

不規則波のハイブリッド型断面2次元非線形変形理論*

間瀬 肇**・James T. KIRBY***

本研究は、KdV 方程式に基づいたスペクトル波浪変形理論に、砕波によるエネルギー減衰を bore モデルを用いて確率的に評価した確率モデルを組み込んだ、ハイブリッド型の不規則波浪の断面2次元非線形変形理論を提案するものである。水理実験によってこの理論モデルの妥当性を検討したところ、ピーク周波数周辺のエネルギー密度の減少、高周波領域のエネルギー密度の増加、surf beat の増加、波峰高の変化といった非線形的な波の特性の変化を表現できることがわかった。

Key Words : spectral KdV equation, bore model, hybrid model, surf beat, nonlinear random waves, nonlinear interaction

1. はじめに

実験および現地観測による浅海波浪の実態把握、力学理論による波浪の記述、波動理論および経験式を用いた波浪の変形予測の研究が現在に至るまで精力的に行われている。浅海では波浪は海底地形の影響を受け、屈折、回折、浅水変形、砕波変形、浸透、底面摩擦、また、構造物の存在、流れ、風により複雑な様相を呈する。こうした浅海波浪の特性を知ること、また予測することは海岸・海洋構造物を設計する際の波の作用力の算定、沿岸域での流れ、漂砂および海浜変形の起動力の算定に重要である。そのため、任意海底地形上での不規則波浪の非線形変形を表現できる理論および数値モデルの確立が望まれる。しかし、そこには不規則性と非線形性という二つの難しい問題が含まれる。

規則波についての非線形理論の研究は歴史も古く、現在では砕波直後の変形まで計算できるようになっている。非線形理論もいろいろあるなかで、Boussinesq 方程式は、最低次ではあるが、非線形性と分散性を含んでおり、浅水変形、屈折、回折、反射を考慮することができ、Peregrine¹⁾が任意海底地形に対する Boussinesq 方程式を導出して以来、多くの実験的検証、数値計算モデルの開発²⁾がなされ、近年さらに注目されている。Karambas and Koutitas³⁾は、散逸項を含む Boussinesq 方程式と簡略化した乱れの輸送方程式により定式化した渦動粘性係数を用いた浅水・砕波変形の計算モデルを示し、実験値をうまく表せることを示した。しかし、

Boussinesq 方程式は長波近似のもとで導かれたもので、水深波長比が大きい場合に適用できない。そこで、McCowan and Blackman⁴⁾および Madsen et al.⁵⁾は、水深の大きな領域においても分散関係を正しく表せるような修正 Boussinesq 方程式を提案し、これらの式を用いれば、本来適用範囲外の波の伝播をうまく表せるようになることを示した。岸からの反射を無視し、岸方向のみの波の伝播を対象にすると、Boussinesq 方程式から KdV 方程式が得られる。この KdV 方程式の適用範囲の拡張についても Boussinesq 方程式と同様に行われている^{6),7)}。

Boussinesq 方程式あるいは KdV 方程式は周波数領域で取り扱うことにより効率的に解くことができる。Boussinesq 方程式から、Freilich and Guza⁸⁾は任意スペクトルを有する風波の断面2次元変形理論、Liu et al.⁹⁾は屈折・回折を考慮した非線形波の浅水変形理論、Kirby¹⁰⁾は方向スペクトル理論を導いた。Vengayil and Kirby¹¹⁾はスペクトルモデルにより、砕波点近くまで非線形波の浅水変形を表せることを示した。

不規則波浪の浅水・砕波変形の解析手法の一つであるスペクトル法は、水位変動を振幅、周波数がそれぞれ異なる無数の正弦波が重なり合ったものとして解析するものである。線形の問題では、微小振幅波理論を用いて各成分波の変形や作用力を算定し、重ね合わせの原理により解を得ることができる。非線形の問題では、各成分波は互いに干渉し合って独立ではなくなる。非線形性が小さい場合には理論的な取り扱いが可能であるが、各成分波が特定の位相で重なり合って砕波し、エネルギー逸散が生じるといった非線形性が顕著で、現象が不連続な場合には、純理論的取り扱いは困難であり、何らかの経験的・便宜的手法を取り入れることが必要となる。

本研究は、KdV 方程式からモード結合方程式に変換して不規則波の浅水変形に適用した研究¹²⁾、その浅水変

*本研究は、既に発表した論文^{12), 13), 14)}を統合し、詳細な誘導過程を示すとともに新たな適用例を加えてとりまとめたものである。

**正会員 工博 京都大学工学部助教授 土木工学科
(〒606 京都市左京区吉田本町)

*** Ph.D Assoc. Prof. Univ. of Delaware

形モデルに砕波減衰項を取り入れた研究¹³⁾、その砕波減衰項を改良した研究¹⁴⁾を統合し、適用範囲を拡張した周波数領域での修正 KdV 方程式に散逸項を導入し、その散逸係数を確率分布法による砕波のエネルギー減衰率でモデル化した、すなわち、スペクトルモデルと確率モデルを統合したハイブリッド型の不規則波の断面2次元変形理論を提案するものである。理論モデルの Fortran プログラムへのコード化の後、実験結果と計算結果との比較・検討結果を示すとともに、あらたに双峰型スペクトル波の変形計算に適用する。従来の波別解析法による不規則波浪変形計算モデルは、非線形性に伴う波の特性、例えば、surf beat の増加等を算定することはできないが、ここで提案するハイブリッド理論ではこれがある程度可能である。しかし、反射成分を無視しているので、正確には極浅海域での重複波的な振舞いは説明できないという欠点がある。

2. 不規則波のハイブリッド型浅水・砕波変形理論

(1) スペクトル法による修正 KdV 方程式

Boussinesq 方程式は、代表周波数を ω_0 、代表振幅を a_0 、代表水深を h_0 として、二つの無次元パラメータ

$$\epsilon = a_0/h_0, \mu^2 = \omega_0^2 h_0/g \dots\dots\dots (1)$$

が $O(\epsilon) = O(\mu^2) < 1$ という条件のもとで得られ、次式で表される。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot \{ (h + \epsilon \zeta) \mathbf{u} \} = O(\epsilon^2, \epsilon \mu^2, \mu^4) \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \epsilon (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla \zeta \\ = \mu^2 \left[\frac{h}{2} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot (\nabla \cdot (h \mathbf{u})) - \frac{h^2}{6} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right] \\ + O(\epsilon^2, \epsilon \mu^2, \mu^4) \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

