

# 越流による砂州崩壊に関する研究<sup>†</sup>

邵 小敏\*・田中 仁\*\*・首藤伸夫\*\*\*

洪水による河口砂州越流時の掃流砂量を考える際には、斜面効果、圧力勾配効果及び剪断力勾配の効果を加味する必要がある。本研究では、河口砂州崩壊過程の解析を目的として、理論及び実験をもとに上記の効果を含む非平衡流砂量式及び平衡流砂量式を導いた。同式を用いて砂州浸食過程の数値計算を行ったところ、実験結果と良好な一致を示すことが判った。

**Key Words** : bedload formulae, non-equilibrium sediment transport, effect of slope, effect of pressure gradient

## 1. まえがき

河口部においては、河川流による砂の掃流、波による沿岸及び沖方向の漂砂のバランスの変化に左右されて、複雑な現象が生じる。例えば、河川流量が小さく、波浪の卓越する河口では、河口閉塞に悩まされることが多い。河口に形成された河口砂州は、しばしば洪水時の越流によって崩壊し、新しい河口が形成されることがある<sup>1)</sup>。また、砂州崩壊前の水位上昇による湛水被害を防ぐために人工的に砂州の一部を開削する場合でも、予想以上の洪水があれば、越流によって河口砂州崩壊が生じる可能性もある。

越流による砂州の崩壊の機構について、土屋ら<sup>2)</sup>は、従来の掃流砂量公式を用いた河床変動計算では崩壊速度を過小に見積ることを報告している。しかし、その原因として掃流砂量公式、底面摩擦力の評価のいずれに問題があるかは必ずしも明確にはしていない。また、福岡ら<sup>3)</sup>は数値計算による砂州崩壊の研究を行い、流砂の非平衡性による影響が無視できないことを指摘している。小川ら<sup>4)</sup>は移動床実験と固定床実験を行い、砂州崩壊機構と通常の流砂現象の相違などを考察した。小川らの研究によれば、河口砂州崩壊時の流砂量に関しては、流砂量の非平衡性、底面摩擦力への不等流の影響、河床勾配の効果等を考えなければならない。これらの研究においては、砂州越流流量を供給流量と同じとした点、及び平衡流砂量と非平衡流砂量の推定に際して地形勾配の影響をどう考慮すべきかにも問題が残されている。著者ら<sup>5), 6)</sup>は砂

州崩壊の移動床実験及び固定床実験を行うことにより、斜面勾配及び圧力勾配の影響を有する場合の平衡流砂量式及び非平衡流砂量式を提案し、流砂量の定式化を試みた。しかし、剪断力の場所的な変化による流砂量の非平衡性の機構に関する検討は十分ではなかった。

ここでは、越流による砂州崩壊の移動床実験及び固定床実験に基づき、砂州崩壊機構を再検討する。

## 2. 実験装置及び実験方法の概要

### (1) 移動床実験

実験は図-1に示す幅15 cm、高さ45 cm、長さ6.5 mの水路で行った。水路中央部3 m区間はガラス張りとなっており、この位置に砂州の模型を設置した。砂州崩壊過程はカメラで撮影した。用いた底質は比重2.65の海砂であり、平均粒径は0.38 mmと0.51 mmの2種類であった。

ヘッドタンクから供給された水はまず整流槽を通過して水路に流入する。整流槽から2 mの距離をおいて砂州模型を設置した。砂州の直上流側の水位を測るために、二台のサーボ式水位計を2 mの間隔で設置した。水路の下流端には貯砂池を設け、その下流に量水堰を設置して流量の測定を行った。

実験条件を表-1に示す。表中の「初期勾配」とは砂州下流面の初期勾配を表す。また、「上げ底あり」とは、観測区間内の砂面上で跳水が生ずることのないように、長さ1 mにわたって底面を高さ1 cmだけ高めたことを意味する(図-1参照)。

砂州模型の高さは越流前の浸透効果に関係しており、本研究では砂州崩壊に対する影響を無視できる程度に抑えるために、20 cm以下とした。また、模型の上流側斜面は安息角よりも緩やかなものとした。

本実験では、写真から読みとった砂面高さの時間変化及び砂の無供給条件から、掃流砂量の連続の式により流

<sup>†</sup> 本論文は、水工学論文集<sup>5), 6)</sup>に一部既発表の成果に、その後の研究データと考察を加えて新たに取りまとめたものである。

\* 正会員 工博 株式会社ニュージェック仙台支店  
(〒980 仙台市青葉区国分町3-4-5)

\*\* 正会員 工博 東北大学助教授 工学部土木工学科

\*\*\* 正会員 工博 東北大学教授 工学部災害制御研究センター

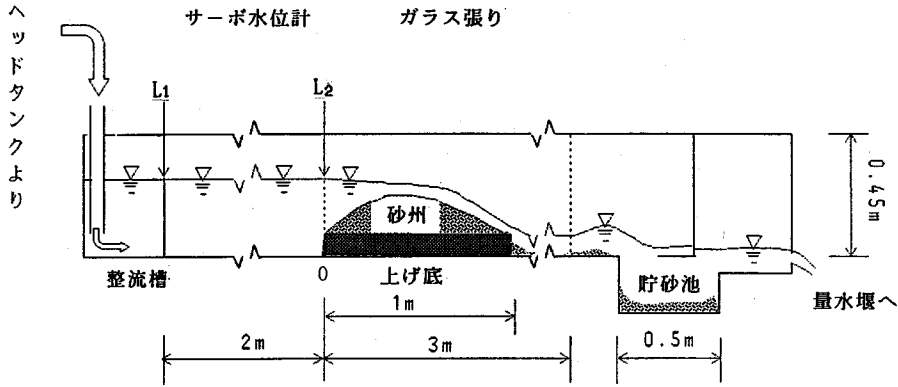


図-1 実験装置

表-1 実験条件

RUN	粒径 mm	初期 勾配 $\theta^\circ$	頂部 長さ cm	砂州 高さ cm	供 給 量 $\text{cm}^2/\text{s}$	上げ 底
RUN70	0.51	5.7	0	10	150.1	あり
RUN50	0.51	6.6	0	10	96.1	あり
RUN31	0.38	7.0	0	10	74.8	なし
RUN30	0.38	7.0	0	10	211.8	なし
RUN07	0.51	8.0	20	10	104.5	なし
RUN01	0.51	8.0	40	10	110.7	なし
RUN02	0.51	8.0	40	10	249.9	なし
RUN08	0.51	8.0	20	10	261.1	なし
RUN03	0.51	8.0	40	10	351.0	なし
RUN09	0.51	8.0	20	10	355.2	なし
RUN65	0.51	9.3	0	15	185.2	あり
RUN04	0.51	16.0	40	15	106.0	なし
RUN21	0.51	16.0	20	15	234.1	あり
RUN20	0.51	16.0	40	15	238.7	あり
RUN05	0.51	16.0	40	15	260.0	なし
RUN06	0.51	16.0	40	15	362.0	なし
RUN10	0.51	20.0	20	20	102.4	なし
RUN11	0.51	20.0	20	20	256.9	なし
RUN12	0.51	20.0	20	20	364.5	なし
RUN80	0.51	29.5	0	20	278.9	あり

