

自然堆積粘土に対するベーンせん断試験結果の解釈

太田秀樹*・西原 晃**・飯塚 敦***・杉江茂彦****

本論文は、ベーン試験の結果から設計強度を評価する上で特に問題となる速度効果と強度異方性の影響について考察したものであり、 K_0 異方圧密粘土を対象に以下の内容について述べる。(1)ベーン試験における非排水強度を、関口と太田の提案による弾塑性構成式を用いて誘導する。(2)(1)で得られた理論値と実測によるベーン強度との比較のもとに、速度効果と強度異方性の影響について検討する。(3)最後に、ベーン強度と一軸圧縮強度との比較を行い、この2つの強度の差異について論じている。

Key Words : vane shear test, rate effect, strength anisotropy, undrained strength, elasto-plastic constitutive relationship, unconfined compression test

1. はじめに

原位置試験法の一つであるベーン試験は、その試験法と解析法が簡便で実用性に富むため、盛土や掘削などの短期安定問題の検討に世界各地で幅広く利用されている。しかし、ベーン試験の結果を正しく解釈して、設計強度を的確に評価することは必ずしも容易ではない。

ベーン強度から設計強度を算定するには、Bjerrum^{1),2)}(1972, 1973)の方法がある。彼は多くの試験結果と実際の破壊例から、ベーン強度を補正する方法を考案している。自然堆積粘土の強度はせん断方向によって異なる値を持つ(強度異方性)。また、強度を発揮するに至る時間の違いによってもその値は変化する(時間依存性)。この2つの要因を考えてそれぞれの補正を提案している。

本論文は、このBjerrumの考え方に沿って、ベーン強度に及ぼす時間依存性や強度異方性の影響を理論的に考察しようとするものである。最終的に安定解析に用いるべき設計強度への補正係数を誘導している。初期異方圧密応力に起因して強度の異方性が発現するとする考え方(応力誘導異方性)に基づき、すべり線に沿って異なる値をとる非排水強度の理論式がすでに求められている(Ohta, Nishihara and Morita³⁾, 1985)。これらの成果は一軸圧縮強度に応用され、安定計算に用いるべき設計強度への補正係数が明らかにされている(Ohta, Nishihara, Iizuka, Morita, Fukagawa and Arai⁴⁾, 1989)。本論文もこれらの研究の延長線上にある。先ず従来のベーン理論強度を再考し、理論強度の新しい誘導を示す。その結果は、従来求まっていた形よりずっとす

きりしたものとなった。そのために、ベーン強度の持つ時間依存性や異方性をより直接的に検討できる。最後に、ベーン強度と一軸圧縮強度の差異について考察している。このようなアプローチは、強度の理論式を陽な形で得ることによってはじめて可能となったものである。

本論文では、正規圧密された自然堆積粘土を対象としている。しかし、通常、自然堆積粘土は過圧密になっていることが多い。本論文で用いている実測値データも過圧密比が $OCR=1\sim5$ の範囲にある。そこで、過圧密粘土の強度 $S_{u(oc)}$ は、次式によって、正規圧密粘土の強度 $S_{u(nc)}$ に変換している(西原⁵⁾, 1986)。

$$\left(\frac{S_u}{\sigma'_{vi}}\right)_{oc} = OCR^{\Lambda} \left(\frac{S_u}{\sigma'_{vo}}\right) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\Lambda=1-C_s/C_c$ である。

2. 自然堆積粘土の力学モデルと理論強度

(1) 弾塑性構成モデル

自然堆積粘土の構成モデルとして、関口と太田が提案した弾塑性モデルを用いる(Sekiguchi and Ohta⁶⁾, 1977)。Cam-clay系の構成モデルの一つであるが、初期に異方圧密された粘性土材料の異方的力学挙動を表せるモデルとして他のCam-clay系モデルと完全に区別される(Yatomi and Nishihara⁷⁾, 1984)。この構成モデルは、柴田⁸⁾(1963)、Shibata and Karube⁹⁾(1965)、軽部・栗原¹⁰⁾(1965)、軽部・原田¹¹⁾(1967)らによる粘土のダイラタンシーの研究を引き継いで発展してきたもので、粘土の微小体積変化が、比例載荷時の圧密によるものと平均主応力一定条件下のせん断応力増大にともなうダイラタンシーによるものと和として表すことができると考える所から組立てられている(Ohta¹²⁾, 1971)。非可逆的な塑性体積変化から塑性ポテンシャル関数が誘導され、関連流れ則を適用することにより、最終的に応力とひずみの増分関係が導かれている。

* 正会員 工博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科 (〒920 金沢市小立野2-40-20)

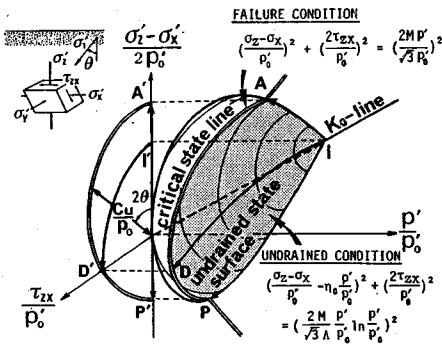
** 正会員 工博 福山大学助教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 金沢大学助手 工学部土木建設工学科

**** 正会員 (株)大林組 技術研究所 数値解析研究室

表一 弾塑性構成モデルのパラメータ

material parameters	λ	$= 0.434C_c$; compression index
	K	$= 0.434C_s$; swelling index
	Λ	$= 1 - K/\lambda$; irreversibility ratio
	D	dilatancy coefficient after Shibata(1963)
stress parameters	M	$= \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi} = \frac{\lambda - K}{D(1 + e_0)}$; critical state parameter
	K_0	coefficient of earth pressure at rest at the normally consolidation
	p'	effective mean stress
	S_{ij}	$= \sigma_{ij} - p' \delta_{ij}$; deviatoric stress (δ_{ij} ; Kronecker's delta)
	η^*	$= \frac{\sqrt{3} S_{ij} S_{ij} / p_0'}{\sqrt{2} p' p_0'}$; generalized stress ratio note; subscript '0' shows the value at the normally consolidation
	σ_{v0}'	effective overburden pressure
	n_0	$= \frac{3(1 - K_0)}{1 + 2K_0}$
	β	$= \frac{\sqrt{3} \eta_0 \Lambda}{2M}$



図一 平面ひずみ条件での非排水条件と破壊条件および非排水強度 (Ohta et al³⁾, 1985) より加筆引用

$$de_{ij}^p = h \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, f = \frac{\lambda - K}{1 + e_0} \ln \frac{p'}{p_0'} + D \eta^* \dots (2)$$

ここに、 h は現在の応力が常に降伏曲面上にあることから決まる定数、 f は降伏関数である。応力パラメータ η^* がこのモデルを決定的に特徴づけている (Ohta and Sekiguchi¹³⁾, 1979)。異方圧密終了時の偏差応力比 (S_{ij}/p'_0) を用いて、この η^* は、