この式は、以下のように無次元化されている。

$$\left. \begin{aligned} t = \omega_0 t', (x, y) = k_0(x', y') = \frac{\omega_0}{\sqrt{gh_0}}(x', y'), \\ h = \frac{h'}{h_0}, \mathbf{u} = \frac{\mathbf{u}'}{\{(a_0/h_0)\sqrt{gh_0}\}}, \zeta = \frac{\zeta'}{a_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ダッシュ付きの変量が次元量である。t は時間、x, y は水平座標、h は水深、u は流速、ζ は水位である。水深変化率を

$$O(|\nabla h|) \leq O(\mu^2) \dots\dots\dots (5)$$

とすると、式 (3) は次のようになる。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \epsilon (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla \zeta = \mu^2 \frac{h^2}{3} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{u}) \dots\dots\dots (6)$$

これ以降、一次元伝播変形 (断面2次元変形) を考える。 $\phi_x = u$ なる速度ポテンシャル ϕ を導入し、式 (2) と式 (3) の u を次のように書き直す。

$$\zeta_t + (h\phi_x)_x + \epsilon (\zeta\phi_x)_x = 0 \dots\dots\dots (7)$$

$$\phi_{xt} + \epsilon \phi_x \phi_{xx} + \zeta_x - \frac{\mu^2 h^2}{3} \phi_{xxx} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

最低次のオーダーの関係式

$$\zeta = -\phi_t \dots\dots\dots (9)$$

を式 (7) の左辺第3項に代入した後、式 (7) および式 (8) から ζ を消去すると次式が得られる。

$$\phi_{tt} - (h\phi_x)_x + \epsilon (\phi_t \phi_x)_x + \frac{\epsilon}{2} (\phi_x^2)_t - \frac{\mu^2 h^2}{3} \phi_{xxx} = 0 \dots\dots (10)$$

波は x の正方向 (岸方向) に伝播するものとし、次の変数を導入する。

$$\xi = \int \frac{dx}{C} - t, \tau = \epsilon t, \chi = \epsilon x \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 $C = \sqrt{h}$ である。これらの変数を用いて式 (10) は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \phi_{\xi\tau} + C\phi_{\xi x} + \frac{1}{4C} h_x \phi_\xi + \frac{3}{2C^2} \phi_{\xi\xi} \phi_\xi \\ + \frac{\mu^2 h^2}{6\epsilon C^2} \phi_{\xi\xi\xi\xi} = 0 \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

式 (9) の関係式を用いて ϕ_t を ζ で表すと

$$\zeta_\tau + C\zeta_x + \frac{1}{4C} h_x \zeta + \frac{3}{2C^2} \zeta \zeta_x + \frac{\mu^2 h^2}{6\epsilon C^2} \zeta_{\xi\xi\xi} = 0 \dots\dots (13)$$

が得られる。これが任意海底地形に対する KdV 方程式である。固定座標系の表示に直せば次のようである。

$$\zeta_t + \sqrt{h} \zeta_x + \frac{h_x}{4\sqrt{h}} \zeta + \frac{3\epsilon}{2\sqrt{h}} \zeta \zeta_x + \frac{\mu^2 h^{5/2}}{6} \zeta_{xxx} = 0 \dots\dots (14)$$

波は基本周期 $2\pi/\omega_1$ に対して周期的であるとし、 ω_1 の調和成分の重ね合わせとして次のように Fourier 級数表示する。

$$\zeta' = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} A_n \exp \left\{ i \left(\int k_n dx' - \omega_n t' \right) \right\} + c.c. \dots\dots (15)$$

$$\omega_n^2 = gk_n^2 h \dots\dots\dots (16)$$

ここで、c.c. は共役複素数を表す。 $\omega_n = n\omega_1$ であり、 k_1 を波数の基本成分とすると $k_n = nk_1$ である。式 (15) の無次元形は

$$\zeta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} A_n \exp \left\{ in \left(\int \bar{k}_1 dx - \bar{\omega}_1 t \right) \right\} + c.c. \dots\dots (17)$$

である。ただし、 $\bar{k}_1 = k_1/k_0$ 、 $\bar{\omega}_1 = \omega_1/\omega_0$ である。複素振 A_n の空間変化率は水深のそれと同程度とする。すなわち、

$$\frac{dA_n}{dx} = \epsilon \frac{dA_n}{d\chi} \dots\dots\dots (18)$$

である。条件式 (18) のもとで式 (17) を式 (14) に代入して整理すると

$$\begin{aligned} \frac{dA_n}{d\chi} + \frac{h_x}{4h} A_n - \frac{\mu^2}{6} in^3 \bar{k}_1^3 A_n \\ + \frac{3\epsilon in \bar{k}_1}{8h} \sum_m [(l+m) A_l A_m e^{i(l+m-n)\chi} \\ + (l-m) A_l A_m^* e^{i(l-m-n)\chi}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &-(l-m)A_l^* A_m e^{i(-l+m-n)\varphi_1} \\
 &-(l+m)A_l^* A_m^* e^{i(-l-m-n)\varphi_1} = 0; \quad n=1, 2, \dots, \infty \quad (19)
 \end{aligned}$$

を得る。ここで * は共役複素数を表し、 φ_1 は次式で表される基本成分波に対する位相関数である。

$$\varphi_1 = \int \bar{k}_1 dx - \bar{\omega}_1 t \quad (20)$$

式 (19) の左辺の第 1 項から第 3 項は空間的にゆっくり変化する項であるから、第 4 項の非線形項もゆっくり変化するものでなければならない。すなわち、共鳴条件

$$l \pm m - n = 0 \quad (21)$$

を満たすものが解である。ただし、

$$l, m, n \geq 1 \quad (22)$$

である。これらの条件のもと、成分波の数を N として式 (19) は、次元量を用いて、次のように変形される。

$$\begin{aligned}
 &\frac{dA_n}{dx} + \frac{h_x}{4h} A_n - \frac{1}{6} i n^3 k_1^3 h^2 A_n + \frac{3 i n k_1}{8 h} \\
 &\times \left[\sum_{l=1}^{n-1} A_l A_{n-l} + 2 \sum_{l=1}^{N-n} A_l^* A_{n+l} \right] = 0; \quad n=1, 2, \dots, N \quad (23)
 \end{aligned}$$

式 (23) の左辺の第 2 項は Green の法則による浅水変形を表す。いま、線形の場合を取り上げ、次の式を考える。

$$\frac{dA_n}{dx} = -\frac{h_x}{4h} A_n \quad (24)$$

上式を積分すると

$$\frac{A_n(x)}{A_n(0)} = \left[\frac{h(x)}{h(0)} \right]^{-1/4} \quad (25)$$

となる。すなわち、Green の法則を表している。この式を用いると、全ての成分波に対して Green の式を用いることになるので、特に高周波成分の振幅を過大に評価することになる。次式で与えられる式を考える。

$$\frac{dA_n}{dx} = -\frac{(C_{gn})_x}{2C_{gn}} A_n \quad (26)$$

ここで C_{gn} は n 次周波数成分に対する群速度である。

上式を積分すると

$$\frac{A_n(x)}{A_n(0)} = \left[\frac{C_{gn}(x)}{C_{gn}(0)} \right]^{-1/2} \quad (27)$$