CASE: RUN20  $Q_0 = 238.7(\text{cm}^2/\text{s})$   $\eta$  (cm)

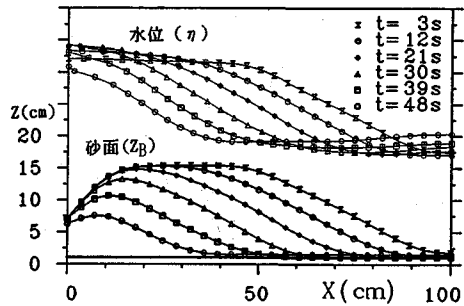


図-2 砂州形状と水位の経時変化

砂量を求めることとした。

(2) 固定床実験<sup>9)</sup>

砂州崩壊時の底面剪断力の特性を調べるために、RUN 30の移動床実験で得られた崩壊途中の砂州形状を三種選び、その固定床模型をベニヤ板で作製した。その表面には砂粒を張り付け、移動床での粗度と同一になるように調整した。水位分布はポイントゲージで、流速分布は二成分レーザー流速計で測定した。

3. 実験結果

(1) 砂州の崩壊過程

水の供給を開始すると、その直後には、砂州模型によって堰止められた上流部の貯水位が徐々に上昇する。水位が砂州頂部に至ると、越流が生じ、同時に砂州崩壊が始まる。本実験の範囲では、砂州崩壊過程の概略は実験条件の違いにあまり左右されなかった。以下では、RUN 20の砂州崩壊過程について述べる。

砂州形状  $Z_B$  と水位  $\eta$  の経時変化を図-2に示した。

座標原点は図-1に示した水槽底面での0点とした。また、時刻の原点は水が越流し始めた時とした。図中の  $Z=1$  cmの位置の太い直線が上げ底の位置に対応する。砂州の下流側斜面が流れによって侵食されながら、砂州頂下流端の上流側への移動が進行する。砂州頂下流端と上流端が一致した時点から砂州頂部の低下が始まる。砂の移動限界点は、砂州頂部の直上流にある。砂州下流面が侵食されつつある過程では、砂州下流側斜面勾配 (=  $\tan\theta$ ) は初期勾配のままでも保たれることが観察された。この現象は福岡ら<sup>3)</sup>の実験においても見られている。

図-2によれば、砂州は主に砂州頂から砂州下流底部までの間が侵食されている。そこでの河床形態は平坦河床のみであった。砂粒子の移動状態(あるいは砂の輸送モード<sup>7),8)</sup>は離散的ではなく、連続的なものであった。

(2) 砂州の越流量

本実験では、ヘッドタンクからの供給流量は一定値とした。それにもかかわらず、砂州直上流の断面  $x=0$  では砂州の崩壊に伴い、水位が変動する。そこでの水位変動は砂州上流側に水の貯留が起っていることを意味する。よって、砂州の越流流量は時間的に変化している。

本実験では、砂州上流側に2m離れている2台のサーボ水位計で測定した水位に差がほとんどないことが観測されたので、砂州の上流側貯水位が水平であると考え

ことは良い近似であるといえる。これより、砂州を越える単位幅当たりの流量  $Q$  は、水路に供給される単位幅当たりの流量  $Q_0$  および上流側水位の変化を考慮し、質量保存則より次の式で計算される。

$$Q = Q_0 - S\Delta h / (b\Delta t) \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $S$  は砂州より上流の水路部の湛水面積、 $b$  は水路幅、 $\Delta t$  は水位差  $\Delta h$  を生じた時間差である。

図-3 は式 (1) で推定した砂州越流量を示したものである。図中には砂州頂部高さ及び水位計  $L_2$  (図-1 参照) で実測した上流側水位の変化をも示した。また、記号  $\diamond$  は砂州頂部最高点での実測水深を限界水深  $h_c$  として推定した流量を示す。二つの方法で推定した流量はかなり近い値を取ることが判る。図によれば、 $t=18$  秒後、砂州頂部高さの低下が始まるにもかかわらず、砂州直上流水位 ( $L_2$  点水位) は上がり続けている。その結果、越流量も供給流量の 2 倍まで急激に増加した。

(3) 剪断力の時空間分布特性

流砂量の定式化には、砂面 (河床) での剪断力が必要になる。流水の空間的な変化が緩やかな場合には、1 次元問題としてもよい精度が得られるが、急変不等流の場合には、水面形を決めなければ剪断力を計算できないために計算量が大いのが現状である<sup>14)</sup>。また、流れの変化が緩やかか否かの基準は曖昧である。そこで、砂州を越える流れに対する 1 次元的な取扱の適否に関しての検討を目的として固定床実験を実施した<sup>9)</sup>。

剪断力を直接測定する試みは数例報告されているが、実際の適用には多くの困難が伴う。そのために、剪断力を底面近傍での流速及び圧力分布により間接的に推定する方法が良く使われている<sup>15)~17)</sup>。底面勾配及び圧力があまり激しく変化しなければ、充分発達した乱流境界層における底面近傍での流速分布は対数則分布と近似できることが予想される。ここでは、底面近傍での実測流速分布から対数則に当てはめることにより底面剪断力を推定する従来の方法を採用する<sup>17)</sup>。

固定床を越える流れの流速分布は二成分レーザー流速計で測定した。流速分布の例を図-4 に示す。図-4 (a) は全体的な速度分布を示してあり、水面の上の数字は測線の番号である。ただし、このうち四測線での分布の詳細を図-4 (b) に示した。図-4 (b) において、点は実測値で、実線は対数則分布である。各図に付いた数値  $S:3$  等は測線番号で、図-4 (a) と対応している。図によれば、境界層の発達にしたがって、平均流速分布は砂州頂部から下流に亘って対数則分布に近付いていることが判る。

本実験では、底面近傍での実測流速分布に対数則に当てはめることにより、摩擦速度  $u_{*e}$  を求めた。摩擦速度  $u_{*e}$  と次の Manning・Strickler 式

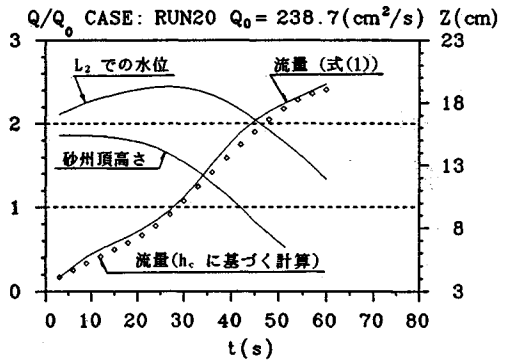
$$u_{*e} = U / \{7.66 (h/k_s)^{1/6}\} \dots\dots\dots (2a)$$


