

# 縦筋を伴う三次元河川流路の乱流構造解析

杉山 均\*・秋山光庸\*\*・山中和典\*\*\*・  
平田 賢\*\*\*\*

直線河川の河床には、かなり整然と配列した縦筋が存在する。これらの縦筋は、乱れの非等方性により発生する縦渦群（第二種二次流れ）により生成されることが実験的に明らかにされている。本研究は、この縦筋を伴った流路における乱流構造を、レイノルズ応力モデル、境界適合座標系を用い、助走区間を設けた三次元乱流として数値予測することを目的とする。その結果、縦渦の発生、各レイノルズ応力値を実験結果と大差なく予測することができた。また、縦渦の発生要因が河川側壁からの二次流れに大きく影響されることを示した。

**Key Words:** cellular secondary currents, sand ridge, Reynolds stress model

## 1. 緒 言

非円形断面を有する流路内乱流場において、その乱れの非等方性により、二次流れが発生することは、古くより指摘されてきた。Prandtl は、この特有な二次流れを、曲り管内等で観察される圧力勾配により誘起される二次流れと区別して、第二種二次流れと定義した。この第二種二次流れは、機械工学、土木工学、原子力工学、化学工学と多岐にわたって観測され、検討が加えられている。また、この第二種二次流れは、主流方向速度の高々2~3%程度と微流速であるが、主流等速度線、等温度線等を歪ませる結果、熱流動特性に少なからぬ影響を与える。このため、非円形断面管路を扱う機械工学の分野において多くの研究が報告されている<sup>1)~3)</sup>。

河川工学においても、この第二種二次流れに起因すると思われる流動現象について、理論、実験両面から研究が行われている。直線状河川において、かなり整然と配列した縦渦群が存在し、螺旋状の三次元流動を示すことが多くの研究にて指摘されているが、これも第二種二次流れに起因するものと考えられている。この流動は、古くは、Vanoni<sup>4)</sup>により指摘されている。彼は、河川自由表面上に浮遊物が集積され、縦筋となって、流れ方向と平行に周期的に存在することより、この第二種二次流れの存在を推測した。また、Matthes<sup>5)</sup>は、河床近傍に強い上昇流が存在し、これが河川自由表面まで達し水面が渦輪のように盛り上がるボイル現象の発生原因と推測した。

一方、木下<sup>6)</sup>は、木曾川洪水時に、その河川水面流速

を Cameron 効果を利用した航空写真の立体視像から求め、高速域と、低速域とがほぼ河川水深の間隔にて周期的に形成されることを報告している。またその論文の中で、低速域には高濃度の浮遊砂を含んだボイル列、高速域には気泡、浮遊物が集められる概略図を示し、河川横断面内に水深程度を直径とする二次流れが並列して存在することを予測した。更に、洪水が去った河床には、流れ方向に凸形状をした縦筋 (sand ridge) が形成されることを Culbertson<sup>7)</sup>、Karcz<sup>8)</sup>は報告し、二次流れの存在を指摘している。Müller<sup>9)</sup>は、平坦河床において、この縦筋間に挟まれる領域を砂粒粗度で置き換え、レーザ流速計にて測定を行い、二次流れの存在を確認した。Nezu-Nakagawa<sup>10)</sup>は、更に詳細な検討を行うために、縦筋を台形突起にて模擬し、上下壁面に設置することより矩形管内流として、熱線流速計にて平均速度場、およびレイノルズ応力を測定、渦度輸送方程式を用いて、縦渦の発生機構等、その乱流構造について検討を行っている。また、Nezu-Nakagawa-Tominaga<sup>11)</sup>は、縦渦への、河川アスペクト比、縦筋の影響について検討を行い、縦渦は、アスペクト比4以上の平坦な管路中央部には存在しないこと、管路コーナ部に発生する二次流れにより誘起されるであろう縦筋を人工的に設けると、その両側に一對の縦渦が形成されることを明らかにした。

以上のように、河川流路内に存在する第二種二次流れに関する実験解析は、古くより、多くの研究が成されているが、数値解析に関しては、その報告例は比較的少ないようである。この第二種二次流れの予測が、数値的に可能となったのは、1973年と比較的近年になってからであり、Launder-Ying<sup>12)</sup>により初めて数値予測された。その後、レイノルズ応力輸送方程式中の圧力・歪相関項のモデル化と相まって、非円形断面管路内流れの数値解析が数多く報告されている<sup>13)</sup>。一方、河川流路を対象にした解析においては、自由表面を考慮した開水路乱流解

\* 正会員 工博 宇都宮大学助教授 機械システム工学科  
(〒321 宇都宮市石井町 2753)