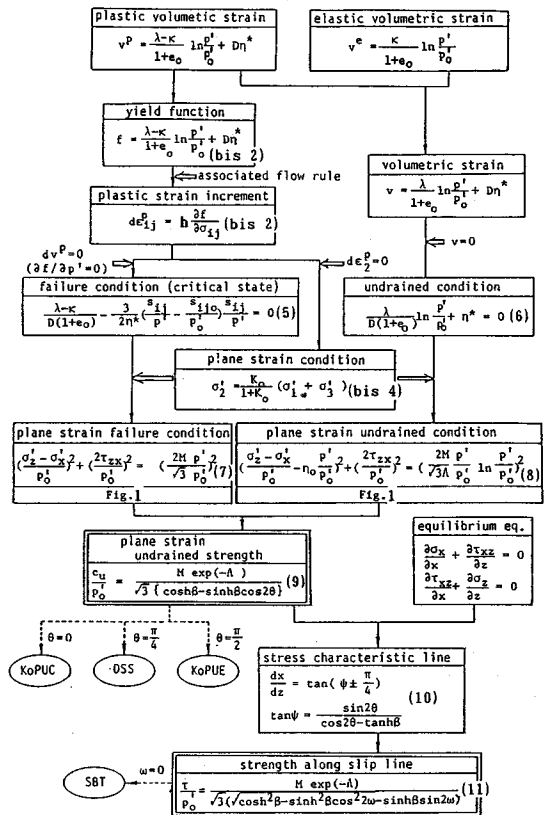
$$\eta^* = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{S_{ij}}{p'} - \frac{S_{ij0}}{p'_0} \right) \left(\frac{S_{ij}}{p'} - \frac{S_{ij0}}{p'_0} \right)} \dots (3)$$

と表される。ただし、 S_{ij} は偏差応力、 p' は平均有効主応力である。なお、記号の説明は表一にまとめた。

(2) 平面ひずみ非排水強度

関口と太田が提案した弾塑性構成モデルに基づいて、平面ひずみ条件での非排水強度の理論式が求められている (Ohta, Nishihara and Morita³⁾, 1985, 西原⁹⁾, 1986)。

平面ひずみ条件下での非排水強度は、(i) せん断ひずみが無限大 (破壊条件)、(ii) 体積ひずみが零 (非排水条件)、(iii) 中間主ひずみが零 (平面ひずみ条件) の3つの条件を連立させて求められる。ここで平面ひずみを表す応力条件式は、破壊時には弾性成分を無視できる



図二 非排水強度の理論のフレームワーク (Ohta et al³⁾, 1985) より加筆引用

と考えて、式 (2) の中間ひずみ成分を零と置くことにより、









$$\sigma'_2 = \frac{K_0}{1 + K_0} (\sigma'_1 + \sigma'_3) \dots (4)$$

と表される (Ohta, Nishihara and Morita³⁾, 1985)。ここに、 $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ はそれぞれ最大、中間 (平面ひずみ方向)、最小有効主応力、 K_0 は異方圧密時の静止土圧係数である。

上記の3つの条件より、 K_0 圧密粘土の非排水強度が、最大主応力と鉛直方向とが成す角度 (θ) の関数として与えられる。図一に示すような応力空間で非排水曲面と破壊曲面との交線は、 $((\sigma'_2 - \sigma'_x) / 2 p'_0, \tau_{xx} / p'_0)$ 面上でひずんだ円となる。原点からこの円に至る距離が非排水強度である。この理論強度の誘導を図二に示す。図中の記号の説明が表一に与えられている。

破壊条件が式 (5)、非排水条件が式 (6) である。これらに平面ひずみ条件を表す応力条件式 (4) を代入すると、平面ひずみ条件下の破壊条件式 (7) と非排水条件式 (8) が得られる。両者を連立させて、最大主応力と最小主応力の差の半分を強度として変形すると式 (9) を得る。ここで式 (9) を誘導する際に、二つの

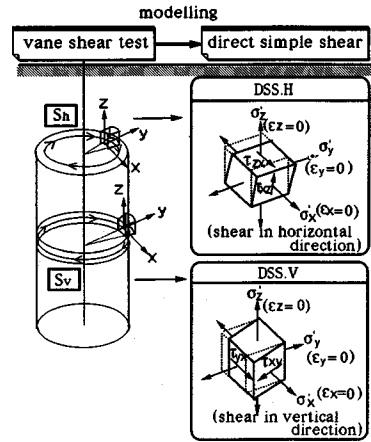
表—2 各種試験法から得られる非排水強度 (Ohta et al³⁾, 1985 より加筆引用, データは Ladd, 1973 による)

Type of test	Reduced equation for specified test on normally consolidated clay	Blue marine clay P ₁ =20 φ _v '=33° Ko=0.5 measured	predicted
	$\frac{S_u}{\sigma'_{v0}} = \frac{OCR^A(1+2Ko) M \exp(-A)}{3\sqrt{3}(\cosh\beta - \sinh\beta \cos 2\omega)}$ $\frac{I_s}{\sigma'_{v0}} = \frac{OCR^A(1+2Ko) M \exp(-A)}{3\sqrt{3}(\sqrt{\cosh^2\beta - \sinh^2\beta} \cos^2 2\omega - \sinh\beta \sin 2\omega)}$ $M = \frac{6 \sin\theta'}{3 - \sin\theta'} \quad A = 1 - Cs/Cc \quad \nu_0 = \frac{3(1-Ko)}{1+2Ko} \quad \beta = \frac{\sqrt{3}n_p A}{2M}$		
	$\frac{S_u}{\sigma'_{v0}} = \frac{(1+2Ko) M \exp(-A)}{3\sqrt{3}(\cosh\beta - \sinh\beta)}$ (A)	0.34	0.347
	$\frac{S_u}{\sigma'_{v0}} = \frac{1+2Ko}{6} M \exp\left(\frac{A n_p}{H} - A\right)$ (U)	0.33	0.318
	$\frac{S_u}{\sigma'_{v0}} = \frac{(1+2Ko) M \exp(-A)}{3\sqrt{3}}$ SBT	—	0.239
	$\frac{S_u}{\sigma'_{v0}} = \frac{(1+2Ko) M \exp(-A)}{3\sqrt{3} \cosh\beta}$ (D)	0.20	0.224
	$\frac{S_u}{\sigma'_{v0}} = \frac{(1+2Ko) M \exp(-A)}{3\sqrt{3}(\cosh\beta + \sinh\beta)}$ (E)	0.19	0.165
	$\frac{S_u}{\sigma'_{v0}} = \frac{1+2Ko}{6} M \exp\left(-\frac{A n_p}{H} - A\right)$ (P)	0.155	0.135
	$\frac{S_v}{\sigma'_{v0}} = \frac{1+2Ko}{3\sqrt{3}} \sqrt{\left(\frac{M}{\Lambda} - \ln \frac{C}{R_0}\right)^2 - \left(1 - \frac{P}{R_0}\right)^2 n_p^2}$ FV	0.19	0.182