図-3 越流量の経時変化

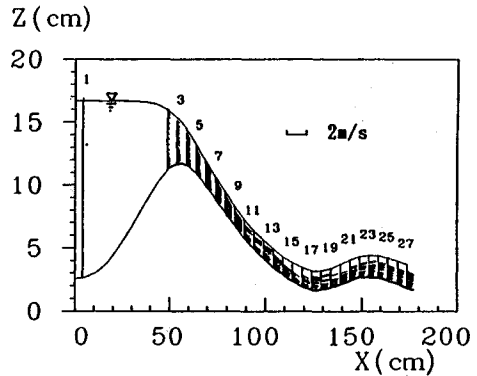


図-4 (a) 流速の縦断分布 (Exp. II)

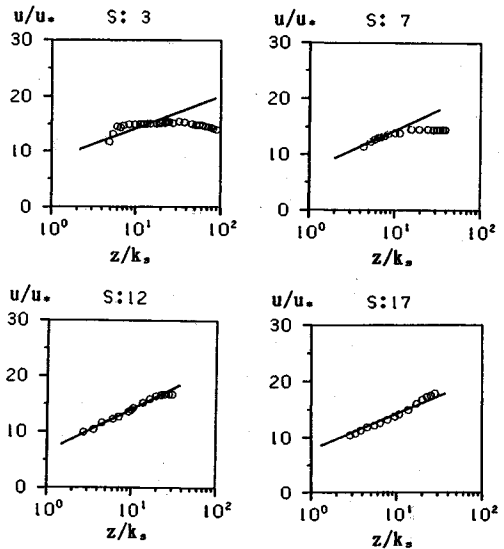


図-4 (b) 流速分布の比較

で算定した摩擦速度  $u_*$  との比較を図-5 に示す。ただし、 $U$  は断面平均流速、 $k_s$  は粗度係数で砂の粒径とした。また、 $h$  は水深である。

図中のパラツキは主に流速の変化及び圧力勾配<sup>17), 25)</sup> によるものと思われるが、実用上においては、その影響を無視できると考えられる。

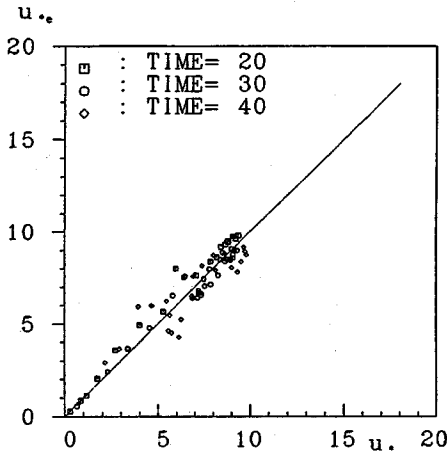


図-5 摩擦速度の比較

本研究では、流砂量を整理する際に、河床での無次元剪断力  $\tau_{*f}$  から斜面での無次元限界剪断力  $\tau_{*IC}$  を引いたもの  $\phi (= \tau_{*f} - \tau_{*IC}$ , 以下では、剪断力と呼ぶ) を用いる。  $\tau_{*f}$  及び  $\tau_{*IC}$  は次のように与えられる<sup>5)</sup>。

$$\tau_{*f} = \rho u_*^2 / [(\sigma/\rho - 1)gd] \dots\dots\dots (2b)$$

$$\tau_{*IC} = C_I \tau_{*oc} \dots\dots\dots (3)$$

$$C_I = [1 - (1/\mu_s) \{ \sigma / (\sigma - \rho) \} \tan \theta] \cos \theta \dots\dots\dots (4)$$

ここでは、 $d$  は砂の粒径、 $\sigma$  は砂の密度、 $\rho$  は水の密度、 $\tau_{*oc}$  は水平床上の無次元限界剪断力、 $C_I$  は斜面勾配の効果と考えた修正係数、 $\theta$  は斜面の角度、 $\mu_s (= 1)$  は砂の静止摩擦係数である。ただし、式(4)が文献5)の式(4)と異なるのは、浮力の方向を等圧面に垂直な方向に修正したためである。

式(2b)で推定した剪断力の縦断分布の例を図-6に示す。図中には、 $\phi_b (= q_b / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3}$ ,  $q_b$ : 流砂量)の分布も示した。図中の  $S_c$  は砂の移動限界地点、 $\phi_M$  は流砂量の最大値である。  $S_c$  より上流側では、砂が静止しているので、剪断力  $\phi$  をゼロとした。これより下流で、 $\phi$  は徐々に上昇し、流砂量のピーク  $\phi_M$  の少し上流側にある M 点で最大値を持ち、ついで下流に行くに従い、 $\phi$  は減少する。  $S_c$  - M の間では、 $\phi$  はほぼ直線的に増加していることが判る。ただし、現地スケールの砂州において同様な現象が見られるか否かについては現在のところ不明であり、今後更に研究を行う必要がある。

図に示しているように、 $S_c$  は砂州頂部の少し前にあり、M は砂州下流趾にある。よって、砂州崩壊の洗掘領域(すなわち、流砂量が流下方向に増加する部分)において、砂移動現象は主に  $S_c$  - M の間の剪断力により支配されると考えられる。そこで、以下では  $S_c$  - M の間の剪断力の経時変化について検討する。

$S_c$  と M の間の剪断力  $\phi$  の空間的増加率は、その平均

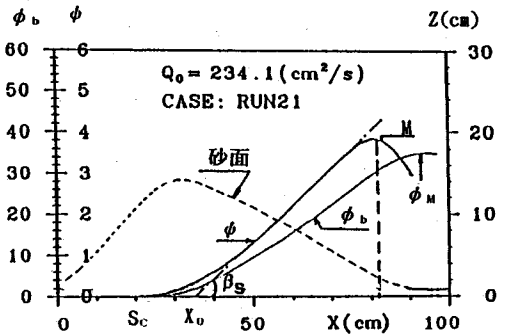


図-6 剪断力の縦断分布 (RUN 21,  $t=12$  秒)

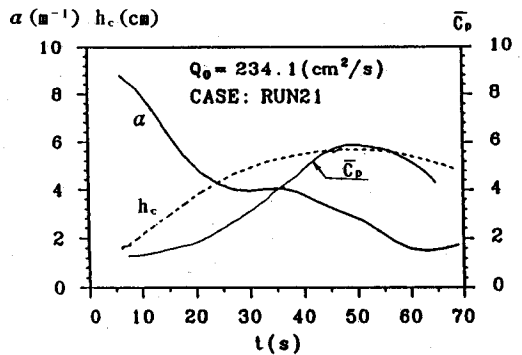


図-7 剪断力平均勾配  $\alpha$  の経時変化 (RUN 21)