\*\* Ph. D. 宇都宮大学教授 機械システム工学科

\*\*\* 学生会員 宇都宮大学大学院 機械システム工学科

\*\*\*\* 工博 芝浦工業大学教授 機械制御システム工学科

析<sup>14)</sup>、複断面開水路乱流解析<sup>15)</sup>等の解析例が報告されているが、縦筋を伴った場合の河川流路に関する数値解析例は報告されていない。これは、河川流路が自由表面を持つこと、非等方性乱流モデルにて解析することが必要であること、縦筋を考慮すると形状が比較的複雑となることなどがその要因として考えられる。しかし、この種の縦渦列の流動特性を予測することは、その流動特性を定量的に把握でき、河道の維持、管理の上から有益であるとともに、非等方性乱流モデルの評価にもつながる等、有意義なことと思われる。

著者らは、これまで代表的なレイノルズ応力モデルを正方形断面管路内発達乱流に適用しモデルの差異分析を行い、各モデルの得失を明確にした。また、その差異分析を踏まえ、モデル化の際問題となる圧力・歪相関項に関して改良を加え<sup>16)</sup>、同時に、モデルの妥当性についても、Melling-Whitelaw<sup>2)</sup>の実験結果と比較し、その有用性を確認した<sup>16)</sup>。

そこで、本モデルを用いて、縦筋と縦渦とを伴う流れを詳細に検討した Nezu-Nakagawa<sup>10)</sup>の実験を対象とし、より実験条件に計算条件を一致させる意味より助走区間を含めた三次元流路として解析を行い、レイノルズ応力モデルの妥当性、その流動挙動の考察を行うことを目的とする。

## 2. 主な記号

- $a$  : 短軸長さの半分長
- $a_{ij}^{m}$  : 4次相関テンソル
- $P_k$  : 乱流エネルギーの生成率 ( $P_{ii}/2$ )
- $k$  : 乱流エネルギー
- $L$  : 乱れの長さスケール
- $p$  : 変動圧力
- $P$  : 時間平均圧力
- $u$  : 時間変動速度成分
- $U$  : 時間平均速度分布
- $U_{\max}$  : 断面内最大主流速度
- $U_*$  : 摩擦速度
- $\delta_{ij}$  : クロネッカーのデルタ
- $\epsilon$  : 乱流散逸
- $\nu$  : 動粘性係数
- $\rho$  : 密度

## 3. 解析手法

### (1) 計算対象実験

Fig.1に、計算対象とした河川流路の概略図および計算座標系を示す。主流方向を  $X_1$ 、断面内方向を  $X_2, X_3$  と定義した。図中の  $\xi, \eta, \zeta$  は、計算平面上の座標系である。Nezu-Nakagawa<sup>10)</sup>の実験においては、図に示す通り縦 8 cm、横 18 cm の矩形断面を有し、流れ方向

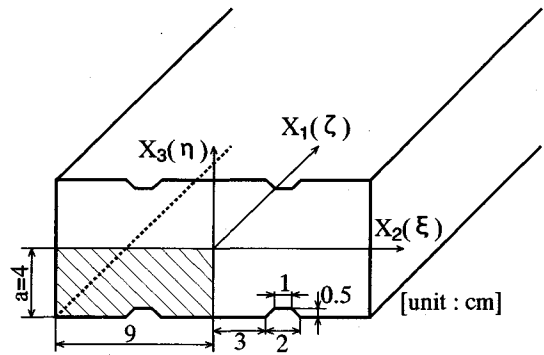


Fig.1 Subject of calculation and coordinate system

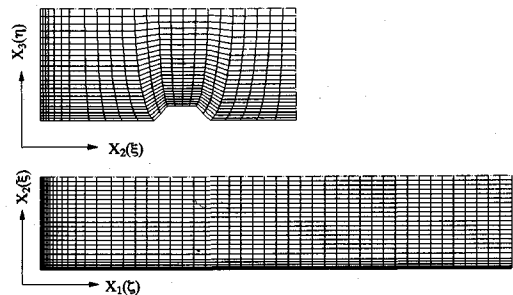


Fig.2 Calculation grids

に 6 m の助走区間距離を設けている。縦筋 (sand ridge) は、台形突起にて模擬し上下壁に設けることより、流れが自由表面に影響されないダクト管路として実験を行っている。使用される流体としては空気を用い、熱線流速計にて乱流計測を行っている。測定位置は、入口より 4.8 m 下流に当たる位置であり、流路入口にトリッピングワイヤを設けて、完全発達状態として測定したことを報告している。実験レイノルズ数  $Re$  は、代表長さに縦軸の半分を、代表速度に主流方向の最大速度を取って  $Re=1.3 \times 10^4$  である。

計算に際しては、系の対称性を考慮して、Fig.1の斜線部に示す 1/4 断面にて解析する。実験を踏襲する意味より計算においても、助走区間距離を設けて三次元計算を行うこととした。その際助走区間距離は、水力直径  $D_h$  (径深の 4 倍に相当) の 100 倍を設け、完全発達乱流となるようにした。計算格子数は  $\xi \times \eta \times \zeta = 25 \times 25 \times 50$  とした。計算格子を Fig.2 に示す。