となり、これは微小振幅波理論による浅水変形の式である。すなわち、式 (26) は線形波の浅水変形式であり、浅海において式 (24) となる。

式 (23) の左辺第 3 項は非分散の長波につけ加えられる分散項である。一様水深における線形成分波については、式 (23) は次式のように書き換えられる。

$$\frac{dA_n}{dx} - \frac{1}{6} i n^3 k_1^3 h^2 A_n = 0 \quad (28)$$

水位変動は、式 (17) より

$$\zeta = \frac{1}{2} A_n e^{i(nk_1 x - n\omega_1 t)} + \text{c.c.} \quad (29)$$

と表され、 $A_n = a_n e^{i\phi_n}$ として a_n および ϕ_n を式 (28) より求めれば

$$\left. \begin{aligned}
 &a_n = \text{constant} \\
 &\phi_n = \frac{1}{6} n^3 k_1^3 h^2 x
 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

となる。したがって水位変動は次のように書ける。

$$\zeta_n = \frac{1}{2} a_n e^{i((nk_1 + \frac{1}{6} n^3 k_1^3 h^2)x - n\omega_1 t)} + \text{c.c.} \quad (31)$$

式 (31) より位相速度は次式で求められる。

$$C_n = \frac{\omega_1}{k_1} \frac{1}{1 + (nk_1 h)^2 / 6} \quad (32)$$

ここで、 $\omega_1/k_1 = \sqrt{gh}$ である。式 (32) は次式で表される分散関係式の浅海域 ($k_n h < 1$) での近似式である。

$$\frac{C_n}{\sqrt{gh}} = \sqrt{\frac{\tanh k_n h}{k_n h}} \quad (33)$$

ここで、 k_n は

$$(n\omega_1)^2 = gk_n \tanh k_n h \quad (34)$$

から得られる波数である。式 (28) のかわりに

$$\frac{dA_n}{dx} - i n k_1 \left[\sqrt{\frac{k_n h}{\tanh k_n h}} - 1 \right] A_n = 0 \quad (35)$$

を用いば、式 (33) の分散関係式が得られる。

式 (35) は次のように導かれる。いま、水位変動を次のようにおく。

$$\zeta_n = A_n e^{i(nk_1 x - \omega_1 t)} + \text{c.c.} = a_n e^{i(k_n x - n\omega_1 t)} + \text{c.c.} \quad (36)$$

上式より

$$A_n = a_n e^{i(k_n - nk_1)x} \quad (37)$$

であり、次式が成り立つ。

$$\frac{dA_n}{dx} - i(k_n - nk_1)A_n = 0 \quad (38)$$

これを変形すれば式 (35) となる。すなわち、非分散波の基本波数 k_1 の n 次モードと分散波の n 次モードの波数の差を補正する式が、式 (35) ということである。

結局、周波数領域において浅水変形と分散関係を正しく表す式は、次のようである。

$$\begin{aligned}
 &\frac{dA_n}{dx} + \frac{(C_{gn})_x}{2C_{gn}} A_n - i n k_1 \left[\sqrt{\frac{k_n h}{\tanh k_n h}} - 1 \right] A_n \\
 &+ \frac{3 i n k_1}{8 h} \left[\sum_{l=1}^{n-1} A_l A_{n-l} + 2 \sum_{l=1}^{N-n} A_l^* A_{n+l} \right] = 0, \quad n=1, 2, \dots, N \quad (39)
 \end{aligned}$$

上式を修正 KdV 方程式と呼ぶ。ただし、非線形項はそのままである。Kaihatu and Kirby¹⁵⁾ は、分散性を考慮した 2 次の非線形性までを取り込んだ理論式とその理論式の非線形項を浅海長波近似した (式 (39) の左辺第 4 項になる) 式による計算結果を比べて両者はほぼ一致することを示し、計算時間が大幅に少なくなる式 (39) の非線形項を用いるのが有効であることを示している。

(2) 確率分布法による碎波減衰項の定式化と周波数モデルへの導入

エネルギー散逸を考慮する場合には、次式に示すように散逸項 $\alpha_n A_n$ を加える必要がある。ただし、 α_n は理論的あるいは実験的に決定しなければならない散逸係数である。

$$\frac{dA_n}{dx} + \frac{(C_{gn})_x}{2C_{gn}} A_n - ink_1 \left[\sqrt{\frac{k_n h}{\tanh k_n h}} - 1 \right] A_n + \frac{3ink_1}{8h} \left[\sum_{l=1}^{n-1} A_l A_{n-l} + 2 \sum_{l=1}^{N-n} A_l^* A_{n+l} \right] + \alpha_n A_n = 0 \quad (40)$$

α_n が実数、虚数、あるいは複素数であるかによって、それぞれエネルギーのみの変化、位相のみの変化、エネルギーと位相の両方の変化を考慮できる。ここでは α_n を実数として扱う。式 (40) に A_n^* を乗じたものと、式 (40) の共役式に A_n を乗じたものを加え合わせることで、浅海域において、次式が得られる。

$$\left(\sum_{n=1}^N |A_n|^2 \right)_x + \frac{h_x}{2h} \left(\sum_{n=1}^N |A_n|^2 \right) + 2 \sum_{n=1}^N \alpha_n |A_n|^2 = 0 \quad (41)$$

ここで、

$$E = \frac{1}{2} \rho g \sum_{n=1}^N |A_n|^2 \quad (42)$$

の関係を使えば、式 (41) は次のエネルギーフラックス平衡式の形に書き直される。

$$(E\sqrt{gh})_x = -\rho g \sqrt{gh} \left(\sum_{n=1}^N \alpha_n |A_n|^2 \right) \quad (43)$$

上式から α_n はエネルギー散逸係数であることがわかる。この α_n を確率モデルを用いて定式化する。

Thornton and Guza¹⁶⁾ は、不規則波列のエネルギー逸散率の期待値を以下のように定式化した。(i) 波高分布は、深海から岸まで Rayleigh 分布で表されるとした。(ii) 碎波による一波ごとのエネルギー逸散率は、bore モデルで算定した。(iii) 碎波している波の確率分布は、Rayleigh 分布に重み関数を乗じた形で表した。(iv) 不規則波群のエネルギー逸散率の期待値は、一波ごとのエネルギー散逸量に碎波している波の確率分布を乗じて積分して求めた。

その結果、不規則波列のエネルギー逸散率の期待値は以下のように表された。

$$\langle \epsilon_b \rangle = \frac{3\sqrt{\pi}}{16} \rho g B^3 \bar{f} \frac{H_{rms}^5}{\gamma^2 h^3} \left[1 - \frac{1}{\{1 + (H_{rms}/\gamma h)^2\}^{5/2}} \right] \quad (44)$$

