力と地山の力学的特性のみならず、空洞壁面上の回転角 θ にも依存することが分かる。式 (4) および $p_{ie} \geq 0$ に基づくと、無支保状態での載荷範囲は内部摩擦角 $\phi = 30^\circ$ を例に、Fig.2 に示すように定められる。領域 I は空洞開削以前より地山が塑性化している領域、領域 II は塑性領域が生じない弾性領域である。領域 III a では、壁面に部分的せん断破壊、領域 III b では壁面全周にせん断破壊が生じる。したがって、空洞周りのせん断破壊を引き起こす初期応力の載荷範囲は領域 III a および領域 III b に帰される。なお、図中の点線 aa と点線 bb の定義については後章で述べる。

3. 弾塑性挙動の解析法

空洞周りの応力分布と塑性破壊は、岩の Post-failure 挙動に従うものである。三軸剛性実験によれば、Fig.3 に示すように、最大主応力がピーク強度を超えたら、巨視的ひずみ軟化の変形を経て残留強度に至るまで、耐荷能力が減少続ける。この実験的曲線を直線で理想化すれば、岩の応力-ひずみ関係は、弾性係数（ヤング率） E 、一軸圧縮強度 σ_c 、残留強度 σ_c^* 、残留強度およびピーク強度に達したときのひずみの比 $\alpha^{(8),9)}$ （以下ではひずみ比と略称する）によって定義される。こういう関係に応じて、塑性領域も Fig.1 のように塑性流れ領域とひずみ軟化領域に区分され、それらの範囲を、塑性流れ領域半径 R_f と弾塑性境界半径 R_e で定義することにする。

(1) 基本方程式

Fig.1 のように、空洞の中心を原点とする平面極座標系 (r, θ) をとれば、半径方向の力の釣り合いに関する微分方程式は

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} + \frac{\partial \tau_{rt}}{r \partial \theta} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 τ_{rt} はせん断応力である。塑性領域では主応力の方向が壁面応力の減少によって変化しないと考えるので、せん断応力は微分方程式 (7) を解くときに無視する。半径方向応力 σ_r および接線方向応力 σ_t は最小および最大主応力¹²⁾、また、半径方向ひずみ ϵ_r および接線方向ひずみ ϵ_t は最小および最大主ひずみとなる（この仮定では、弾塑性境界左右においてせん断応力の不連続性が多少生じるが、塑性領域の範囲などに及ぼす影響は実用的には無視できると考える）。したがって、降伏規準式 (2) は、次式のように書き直される。

$$\sigma_t = \sigma_c + K_p \sigma_r \dots\dots\dots (8)$$

上式中、第 1 項の圧縮強度 σ_c は Fig.3 に示すように、塑性ひずみ $\epsilon_p^* (= \epsilon - \epsilon_e)$ の関数であるため、次式に示すような形式を持つと考えられる。

$$\sigma_c = \begin{cases} \sigma_c & \{\epsilon_p^* = 0\} \\ \sigma_c^* & \{\epsilon_p^* \geq (\alpha - 1)\epsilon_e\} \\ \sigma_c - E' \epsilon_p^* & \{0 \leq \epsilon_p^* \leq (\alpha - 1)\epsilon_e\} \end{cases} \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 $E' = (\sigma_c - \sigma_c^*) / \{(\alpha - 1)\epsilon_e\}$ 、 ϵ_e はピーク強度に達したときの軸ひずみである。また、肩文字の p が塑性成分を表す。

塑性流れ則によれば、塑性ひずみの間には

$$\begin{aligned} \epsilon_p^* + h \epsilon_t^* &= 0; \quad d\epsilon_p^* = 0 \\ d\epsilon_p^* / d\epsilon_t^* &= -K_p^* \end{aligned} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 h は最大主塑性ひずみに対する最小主塑性ひずみの増加の勾配で、 $h = K_p^*$ である⁸⁾。 K_p^* はダイラタンシー係数、 $K_p^* = (1 + \sin \phi^*) / (1 - \sin \phi^*)$ となる。

一方、全ひずみは弾性ひずみ成分および塑性ひずみ成

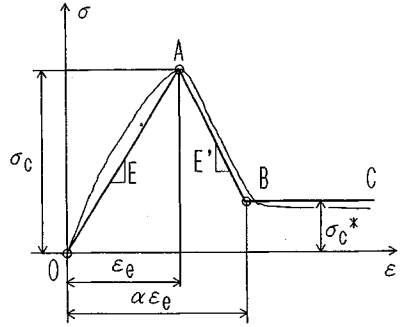


Fig.3 Material behavior model.