近似が用いられている。1つは破壊条件として等方圧密時の破壊条件式(7)を仮定していること、他の1つは図—1の交線(critical state line)を $((\sigma'_z - \sigma'_s)/2 p'_0, p'/p'_0)$ 面上で直線としていることである。両者の誤差は互いに打ち消し合って、結果的に高々数パーセントの誤差しか生まない(西原⁵⁾, 1986)。式(10)は破壊時の釣り合いから求められた応力の特性線の方向である。いま、非排水条件下での全応力表示の破壊条件を式の誘導にあたって使っている。したがって、見掛け上全応力表示の関連流れ則を仮定していることになるので、応力の特性線とひずみ速度の特性線が一致する。故に、式(10)に沿う方向の強度を求めてやれば、すべり線に沿う強度が求まる(式(11))。このようにして、試験法の違いを応力条件の違いとして表すことにより、試験方法ごとに理論強度を求めることができる。表—2にその結果がまとめられている。

このように、すでにベーン試験による理論強度も求められているが(表—2の最下段)、本論文では、先ず、このベーン強度を再考したい。Ohta, Nishihara and Morita³⁾(1985), 西原⁵⁾(1986)がベーン強度の誘導に用いた仮定を振り返ってみると、

1) ベーンの上・下端面での強度は、一面せん断強度と同一である。2) 円筒側面での強度を計算するにあたって、鉛直方向の全応力 σ_z が変化せず常に一定であり、かつ非排水条件下ではベーン円筒側面に垂直な方向の



図—3 ベーンせん断試験のモデル化

変位は生じず、したがって、ベーン円筒側面に垂直な方向の全応力 σ_z もせん断前の初期応力と等しく常に一定となると仮定する。の二つである。彼らはこの仮定を検証するための数値シミュレーションを行わなかったが、後に示すように、円筒側面で土要素が受けるせん断を有限要素法を用いてシミュレートしてみると、鉛直方向の全応力 σ_z が一定とならず、せん断に伴ってかなり減少することがわかった。したがって、このような応力条件の仮定を設けずに、ベーン強度を誘導する必要がある。

3. ベーンせん断試験とその応力状態

(1) ベーンせん断試験のモデル化

ベーンせん断試験の上下端面と円筒側面のせん断面上に、図—3に示すような座標軸(x軸をせん断方向に接する方向、y軸をせん断方向に直交する方向、そしてz軸を鉛直上向きにとっている)を置く。次に、この2つのせん断面に接する微小要素を考える。これらの微小要素はベーンの羽根の回転に伴って、図中に示すようにせん断されるであろう。ベーンの羽根の上下端面に接する微小要素の場合、水平方向にせん断されるが、鉛直方向に伸び縮みしないと考える(図中のDSS.H:水平面上での直接せん断と名付ける)。ベーンの羽根の側面に接する微小要素の場合、ベーンの羽根の回転方向にせん断されるが、ベーンの半径方向には伸び縮みを生じないと考えてよいであろう(図中のDSS.V:鉛直面上での直接せん断と名付ける)。仮に材料が等方的であれば明らかにこの2種類の微小要素が発揮する強度は一致する。このようにベーンせん断を2種類の直接せん断に置き換えて考えることにした。これらの直接せん断の応力条件は次のように求めることができる。

破壊時においては、ひずみ増分の弾性成分は無視できるから、破壊時のひずみ増分は、式(2)に破壊条件式(5)を代入して、

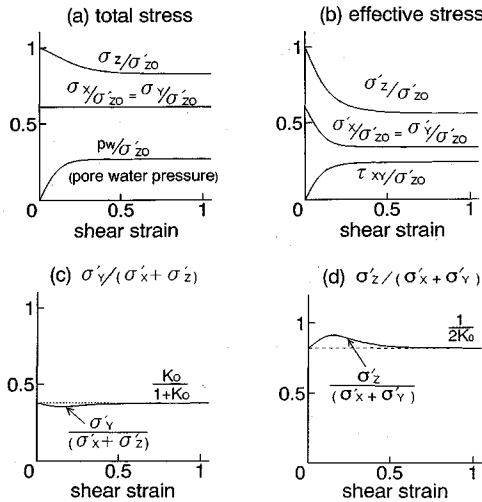


図-4 せん断に伴う応力変化 (有限要素計算の結果)

$$d\epsilon_{ij} = h \frac{3D}{2\eta^* p'} \left(\frac{S_{ij}}{p'} - \frac{S_{ij0}}{p'_0} \right) \dots\dots\dots (12)$$

を満足せねばならない。y 方向と z 方向の直ひずみがかともに零であり、異方圧密終了時には、 $\sigma'_{x0} = \sigma'_{y0} = K_0 \sigma'_{z0}$ および $\tau_{xy0} = \tau_{yz0} = \tau_{zx0} = 0$ であるから、 $d\epsilon_y = 0$ に対して、

$$\sigma'_y = \frac{K_0}{1+K_0} (\sigma'_x + \sigma'_z) \dots\dots\dots (13)$$

また、 $d\epsilon_z = 0$ に対して、

$$\sigma'_z = \frac{1}{2K_0} (\sigma'_x + \sigma'_y) \dots\dots\dots (14)$$

を得る。式 (13) と式 (14) を同時に満足させなければならぬから、結局、直接せん断が破壊時に満足させなければならない有効応力条件は、

$$\sigma'_z = \sigma'_y = K_0 \sigma'_z \dots\dots\dots (15)$$

と表される。すなわち直応力の有効応力成分は、せん断前と破壊時とで同じ関係式を満足することになる。

(2) ベーン側面の微小要素の応力変化

理論をチェックするため、3次元の有限要素計算 (3 D-DACSAR, Ohta, Iizuka, Omote and Sugie¹⁴⁾, 1991) を行った。立方体要素に対して、鉛直面上での直接せん断変形 (図-3 の DSS.V) を与えた。計算には、Iizuka and Ohta (1987) による半経験的なパラメータ決定チャートを用い、塑性指数 $PI=40$ に相当する物性値 ($D=0.074$, $\Lambda=0.584$, $M=1.022$, $\nu=0.378$, $K_0=0.608$, $\sigma'_{v0}=1.0$) を用いている。図-4 にその結果を示す。全応力と有効応力の変化、そして式 (13) と式 (14) の関係が示されている。水平方向の全応力 σ_x と σ_y は常に一定であるが、鉛直方向の全応力 σ_z は一定とはならず、せん断に伴って減少する。図-4 (c), (d) はそれぞれ式 (13) と式 (14) をチェックしたものである。理論値が点線で示されている。せん断の初期には、理論と有限

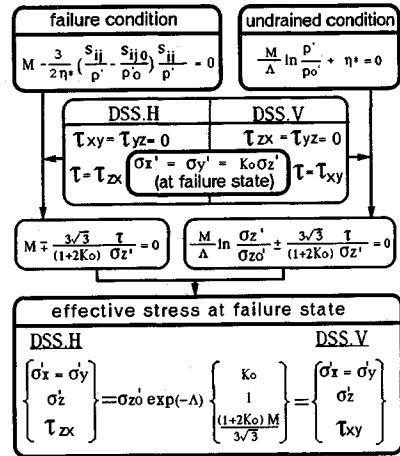


図-5 破壊時の有効応力の誘導

要素計算とが合っていないが、せん断が十分に進むと完全に一致していることがわかる。式 (13) と式 (14) の理論の誘導において、弾性ひずみ増分が無視されている。この仮定の影響が、せん断の初期には現われているが、せん断が進み、破壊の近傍に至る頃には、ほとんど誤差を生んでいないことがわかる。