勾配  $\alpha (= \tan \beta_s)$  で与えられる。  $\alpha$  の経時変化の例を図-7に示す。また、同図には砂州頂部での限界水深  $h_c$  の時間的変化も示した。図より、 $\phi$  の平均勾配  $\alpha$  は限界水深の増加に伴い、時間的に減少していくことが判る。剪断力の増加率が大きければ大きい程、流砂量の非平衡性は大きい。増加率  $\alpha$  が時間的に減衰することは、流砂量の非平衡性も時間的に減衰することを意味する。よって、砂州崩壊の後半期においては、流砂量の非平衡性が無視できる程度までに減衰する可能性が出て来ると考えられる。

また、図中の  $\bar{C}_p$  は、圧力修正係数の砂州侵食領域 ( $S_c$  と M の間) での平均値である。ただし、圧力修正係数としては後に式(6)で定義されるものを用いた。  $\bar{C}_p$  が時間的に増加していくことは圧力勾配の影響も時間的に大きくなることを意味する。よって、砂州崩壊の後半期では圧力勾配の影響が無視できないが、前半期においてはその影響は無視することが可能であると考えられる。

(4) 非平衡性を考慮しない場合の流砂量と剪断力との関係

流砂量  $q_b$  と式(2b)で計算した剪断力との関係を図-8に示す。ただし、データとしては、洗掘領域(砂州頂部から砂州下流趾までの区間)でのものを用いた。図中の点線は Meyer Peter-Müller の式<sup>9)</sup>、実線は実験値

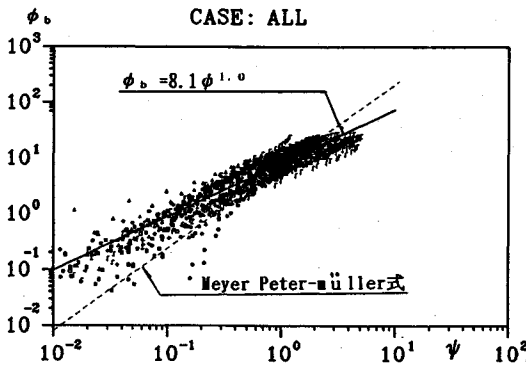


図-8 剪断力と流砂量との関係

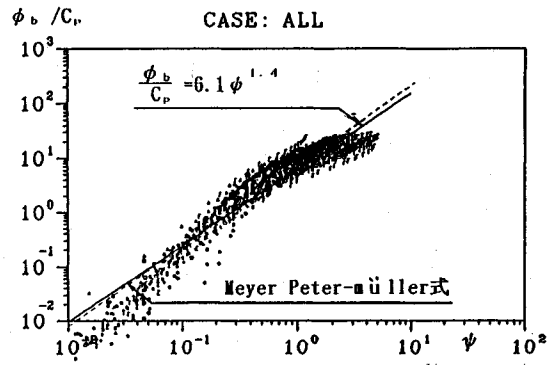


図-9 (a) 圧力勾配の影響を修正した流砂量

に最小自乗法を当てはめて求めたものである。

実験値は水平床における平衡流砂量式である Meyer Peter-Müller 式より大きな値を示す領域が広い。河床が洗掘される時の流砂量はその地点での掃流力で輸送し得る能力に相当する平衡流砂量より小さい筈である<sup>3)</sup>。この実験では逆に大きい領域が広い。この事は Meyer Peter-Müller 式に考慮すべき因子が抜け落ちていることを強く示唆している。

砂州を越流する流れは、不等流であるから、砂を移動させる力として剪断力のほかに圧力勾配がある。また、通常の水路に比べて斜面勾配が急であるから、砂自重の流れ方向の成分を重視しなくてはならない。さらに、不等流による流砂の非平衡性の影響もある。それ故、局所的な剪断力のみでは、局所的な流砂量を表現できないと考えられる。そこで、以下では、流砂量に対する底面勾配及び圧力勾配の影響について考察する。また、流砂の非平衡性については、第4章において検討を行う。

流砂量に対する底面勾配の影響に関して、幾つかの研究<sup>10)-13)</sup>がなされているが、まだ十分ではない。そこで、パワー理論に基づいてモデル化した次の式(5)により、流砂量に対する底面勾配及び圧力勾配の影響を修正する<sup>6)</sup>(付録、参照)。

$$\phi_{bIE}(\tau_{*I}) = C_p \sqrt{C_I} \phi_{bOE}(\tau_{*I}/C_I) \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $\phi_{bIE}$  は斜面勾配及び圧力勾配を有する場合の平衡流砂量、 $\phi_{bOE}$  は水平床における等流下での平衡流砂量である。また、 $C_p$  は圧力勾配の効果考えた修正係数で、次式のように与えられる。

$$C_p = \left\{ \tau_I - \tau_{IC} - 1.2d \frac{\partial p}{\partial x} \right\} / (\tau_I - \tau_{IC}) \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 $p$  は圧力であり、静水圧とした。砂の移動限界付近においては、平衡流砂量  $\phi_{bOE}$  が  $1/C_p$  より速かに 0 に近付くから、式(6)が無限になっても、式(5)が有限な値となる。

図-9 は式(2)及び式(5)により修正した流砂量

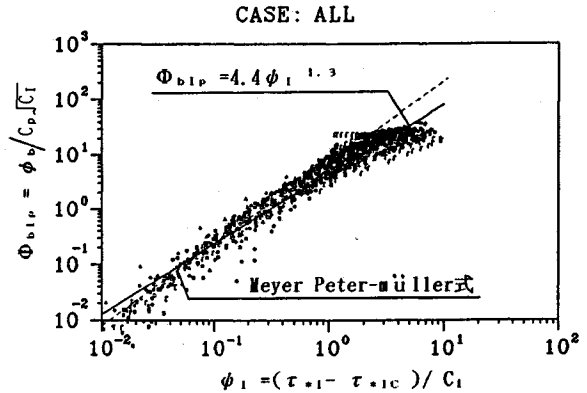


図-9 (b) 式(5)で修正した流砂量

と剪断力の関係を示す。図-9 (a) は圧力勾配の影響だけを修正したものであり、図-9 (b) は斜面勾配の影響も補正したものである。図-8 と比べると、実験値のばらつきはより小さいことが判る。また、ばらつきがあるものの、実験値は全体的に平衡流砂量である Meyer Peter-Müller の式の値より下方に位置している。これは河床の洗掘時に伴う流砂量の非平衡性による影響と考えられる。この点については、第4章において検討を行う。