### (2) レイノルズ応力輸送方程式

乱れの非等方性を正確に取り扱うには、レイノルズ応力輸送方程式を解くことが必要となる。そこで、本研究においてもレイノルズ応力方程式を解くことを考える。しかし、レイノルズ応力方程式を直接的に解くことは不可能であり何らかのモデル化が必要となる。一般に、レイノルズ応力輸送方程式の厳密型は次のように示される。

$$\frac{Du_i u_j}{Dt} = - \left[ \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right] - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_k} - \frac{\rho}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ik} u_j) \right] + \frac{\rho}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \dots (1)$$

左辺第1項は移流項，右辺第1項は，生成項であり順に拡散項，圧力・歪相関項，散逸項を示す。圧力・歪相関項は再配分項とも呼ばれ，特定の乱流応力が，極端に大きくなならないよう抑制する役割を持つ。上式において式を難解なものとし，数値計算の上からも障害となるのは，左辺第1項の移流項ならびに，拡散項である。これらの項に対しては，Rodi<sup>17)</sup>近似を用いてモデル化を行い，代数応力モデルとして解析を行う。この種の近似を行うことより，レイノルズ応力方程式は，元の微分形より代数式に置き換えらる。このモデル化を行うと，近接空間での物理量の相互依存性が薄れるという問題を内包するものの，各乱流成分を容易に扱える点，計算時間の短縮を図れる点など有効な近似法である。

モデル化の上で，特に問題となるのは，圧力・歪相関項であるが，Chou<sup>18)</sup>は，この項に理論的考察を考えて次のように表した。

$$\frac{\rho}{\rho} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{4\pi} \int_{vol} \left\{ \left( \frac{\partial^2 u_i u_m}{\partial x_l \partial x_m} \right)' \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + 2 \left( \frac{\partial U_l}{\partial x_m} \right)' \left( \frac{\partial u_m}{\partial x_l} \right)' \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right\} \frac{dVOL}{|x-y|} + S_{ij} \dots (2)$$

上式で'のついたもの，つかない項は各々  $x$ ，および  $y$  における位置を示し， $S_{ij}$  は壁面近傍以外では無視できる項である。

ここで，式(2)の右辺第1項  $\pi_{ij,1}$  は，純粋な乱れによる影響を示し，非等方的な流れを等方化しようとする役割を持つ。第2項目  $\pi_{ij,2}$  は平均流による影響を含む項であり，作り出された乱流エネルギーを等方化しようとする項である。第3項の  $S_{ij}$  項は，壁面の影響を表す項と解釈される。

$\pi_{ij,1}$  のモデル化に関しては，Return to isotropy の概念を導入した Rotta による次のモデルを導入する。

$$(\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}) = -c_1 \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k) \dots (3)$$

$\pi_{ij,2}$  に対しては，速度変動に対する勾配が二次のテンソルとなることに留意して次のような形に置き換えた。

$$\pi_{ij,2} = \left( \frac{\partial U_l}{\partial x_m} \right) a_{ij}^{lm} \dots (4)$$

$$a_{ij}^{lm} = -\frac{1}{2\pi} \int_{vol} \frac{\partial^2 u_m u_l}{\partial \xi_i \partial \xi_j} \frac{dVOL}{|x-y|} \dots (5)$$

ここで  $a_{ij}^{lm}$  は4次相関テンソルを示す。さらにこの4次相関テンソルに対して，次の制約条件を課した。

$$a_{ij}^{mi} = a_{ij}^{im} = a_{ij}^{mm} \dots (6)$$

$$a_{ij}^{mi} \frac{\partial U_l}{\partial x_m} = 0 \dots (7)$$

$$a_{ij}^{mm} = 2\overline{u_m u_m} \dots (8)$$

式(6)は系の対称条件であり，式(7)は速度変動成分に関する連続の式より導かれる条件である。4次相関テンソル式(5)において  $l=j$  とするとグリーンズの第三の定理を用いて解くことができ，式(8)の特解を得る。上の制約条件のうち式(7)は，平均流の影響を含む項  $\pi_{ij,2}$  との結合を強くする意味より，また  $\pi_{ij,2}$  が式(4)のように定義されることより，設けた制約条件であり，従来の制約条件は，速度勾配  $\partial U_l / \partial x_m$  のない形として表現されている。

この4次相関テンソルに対して，Launderらは，4次相関テンソルが，2次のテンソルであるレイノルズ応力，あるいはクロネッカのデルタの積の線形結合で表されるであろうと推測しモデル化を行った。本報ではLaunder-Reece-Rodi<sup>19)</sup>モデルを基礎とした。彼らのモデル式を示すと次のようになる。

$$a_{ij}^{mi} = \alpha \delta_{ij} \overline{u_m u_m} u_i + \beta (\delta_{mi} u_l u_j + \delta_{mj} u_l u_i + \delta_{il} u_m u_j + \delta_{ij} u_m u_l) + c_2 \delta_{mi} u_l u_j + \{ \eta \delta_{mi} \delta_{ij} + \nu (\delta_{mi} \delta_{ij} + \delta_{mj} \delta_{il}) \} k \dots (9)$$