ここでは、塑性指数 $PI=40$ の場合だけを示したが、他の場合 (塑性指数 $PI=20, 60, 80$ に相当する場合) でも同様の結果を得た。このように、前節で導いた破壊時の有効応力条件式 (15) が検証される結果となった。

(3) 破壊時のせん断応力

図-3 に示した微小要素では、3つのせん断応力成分の内、2つが零である。また3つの直応力の有効応力成分の関係は、式 (15) で与えられている。よって非排水条件と破壊条件を連立させると、残る1つのせん断応力成分も決定でき、破壊時の全ての有効応力成分が得られる。

せん断前の初期応力が $\sigma'_{x0} = \sigma'_{y0} = K_0 \sigma'_{z0}$ および $\tau_{xy0} = \tau_{yz0} = \tau_{zx0} = 0$ であることを考慮して、水平面上での直接せん断の場合: $\tau_{xy} = \tau_{yz} = 0$ 、または鉛直面上での直接せん断の場合: $\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ を用いると破壊条件式 (5) は、

$$M \mp \frac{3\sqrt{3}\tau}{(1+2K_0)\sigma'_z} = 0 \dots\dots\dots (16)$$

また、非排水条件式 (6) は、

$$\frac{M}{\Lambda} \ln \left(\frac{\sigma'_z}{\sigma'_{z0}} \right) \pm \frac{3\sqrt{3}\tau}{(1+2K_0)\sigma'_z} = 0 \dots\dots\dots (17)$$

となる。式 (16) を式 (17) に代入すると、式 (17) の左辺第2項の応力成分を消去できるので、直ちに、

$$\sigma'_z = \exp(-\Lambda) \sigma'_{z0} \dots\dots\dots (18)$$

を得る。この式を改めて式 (16) に代入すると、せん断応力成分が次のように求まる。

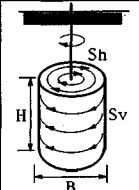
theoretical strength for vane test	
shear resistance on top and bottom surfaces	
$\frac{S_h}{\sigma'_{vo}} = \frac{(1+2K_0)M \exp(-\Lambda)}{3\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{3}{4} \left(\frac{\eta_0}{M}\right)^2}$	
shear resistance on cylindrical surface	
$\frac{S_v}{\sigma'_{vo}} = \frac{(1+2K_0)M \exp(-\Lambda)}{3\sqrt{3}}$	
vane shear strength	
(conventional vane test: H/B=2.0)	
$\frac{S_{(vane)}}{\sigma'_{vo}} = \frac{(1+2K_0)M \exp(-\Lambda)}{21\sqrt{3}} \left[6 + \sqrt{1 + \frac{3}{4} \left(\frac{\eta_0}{M}\right)^2} \right]$	
	parameters
	$M = 6 \sin \phi / (3 - \sin \phi)$ $\Lambda = 1 - C_s / C_c$ $\eta_0 = 3(1 - K_0) / (1 + 2K_0)$ σ'_{vo} : effective overburden pressure (= σ'_{z0})

図-6 ベーンの上下端面と側面の理論強度

$$\tau = \frac{(1+2K_0)}{3\sqrt{3}} M \exp(-\Lambda) \sigma'_{z0} \dots \dots \dots (19)$$

ただし、 τ は水平面上での直接せん断の場合には τ_{zx} を、鉛直面上での直接せん断の場合には τ_{zy} を意味している。

以上により、全ての有効応力成分が求められた。水平面上と鉛直面上で直接せん断されると考えることにより、従来、ベーンせん断強度(表-2)の誘導で用いられたような応力状態の仮定を必要としなくなる。図-5に誘導の結果をまとめて示した。

4. ベーンせん断強度の理論式

(1) ベーンの羽根の上下端面での強度

水平面上での直接せん断の強度を求めればよい。この時、破壊時には $\sigma'_x = \sigma'_y$ であるから、 y 軸方向の有効直応力成分 σ'_y は中間主応力となる。よって、最大有効主応力 σ'_1 、最小有効主応力 σ'_3 は、

$$\left\{ \begin{matrix} \sigma'_1 \\ \sigma'_3 \end{matrix} \right\} = \frac{\sigma'_x + \sigma'_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_z}{2} \right)^2 + \tau_{zx}^2} \dots \dots \dots (20)$$

として与えられる。図-5にまとめられている各有効応力成分を代入して、最大と最小の(有効)主応力差の半分を強度($S_h = (\sigma'_1 - \sigma'_3)/2$)とすることにより、

$$\frac{S_h}{\sigma'_{z0}} = \frac{(1+2K_0)}{3\sqrt{3}} M \exp(-\Lambda) \sqrt{1 + \frac{3}{4} \left(\frac{\eta_0}{M}\right)^2} \dots \dots \dots (21)$$

として、ベーンの羽根の上下端面での強度 S_h が求まる。

(2) ベーンの羽根の円筒側面での強度

鉛直面上での直接せん断の強度を求める。ここで、鉛直方向の有効応力 σ'_z は初期には最大主応力であるが、破壊時には中間主応力となる(付録1参照)。よって、

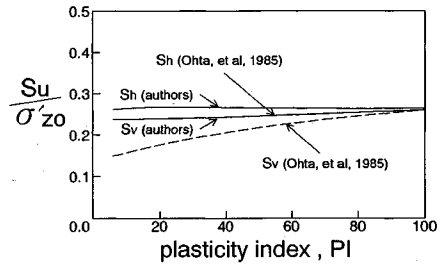


図-7 従来のベーン理論強度との比較

最大有効主応力を σ'_1 、最小有効主応力を σ'_3 とおくと、

$$\left\{ \begin{matrix} \sigma'_1 \\ \sigma'_3 \end{matrix} \right\} = \frac{\sigma'_x + \sigma'_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma'_x - \sigma'_y}{2} \right)^2 + \tau_{zy}^2} \dots \dots \dots (22)$$

が成り立つ。鉛直面上での直接せん断の場合の有効応力成分(図-5)を代入して、同様の演算を行うと、

$$\frac{S_v}{\sigma'_{z0}} = \frac{(1+2K_0)}{3\sqrt{3}} M \exp(-\Lambda) \dots \dots \dots (23)$$

が得られ、ベーンの羽根の円筒側面での強度 S_v が求められる。

等方圧密の場合には、 $K_0=1$ であるので、式(21)と式(23)はともに、

$$\frac{S_h}{\sigma'_{z0}} = \frac{S_v}{\sigma'_{z0}} = \frac{1}{\sqrt{3}} M \exp(-\Lambda) \dots \dots \dots (24)$$

と等しくなる。実際に、等方圧密粘土では、ベーンの羽根の上下端面での強度と円筒側面での強度が等しくなることが、実験によって確かめられている(柴田, 1967)。

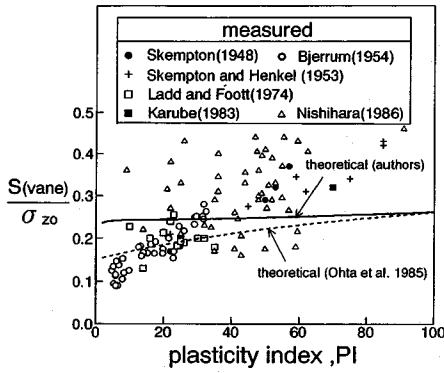
ここで導かれたベーンせん断試験の理論強度が図-6にまとめられている。図-7はOhta, Nishihara and Morita³⁾(1985)による理論強度との比較である。思いのほか大きな差が生じることがわかる。ここで、ベーン端面と側面での破壊時のせん断応力は、理論では互いに等しくなる($\tau_{zx} = \tau_{zy}$, 図-5参照)。また、その時の主応力の回転角は、必ずしも45度とはならない(付録2参照)。しかし、ここでは解析の便宜上、45度面上でのせん断応力すなわち主応力差の半分を強度として仮定している。