分からなるから

$$\begin{aligned} \epsilon_r &= \epsilon_r^e + \epsilon_r^p = -u/r \\ \epsilon_t &= \epsilon_t^e + \epsilon_t^p = -du/dr \end{aligned} \dots\dots\dots (11)$$

式 (10) および式 (11) により、変形調和方程式が次のように導かれる。

$$du/dr + h(u/r) = -(\epsilon_r^e + h \epsilon_t^e) \dots\dots\dots (12)$$

上式中、 u は半径方向の変位（空洞中心向きを負とする）を、 r は空洞中心からの距離を、 ϵ_r^e と ϵ_t^e は弾塑性境界での半径方向と接線方向ひずみを表すものである。なお、式 (12) は、接線方向の変位成分を無視しているが、これは塑性領域半径の大きさにあまり影響しないと考えられるからである。空洞形成によって弾塑性境界に生じる変形は、空洞開削以前の地山の変形と、空洞開削後の地山の変形との差である。前者は Hooke の法則に、後者は複素関数論に基づき求められているから¹⁾、それらを用いれば、 ϵ_r^e と ϵ_t^e は

$$\begin{aligned} \epsilon_r^e &= (1/2G) \{ \sigma_r^e - P_0 - S_0 (4\mu - 1) \cos 2\theta \} \\ \epsilon_t^e &= - (1/2G) \{ \sigma_r^e - P_0 + S_0 (4\mu - 3) \cos 2\theta \} \end{aligned} \dots\dots (13)$$

と導かれる。 G と μ は地山のせん断弾性係数とポアソン比で、 σ_r^e は弾塑性境界の半径方向応力を示すものである。さて、弾塑性境界の応力が Hooke の法則に従うのみならず、破壊規準式 (2) をも満たさなければならないことから、 σ_r^e は次のように誘導される。

$$\sigma_r^e = \frac{2\tau_f^0}{K_p - 1} \left(1 + 2\lambda \frac{K_p - 1}{K_p + 1} \cos 2\theta \right) - \frac{\sigma_c}{K_p - 1} \dots\dots (14)$$

以上により、式 (13) を式 (12) に代入して、そして、弾塑性境界における変位連続条件を用いてこの微分方程式を解けば、塑性ひずみ ϵ_t^p に関する次式が得られる。

$$\epsilon_t^p = H_n \left[(R_c/r)^{1+K_p^*} - 1 \right] \dots\dots\dots (15)$$

上式中、 H_n は非静水圧係数で、

$$H_n = (P_0 + S_0 \cos 2\theta - \sigma_r^e) / [G(1 + K_p^*)] \dots\dots (15')$$

と求まる。

(2) 弾塑性応力

塑性流れ領域とひずみ軟化領域の応力は、降伏規準および釣合方程式に満足するように、式 (7) と式 (8)

を、弾塑性境界 $r=R_e$ および $r=R_f$ において半径方向応力が連続する条件を用いて連立積分すれば、その解を得る。解析過程を要約すれば次のようである。

① ひずみ軟化領域 ($R_e \leq r \leq R_f$)

この領域では、 $0 \leq \epsilon_f^p \leq (\alpha-1)\epsilon_e$ のため、式 (9) の第3式を式 (8) に代入すれば、降伏規準は次のようになる。

$$\sigma_r = \sigma_c - \frac{(\sigma_c - \sigma_c^*)\epsilon_f^p}{(\alpha-1)\epsilon_e^p} + K_p \sigma_r \dots\dots\dots (16)$$