ここで、 B は碎波係数、 \bar{f} は代表周波数、 H_{rms} は r. m. s. 波高、 γ は H_{rms} と水深 h を結び付ける比例定数である。式 (44) の問題点として、(i) 沖から岸まで波高分布として Rayleigh 分布を用いていること、(ii) 室内実験結果と現地観測結果をうまく説明するには B の値を変えなければならないこと、また、(iii) γ は場

所によって異なるがこれを一定とすること、が挙げられる。こうした問題点はあるが、陽な形で使いやすいのでこれを用いることにし、パラメータの値を次のように選ぶ。

$$B=1, \gamma=0.6, \bar{f}=f_p, H_{rms}=2\sqrt{\sum_n |A_n|^2} \quad (45)$$

式 (45) の最後の式は、定常 Gaussian 過程の仮定より得られる関係式である。浅海域における不規則波列のエネルギーフラックス平衡式は以下のように書ける。

$$(E\sqrt{gh})_x = -\langle \epsilon_b \rangle \quad (46)$$

式 (43) の右辺と式 (46) の右辺は等しいとおけるから

$$\sum_{n=1}^N \alpha_n |A_n|^2 = \frac{3\sqrt{\pi}}{16\sqrt{gh}} B^3 \bar{f} \frac{(2\sqrt{\sum_n |A_n|^2})^5}{\gamma^2 h^3} \times \left[1 - \left[1 + \left\{ \left(2\sqrt{\sum_n |A_n|^2} \right) / \gamma h \right\}^2 \right]^{-5/2} \right] \equiv \beta(x) \sum_{n=1}^N |A_n|^2 \quad (47)$$

を得る。 $\beta(x)$ は $\langle \epsilon_b \rangle$ を $\sum |A_n|^2$ で除したものと定義される。Kirby et al.¹⁷⁾ および Mase and Kirby¹⁴⁾ は、エネルギー散逸を各周波数成分のエネルギーに比例して生じるものと、Burgers 方程式の散逸項と同様の周波数の2乗とエネルギーの積に比例して生じるものとの2つの和として、 α_n を以下のように定式化した。その過程は次のとおりである。いま、

$$\alpha_n = \alpha_0 + (f_n/\bar{f})^2 \alpha_1 \quad (48)$$

とおいて、式 (47) に代入して整理すると

$$\alpha_0 + \frac{\alpha_1}{f^2} \frac{\sum_n f_n^2 |A_n|^2}{\sum_n |A_n|^2} = \beta(x) \quad (49)$$

となる。ここで

$$\alpha_0 = F\beta(x); 0 \leq F \leq 1 \quad (50)$$

とすると、式 (49) から α_1 は

$$\alpha_1 = (1-F)\beta(x) \frac{\bar{f}^2 \sum_n |A_n|^2}{\sum_n f_n^2 |A_n|^2} \quad (51)$$

となる。 F はエネルギー散逸の α_0 と α_1 への配分を定めるパラメータであり、ここでは $F=0.5$ とする。この α_0 および α_1 は、理論的には KdV 方程式の非保存的摂動項に対応する¹⁸⁾。この摂動を受けた KdV 方程式は、係数を適当に略して

$$\zeta_t + \zeta_x + \zeta\zeta_x + \zeta_{xxx} + p\zeta + q\zeta_{xx} + r\zeta_{xxxx} = 0 \quad (52)$$

とかけると、 α_0 の項は $p\zeta$ ($p > 0$) に、 α_1 の項は $q\zeta_{xx}$ ($q < 0$) に対応するエネルギーの散逸に寄与するものである。

(3) ハイブリッド型浅水・碎波変形理論のまとめ

本研究のハイブリッド型浅水・碎波変形モデルは、式 (40) のスペクトルモデルの散逸項の α_n を、確率モデルから得られるエネルギー減衰率に等しくなるように、

式 (48) のように定式化したものである。この形は水理実験で得られた α_n の変化特性と概ね一致する。従来のモデルでは、砕波によるエネルギー減衰を考慮する場合には、まず何らかの砕波限界条件を用いて砕波する場所を設定し、その点からモデル式に砕波減衰項を導入する。波別解析法では、個々波を規則波として取り扱い、一波ずつについて砕波点を設定しその後の波高変化を計算する。これらの計算結果を加え合わせ、統計処理を行って代表波高を求める。したがって、砕波限界条件は波高変化モデルにおいて重要な要素である。しかし、不規則波の個々波の砕波限界波高および砕波水深との関係を整理した研究¹⁹⁾によると、不規則波の個々波の砕波には不確定要素が多く、実験結果をきれいに整理できないようである。

本研究のハイブリッド型モデルでは、砕波限界条件を用いない。式 (40) で $\alpha_n A_n$ として入っている項は、水深が大きいと式 (44) あるいは式 (47) のように水深の 3 乗が分母にあるのでそこでは $\alpha_n \approx 0$ となり、水深が浅くなるにつれ、 $\langle \epsilon_n \rangle$ 、すなわち α_n が大きくなってきて、エネルギー逸散が生じるようになっていく。

以上のようなハイブリッド型波浪変形理論モデルを Fortran プログラムにコード化した。その際、任意の海底地形、任意のスペクトル波に対して適用できるようにした。プログラムの実行は、与えられたスペクトルから各周波数成分の振幅 a_n を計算し、また乱数を発生させてランダムな位相 $\theta_n (0 \leq \theta_n < 2\pi)$ を作成し、複素フーリエ振幅を

$$A_n = a_n \cos \theta_n + i a_n \sin \theta_n \dots\dots\dots (53)$$

のように与える。実験データを用いる場合には、所定の波高計の記録より複素フーリエ振幅 A_n を求め、これを初期値とする。スペクトル推定値の自由度を上げるため、および波の統計量の変動を少なくするため、こうした初期値 A_n のいくつかの組に対して計算を行い、統計処理をする。

3. 水理実験による理論モデルの検証

(1) 実験装置および実験方法

実験は長さ 27 m、幅 50 cm、深さ 75 cm の両面ガラス張り水槽で行った。用いた不規則波は、Pierson-Moskowitz 型スペクトルを持つようにシミュレートしたもので、ピーク周波数が 0.6 Hz と 1.0 Hz の 2 ケースである。これらを Case 1 および Case 2 とする。模型海浜は 1/20 の一様海浜である。

水位変動は、12 箇所容量式波高計 (WG. 1~WG. 12) を用いて計測した。各波高計設置点における水深は 47, 35, 30, 25, 20, 17.5, 15, 12.5, 10, 7.5, 5, 2.5 cm である。水位変動はデジタルデータレコーダーで記録した。サンプリング間隔は 0.025 sec であり、Case 1