(3) ベーンせん断強度

ベーン試験では、測定される破壊時のトルク M_f からベーン強度 $S_{(vane)}$ が計算されている。破壊時のトルク M_f と S_h, S_v の関係は

$$M_f = \frac{\pi}{2} B^2 H \left(S_v + \alpha \frac{B}{H} S_h \right) \dots \dots \dots (25)$$

で与えられる(Cadling and Odenstad¹⁷⁾, 1950)。ここで、 B と H はそれぞれベーンの幅と高さ、 α はベーンの両端面に作用するせん断応力分布の形状によって決まる定数である。土の変形が弾性的であれば、せん断応力の分布は三角形($\alpha=0.25$)、弾塑性的であれば放物形($\alpha=0.3$)、また、ベーンの回転が進み、羽根の端からピーク



図—8 ベーン強度の理論値と実測値の比較

に達し始めると、せん断応力分布は最終的に一様 ($\alpha = 1/3$) となるはずである。一方、ベーン強度 $S_{(vane)}$ の算定式は、式 (25) において、 $\alpha = 1/3$, $S_h = S_v = S_{(vane)}$ として、

$$M_r = \frac{\pi}{2} B^2 H \left(1 + \frac{B}{3H} \right) S_{(vane)} \dots\dots\dots (26)$$

が用いられている。式 (25) と式 (26) から、 $S_{(vane)}$ と S_h , S_v との関係が求まる。故にベーン強度 $S_{(vane)}$ は、 S_h と S_v を用いて次式で表される。

$$S_{(vane)} = \frac{1}{1 + \frac{B}{3H}} \left(S_v + \frac{B}{3H} S_h \right) \dots\dots\dots (27)$$

式 (27) に式 (21) と式 (23) を代入して、ベーン強度を求めると、

$$\frac{S_{(vane)}}{\sigma_{z0}} = \frac{(1+2K_0)}{21\sqrt{3}} M \exp(-A) \left\{ 6 + \sqrt{1 + \frac{3}{4} \left(\frac{\eta_0}{M} \right)^2} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

となる。通常のベーン試験では、 $H/B=2$ が用いられることが多い。式 (28) は $H/B=2$ を代入して求めたものである。

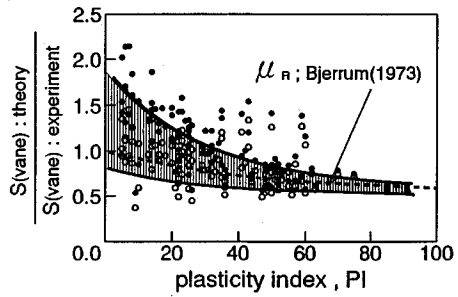
5. ベーンせん断強度の設計強度への補正

Bjerrum^{1),2)} (1972, 1973) は、軟弱地盤上の数多くの盛土の破壊例を検討し、ベーン強度を用いて盛土の安定解析を行うと安全率が1より大きいにもかかわらず破壊している例が多いことを指摘した。そこで、彼は設計強度に換算するべく、ベーン強度の補正法を提案している。安定解析に用いるべき設計強度を $S_{(design)}$ とすると、その補正方法は次のように表される。

$$S_{(design)} = \mu \cdot S_{(vane)}, \mu = \mu_A \cdot \mu_R \dots\dots\dots (29)$$

ここに、 μ が補正係数である。その内、 μ_A が異方性、 μ_R が時間依存性に関する補正係数である。

この Bjerrum の考え方に沿って、非排水せん断強度への異方性と時間依存性のそれぞれの影響について、ベーン強度の理論式と過去に報告されている実験結果を



図—9 ベーン強度におよぼす時間依存性の影響

もとに考察する。

(1) 時間依存性の影響

過去に報告されている原位置ベーン強度の実測値と理論値式 (28) を塑性指数に対して表すと、図—8 を得る。実測値の出典は図中に示すとおりである。また理論値(実線)の計算に必要なパラメータは付録1と同様に半経験的な方法で求めた。

土の粘性的性質の効果は、塑性指数が大きくなるに伴って増大し、せん断速度が速くなればなるほどピーク強度を高める方向に働くと考えられる。確かに図—8を見ると、実測値は塑性指数が大きくなるに従って、強度が増大する傾向がある。理論値と比較してみると、塑性指数が40以上では、実測値の方が大きく、塑性指数が大きくなるほど差が広がっている。しかし塑性指数が20以下では、実測値が理論値を下回っている。実測値のプロットの内、塑性指数が小さいものには鋭敏な粘土に対する試験結果が多く含まれている。特に、塑性指数が10以下となると、非常に鋭敏な粘土の試験結果が多い。そのような高鋭敏粘土ではベーン貫入に伴う乱れの影響によって、15% から30% 程度の強度低下が生じると報告されている (La Rochelle, Roy and Tavenas¹⁸⁾, 1973)。

図中には、Ohta et al³⁾ (1985) によるベーン強度の理論値(表—2の最下段の式を式 (27) に代入した)も破線で示している。本論文で導かれた理論値(実線)よりも全体的に小さめの値となっている。

理論値には粘性的な効果は考慮されておらず、非排水条件の下で、十分にゆっくりとせん断された場合の強度を意味する。ゆえに、図—8より、理論値を実測値で除してやることにより、時間依存性の補正係数を求めることができる。各補正係数を塑性指数に対して表すと、図—9を得る。本論文で導かれた理論値を各実測値で除した値を(●)で、Ohta et al³⁾ (1985) による理論値を各実測値で除した値を(○)でプロットしてある。影を付けて表したのが、本論文の補正係数の範囲である。図中には Bjerrum²⁾ (1973) が提案している塑性係数 (μ_R) も破線で示した。このようなプロットは、せん断速さに

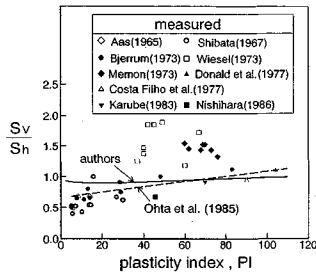


図-10 ベーン強度自身の持つ異方性

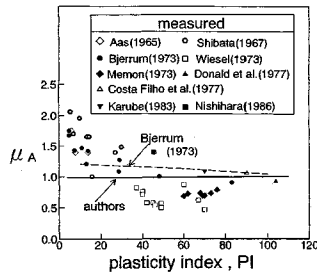


図-11 異方性の補正係数 (ただし、ベーン試験は H/B=2 の場合)

stress release	$\mu_S = \frac{(q/2)_{ideal\ sample}}{(q/2)_{perfect\ sample}} = 1$
disturbance	$\mu_D = \frac{(q/2)_{perfect\ sample}}{(q/2)_{UU}}$
confining pressure	$\mu_C = \frac{(q/2)_{UU}}{(q/2)_{undisturbed\ slow}}$
strain rate effect	$\mu_R = \frac{(q/2)_{undisturbed\ slow}}{(q/2)_{UC}}$