流砂量の非平衡性の影響は砂州崩壊の進行とともに減少するので、砂州崩壊の後半期においては、その影響は無視できる程度になる可能性がある。ここでは、先に図-9 に示したデータのうち非平衡性の影響が小さいと考えられる砂州崩壊後半期のデータを整理することにより、圧力勾配の影響を含む平衡流砂量式(5)の妥当性を検討する。その結果を図-10 に示す。破線は Meyer Peter-Müller の式、実線は実験値による曲線である。実験データのばらつきは小さく、次の関係式が得られる。

$$\Phi_{bIE} = 7.3 \phi_1^{1.4}$$

上式から、流砂量  $\phi_{bIE}$  は剪断力  $\tau_{*I}$  で表すと次式になる。

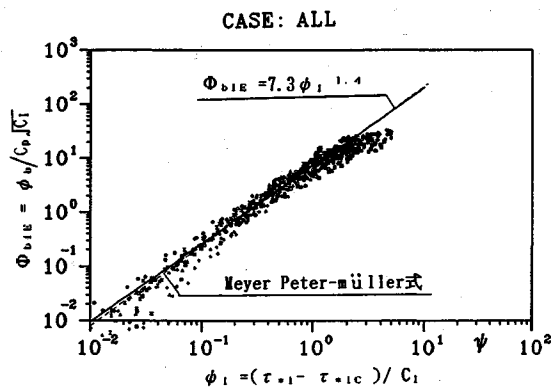


図-10 平衡流砂量の定式化

$$\phi_{bIE} = 7.3 C_p \sqrt{C_I} ((\tau_{*I} - \tau_{*IC}) / C_I)^{1.4} \dots\dots\dots (7)$$

水平床における Meyer Peter-Müller の式 (図-10 中の破線) の比例係数=8.0, べき数=1.5 とは若干異なるが, 図-10 を見れば判るように, 実際にはその違いはほとんどない。また, 流砂量に対する圧力差と勾配による影響を式 (7) で修正すれば, 水平床での Meyer Peter-Müller 式と良く一致することは, 式 (5) が妥当であることを示していると考えられる。

#### 4. 砂州崩壊における非平衡流砂量式の検討

##### (1) 砂移動式及びその積分解

越流による砂州崩壊において, 剪断力が場所的に変化するから, 流砂運動は非平衡である。非平衡流砂運動に関する研究は既になされているが<sup>18)-21)</sup>, 斜面勾配の影響を有する非平衡流砂運動に関する検討は十分ではない。ここでは, 著者ら<sup>9)</sup>が提案した非平衡流砂量式 (8) を積分することにより, 流砂量の非平衡性に対する斜面勾配の影響を理論的に検討し, その式の妥当性を検討する。

$$\frac{\partial}{\partial x} (\phi_b \sqrt{\psi}) = \frac{\Lambda C_I}{\sqrt{\psi}} (\phi_{bIE} - \phi_b) \dots\dots\dots (8)$$

ここに, 係数  $\Lambda$  は実験結果をもとに次のように表される<sup>22)</sup>。

$$\Lambda = 0.0045/d \dots\dots\dots (9)$$

ここに,  $d$  は砂の粒径であり, 単位は m である。

上流端で, 次の境界条件

$$\phi_b = \phi_{b0} \text{ at } x = x_0 \dots\dots\dots (10a)$$

$$\psi = \psi_0 \text{ at } x = x_0 \dots\dots\dots (10b)$$

を設定すれば, 式 (8) の解は次のように与えられる。

$$\phi_b = \frac{1}{\sqrt{\psi}} \left[ \int_{x_0}^x \frac{\Lambda C_I \phi_{bIE}}{\sqrt{\psi}} \exp(L(\xi, x_0)) d\xi + \phi_{b0} \sqrt{\psi_0} \right] \exp\{-L(x, x_0)\} \dots\dots\dots (11)$$

ただし,  $L(a, b)$  は次式で表される積分である。

$$L(a, b) = \int_b^a \frac{\Lambda C_I}{\tau_{*I} - \tau_{*IC}} d\xi \dots\dots\dots (12)$$

式 (11) を部分積分すれば, 次の形になる。

$$\phi_b = \phi_{bIE} - (\sqrt{\psi_0}/\sqrt{\psi}) (\phi_{bIE0} - \phi_{b0}) \exp\{-L(x, x_0)\} - \frac{1}{\sqrt{\psi}} \int_{x_0}^x \exp\{-L(x, \xi)\} \frac{\partial}{\partial \xi} (\phi_{bIE} \sqrt{\psi}) d\xi \dots\dots\dots (13)$$

式 (13) によって, 非平衡流砂量  $\phi_b$  は (I) 局所的な平衡流砂量  $\phi_{bIE}$  (右辺第一項), (II) 上流境界  $x = x_0$  での平衡流砂量と流砂量の差  $(\phi_{bIE0} - \phi_{b0})$  による緩和過程 (右辺第二項), 及び (III) 掃流層の砂の平衡運動量の変化率による緩和過程 (右辺第三項) からなることが判る。

上式中の  $\exp\{-L(a, b)\}$  が 0.01 となる距離  $C_L (= a - b)$  を遅れ距離と定義すれば, 加速流れにおいて, 流れの変化に関する  $\phi_{bIE} \sqrt{\psi}$  の変化率は正であるために,  $x_0$  から  $C_L$  だけ離れた所では, 掃流砂量  $\phi_b$  は平衡掃流砂量  $\phi_{bIE}$  より小さいことがわかる。遅れ距離  $C_L$  が小さければ小さいほど, 上流端  $x = x_0$  での平衡流砂量と流砂量との差  $(\phi_{bIE0} - \phi_{b0})$  による影響範囲, 及び流れの変化による影響範囲が小さくなり, 流砂量は平衡流砂量に近づく。

遅れ距離  $C_L$  は積分式 (12) の被積分関数

$$C_{SI} = \frac{\Lambda C_I}{\tau_{*I} - \tau_{*IC}} \dots\dots\dots (14)$$

により変化する。すなわち,  $C_{SI}$  が大きいほど遅れ距離が小さい。ここで,  $C_{SI}$  を遅れ係数と定義する。水平床においては,  $C_{SI}$  は Philips<sup>20)</sup>の遅れ係数と同じ形になる。

また, 遅れ係数や遅れ距離に対する勾配の影響は次の通りである。式 (4) から判る様に勾配の増加とともに,  $C_I, C_{SI}$  は減少する。よって, 遅れ距離は勾配の増大とともに大きくなる。よって, 勾配が大きいほど, 非平衡性の影響が大きくなることを示している。