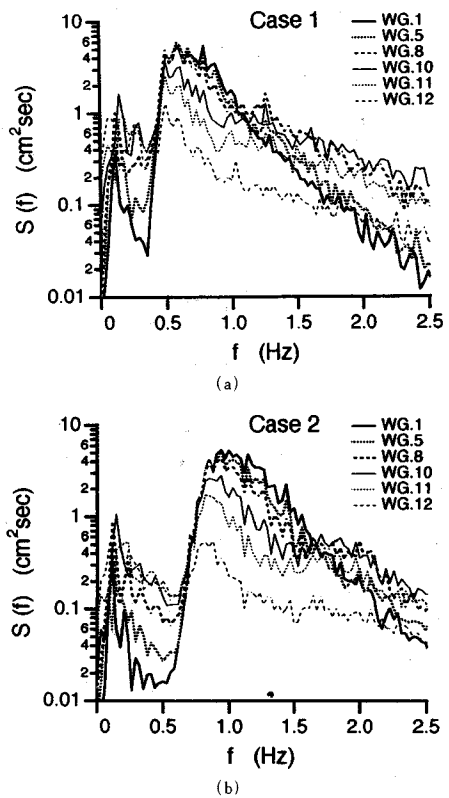


図-1 エネルギースペクトルの変化

については約 30 分間、Case 2 については約 20 分間記録した。

(2) 実験結果と計算結果の比較・検証

Case 1 および Case 2 のエネルギースペクトルの実測値の変化を図-1 に示す。スペクトルは次のように求めた。各波高計における水位変動のデータを、0.1 秒間隔の 1024 個のデータからなる 10 個のセグメントに分ける。各セグメントごとにスペクトル計算を行った後、アンサンブル平均する。アンサンブル平均後のスペクトル値をさらに 3 個ずつ平均してスペクトルの推定値とした。したがって、自由度は 60、分解周波数は 0.03 Hz である。図-1 に示すとおり、水深の減少に伴い、(i) ピーク周波数周辺でのエネルギー密度は減少し、(ii) ピーク周波数が低周波側に移り、(iii) 低周波領域 (surf beat 領域) と高周波領域のエネルギー密度は増加していく。水深 2.5 cm の地点 (WG. 12) では、低周波数領域でのエネルギー密度がピーク周波数周辺でのエネルギー密度とほぼ等しくなる。

水深が 10 cm 以下におけるスペクトルについて、実験結果とハイブリッド理論による計算結果を比較したものを図-2 に示した。計算に当たっては、WG. 1 ($h = 47$ cm) における実測値 A_n ($n = 1 \sim 300$) を入力データとした。(a) 図の Case 1 については、WG. 11 の $f >$