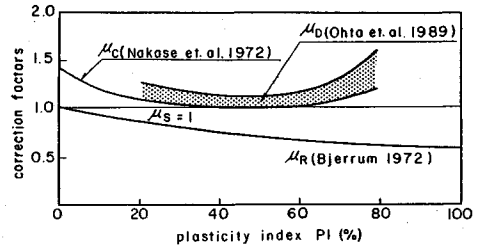


図-12 一軸強度の補正係数と塑性指数の関係 (Ohta et al, 1989 より加筆引用)

伴って土の粘性的な性質が引き起こす効果だけを表すものではない。例えば、部分排水的な効果が実測値に影響を与えていても、その補正も含まれたものとなっている。尚、ここで、塑性指数が10%以下の実測値については、先に述べた強度低下を20%と考慮して、報告されている強度を1.25倍して用いている。

(2) 異方性の影響

せん断方向の違いによって、非排水強度は異なる値を持つ(強度異方性)。これを補正して安定解析に用いるべき設計強度を得ようとする。しかしすべり線に沿う強度もその方向によって異なるため、設計強度としてどのような強度を考えるべきかが重要となる。Ohta et al³⁾ (1985)、西原³⁾ (1986)によると、水平地盤上の盛土の安定問題の場合、円弧すべりに沿う強度の平均値は一面せん断強度に一致することが理論的に求められている(非排水条件を満足して、十分にゆっくりとせん断された場合の強度:表-2の上段の式、をすべり円弧に沿って、足し合わせ平均をとった場合)。よって、ここではベーンせん断強度の異方性を一面せん断強度を基準として考えることにする。

ベーン試験は上下端面と円筒側面の2つのせん断面を持つため、ベーン強度そのものが異方性の影響を受ける。ベーンの羽根のH/B比を変えると、異なるベーンせん断強度が測定される。ベーン試験のS_vとS_hについては、Aas¹⁹⁾ (1965)を始め、数多くの研究がなされている。

この内、柴田¹⁶⁾ (1967)は、三軸セル内で異方圧密した粘土を用いてベーン試験を行い、S_vとS_hの比と塑性指数との関係を示している。理論式(21)と式(23)によると、S_vとS_hとの比は、

$$\frac{S_v}{S_h} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{3}{4} \left(\frac{\eta_0}{M} \right)^2}} \dots\dots\dots (30)$$

となり、K₀とφ'のみの関数となる。これを柴田¹⁶⁾ (1967)が示した図に書き込むと図-10の実線となる。またOhta et al³⁾ (1985)による理論値を書き込むと破線となる。図中には、他の研究者による実験結果もプロット

されている。ここで式(30)のパラメータMとη₀は、付録1と同様に半経験的な方法で推定した。理論値と実測値は塑性指数に対して右上がりの傾向を示しており、塑性指数が大きくなるとS_v/S_h比は1.0に近づく。すなわち、ベーン強度自身が持つ異方性が小さくなることわかる。特にS_v/S_h比が1.0の時には、ベーン強度は水平面上での直接せん断強度S_hに等しくなる。

さて、ベーン強度が求まったとして、それを設計強度に換算する際の異方性の影響の補正係数を考えてみよう。求めたい設計強度をS_(design)とすると、式(28)から、

$$\mu_A = \frac{S_{(design)}}{S_{(wane)}} \dots\dots\dots (31)$$

として、異方性の影響の補正係数を定義できる。設計強度には一面せん断強度を考えているから、式(31)の右辺の分子には、表-2の一面せん断強度式が代入される。よって、μ_Aの理論式は、

$$\mu_A = \frac{7}{6 + \sqrt{1 + \frac{3}{4} \left(\frac{\eta_0}{M} \right)^2}} \dots\dots\dots (32)$$

と誘導される。図-11に、Bjerrum²⁾ (1973)による異方性の影響の補正係数(図中の破線)とともに、塑性指数との関係を示す。ほぼBjerrumと似たようなカーブとなっている。尚、式(32)のパラメータMとη₀は、付録1と同様に半経験的な方法で推定している。

6. ベーンせん断強度と一軸圧縮せん断強度

安定検討を行う際、海外では欧米を中心に、ベーンせん断強度が広く用いられているのに対して、我国では一軸圧縮せん断強度の利用がほとんどである。2つの強度はどのように異なるのであろうか。ここでは、この2つ

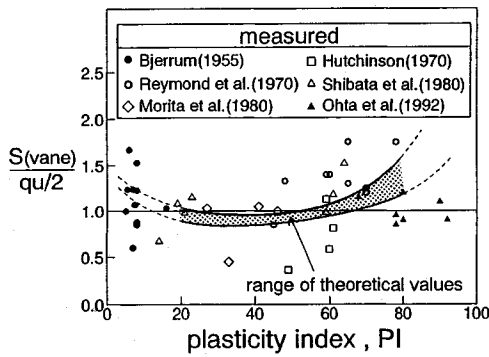


図-13 ベーン強度と一軸強度の比較

の強度の違いを、得られた理論を用いて検討してみる。

Ohta et al¹⁾ (1989) によると、試験から得られた一軸圧縮せん断強度 $q_u/2$ から次のようにして、 K_0 圧密三軸非排水強度 $S_{u(K_0UC)}$ を求めることができる。

$$S_{u(K_0UC)} = \frac{q_u}{2} \times \mu_c \cdot \mu_D \cdot \mu_s \cdot \mu_R \dots\dots\dots (33)$$

ここに、 μ_c 、 μ_D 、 μ_s そして μ_R はそれぞれ拘束圧、乱れ、応力解放、速度効果に関する補正係数である。これら補正係数が図-12 にまとめられている。いま、 K_0 圧密三軸非排水せん断強度 $S_{u(K_0UC)}$ の理論式が表-2 に示されているので、各補正係数 (図-12) を代入することにより、実際に試験から得られる一軸強度 $q_u/2$ を逆に推定できる。一方、ベーンせん断試験の理論強度は式 (28) として与えられる。実際に試験より得られるベーン強度との差は、時間依存性の補正係数 μ_R として表されている (図-9)。したがって、実際に得られるベーン強度と一軸強度との比を理論的に推定することができる。

Ohta et al¹⁾ (1989) は、一軸強度のせん断速度の影響の補正に、Bjerrum²⁾ (1973) による補正係数 μ_R を用いている (図-12)。いま、ベーン強度の時間依存性の補正にも Bjerrum²⁾ (1973) による補正係数を用いるとすると、理論から期待されるベーン強度と一軸強度との比は、

$$\frac{S_{(vane)}}{q_u/2} = \frac{2}{7\sqrt{3}} \exp\left(-\frac{A}{M}\eta_0\right) \left\{6 + \sqrt{1 + \frac{3}{4}\left(\frac{\eta_0}{M}\right)^2}\right\} \cdot \mu_c \cdot \mu_D \cdot \mu_s \dots\dots\dots (34)$$