##### (2) 砂州崩壊時の流砂の非平衡性と流砂量式

砂州は主に砂州頂部から砂州下流趾までの範囲で侵食により崩壊する。この範囲においては, 図-6 に見られるように剪断力は次式のように線形的に変化すると近似できる。

$$\tau_{*I} = \tau_{*IC} + \alpha(x - x_0) \dots\dots\dots (15)$$

ただし,  $x_0$  は図-6 に示す様に  $\tau_{*I} = \tau_{*IC}$  となる位置を示す。  $x = x_0$  での境界条件は, 砂の無供給条件及び式 (15) により, 次のように与えられる。

$$\phi_{b0} = 0 \text{ at } x = x_0 \dots\dots\dots (16)$$

$$\phi_0 = \tau_{*I} - \tau_{*IC} = 0 \text{ at } x = x_0 \dots\dots\dots (17)$$

ここでは, 式 (15) を用いて非平衡流砂量式 (11) を積分することにより, 流砂量の非平衡性について検討を行う。

式 (15) を平衡流砂量式 (7) に代入することにより、平衡状態での掃流砂量式が次の式 (18) になる。

$$\phi_{bIE} = a_s C_p C_I^{0.5-m} \{\alpha(x-x_0)\}^m \dots\dots\dots (18)$$

ただし、ここでは、 $a_s=7.3$ 、 $m=1.4$  である。

本実験においては、砂州崩壊途中で斜面は初期勾配を保ったまま崩壊するから、斜面勾配の修正係数  $C_I$  には場所的な変化が無いとしてもよい。また、剪断力勾配が大きい砂州崩壊の前半期においては、圧力勾配の影響は小さいため (図-7、参照)、以下では、 $C_p=1$  とする。式 (18)、式 (15)、式 (12) 及び境界条件 (式 (16)、式 (17)) を式 (11) に代入すれば次式を得る。

$$\phi_b = \lim_{x_1 \rightarrow x_0} \left[ (x-x_0)^{-n-0.5} \int_{x_1}^x n a_s C_I^{0.5-m} \alpha^m (\xi-x_0)^{m-0.5+n} d\xi \right] \dots\dots\dots (19)$$

ただし、

$$n = \frac{\Delta C_I}{\alpha} \dots\dots\dots (20)$$

である。式 (19) を積分し、極限を取ると

$$\phi_b = \frac{n a_s C_I^{0.5-m} \alpha^m}{m+0.5+n} (x-x_0)^m \dots\dots\dots (21)$$

が得られる。 $C_n$  を

$$C_n = \frac{n}{m+0.5+n} = \frac{\Delta C_I}{(m+0.5)\alpha + \Delta C_I n} \dots\dots\dots (22)$$

のように定義すれば、式 (21) は次のように書き改められる。

$$\phi_b = a_s C_I^{0.5-m} \{\alpha(x-C_L'-x_0)\}^m \dots\dots\dots (23)$$

ただし、ここで、

$$C_L' = (1-C_n^{1/m})(x-x_0) \dots\dots\dots (24)$$

とした。

式 (23) と式 (18) とを比較することにより、式 (25) が得られる。

$$\phi_b(x) = \phi_{bIE}(x-C_L') \dots\dots\dots (25)$$

ここでは、 $\phi_b(x)$  及び  $\phi_{bIE}(x-C_L')$  はそれぞれ  $x$  での非平衡流砂量と  $(x-C_L')$  での平衡流砂量である。式 (25) により、流砂量は剪断力の線形変化に対して、距離  $C_L'$  だけを遅れていることがわかる。遅れ距離  $C_L'$  は一定値ではなく、 $x$  の線形関数である。また、その変化の傾きは、 $m>0$  ならば、剪断力の増加率  $\alpha$  の増加関数になる。すなわち、 $x_0$  の下流側  $x$  においては、遅れ距離  $C_L'$  が  $\alpha$  の増加関数になる。よって、 $\alpha$  が小さいほど、遅れ距離が小さくなり、流砂量は平衡流砂量に近付くことが判る。

式 (22)、式 (18) を式 (21) に代入すれば、非平衡流砂量  $\phi_b$  が次式のように平衡流砂量  $\phi_{bIE}$  に比例することが判る。

$$\phi_b = C_n \phi_{bIE} \dots\dots\dots (26)$$

式 (5) を上式に代入すれば、次式が得られる。

$$\phi_b(\tau_{*I}) = C_n \phi_{bIE}(\tau_{*I}) = C_n \sqrt{C_I} \phi_{b0E}(\tau_{*I}/C_I) \dots\dots\dots (27)$$

この式により、剪断力が線形変化する条件下で、斜面上の流砂量  $\phi_b(\tau_{*I})$  は、水平床上の平衡流砂量  $\phi_{b0E}$  に対して剪断力の変化による非平衡性の効果 ( $C_n$ ) と斜面勾配の効果 ( $C_I$ ) の補正を行うことによって得られることが判る。

流砂量と剪断力の変化率  $\alpha$  との関係の例を図-11 に示す。点線は式 (7) で表される動的な平衡流砂量  $\phi_{bIE}$  で、実線は式 (27) に示された非平衡流砂量  $\phi_b$  である。三角形等の印は  $\alpha$  の異なる実験値である。図-11 によって、実験値と理論値が良く一致していることが判る。

また、式 (27) に基づいて、流砂量と剪断力の関係を求めたものが図-12 である。ただし、プロットしたデータは圧力勾配の影響が小さく、剪断力が直線的に変化している洗掘領域のものを選んだ。図中の直線は最小自乗法により求めた関係で、次式のように表わせる。

$$\phi_{bIn} = 8.0 C_n \sqrt{C_I} ((\tau_{*I} - \tau_{*IC})/C_I)^{1.4} \dots\dots\dots (28)$$

### 5. 砂州崩壊の数値計算

#### (1) 計算方法

本研究で得られた諸式の適合性を確認するため、砂州崩壊過程の数値計算を行い、実験結果との比較を行った。

数値計算の支配方程式は、砂移動に関しては、非平衡流砂量式 (8)、斜面における平衡流砂量式 (7) および砂の連続式である。流れの計算については、流水の連続式、運動方程式及び Manning-Strickler 式 (2a) を用いた。

砂州を越える流れは常流から射流へ変化する不等流であるから、水面形の計算にあたっては、支配断面の位置を与えなければならない。移動床の実験結果を考慮し、支配断面は河床高が一番高いところであると仮定し、そこの水深の勾配は次式のように与える<sup>2)</sup>。

$$\left. \frac{dh}{dx} \right|_c = \frac{i_c}{2} - 0.5 \sqrt{i_c^2 + 4/3 h_c (\partial i / \partial x)} \Big|_c \dots\dots\dots (29)$$

ここで、 $i$  は底面勾配で、添え字  $C$  は流れの支配断面での諸量であることを示す。

計算の境界条件は、砂については無供給、越流量は砂州の上流部の水位変化実測値を用いて式 (1) により求めたものを与え、支配断面の水深は流量から計算する。

#### (2) 計算結果と実験結果との比較

図-13 は RUN 21 の砂面の経時変化である。計算の初期条件は、 $t=6$  秒での砂州形状とした。実線は実験値、丸印等はそれぞれ各時間の計算値である。図中の  $Z_0=1$  cm の位置の太い直線が上げ底の表面に対応する。計算においては、砂面が上げ底以下までは低下しない条件を与え、また、上げ底の下端面 ( $x=100$  cm) では河床が変動せず、つねに  $Z_0=1$  cm となる条件を与えた。図-13 より、計算値は実験値とよく一致していることが判る。