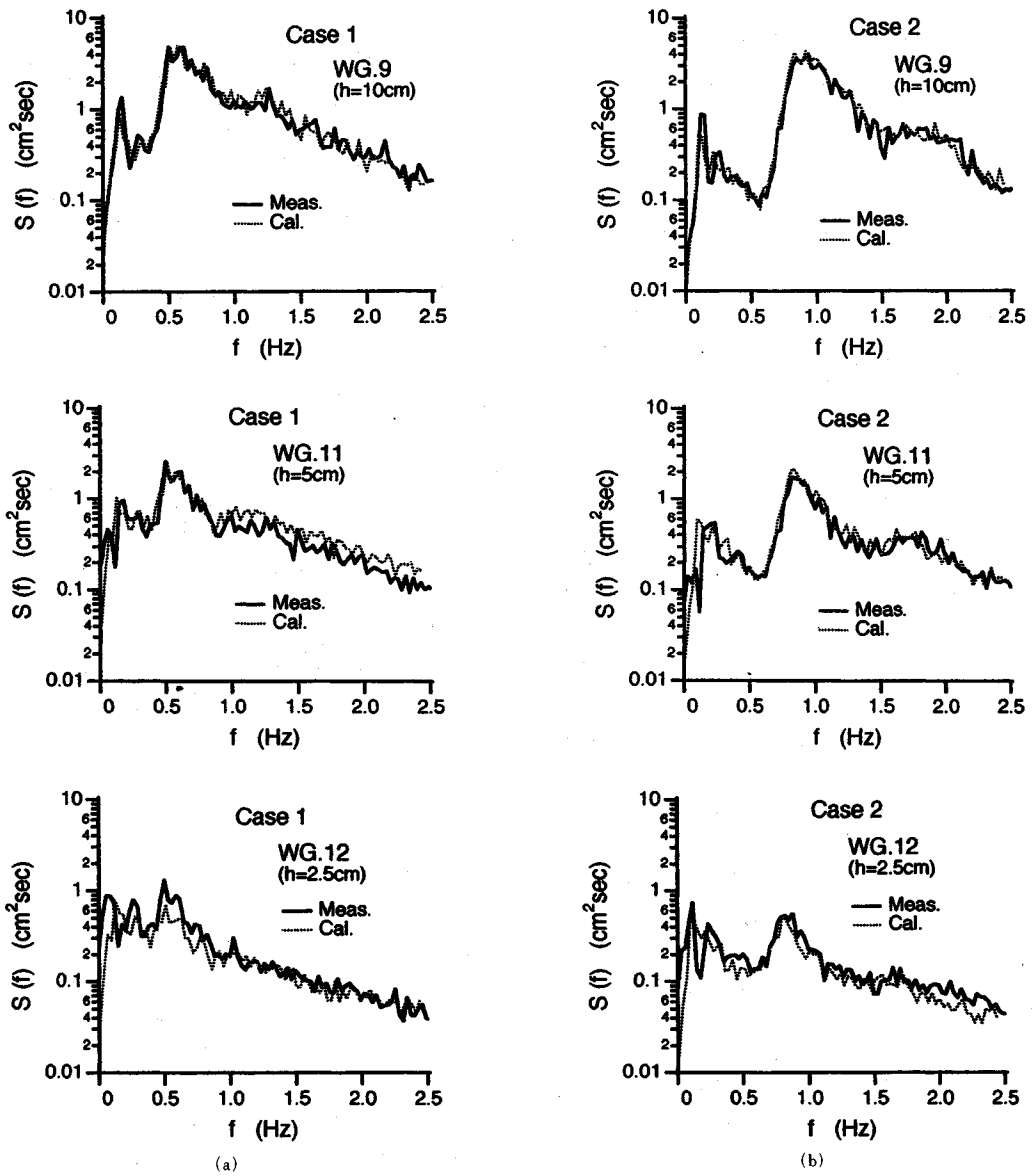


図-2 スペクトルの実験結果と計算結果との比較

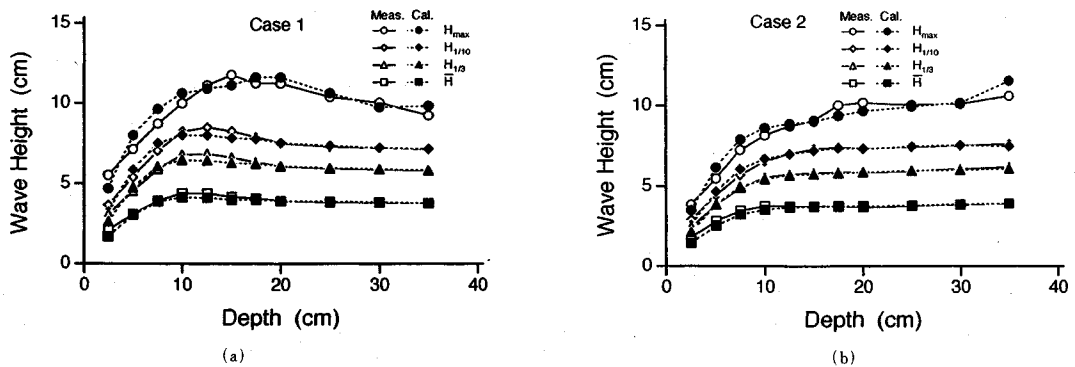
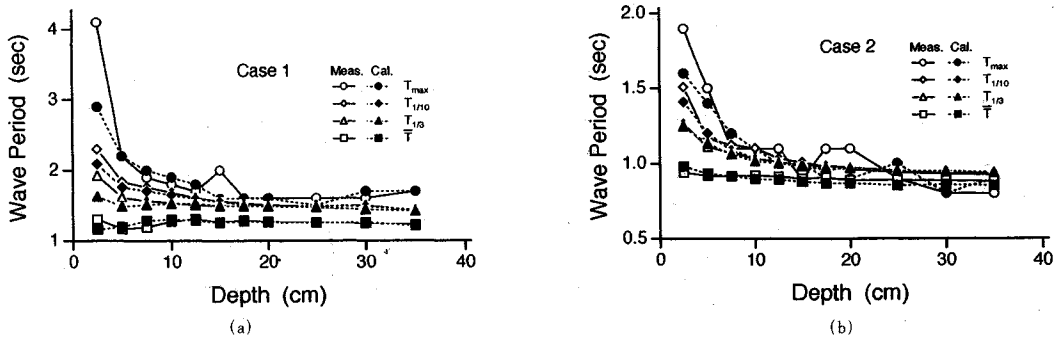
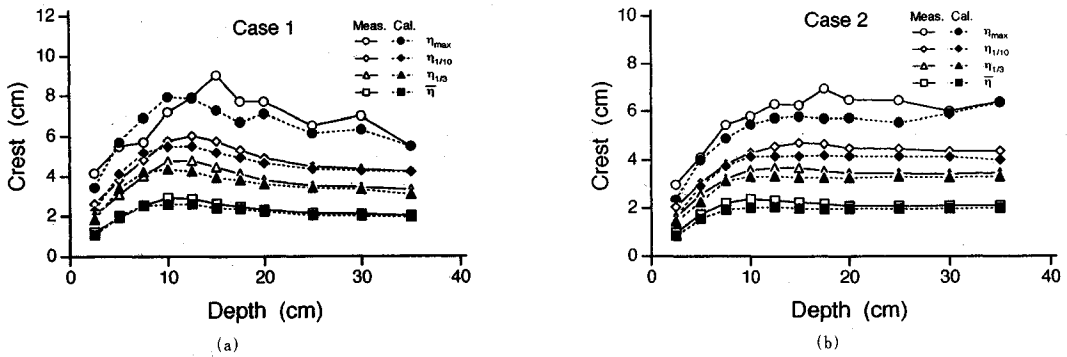


図-3 代表波高の実験結果と計算結果との比較



図—4 代表周期の実験結果と計算結果の比較



図—5 代表波峰高の実験結果と計算結果との比較

1.0 Hz の領域と、WG.12 の $f < 1.0$ Hz の領域で若干の差異があるものの、実験結果と計算結果はかなり良く一致する。(b) 図の Case 2 については、両者はよく一致している。これらの図から、高周波領域と低周波領域 (surf beat 領域) でのエネルギー密度の増加が理論モデルで概ね予測できることがわかる。ただし、理論モデルにおいては岸からの反射波を無視しており、surf beat の構成要素の一つである重複波的な振る舞いは説明できない。理論モデルを改良する方法の一つは、入射波成分と反射波成分の和の Fourier 級数表示を Boussinesq 方程式に代入し、入射波・反射波成分の複素フーリエ振幅に関するモード結合方程式を用いることである。surf beat が何に起因するかについても諸説がある現在、surf beat の実態把握の研究、解析モデルの開発が必要である。

計算された A_n に逆フーリエ変換することにより水位変動が得られ、それから波高、周期、波峰高などの波の諸量が計算できる。以下の比較において、実測の波の諸量は、low-pass フィルターによって 4.0 Hz 以上の成分を取り除いた水位変動から計算した。図—3 は、Case 1 および Case 2 の代表波高についての実測値と計算値を比較したものである。図から実測値と計算値はよく一致しているのがわかる。

図—4 は代表周期について比較したものである。波別

解析法に基づいた従来のモデルでは、周期が一定であることを前提としているか、あるいは周期の変化を取り扱うことができない。本計算モデルによれば、最も浅い地点において実測値と計算値の間で若干の差異が見られるが、ハイブリッドモデルは周期の変化を概ね予測できる。波峰高は海洋構造物の設計において重要な要素である。図—5 は代表波峰高についての実測値と計算値を比較したものである。計算値は実測値よりやや小さく評価されているが、満足できる一致が得られている。

以上の結果より、ハイブリッド理論モデルは一様勾配海底地形上の断面 2 次元不規則波浪変形をうまく表現できることが確かめられた。

4. 双峰型スペクトル波の波浪変形への適用

(1) 計算条件

双峰型スペクトル波の変形についての詳細な実態把握は今後の課題として、ここではハイブリッド型理論による数値計算を行い、双峰型スペクトル波がどのように変形するかを調べる。海底地形は 1/100 の一様勾配地形とし、2,000 m 沖からの双峰型スペクトル波の断面 2 次元波浪変形を対象とする。計算結果を出力する地点としては、水深が 15, 13, 11, 9, 7, 5, 3 m の 7 地点 (WG.2 ~ WG.8) とし、岸から 2,000 m 沖の水深 20 m の地点 (WG.1) を初期データの入力地点とする。

表一 双峰型スペクトルの計算条件

	Spectrum I		Spectrum II	
	$H_{1/3}$ (m)	$T_{1/3}$ (sec)	$H_{1/3}$ (m)	$T_{1/3}$ (sec)
Case 1	2	10	2	4
Case 2	5	10	2	4
Case 3	2	10	5	4