式 (16) および式 (15) を式 (7) に代入すれば、次の微分方程式が得られる。

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{(1-K_p)\sigma_r}{r} = \frac{1}{r} \left[\sigma_c - \frac{(\sigma_c - \sigma_c^*)\epsilon_f^p}{(\alpha-1)\epsilon_e^p} \right] \dots\dots\dots (17)$$

上式を $r=R_e$ のとき $\sigma_r = \sigma_e^p$ を用いて積分すればその解を得る。

$$\sigma_r = -F_1 + D_1 (R_e/r)^{1-K_p} \dots\dots\dots (18)$$

$$\sigma_t = \sigma_c + K_p \sigma_r$$

ここで、

$$F_1 = \frac{(1+K_p^*)\sigma_c - (1-K_p)\sigma_c + (1+K_p^*)H_n E'}{(K_p-1)(K_p^*+K_p)}$$

$$D_1 = \frac{2\tau_0^p}{K_p-1} + \frac{4S_0 \cos 2\theta}{K_p-1} + \frac{H_n E' (1+K_p^*)}{(K_p-1)(K_p^*+K_p)} \dots\dots\dots (18')$$

② 塑性流れ領域 ($r \geq R_f$)

この領域では、 $\epsilon_f^p \geq (\alpha-1)\epsilon_e$ であるため、降伏規準式 (8) が次のようになる。

$$\sigma_t = \sigma_c^* + K_p \sigma_r \dots\dots\dots (19)$$

上式および式 (7) より、 σ_r に関する次の微分方程式が得られる。

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{(1-K_p)\sigma_r}{r} = \frac{\sigma_c^*}{r} \dots\dots\dots (20)$$

したがって、 $r=R_f$ において半径方向応力が連続する条件を用いて上式を積分すれば、その解を次のように得る。

$$\sigma_r = \frac{\sigma_c^*}{1-K_p} + D_1 \left(\frac{R_e}{r}\right)^{1-K_p} + D_2 \left(\frac{R_f}{r}\right)^{1-K_p} \dots\dots\dots (21)$$

$$\sigma_t = \sigma_c^* + K_p \sigma_r$$

ただし、

$$D_2 = \frac{(1+K_p^*)(\sigma_c - \sigma_c^* + E'H_n)}{(1-K_p)(K_p^*+K_p)} \dots\dots\dots (21')$$

一方、弾性領域の応力は、複素関数論に基づいて次式より求めることができる¹³⁾。

$$\sigma_r + \sigma_t = 2P_0 - 4\tau_0^p \mathbf{R}_e [\psi'(z)]$$

$$\sigma_r - \sigma_t + 2i\tau_{ri} = 2S_0 - 2\tau_0^p [\bar{z}\psi''(z) + \chi'(z)] e^{2i\omega} \dots\dots\dots (22)$$

ただし、 $\psi(z)$ と $\chi(z)$ は複素応力関数であって、境界条件を満足するように定められる、 z は弾塑性境界の写像関数であり、 $z=f(\xi)=x+iy$ 、 $\xi=\rho e^{i\omega}$ ($\rho \geq 1$)、 \bar{z} は z の共役関数である。また、ダッシュは導関数を、 \mathbf{R}_e は

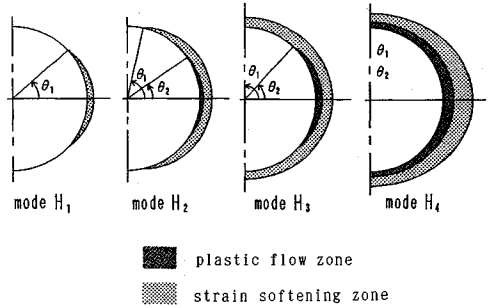


Fig.4 A classification of the failure modes around an unsupported circular opening.