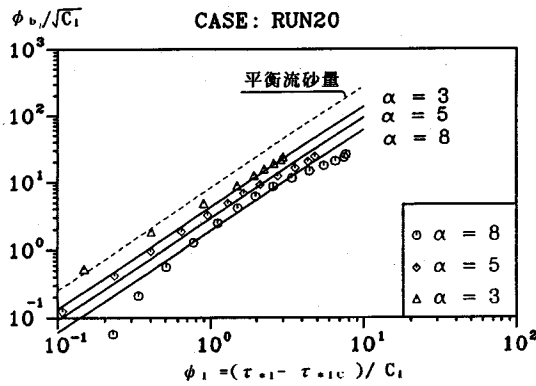


図-11 流砂量と剪断力の変化率 \$\alpha\$ との関係

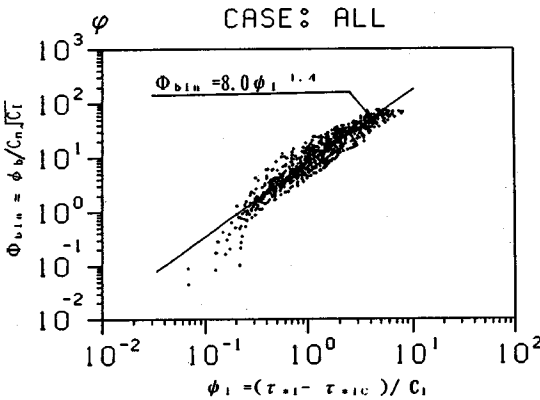


図-12 非平衡流砂量の定式化

る。

## 6. 結 論

本研究で得られた主要な結論を列挙すると以下の通りである。

(1) 越流が始まると、砂州は主に砂州頂部から砂州下流趾までの範囲でほぼ一様に侵食が始まる。この過程では、砂州下流斜面勾配はほとんど初期勾配のままに侵食される。

(2) 斜面勾配の影響としては、限界掃流力が減少すること、平衡流砂量が増加すること、及び流砂量の非平衡性が強くなることである。

(3) 剪断力が場所的に変化する。その変化によって、流砂量の非平衡性が生じる。非平衡流砂量は式(11)で与えられ、局所的な平衡流砂量、上流境界での平衡流砂量と流砂量の差による緩和過程及び掃流層の砂の平衡運動量の変化率による緩和過程の三つからなる。

(4) 実験及び理論によって、急勾配における非平衡流砂量式、式(28)、及び平衡流砂量式、式(7)が得られた。

(5) 本研究で提案した非平衡流砂量式及び平衡流砂量式を用いることにより、砂州崩壊のプロセスを数値計

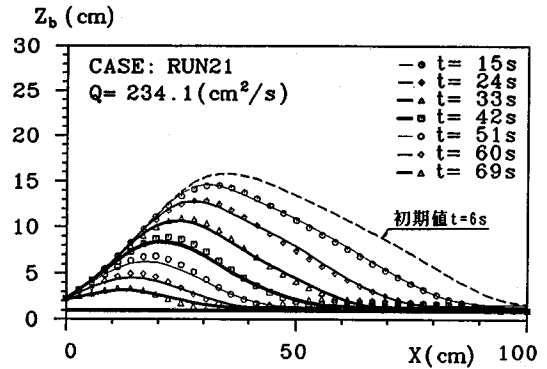


図-13 砂面の経時変化 (RUN 21)

算で再現することができた。

## 謝 辞

実験に当たり東北大学土木工学科河川水理学研究室山路弘人技官、大学院生山本潤君から助力を得た。また、本研究に対して文部省科学研究費(一般研究(C) No. 01550396, 代表: 東北大学 首藤伸夫)の補助を受けた。さらに、本論本の公表に際して、小川記念基金の補助を受けた。以上、ここに記して謝意を表わす。

## 付 録

斜面での平衡流砂量式

斜面上の砂粒子が移動する時、その位置エネルギーは変化する。このことを考慮し、パワー・モデル<sup>9)</sup>を用いて、流砂量への斜面の影響を補正する。

斜面において、単位面積あたり重量 \$\omega\$ の砂が速度 \$u\_s\$ で移動する時、摩擦係数 \$R\$ による仕事率 \$P\_R\$ は次式で表される。

$$P_R = \{\omega \cos \theta - (\rho/\sigma)\omega \cos \theta\} \mu_s u_s = (\sigma - \rho) q_{blE} \mu_s \cos \theta \dots \dots \dots (30)$$

また、重量 \$\omega\$ の砂のなす仕事率 \$P\_w\$ は次式で与えられる。

$$P_w = \omega u_s \sin \theta = \sigma q_{blE} \sin \theta \dots \dots \dots (31)$$

一方、流れから与えられるパワーは、底面から \$d\$ の高さでの流速を \$u\_{bd}\$、剪断力を \$\tau\_l\$、移動限界剪断力を \$\tau\_{lc}\$、流れ方向に圧力を受けた砂の有効厚さを \$V\$、圧力を \$p\$、効率を \$e\_{bl}\$ とする時、

$$P_F = [-\partial(pV)/\partial x + \tau_l - \tau_{lc}] u_{bd} e_{bl} \dots \dots \dots (32)$$

となる。パワーの釣合いから、\$P\_R = P\_w + P\_F\$ となるので、さらに、圧力修正係数 \$C\_p\$ は次式

$$C_p = \left\{ \tau_l - \tau_{lc} - \frac{\partial p V}{\partial x} \right\} / (\tau_l - \tau_{lc}) \dots \dots \dots (33)$$

で定義すれば、式(3)、(4)、(30)、(31)、(32)、(33)より、



$$(\sigma - \rho)q_{blE} C_I \mu_s = C_p (\tau_I - C_I \tau_{0C}) u_{bd} e_{bl} \dots (34)$$

が得られる。砂粒 Reynolds 数  $R_{es}$  を

$$R_{es} = \frac{u_* K_s}{\nu}$$

とすれば、次の対数分布則

$$\frac{u_I}{u_*} = 2.5 \ln \frac{z}{K_s} + \Psi_b(R_{es})$$

において、 $z = d = K_s$  を代入すると、

$$u_{bd} = \Psi_b(R_{es}) u_* = \Psi_b(R_{es}) \sqrt{\tau_I / \rho} \dots (35)$$

となる<sup>9)</sup>。ただし、 $u_I$  は斜面における流速分布、 $u_*$  は摩擦速度、 $K_s$  は相当係数である。式 (35) を式 (34) に代入すれば、

$$q_{blE} = \frac{\Psi_b(R_{es}) \sqrt{\tau_I / \rho} C_p (\tau_I - C_I \tau_{0C}) e_{bl}}{(\sigma - \rho) C_I \mu_s} \dots (36)$$

が得られる。

流砂量を求めるには、仕事率の効率係数  $e_{bl}$  を決めなければならない。 $e_{bl}$  は有効仕事率と流れの供給仕事率の比で、流れによる砂移動へのエネルギーの輸送効率である。 $e_{bl}$  に影響するファクターは多く、複雑であるが、主として壁面近くの乱流構造であると考えられる。そこで、 $e_{bl}$  として水平床での効率  $e_{b0}$  を準用すれば、以下のように水平床での流砂量との関係を見出すことができる。