用いた双峰型スペクトルは、TMA スペクトルを2つ重ね合わせたものである。TMA スペクトルは次式で表される²⁰⁾。

$$S(f) = S_I(f)H(f) \dots\dots\dots (54)$$

$$S_I(f) = \alpha H_{1/3}^2 T_p^{-4} f^{-5} \exp\{-1.25(T_p f)^{-4}\} \times \gamma \exp\{-(T_p f - 1)^2 / 2\sigma^2\} \dots\dots\dots (55)$$

$$\alpha = \frac{0.0624}{0.230 + 0.0336\gamma - 0.185(1.9 + \gamma)^{-1}} \dots\dots\dots (56)$$

$$\sigma = \begin{cases} 0.07; & f < f_p \\ 0.09; & f \geq f_p \end{cases} \dots\dots\dots (57)$$

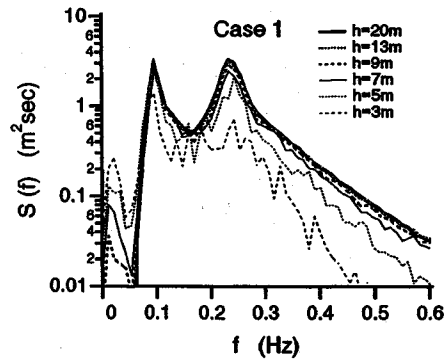
$$H(f) = \frac{\tanh^2 kh}{1 + (2kh / \sinh kh)} \dots\dots\dots (58)$$

$$(2\pi f)^2 = gk \tanh kh \dots\dots\dots (59)$$

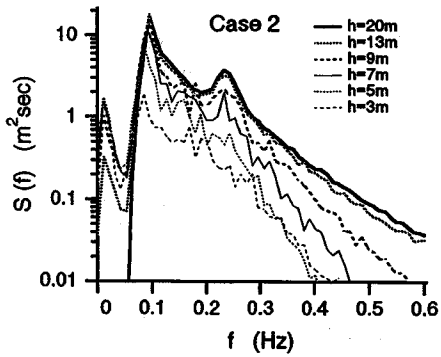
ここで、 T_p はピーク周期、 f_p はピーク周波数、 g は重力加速度、 γ は平均値の3.3とした。TMA スペクトルは、式(55)~(57)のJONSWAP スペクトル $S_I(f)$ に水深の影響を表す式(58)を乗じたものである。 $S_I(f)$ の表示は合田²¹⁾にしたがった。計算条件は、表一に示すように、低周波波列(スペクトルI)および高周波波列(スペクトルII)の有義波周期 $T_{1/3}$ をそれぞれ10 sec および4 sec とし、有義波高 $H_{1/3}$ をかえた3ケースである。なお、 $T_p = T_{1/3} / 0.94$ なる関係を用いて式(55)における T_p を与えた。

(2) 計算結果および考察

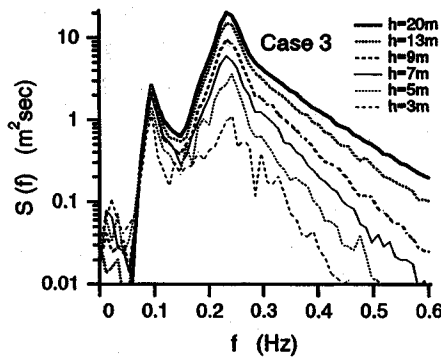
各ケースのエネルギー・スペクトルの計算結果を図-6に示す。(a) 図に示した Case 1 については、水深の減少に伴って、0.05 Hz 以下の低周波領域 (surf beat 領域) のエネルギー密度が増加し、それ以上の周波数帯では全体にエネルギー密度が減少していく。水深が3 m の地点では、高周波波列のエネルギーのピークは不明瞭になっており、低周波波列に比べて減衰が大きい。Case 1 に比べて低周波波列のエネルギーを大きくした(b) 図の Case 2 については、Case 1 での傾向がさらに強調され、水深3 m の地点では高周波波列のエネルギーピークが見当たらなくなっている。また、浅くなるにつれて surf beat 領域のエネルギーが増大し、そのエネルギーピークは低周波波列のそれと匹敵する。Case 1 に比べて高周波波列のエネルギーを大きくした(c) 図の Case 3 については、水深の減少に伴い、0.1 Hz 以上の高周波領域で早くからエネルギー密度が減少するが、 $h=3$ m



(a)



(b)



(c)

図-6 スペクトル変化の計算結果

の地点でも高周波波列は明瞭に存在している。surf beat は、低周波波列のエネルギーレベルが大きいほど大きくなる。Case 3 の波全体のエネルギーは Case 1 より大きい、低周波波列のエネルギーが大きい Case 1 の方が surf beat は大きくなっている。

波の諸量の岸沖方向変化の計算結果の整理に当たり、WG.1 ($h=3$ m) の地点での波の諸量を基準とし、各地点での波の諸量を WG.1 でのそれと割って無次元化した。無次元有義波高について各ケースの計算結果を示したものを図-7に示す。Case 3 は、水深が浅くなるにつ

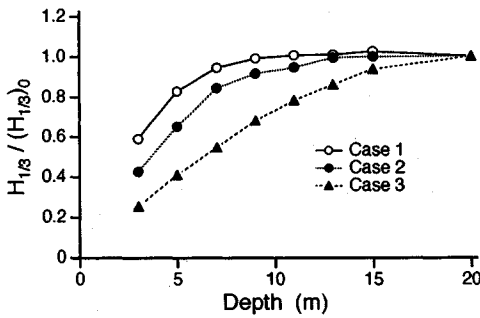


図-7 無次元有義波高の計算結果

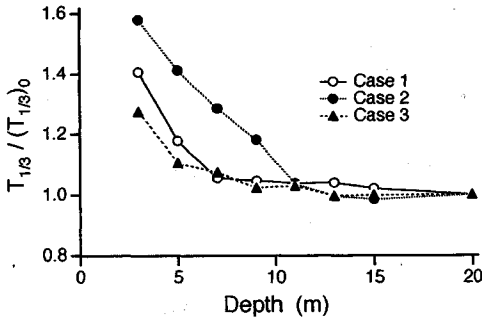


図-8 無次元有義波周期の計算結果

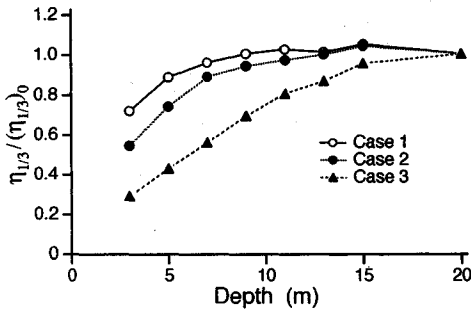


図-9 無次元有義波峰高の計算結果

れて徐々に有義波高が小さくなっていくが、その他のケースは、水深が10mまであまり変化せず、水深が5m当たりから小さくなる。

図-8は無次元有義波周期について各ケースを比較したものである。どのケースでも水深が浅くなるにつれて有義波周期は大きくなるが、Case 2は、他のケースに比べて水深が深い地点から周期が増加し始める。スペクトルの変化からもわかるようにCase 2はsurf beatが最も大きく発達するケースであり、そのため波別解析法で定義される有義波周期が大きくなるためである。