実部の意味を表わす。

4. 破壊モードと塑性半径

空洞周りの応力分布は、X軸より反時計方向の回転角 θ によって変わる。即ち、応力分布の異方性が応力の式 (18)、式 (21) および式 (22) より分かる。載荷範囲が領域 III a 及び III b に位置する場合、塑性領域の形は、全周せん断破壊と部分せん断破壊 (あるいは、全周閉合と部分閉合)、さらに塑性流れ領域の有無を考えれば、4種類の破壊モード ($H_1 \sim H_4$) に分類することができ、Fig.4 に示すように、塑性半径 (R_e , R_f) と塑性角 (θ_1 , θ_2) によって定義される。 θ_1 は弾塑性境界面の円周上の境界角を (正負の定義は θ と同じである)、 θ_2 は流れ領域の円周上の境界角で、 $0 \leq \theta_1 \leq 90^\circ$ 、 $0 \leq \theta_2 \leq 90^\circ$ である。同図より、空洞壁面が弾性壁面 ($90^\circ \sim \theta_1$)、ひずみ軟化壁面 ($\theta_1 \sim \theta_2$) と塑性流れ壁面 ($\theta_2 \sim 0^\circ$) からなることが明らかである。ここでは、空洞形状と塑性領域を右半分だけ示してある。

範囲 $0 \leq \theta \leq \theta_2$ において、壁面に内圧 $\sigma_r = P_i$ が加わると、式 (21) より塑性半径が次のように誘導される。

$$R_e = \left(\frac{D_1 + D_2 \zeta^{1-K_p}}{P_i + \sigma_c^*/(K_p-1)} \right)^{1/(K_p-1)} \dots\dots\dots (23)$$

$$R_f = \zeta R_e$$

式中の定数 ζ は、 $r = \zeta R_e$ のとき $\sigma_r = \sigma_c^*$ という関係式を用いて式 (9) 中の第3式を簡略すれば

$$\zeta = [E'H_n / (E'H_n - \sigma_c^* + \sigma_c)]^{1/(1+K_p^*)} \dots\dots\dots (24)$$

と表される。 ζ は地山の力学的性質のみならず、初期応力状態にも依存することが分かる。

なお、範囲 $\theta_2 \leq \theta \leq \theta_1$ においては、式 (18) を空洞壁面境界条件 ($\sigma_r = p_i$) を用いて解けば、次式が得られる。

$$F(R_e) = p_i + F_1 - D_1 (R_e/a)^{1-K_p} = 0 \dots\dots\dots (25)$$

式中の係数 F_1 に含む σ_c^* は R_e の関数でもあるため、 R_e は次の手順で求める。式 (25) において初期値 $R_{e0}/a = 1$ とおく。次に $R_{ei} = R_{ei} + \Delta R_{ei}$ (ここで $\Delta R_{ei} = 0.01a$ とする) が $F(R_{ei}) < 10^{-5}$ となるまで計算を繰り返す。

側圧係数を $k < 1$ とすると ($k > 1$ のときは水平と垂直

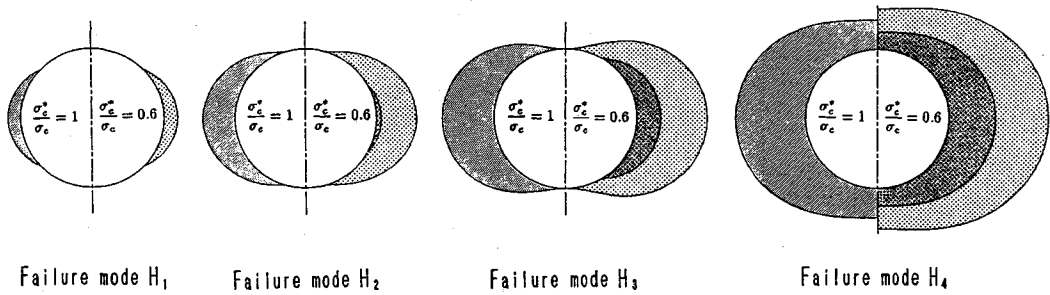


Fig.5 Comparisons of the analyzed solutions for the plastic radius by the Elasto-plastic model (left) and the Strain softening model (right).

を逆にして考えよ), 天盤部と下盤部よりも側壁では塑性流れ領域が生じやすいので, $\theta=0^\circ$, $R_f/a=1$ および $\theta=90^\circ$, $R_f/a=1$ を式 (23) に代入すれば, 領域 III a での塑性流れ領域の発生を区別する境界線 bb, および領域 III b での塑性流れ領域の閉合程度を区別する境界線 aa を定義する方程式が求められる. したがって, 載荷範囲が領域 III a の bb 線より下に位置すれば, 後章の解析例 Fig.5 に示すように, 破壊モード H_1 , bb 線より上に位置すれば破壊モード H_2 , また, 載荷範囲が領域 III b の aa 線より左側に位置すれば, 破壊モード H_3 , その右側ならば, 破壊モード H_4 が発生するように予測できる.