式(6)~(8)の条件を，式(9)に適用することにより，次の  $\pi_{ij,2}$  に関する式を得ることができる。

$$(\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}) = -(\alpha + \beta) \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right) + \zeta \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) k + (4\beta + \alpha) \left( D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right) \dots (10)$$

$$P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$$

$$D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$$

$$\alpha = \frac{1}{11} (4c_2 + 10), \quad \beta = -\frac{1}{11} (2 + 3c_2)$$

$\alpha$ ， $\beta$ ， $\zeta$  は実験値より決定されるモデル定数である。

圧力・歪相関項に対する壁面の影響は，定数  $c_1$ ， $c_2$ ， $\zeta$  が壁からの距離  $x_w$  の関数となるように設定する。すなわち

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= c_1^* + c_1' f(L/x_w) \\ c_2 &= c_2^* + c_2' f(L/x_w) \\ \zeta &= \zeta^* + \zeta' f(L/x_w) \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

$f(L/x_w)$  は，壁の影響を表す関数で，壁近傍で1，壁から離れるにつれ減少する値をとり次のように定義した。ここで， $x_w$  は壁面からの垂直距離を示す。

$$f\left(\frac{L}{x_w}\right) = \frac{c\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa \varepsilon} \frac{1}{x_w} \dots (12)$$

以上が再配分項のモデル化である。散逸項に対しては，

Table 1 Constants in the pressure-strain term

$c_1^*$	$c_2^*$	$\zeta^*$	$c_1'$	$c_2'$	$\zeta'$
1.4	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.1

流れが高レイノルズ数流れであり局所等方向性を仮定して次のようにモデル化する。

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon \dots\dots\dots (13)$$

生成項に関してはモデル化する必要はなく、レイノルズ応力方程式を扱う上での強みとなる。

ここで、モデル定数  $c_1^*$ ,  $c_2^*$ ,  $\zeta^*$ ,  $c_1'$ ,  $c_2'$ ,  $\zeta'$  の値を決定することが必要になる。これらのモデル定数を決定する際には、モデル化された方程式を、単純せん断流れ、壁面近傍流れに適用し各々の流れ場に対するレイノルズ応力方程式を導出し、加えて各流れの実験結果を基に定数を決定していく。本研究の場合 Rodi 近似を用いていることにより、非局所平衡状態の表現も可能な為、実験結果としては、Champagne-Harris-Corrsin<sup>20)</sup> ( $P_k/\varepsilon = 1.0$ ) および Harris-Graham-Corrsin<sup>21)</sup> ( $P_k/\varepsilon = 1.55$ ) のデータを基に、壁面近傍の流れに対しては Launder ら<sup>19)</sup> の使用したものを基に定数決定を行った。こうして導出した定数系を Table 1 に示す。

(3) 境界適合座標

境界適合座標系による計算手法は、物理平面上の解析領域を計算領域へと座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法であり、境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴を持つ。あらかじめ計算格子を直交させ計算の安定性、収束の向上を図る意味より、ポアソン型の方程式を解き格子生成を行う手法<sup>22)</sup>も提示されているが、ここでは使用していない。

支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される。

$$\frac{\partial}{\partial x_i} = \frac{\partial \xi}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \dots\dots\dots (14)$$

上式中  $\xi, \eta, \zeta$  は、変換された計算平面での座標軸を示す。例えば、運動方程式は、レイノルズ応力を含む形として次のように示される。

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - u_i u_j \right) \dots\dots\dots (15)$$

この時、式中のレイノルズ応力は、速度勾配を含む項と残余項とに分け次のように表現する。

$$-u_i u_j = \left( \frac{b}{a} \right)_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \left( \frac{c}{a} \right)_{ij} \dots\dots\dots (16)$$

ここで、レイノルズ応力を拡散項の一部として組み入れ、解の安定性を図る意味より

$$d_{ij} = \nu + \left( \frac{b}{a} \right)_{ij}, \quad e_{ij} = \left( \frac{c}{a} \right)_{ij} \dots\dots\dots (17)$$

として、運動方程式を書き改めると次のようになる。

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ d_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - e_{ij} \right\} \dots\dots (18)$$