無次元有義波波峰高について各ケースを比較したものを図-9に示す。有義波高と同様の傾向がみられ、水深が浅くなるにつれてCase 3が最も減少している。

5. 結 論

本研究は、KdV方程式のスペクトルモデルと碎波によるエネルギー減衰の確率モデルを統合したハイブリッド型の不規則波浪変形の断面2次元変形理論を提案したものである。

KdV方程式のスペクトルモデルは水位変動をFourier級数表示してそれらの複素振幅の非線形モード結合方程式の形で表された。この式は、長波近似のものでのものであるから、深海域においても適用可能にするための修正を行った。また、エネルギー散逸項を導入した。

一方、碎波によるエネルギー逸散は、一波ごとのエネルギー逸散をboreモデルで算定し、それに碎波している波の確率分布を乗じて算定した確率モデルで評価した。この結果を用いて、散逸係数を周波数特性を考慮して定式化した。

一樣海底地形上の単峰型スペクトル波の波浪変形に対して適用したところ、本ハイブリッド理論による計算結果は、波高、周期のみならず、surf beatの増加、波峰高といった非線形性に伴う波特性の変化についても実測結果と概ねよく一致し、十分な妥当性が認められた。

双峰型スペクトル波の波浪変形に関しては、碎波後高周波波側ピークが減衰し、低周波側ピークが卓越したようになるといった、波の特性を表すことができた。こうした双峰型スペクトル波の変形についての実験結果との比較・検討は今後の課題である。

参 考 文 献

- 1) Peregrine, D.H. : Long waves on a beach, Jour. Fluid Mech., Vol.27, pp.815~827, 1967.
- 2) Abbott, M.B., H.M. Petersen, and O. Skovgaard : On the numerical modelling of short waves in shallow water, Jour. Hydraulic Res., Vol.16, No.3, pp.173~204, 1978.
- 3) Karambas, Th.V. and C. Koutis : A breaking wave propagation model based on the Boussinesq equations, Coastal Eng., Vol.18, pp.1~19, 1992.
- 4) McCowan, A.D. and D.R. Blackman : The extension of Boussinesq-type equations to modelling short waves in deep water, Proc. 9th Australasian Conf. on Coastal and Ocean Eng., pp.412~416, 1989.
- 5) Madsen, P.A., R. Murray and O.R. Sørensen : A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, Coastal Eng., Vol.15, pp.371~388, 1991.
- 6) 安田孝志・鶴飼亮行・土屋義人 : 深海から浅海に進むうねりの波群特性, 京大防災年報, 第32号, B-2, pp.781~797, 1989.
- 7) Khangaokar, T.P. and B. Le Mehaute : Extended KdV equation for transient axisymmetric water waves, Jour. Ocean Eng., Vol.18, No.5, pp.435~450, 1991.

- 8) Freilich, M.H. and Guza, R.G. : Nonlinear effects on shoaling surface gravity waves, *Phil. Trans. Royal Soc. Lond.*, A311, pp.1~41, 1984.
- 9) Liu, P. L.-F., S.B. Yoon and J.T. Kirby : Nonlinear refraction-diffraction of waves in shallow water, *Jour. Fluid Mech.*, Vol.153, pp.185~201.
- 10) Kirby, J.T. : Modelling shoaling directional wave spectra in shallow water, *Proc. 22nd Coastal Eng. Conf.*, ASCE, pp.109~122, 1990.
- 11) Vengayil, P. and J.T. Kirby : Shoaling and reflection of nonlinear shallow water waves, *Proc. 20th Coastal Eng. Conf.*, ASCE, pp.794~806, 1986.
- 12) 間瀬 肇・J. T. Kirby・栗林賢一 : 不規則波浪の浅水変形モデル—周波数領域における修正 KdV 方程式—, *海岸工学論文集*, 第 38 巻, pp. 51~55, 1991.
- 13) 間瀬 肇・木井淳夫 : 不規則波のハイブリッド型浅水・砕波変形計算モデル, *海岸工学論文集*, 第 39 巻, pp. 111~115, 1992.
- 14) Mase, H. and J.T. Kirby : Hybrid frequency-domain KdV equation for random wave transformation, *Proc. 23rd Coastal Eng. Conf.*, ASCE, pp.474~487, 1992.
- 15) Kaihatu, J.M. and J.T. Kirby : Spectral evolution of directional finite amplitude dispersive waves in shallow water, *Proc. 23rd Coastal Eng. Conf.*, ASCE, pp.364~377, 1992.
- 16) Thornton, E.B. and R.T. Guza : Transformation of wave height distribution, *Jour. Geophys. Res.*, Vol.88, No.C10, pp.5925~5938, 1983.
- 17) Kirby, J.T., J.M. Kaihatu and H. Mase : Shoaling and breaking of random wave trains : spectral approaches, *Proc. 9th Eng., Mech., Div., Speciality Conf.*, ASCE, College Station, pp.71~74, 1992.
- 18) 川原琢治 : ソリトンからカオスへ, 朝倉書店, 第 5 章, 214 p., 1993.
- 19) 例えば, 水口 優・渡部武士・竹村要一・伊藤 満 : 斜面上の不規則波の砕波条件について, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp.178~181, 1988.
- 20) Bouws, E., H. Günther, W. Rosenthal and C.L. Vincent : Similarity of the wind wave spectrum in finite depth water, 1. Spectral form, *Jour. Geophys. Res.*, Vol.90, No.C1, pp.975~986, 1985.
- 21) 合田良実 : 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会, 237 p., 1977.

(1993. 3. 12 受付)

HYBRID MODEL FOR NONLINEAR TRANSFORMATION OF RANDOM WAVES

Hajime MASE and James T. KIRBY

This paper developed a hybrid model for nonlinear transformation of vertically two-dimensional random waves by employing a modified spectral model of the KdV equation and a probabilistic bore breaking model. Modification of the spectral KdV equation was done to improve dispersion characteristics and shoaling. Damping coefficients in the model equation were formulated in order to take into account their frequency characteristics as well as to coincide with the expected energy dissipation rate by the bore breaking model. The applicability of the hybrid model developed here was verified by the comparison of numerical predictions and experimental observations of energy spectra, and representative wave characteristics.