水平床においては  $C_I = 1$  とし、さらに、斜面上であることを示す添え字  $I$  を 0 に置き換えれば、式 (36) は次の式 (37) になる。

$$q_{b0E} = \frac{\Psi_b(R_{es}) \sqrt{\tau_0 / \rho} C_p (\tau_0 - \tau_{0C}) e_{bI}}{(\sigma - \rho) \mu_s} \dots (37)$$

$q_{b0E}$  は水平床における剪断力  $\tau_0$  に対する流砂量である。以下では、この点を明確にするために、 $q_{b0E}(\tau_0)$  と表わす。そして、水平床において、剪断力が

$$\tau_0 = \tau_I / C_I \dots (38)$$

である時の流砂量は

$$q_{b0E}(\tau_0) = q_{b0E}(\tau_I / C_I) = \frac{\Psi_b(R_{es}) \sqrt{\tau_I / \rho} C_p (\tau_I - C_I \tau_{0C}) e_{bl}}{(\sigma - \rho) \mu_s C_I \sqrt{C_I}}$$

になる。そして、効率は

$$e_{bl} = \frac{q_{b0E}(\tau_I / C_I) (\sigma - \rho) \mu_s C_I \sqrt{C_I}}{\Psi_b(R_{es}) \sqrt{\tau_I / \rho} C_p (\tau_I - C_I \tau_{0C})} \dots (39)$$

と表わせる。完全粗面乱流において、 $\Psi_b(R_{es})$  は剪断力に無関係になる。この時、式 (39) を式 (36) に代入すると、

$$q_{blE}(\tau_I) = C_p \sqrt{C_I} q_{b0E}(\tau_I / C_I) \dots (40)$$

が得られる<sup>6)</sup>。

流砂量及び剪断力を無次元すれば、式 (40) は次式になる。

$$\phi_{blE}(\tau_{*I}) = C_p \sqrt{C_I} \phi_{b0E}(\tau_{*I} / C_I) \dots (5)$$

また、掃流層の厚さを砂粒径の 2 倍<sup>24)</sup>として、空隙率 0.4 とすれば、掃流層の有効厚さが  $V = 1.2d$  となり、式 (35) は本文の式 (6) になる。

### 参考文献

- 1) 田中 仁：七北田川の河口閉塞と河口砂州フラッシュ、水工学論文集、第 35 巻、pp. 275~280, 1991.
- 2) 土屋昭彦・山口高志：河口砂州の崩壊に関する研究、第 11 回水理講演会論文集、pp. 37~42, 1967.
- 3) 福岡捷二・山坂昌成・安陪和雄：強い非平衡流砂運動を伴う河床変動、第 28 回水理講演会論文集、pp. 679~684, 1983.
- 4) 小川由信・首藤伸夫：河口砂州の崩壊に関する実験的研究、東北地域災害科学研究、第 21 巻、pp. 22~25, 1985.
- 5) 邵 小敏・田中 仁・首藤伸夫：越流による砂州崩壊に関する実験、水工学論文集第 34 巻、pp. 373~378, 1990.
- 6) 邵 小敏・田中 仁・首藤伸夫：非平衡流砂運動を伴う砂州崩壊、水工学論文集、第 35 巻、pp. 435~440, 1991.
- 7) Graf, W.H.: Hydraulics of sediment transport, McGraw-Hill Book Company, pp. 273~321, 1971.
- 8) 河村三郎：土砂水理学 1, 森北出版株式会社, 339 pp., 1982.
- 9) Yalin, M.S.: Mechanics of Sediment Transport, Pergamon Press, 116 pp., 1972.
- 10) 福岡捷二・山坂昌成：直線水路の交互砂州、第 27 回水理講演会論文集、pp. 703~708, 1983.
- 11) 辻本哲郎・細川透男：急勾配水路における礫の限界掃流力と流砂量、土木学会論文報告集、第 411 号、pp. 127~133, 1989.
- 12) Smart, G.M.: Sediment transport formula for steep channels, Proc. ASCE-HY, 110, pp. 267~276, 1984.
- 13) 水山高久：山地河川の掃流砂に関する研究、京都大学学位論文、96 p., 1977.
- 14) 邵 小敏・首藤伸夫：自由水面を持つ流れの数値計算、東北地域災害科学研究、第 25 巻、pp. 47~52, 1989.
- 15) Ghosh, S.N. and Roy, N.: Boundary shear distribution in open channel flow, Proc. ASCE-HY, 96, pp. 967~994, 1970.
- 16) Preston, J.H.: The determination of turbulent skin friction by means of pitot tubes, Journal of the royal aeronautical society, Vol. 58, pp. 110~121, 1954.
- 17) 古川恵太・市村知也・関根正人・吉川秀夫：水路床勾配が漸変する開水路流れ場の解析、土木学会論文集、第 417 号/II-13, pp. 63~71, 1990.
- 18) 辻本哲郎・森 明巨・岡部健士・大本照憲：流砂の非平衡の理論とその応用、第 33 回水理講演会論文集、pp. 445~461, 1989.
- 19) 林 泰造・尾崎幸男・和泉雄一：掃流砂量式と掃流砂量の遅れの距離について、第 25 回水理講演会論文集、pp. 9~19, 1981.
- 20) Philips, B.C.: Spatial lag effects in bed sediment transport, Journal of Hydraulic Research, Vol. 27, No. 1, pp. 115~133, 1989.
- 21) Parker, G.: Sediment inertia as cause of river antidunes, Proc. ASCE-HY, 101, pp. 211~221, 1975.
- 22) Shao, X.M., Tanaka, H. and Shuto, N.: Erosion of sand

- bars by overflowing river discharge, Proceedings of International Symposium on Natural Disaster Reduction and Civil Engineering pp.97~106, 1991.
- 23) 玉井信行：水理学，培風館，pp.107~157, 1982.
- 24) Einstein, H.A. : The bed-load function for sediment transportation in open channel flows, Technical Bulletin No.1026, pp.24~25, 1950.
- 25) Schlichting, H. : Boundary-Layer Theory, McGraw-Hill Book Company, 817 pp., 1979.

(1991.8.15 受付)

---

## EXPERIMENTAL AND THEORETICAL STUDY ON SCOURING OF SAND BARS BY OVERFLOWING WATER

Xiaomin SHAO, Hitoshi TANAKA and Nobuo SHUTO

There are three important factors to be included in the bedload formulae applicable to the case that sand bars are scoured by overflowing water : slope inclination, pressure gradient and shear stress gradient. In the early stage of the scouring, the shear stress gradient and slope inclination are dominant except in a very narrow region at the top of a sand bar. A bedload formula is obtained for this non-equilibrium sediment transport. In the later stage when the shear stress gradient becomes small, the pressure gradient and slope inclination govern the scouring. Another bedload formula is obtained. The two formulae are extensions of the Meyer Peter-Müller formula. Numerical computation with these formulae simulates very well with the experimental results.

---