この式に対し、先の数学定理を用いて座標変換すると最終的に次のように変換される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ U U_i + \frac{P}{\rho} \xi_{xi} - l_1 U_{i\xi} - l_2 U_{i\eta} - l_3 U_{i\zeta} \right. \\ \left. + \xi_x e_{i3} + \xi_y e_{i2} + \xi_z e_{i1} \right\} \\ + \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ V U_i + \frac{P}{\rho} \xi_{xi} - l_2 U_{i\xi} - l_4 U_{i\eta} - l_5 U_{i\zeta} \right. \\ \left. + \eta_x e_{i3} + \eta_y e_{i2} + \eta_z e_{i1} \right\} \\ + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ W U_i + \frac{P}{\rho} \xi_{xi} - l_3 U_{i\xi} - l_5 U_{i\eta} - l_6 U_{i\zeta} \right. \\ \left. + \zeta_x e_{i3} + \zeta_y e_{i2} + \zeta_z e_{i1} \right\} = 0 \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

$$l_1 = d_{13} \xi_{x3}^2 + d_{12} \xi_{x2}^2 + d_{11} \xi_{x1}^2$$

$$l_2 = d_{13} \xi_{x3} \eta_{x3} + d_{12} \xi_{x2} \eta_{x2} + d_{11} \xi_{x1} \eta_{x1}$$

$$l_3 = d_{13} \xi_{x3} \zeta_{x3} + d_{12} \xi_{x2} \zeta_{x2} + d_{11} \xi_{x1} \zeta_{x1}$$

$$l_4 = d_{13} \eta_{x3}^2 + d_{12} \eta_{x2}^2 + d_{11} \eta_{x1}^2$$

$$l_5 = d_{13} \eta_{x3} \zeta_{x3} + d_{12} \eta_{x2} \zeta_{x2} + d_{11} \eta_{x1} \zeta_{x1}$$

$$l_6 = d_{13} \zeta_{x3}^2 + d_{12} \zeta_{x2}^2 + d_{11} \zeta_{x1}^2$$

$$U = U_1 \frac{\partial \xi}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial \xi}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial \xi}{\partial x_3}$$

$$V = U_1 \frac{\partial \eta}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial \eta}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial \eta}{\partial x_3}$$

$$W = U_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial \zeta}{\partial x_2} + U_3 \frac{\partial \zeta}{\partial x_3}$$

上式中、 $\xi, \eta, \zeta, x_i$  等の添字は、各々の添字にて偏微分することを示す。また  $U, V, W$  は、反変速度成分であり  $l$  は、計量テンソルを示す。三次元流れの場合、9個の拡散係数  $d_{ij}$  が必要になることがわかる。他の支配方程式に対しても、同様の変換を行うことより計算平面上での変換された支配方程式を得ることができる。

(4) 数値解析

計算領域は、Fig.1に示したように、系の対称性を考慮し1/4断面とした。計算におけるレイノルズ数は、実験値と同様  $Re = 1.3 \times 10^4$  とした。乱流エネルギー、および乱流散逸方程式の境界条件は、本提示モデルが高レイノルズ型モデルであるため壁関数を用いている。入り口条件は、実験においても不明であるため  $k = U_b \times 10^{-5}$ ,  $\varepsilon = k^{3/2}/D_b$  と小さな値を設定し解析を行った。  $U_b$  は断面平均速度を示す。出口境界条件は、ノイマン条件として計算を行った。式の離散化は、有限差分近似により行い計算諸量の格子点配置は、Regular Grid法によった。支配方程式の移流項差分近似はQUICK (三次精度の風上差分)を使用した。

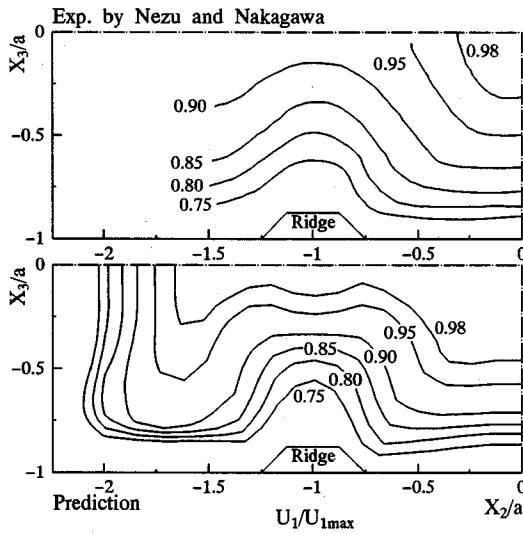


Fig.3 Contours of mean primary velocity

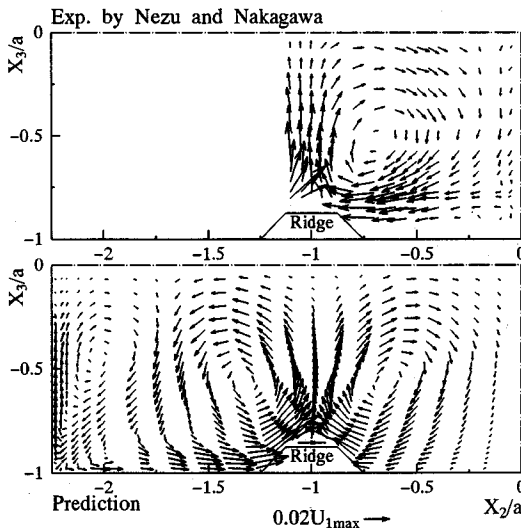


Fig.4 Cellular secondary vector

#### 4. 結果と考察

計算においては、助走区間距離として  $100D_h$  の長さを設けている。実験結果と比較する際には、完全発達乱流領域の結果と比較する意味より  $95D_h$  における結果を実験結果と比較している。以下に示す図は、すべてこの位置における結果である。この位置が、完全発達領域にあることは、管路中心主流方向速度の発達より確認した。