塑性角 θ_1 および θ_2 は, 2つの塑性領域の発生する条件式 $p_{ic}(\theta_1)=p_i$ と式 (23) の第 2 式 $R_f(\theta_2)/a=1$ に基づいて求められる.

5. 典型的モデルの解について

(1) 静水圧モデル

静水圧状態の解析は本手法の一特例として

$$k=1, \text{ または } S_0=0 \dots \dots \dots (26)$$

したがって, 塑性破壊を生じさせる初期応力の載荷範囲は Fig.2 の水平軸の $P_0/\sigma_c \geq 1/2$ の部分に帰されており, 空洞まわりの塑性領域は軸対称かつ閉合的である. なお, 式 (26) を, 塑性半径の式 (23) および応力の式 (18) と式 (21) に代入すれば, 静水圧モデルに関する弾塑性挙動の簡潔な解析解が容易に得られる.

(2) 弾性・完全塑性モデル

弾性・完全塑性モデルは, ひずみ比 α が無限大値をとるときのひずみ軟化モデルとも言えるが, 従来の解析では破壊後のダイレタンシー挙動が無視されているので

$$\sigma_s^*=\sigma_c, K_p^*=1 \dots \dots \dots (27)$$

上式および式 (26) を用いて塑性半径の式 (23) を簡略すれば, 弾性・完全塑性モデルに関する Kastner らの解⁹⁾は容易に導かれる.

6. 解析例と考察

以下では前章までに導かれた一般解を用いて数値計算

と考察を行う.

例として, 岩盤はヤング率を $E=1.5$ GPa, ボアソン比を $\mu=0.25$ とする等方体であるとし, 岩盤の内部摩擦角を $\phi=30^\circ$, ダイレタンシー角を $\phi^*=20^\circ$, ひずみ比を $\alpha=2$, 残留強度と一軸圧縮強度の比を $\sigma_s^*/\sigma_c=0.6$ とする. 計算した応力を一軸圧縮強度 σ_c に対する無次元比で表示することにする.

解析手順は, まずインプットした載荷範囲に従い, 塑性角 θ_1 と θ_2 を決め, 式 (23) によって範囲 $0 \sim \theta_2$ における塑性半径 R_e と R_f を, 式 (25) より範囲 $\theta_2 \sim \theta_1$ における塑性半径 R_e を求める; 応力の計算は, $0 \sim \theta_2$ では, $a \leq r \leq R_f$ と $R_f \leq r \leq R_e$ に分けて, 各々式 (18) と式 (21) を用いて行うが, 範囲 $\theta_2 \sim \theta_1$ で $a \leq r \leq R_e$ ならば, 式 (18) を用いて行われる, $r \geq R_e$ あるいは範囲 $\theta_1 \sim 90^\circ$ の弾性応力が式 (22) より求められる. 回転角 θ に対し以上の計算を繰り返せば, 各領域の応力および空洞まわりの最終塑性領域の形が決定される.

Fig.5 は, 領域 III a と領域 III b での代表的な破壊モード $H_1 \sim H_4$ を数値的に解析した一例であるが, 入力データ ($P_0/\sigma_c : S_0/\sigma_c$) として, 破壊モード H_1 は $0.5 : 0.2$; 破壊モード H_2 は $1.0 : 0.3$; 破壊モード H_3 は $1.5 : 0.5$; 破壊モード H_4 は $2.5 : 0.5$ と仮定されている. 比較のため, 中心対称軸の右側にひずみ軟化モデル ($\sigma_s^*/\sigma_c=0.6$) の解析結果を, 中心対称軸の左側に弾性・完全塑性モデル ($\sigma_s^*/\sigma_c=1; K_p^*=1$) の解析結果を示してある. 同じ載荷範囲であっても, 塑性領域の区分に対する 2つのモデルの解が相当異なることがこの図より分かる.