と表される。これを塑性指数に対して図示すると、図-13 を得る。ただし、 M や η_0 などの物性値は、付録 1 と同様に半経験的な方法で推定している。また、補正係数 μ_c 、 μ_D そして μ_s は、図-12 から読み取って用いた。補正係数 μ_D の値に幅があるため、理論から期待されるベーン強度との比も幅を持つ (影を施した部分)。図中の点は、過去に報告されている試験結果であり、出典は図中に示されるとおりである。実測値にはかなりのばらつきが見られるが、理論値は実測値のほぼまん中を横

切っており、下に凸となる実測値の傾向を良く説明している。塑性指数が 20 から 60 の範囲でベーン強度と一軸強度の比は 0.85 から 1.0 となっており、一軸強度の方が最大で約 17% ほど大きい。しかし塑性指数が 20 以下もしくは 60 以上となると、両者の強度の差は開いてゆき、ベーン強度の方が随分と大きくなっている。

7. おわりに

本論文は、原位置ベーンせん断試験の強度について、その理論式の誘導に始まり、ベーンせん断強度の持つ異方性や時間依存性などの性質、そして実際の安定解析などへの適用に関して考察したものである。ここで得られた主要な結論をまとめると以下のようなになる。

- (1) ベーン試験の上下端面と円筒側面での 2 種類のせん断強度を、せん断方向が異なる 2 つの直接せん断にモデル化して、弾塑性構成式 (Sekiguchi and Ohta⁶⁾, 1977) から理論式を求めた。
- (2) 導かれたベーン理論強度と過去に報告されている実測値とを比較することにより、ベーン強度に及ぼす時間依存性の効果を明らかにした。さらにこの時間依存性の影響を排除する補正係数を表した。この補正係数は、過去に Bjerrum²⁾ (1973) によって提案されている補正係数とほぼ一致した。
- (3) 破壊時のトルクからベーン強度を算定する慣用式を取り上げ、ベーン強度自身に内在する強度異方性について考察した。 S_h と S_v との比を求めてみたところ、実測値との対応も概ね良好な結果となった。
- (4) 安定解析などに必要な設計強度の換算を考察した。Ohta et al³⁾ (1985) によると、水平地盤上の盛土による円弧すべりの場合、円弧に沿う非排水強度を平均すると、ほぼ一面せん断強度に一致することが知られている。本論文では、ベーンせん断強度をこの一面せん断強度へ変換する補正係数を求めた。
- (5) 最後に、ベーンせん断強度と一軸強度との差異を考察した。理論から予測されるこれらの 2 つの強度の比を塑性指数に対して表してみた。その結果、塑性指数が 20 から 60 の範囲では、一軸強度の方が若干大きめとなるが、それ以外の範囲では、ベーン強度の方が随分と大きくなることわかった。また実測データをプロットしてみたところ、理論はその傾向を良く説明していた。

最後に、本研究を遂行するにあたって、大林組技術研究所表佐太郎博士より数々のご助力を戴いた。記して感謝を表したい。

付録 1. 鉛直面上での直接せん断における鉛直有効主応力 σ'_z

鉛直面上での直接せん断では、鉛直方向の有効主応力 σ'_z は初期には最大主応力であるが、破壊時には中間主

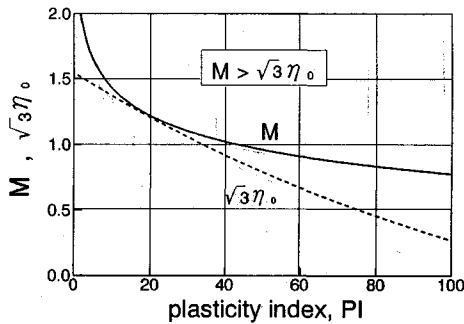


図 A-1 M と $\sqrt{3}\eta_0$ の大小関係

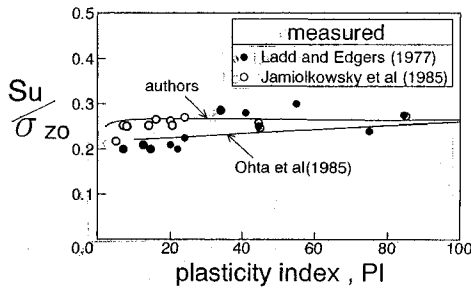


図 A-2 直接せん断強度の理論値と実測値の比較

応力となる。これを確かめておきたい。

破壊時の最大主応力 σ_1 式 (20) と破壊時の鉛直有効主応力 σ'_z 式 (18) との差をとると、

$$\sigma_1 - \sigma'_z = \frac{(1+2K_0)}{3\sqrt{3}} (M - \sqrt{3}\eta_0) \exp(-\lambda) \sigma'_{z0} \dots\dots\dots (A-1)$$

となるから、 $M > \sqrt{3}\eta_0$ でなければ、 σ'_z は最大有効応力となり中間有効主応力とはならない。

従来提案されている経験式から、 M と η_0 の値を推定し、塑性指数に対してプロットしてみると、図 A-1 を得た。すなわち、式 (A-1) の左辺は、常にゼロより大きいことが確かめられ、 σ'_z は中間有効主応力となることがわかる。

ただし $M = 6 \sin \phi' / (3 - \sin \phi')$ 、 $\eta_0 = 3(1 - K_0) / (1 + 2K_0)$ であるので、Iizuka and Ohta¹⁵⁾ (1987) による半経験的な入力パラメータの決定チャートから、 $\sin \phi' = 0.81 - 0.23 \log PI$ (Kenney²⁰⁾, 1959), $K_0 = 0.44 + 0.0042 PI$ (Massarsch²¹⁾, 1979), $M = 1.75 A$ (軽部²²⁾, 1975) を用いて計算を行った。

付録 2. 直接せん断強度の理論値の比較

式 (21) の S_h は、直接せん断試験の理論強度を与えている。Ohta et al³⁾ (1985), 西原⁵⁾ (1986) による直接せん断試験の理論強度 (表-2 の DSS) との比較を図 A-2 に示す。本論文で誘導された理論強度の方が若干大きめの値を示している。最後に、この両者の差につ