##### (1) 平均速度場の比較

Fig.3に主流方向速度等値線の実験結果との比較を示す。各値は断面内最大主流速度  $U_{1max}$  にて無次元表示してある。実験において特徴的なことは、縦筋 (ridge) 上にて主流方向等値線が上部に向かって大きく歪んでいる

こと、並びに ridge 上においては低速流が大きな領域を占めるのに対して、河床 (trough) 上においては、高速流が支配的であることがうかがえる。これらの特徴は、計算においても同様に認められる。実験と計算とで異なる点は、実験において  $X_2$  軸上 (上下対称軸上) 中心部近傍にて 0.98, 0.95 の等値線が認められるが、計算においては  $X_2$  軸に沿って伸びた分布をしている点が挙げられる。

また、実験では、コーナ部領域までの計測は行っており不明であるが、計算結果によればこの領域でも、等値線のわずかなコーナ部への突き出しが認められる。これら ridge 上、コーナ部近傍での等値線の歪は、縦渦 (第二種二次流れ) に起因するものと考えられる。

Fig.4に、この縦渦の実験、計算結果を示す。実験は、図のように ridge 部右側領域のみで測定を行っている。実験結果より、二次流れは、trough 上を ridge 部に向かって流れ、ridge 部に到達した後 ridge 上部より上下対称軸に向かう上昇流を形成している。この後二次流れは、上下対称軸に沿って断面中心部に向かって流れ、断面中心部から河床に向かう下降流を作り、大きな循環流を形成している。計算結果においても、この二次流れ流動パターンを良好に予測している。その縦渦中心位置も、比較的良好に予測しているものと思われる。

計算結果における特徴的な点としては、次のような点が指摘できる。コーナ部近傍で、コーナ部に向かう第二種二次流れが存在している点、ridge 部に向かう両サイドからの二次流れのうち、コーナ部からの二次流れの方が、断面中心部からのそれより値が大きい点、ridge 上からの上昇流は、コーナ部に発生する二次流れ強度より大きい点等が指摘できる。

二次流れベクトルを構成する、水平方向速度成分  $U_2$ 、垂直方向速度成分  $U_3$  について  $X_2/a = -0.3, -0.55, -0.7, -0.9, -1.0, -1.1$  の各々の位置における実験値、および計算値を比較した。  $-0.3, -0.55, -0.7$  の位置は、trough 部に、  $-0.9, -1.0, -1.1$  の位置は ridge 部に相当している。Fig.5に、 $U_2$  に関する結果を、Fig.6に  $U_3$  に関する結果を示す。いずれの比較図においても、計算値は、実験値を大きく外れることなく、その傾向も含め比較的良くに予測しているものと考えられる。ただし、水平方向速度  $U_2$  の、  $X_2/a = -1.0$  における値に注目すると計算結果は、ridge 上面近傍にて、実験結果と逆の傾向を示している。この位置は、ridge 中心位置に相当し、先に二次流れの特徴として説明したように、計算では、コーナ部から ridge 部への二次流れ強度が強いためこのような結果となったものと解釈される。