次に安定性を考える上で塑性領域の大きさを検討する. ここではこの領域の形状が複雑であるため, 領域の面積で評価することにする. Fig.6 は, 空洞の断面積で無次元した塑性領域面積と初期地山応力との関係を領域 III b について示したものであって, \bar{S}_e と \bar{S}_p はひずみ軟化モデルに基づいた全塑性領域の無次元面積と塑性流れ領域の無次元面積を, \bar{S}_p は弾性・完全塑性モデルに基づいた無次元塑性面積を表すものである. 前述したように, 載荷範囲の違いによって塑性半径と塑性角が異なるわけであるが, P_0/σ_c を一定とすれば, \bar{S}_e と \bar{S}_p , およ

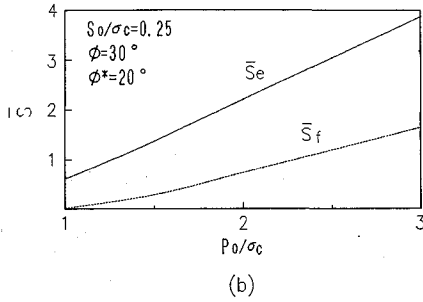
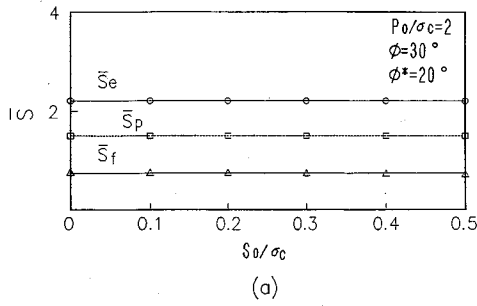


Fig. 6 Relationship between the plastic area and initial stress path.

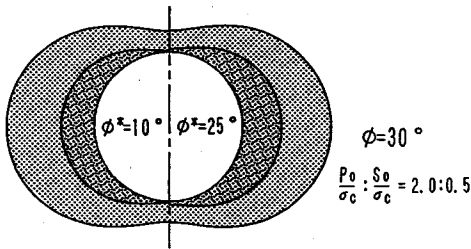


Fig. 7 Effect of ϕ^* on the plastic zones.

び \bar{S}_p が S_0/σ_c にほとんど依存せず、静水圧場の塑性面積と等しい値を保つことが Fig. 6 (a) より分かる。このことは、領域 III b における塑性半径の平均値が、地山初期応力が P_0 であった静水圧場の塑性半径に等しいことを意味している。一方、 S_0/σ_c を一定とすれば、 P_0/σ_c が大きくなるとともに、塑性面積が線形的に増加続ける (Fig. 6 (b))。

ダイラタンシー角と塑性領域の関係は、解析の一例として Fig. 7 に示す。 ϕ^* が大きくなるほど、塑性体積ひずみの増加の割合が高くなるため、塑性流れ領域の半径 R_f が増加する。一方、 R_e はあまり変化しない。これは、岩盤のダイラタンシー挙動の効果がピーク強度以降、いわゆる塑性破壊に入ってからしか現れないためと思われる。

Fig. 8 は、空洞壁面上の応力分布を示す (入力データは Fig. 5 と同じ)。壁面上の応力是对應する応力-ひずみ曲線上での位置に依存し、塑性流れを示す場合には残留強度に等しい応力が発生し、特に破壊モードが H_4 の場

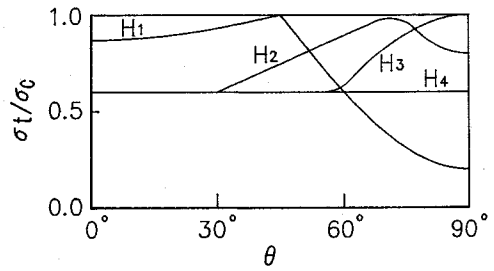


Fig. 8 Distribution of the tangent stress on the opening wall toward to four failure modes.