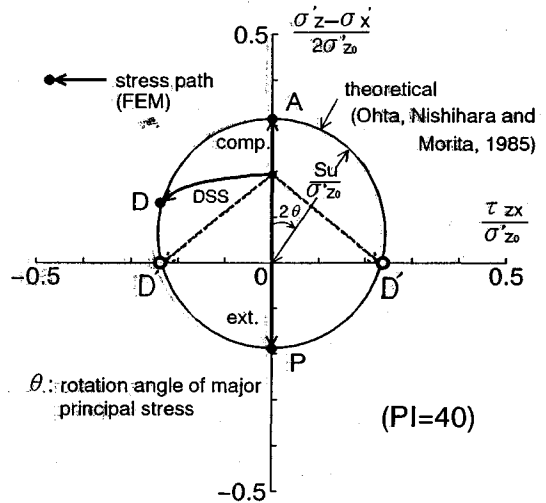


図 A-3 平面ひずみ理論強度と有限要素計算との比較

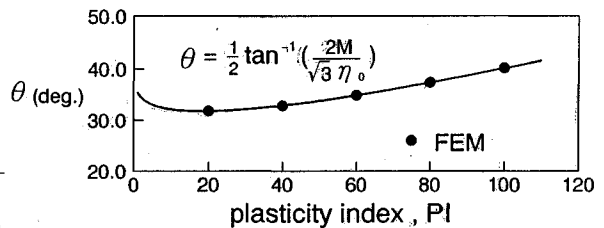


図 A-4 直接せん断試験における破壊時の主応力の回転角

いて考えてみたい。

図 A-3 に Ohta et al³⁾ (1985), 西原⁵⁾ (1986) による平面ひずみ条件下の理論強度 (図-2 の式 (9)) を図示した。表-2 の DSS 強度は、破壊時の主応力の回転角 θ を $\pi/4$ とし、図中の原点から D' 点 (図中の \circ 印) までの距離で与えられている。有限要素法を用いて直接せん断試験をシミュレートすると、図中の実線で示される応力経路を経て、 D 点で破壊に達する。破壊点は図-2 の式 (9) の理論強度曲線上にのるが、破壊時の主応力の回転角 θ は $\pi/4$ とはならない。ただし、平面ひずみ圧縮せん断、伸張せん断の場合は、表-2 による理論値と有限要素計算が完全に一致した (それぞれ図中の A 点と P 点)。

直接せん断強度を与える主応力の回転角 θ は、図-5 の DSS, H の各応力成分の値から、次式で与えられる。

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2M}{\sqrt{3}\eta_0} \right) \dots\dots\dots (A-2)$$

これを図示したのが図 A-4 である。塑性指数の増大に伴って、破壊時の主応力の回転角 θ は大きくなるが、約 30 度から 40 度の範囲にとどまっている。有限要素計算の結果もプロットしてみた。本論文の理論値と一致する結果となった。尚、計算に必要なパラメータは、付録 1 と同様に半経験的な方法で求めている。

Ohta et al.³⁾ (1985), 西原⁵⁾ (1986) は, 平面ひずみ非排水強度の誘導に, 2つの仮定を用いている (本文 2. (2) を参照). 確かにこれらの仮定がもたらす誤差はほとんどない (図 A-3). しかし, 直接せん断試験の理論強度の誘導で用いられた応力条件 (破壊時の主応力の回転角 θ が $\pi/4$) は成り立たないことがわかる.

参 考 文 献

- 1) Bjerrum, L. : Embankment on soft ground, Proc. ASCE. Specialty conference on performance of earth and earth supported structures, pp.1~54, 1972.
- 2) Bjerrum, L. : Problems of soils mechanics and construction on soft clays, Proc. 8th ICSMFE, pp. 111~159, 1973.
- 3) Ohta, H., Nishihara, A. and Morita, Y. : Undrained stability of Ko-consolidated clays, Proc. 11th ICSMFE, Vol.2, pp.613~616, 1985.
- 4) Ohta, H., Nishihara, A., Iizuka, A., Morita, Y., Fukagawa, R. and Arai, K. : Unconfined compression strength of soft aged clays, Proc. 12th ICSMFE, Vol.1, pp.71~74, 1989.
- 5) 西原晃 : 誘導異方性と主応力回転を考慮した自然堆積粘土地盤の短期安定解析, 京大博士論文, 1986.
- 6) Sekiguchi, H. and Ohta, H. : Induced anisotropy and time dependency in clay, 9th ICSMFE, Tokyo, Proc. Specialty session 9, pp. 229~239, 1977.
- 7) Yatomi, C. and Nishihara, A. : Principle for constitutive equation and expressions of anisotropy in soil materials, Soils and Foundation, Vol.24, No.3, pp.15~26, 1984.
- 8) 柴田徹 : 粘土のダイラタンシーについて, 京大防災研究所年報, 第 6 号, pp.128~134, 1963.
- 9) Shibata, T. and Karube, D. : Influence of the variation of the intermediate principal stress on the mechanical properties of normally consolidated clays, Proc. 6th ICSMFE, Vol.1, pp.359~363, 1965.
- 10) 軽部大蔵・栗原則夫 : 繰り返し粘土のダイレイタンシーとせん断強度について, 土木学会論文報告集, 第 135 号, pp. 16~24, 1965.
- 11) 軽部大蔵・原田征四郎 : 繰り返し粘土の平面変形条件について, 土木学会論文報告集, 第 147 号, pp.1~9, 1967.
- 12) Ohta, H. : Analysis of deformations of soils based on theory of plasticity and its application to settlement of embankments, Dr. Eng. Thesis Kyoto Univ, 1971.
- 13) Ohta, H. and Sekiguchi, H. : Constitutive equations considering anisotropy and stress reorientation in clay, Proc. 3rd Int. Conf. Numerical method in Geomechanics, pp.475~484, 1979.
- 14) Ohta, H., Iizuka, A., Omote, Y. and Sugie, S. : 3-D analysis of soil/water coupling problems using elasto-viscoplastic constitutive relationships, Proc. 7th Int. Conf. Computer Methods and Advances in Geomechanics, Vol.2 pp.1191~1196, 1991.
- 15) Iizuka, A. and Ohta, H. : A determination procedure of input parameter in elasto-viscoplastic finite element analysis, Soils and Foundation, Vol.27, No.3, pp.71~87, 1987.
- 16) 柴田徹 : 粘土のベーンせん断強度に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 138 号, pp.39~48, 1967.
- 17) Cadling, L. and Odenstad, S. : The vane borer, an apparatus for determining the shear strength of clay soils directly in the ground, Proc.2 of S.G.I., 1950.
- 18) La Rochelle, P. Roy, M. and Tavenas, F. : Field measurements of cohesion in Champlain clay, Proc. 8th ICSMFE, Vol.1-1, pp.229~236, 1973.
- 19) Aas, G. : A study of the effect of vane shape and rate of strain on the measured values of in-situ shear strength of clays, Proc. 6th ICSMFE, pp.141~145, 1965.
- 20) Kenney, T.C. : Discussion on "Geotechnical properties of glacial lake clays", Proc. ASCE, Vol.85, SM 3, pp.67~79, 1959.
- 21) Massarsch, K.R. : Lateral earth pressure in normally consolidated clay, Design Parameters in Geotechnical Engineering, 7th Eur. Conf. Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol.2, pp.245~249, 1979.
- 22) 軽部大蔵 : 規格以外の三軸圧縮試験法とその問題点, 第 20 回土質工学シンポジウム, 土質工学会, pp.45~60, 1975.

(1993.2.8 受付)

VANE STRENGTH IN ANISOTROPICALLY CONSOLIDATED CLAY DEPOSITS

Hideki OHTA, Akira NISHIHARA, Atsushi IIZUKA and Shigehiko SUGIE

This paper describes the strength obtained from in-situ vane shear test. The undrained strength of vane shear test is formulated based on the elasto-plastic constitutive model proposed by Sekiguchi and Ohta (1977). The stress condition at the failure for the vane shear test used in the formulation are theoretically derived from vertically and horizontally direct-shearing models. Introduced are the effect of shearing rate and anisotropy of vane strength in K_0 -consolidated clays through comparing the theoretical strength with measured values. And the last part of this paper is devoted to the discussion of the difference between the vane strength and the unconfined compression strength popular in Japan.