Fig.7は、摩擦速度  $U_*$  を比較したものである。実験において、摩擦速度は、以下の対数分布則により導出し

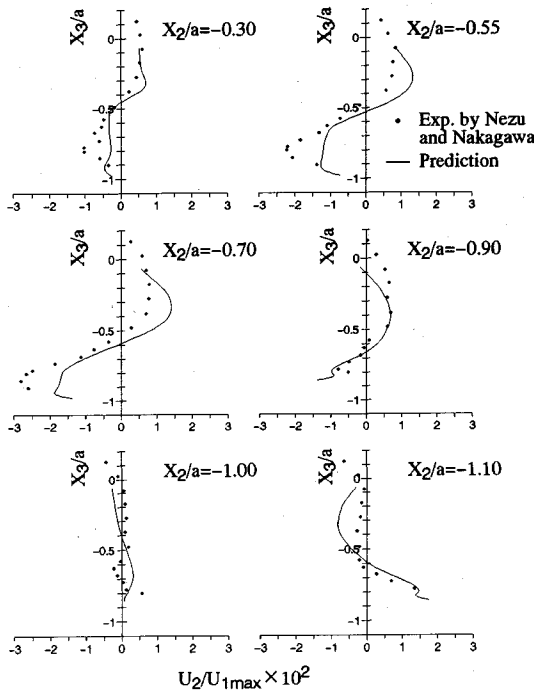


Fig.5 Distributions of velocity  $U_2$

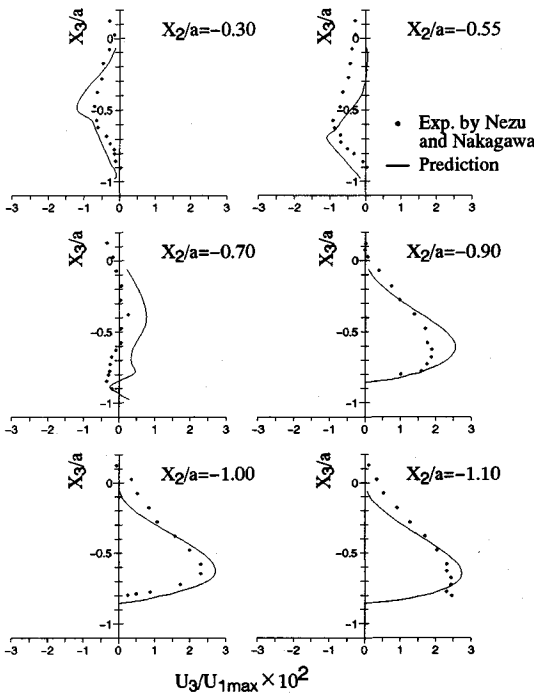


Fig.6 Distributions of velocity  $U_3$

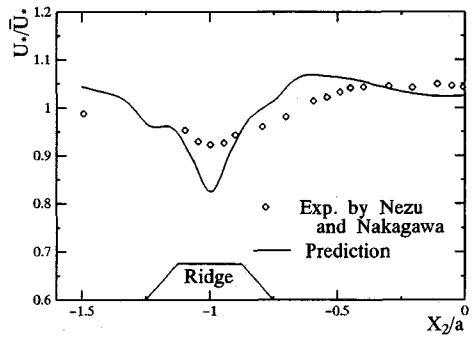


Fig.7 Distributions of friction velocity

計算においても、実験結果を踏襲して式より値を算出し比較した。摩擦速度は、平均摩擦速度  $\bar{U}_*$  にて無次元化してある。実験においては、ridge 中央部にて最小値を取って、左右対称軸に向かって単調に増加する結果となっている。これに対し、計算は、最小値は取るものの、左右対称軸に向かって極大値を取った後、単調に減少する傾向を示し多少異なる結果となった。しかし、何れの結果においても、ridge 上では、河床せん断応力が小さく、trough 上においては大きい結果を示している。この事は、先に示した主流方向速度は ridge 上では低速となり、逆に trough 上においては高速となることも符合している。

以上の結果を踏まえると、河川流路における縦筋、縦渦の発生についていくつかの考察を加えることができる。すなわち、平坦な河床を有する河川流路においては、その側壁の存在によりコーナ部に第二種二次流れが発生する。この二次流れにより河床砂粒が運ばれ、摩擦速度が極小値を取る位置において堆積し、最初の縦筋を形成する。このわずかな縦筋が形成されると、Fig.4 に示したように、側壁から ridge に向かう二次流れ強度は大きくなり、掃流砂の移動を助長し、縦筋は更に成長する。こうなると、縦筋の両サイドから二次流れが発生し、Fig.3, 7 で示したように trough 上でせん断応力の強い高速流が、ridge 上でせん断応力の小さい低速流が顕著となる。trough 上の高速流は、そのせん断応力により河床砂粒を掃流し、その掃流砂は二次流れによって運ばれ、新たな縦筋を形成することになる。一方 ridge 上においては、せん断応力は小さく、主流速度も低速であり、ここでは、縦渦による強い上昇流により浮遊砂が浮上して、自由水面に高濃度のボイルを形成することになる。

禰津, 中川<sup>23)</sup>は、側壁の二次流れが縦渦のトリガとなり得ること、一度、縦筋が形成されると、その隣に新たな縦渦ができ、縦渦と縦筋との相互作用が水路中央に伝播して断面内に整然とした縦渦群が形成されるという仮説を提示しているが、計算結果からも、前述のような推論が成り立ち、彼らの仮説と符合する。

ている。式中  $X_i$  は壁面からの垂直距離を示す。

$$\frac{U_1}{U_*} = 5.75 \log\left(\frac{U_* X_i}{\nu}\right) + 5.5 \dots \dots \dots (20)$$