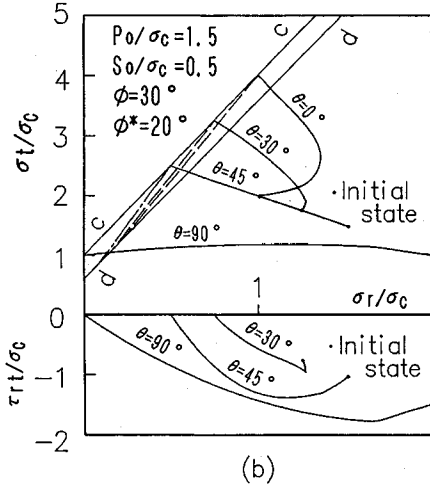
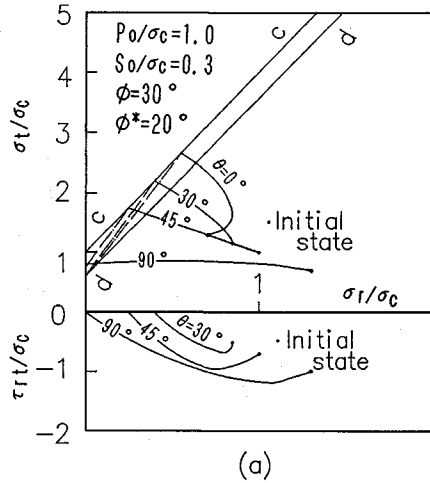


Fig. 9 A course of the stress on the circumference of an unsupported circular opening.

合、一様分布の応力が壁面全周に生じる (H_4 線)。ひずみ軟化を示す場合には、壁面応力がピーク強度から残留強度まで、回転角 θ とともにほぼ線形的に減少していく。弾性状態の場合には、応力は非静水圧下の円形空洞の弾性解と同じように、弾塑性境界点で最大値 (σ_c) を取り、そして回転角 θ の増大とともに減少続け、 $\theta=90^\circ$

のときに最小値を取る (H_1 および H_2 線を参照される)。

Fig. 9 は、Fig. 5 に示した破壊モード H_2 と H_3 について、 $\theta=0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ および 90° の壁面上の 4 箇所での応力変化の経路を示したものである。図中において、 τ_{ri} は弾性領域のせん断応力で、Initial state は空洞開削以前の応力状態を表す。降伏線 cc および dd はピーク強度および残留強度に対応している。この図より以下 2 つのことが示された。一つは、非静水圧の場合は、壁面の各箇所での応力経路が相当異なり、側圧係数 $k < 1$ ならば水平軸の近くほどせん断破壊が生じやすくなり、また塑性半径も大きくなる。もう一つは、最大初期地山応力の方向側の壁面 (この場合は $\theta=90^\circ$) の接線方向応力は、開削により塑性領域が増加してもその変化は非常に小さい傾向がみられる。

7. 結 論

非静水圧の作用する空洞まわりの弾塑性挙動を理論的に解明することは非常に複雑であるため、これに関する研究はほとんど数値的あるいは半数値的解析に止まっている。本研究は今までの研究¹¹⁾を参考した上で、非静水圧状態でのひずみ軟化岩盤内空洞のせん断破壊挙動を解析的に解明する一手法を提案した。すなわち

(1) 解析において、ひずみ軟化性質を有する岩のひずみ-応力関係を対し残留強度およびピーク強度に達したときのひずみ比 α を取り入れてモデル化することによって、塑性領域の応力解析の簡略化およびダイレタンシー特性の取り扱いを可能にした。

(2) 初期地山応力の載荷範囲を詳細に検討した上で、周辺岩盤の弾塑性挙動と破壊モードおよび塑性半径に関するより実用的かつ一般的な解析解を誘導した。

(3) 本解析手法を用いていくつかのケースに対し数値解析を行ったが、それより得られた結論を要約すると次のようである。

①破壊モードはFig. 4 に示したように、4 種類に分類することができる。すなわち、領域Ⅲa とⅢb では、空洞壁面を内境界面とする部分的に閉合する塑性領域、あるいはリング状楕円形塑性領域が空洞まわりに発生する。

②ダイレタンシー角は流れ領域半径 R_f と境界角 θ_2 に影響するが、弾塑性境界半径には影響しない (Fig. 7)。

③載荷範囲Ⅲb では、初期地山応力の静水圧成分を一定とし、偏差成分だけを変化させれば、塑性領域の面積は偏差圧とほとんど関係せず、静水圧的に作用する場合の塑性面積と等しい。すなわち領域Ⅲb の塑性半径の平均値は、初期応力の P_0 であった静水圧場合の塑性半径

と等しい (Fig. 6)。

④空洞の開削にともない、壁面上の応力経路が各箇所でも相当異なる。一方、最大初期地山応力側の壁面の接線方向応力は開削にともないあまり変化しない (Fig. 9)。

参 考 文 献

- 1) Detournay, E. and Fairhurst, C. : Two-dimensional elasto-plastic analysis of a long, cylindrical cavity under non-hydrostatic loading, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol.24, No.4, pp.197~211, 1987.
- 2) Jaeger, J.C. and Cook, N.G. : *Fundamentals of Rock Mechanics*, Chapman and Hall, London, pp.414~424, 1969.
- 3) Kastner, H. : *Statik des Tunnel- und Stollenbaues*, Springer-Verlag, 1971 (金原弘訳「トンネルの力学」森北出版, 1974)。
- 4) Egger, P. : Rock pressure in tunnelling and stabilizing effect of the tunnel face in rock beyond failure, *Proc. 3rd. ISRM, Denver*, pp.1007~1011, 1974.
- 5) Wilson, H. : A method of estimating the closure and strength of lining required in drivages surrounded by a yield zone, *Int. J. Rock Mech. Min.* Vol.17, No.6, pp.349~355, 1980.
- 6) 谷本親伯・島昭治朗：切羽周辺での地山挙動を考慮したトンネル支保の基本的概念，土木学会論文報告集，第 325 号，pp. 93~106, 1982.
- 7) 佐藤一彦・板倉賢一：線形ひずみ軟化特性を有する岩盤の構成方程式と円孔の軸対称問題，日本鉱業会誌，102 [1185]，pp. 763~768, 1986.
- 8) Esaki, T., Jiang, Y.J., Kimura, T. : Stability analysis of a deep tunnel with the elasto-plastic strain softening behavior, *Proc. 7th Int. Conf. on Computer Method and Advances in Geomechanics*, Cairns, pp.1467~1472, 1991.
- 9) 蔭 宇静・江崎哲郎・木村 強：ひずみ軟化特性を考慮した地下空洞の安定解析，第 8 回岩の力学国内シンポジウム講演論文集，pp. 273~278, 1990.
- 10) Pan, Y. W. and Chen, Y.M. : Plastic zones and characteristics-line families for openings in elasto-plastic rock mass, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 23, pp.275~292, 1990.
- 11) Detournay, E. and John, M.St. : Design charts for a deep circular tunnel under non-uniform loading, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 21, pp.119~137, 1988.
- 12) 菅原勝彦・青木俊朗・鈴木康正：2 軸応力下の空洞まわりの弾塑性応力解析，日本鉱業会誌，104 [1203]，pp. 261~266, 1988.
- 13) 例えば，Timoshenko, S., Goodier, J.N. : *Theory of Elasticity*, McGraw-Hill, New York, 1951.

(1992. 10. 16 受付)

AN ANALYSIS ON BEHAVIOR OF STRAIN-SOFTENING AND DILATANT ROCK AROUND AN OPENING UNDER NON-HYDROSTATIC STRESS CONDITION

Tetsuro ESAKI, Yujing JIANG and Akira AIKAWA

This paper gives new analytical solutions to describe the two-dimensional elasto-plastic behavior of a rock opening under non-hydrostatic loading. The rock mass is assumed as a linear dilatant material and exhibits post-failure behavior after the peak stress. Based on the analysis of the loading history of in situ stress state, the plastic behavior and modes of plastic zone around the opening are explicated to evaluate the stability of the opening. Explicit formulation of the plastic stress field and of the plastic radii, which is applicable in every case for two-dimensional model, is obtained using a coupled Plasticity-Complex Function Method. The adequateness of the proposed method is verified by some case studies.