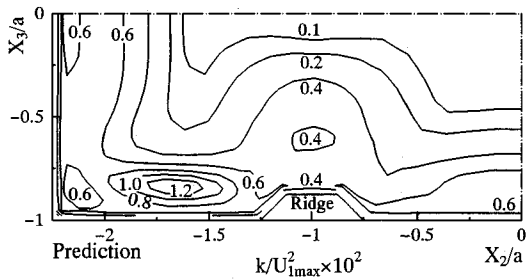


Fig. 8 Contours of turbulent energy

(2) 変動速度場の比較

次に速度変動成分について検討する。Fig. 8に乱流エネルギーの計算結果を示す。Nezu-Nakagawa<sup>10)</sup>の実験結果には示されておらず、実験と直接比較することはできない。特徴的なこととして ridge 上部における等値線が、縦渦の上昇流により大きく歪んでいること、乱流エネルギーの最大値が、側壁と ridge 間に存在することなどが指摘できる。ridge 部での上昇流により等値線が大きく歪み、ridge 上部で高い速度変動値が認められるが、このことは、中川ら<sup>24)</sup>の実験結果からも推察される。更に、trough 河床上的乱流エネルギーが、縦渦により ridge 部に搬送されている様子が ridge 近傍の等値線よりうかがえる。乱流エネルギーの生成項は、レイノルズ応力と速度勾配の積として表わされることを考えると、乱流エネルギーの値が大きい領域は速度勾配が大きく、小さい領域は逆に速度勾配が小さいことが予測されるが、この事は、Fig. 3に示した主流方向速度等値線図とも符合している。また、乱流エネルギーが大きな値を示す領域にて、二次流れも大きな値を示している。

一般に、第二種二次流れの発生機構については、種々の説明が成されているが、良く引用される説明として渦度輸送方程式を用いた説明がある。これに依れば、発生機構に大きく寄与するものは、断面内方向垂直応力の差 ( $u_2^2 - u_3^2$ )、およびせん断応力  $\overline{u_2 u_3}$  の勾配値であり、従って、これらの値が種々の実験にて提示されている。Fig. 9には、この垂直応力の差 ( $u_2^2 - u_3^2$ ) の等値線の実験と計算の比較図を、Fig. 10には、 $X_2/a = -0.3, -0.55, -0.7, -0.9, -1.0$ の各々の位置における実験値、および計算値を比較した図を示す。前述のように  $-0.3, -0.55, -0.7$ の位置は trough 部に、 $-0.9, -1.0$ の位置は ridge 部に相当している。なお、実験結果においては  $-1.1$ の位置におけるデータは提示されていないため計算結果のみを示した。

Fig. 9より、計算値が実験値と異なる点として ridge 部の左右領域に、零ラインの等値線が存在する点が挙げられる。これは、この領域で  $\overline{u_2^2} < \overline{u_3^2}$  であることを意味しており、二次流れにより、値の小さい  $\overline{u_2^2}$  が運び込まれたものと推測される。Fig. 8に示したように、trough

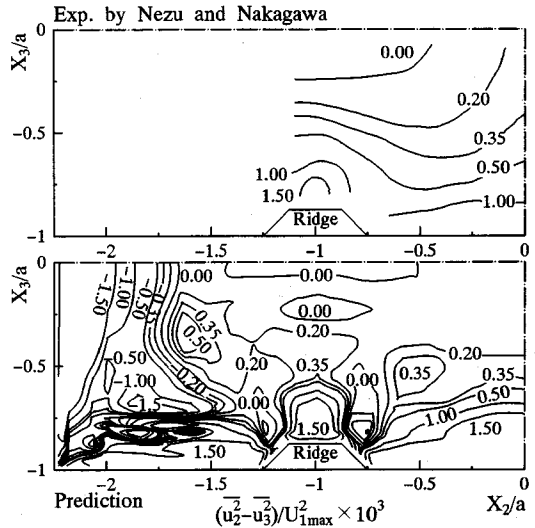


Fig. 9 Contours of normal stresses ( $u_2^2 - u_3^2$ )

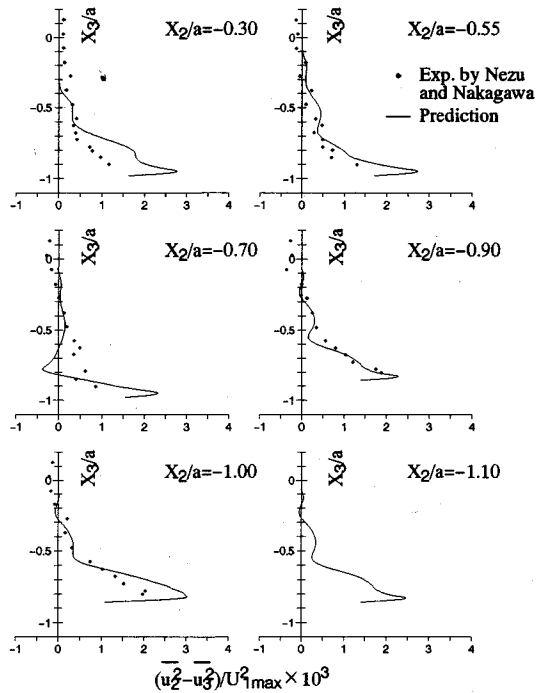


Fig. 10 Distributions of normal stresses ( $u_2^2 - u_3^2$ )

上の値の大きな乱流エネルギーの二次流れによる ridge 部への搬送量は小さく、むしろ河床から離れた領域におけるエネルギー輸送の方が卓越しているものと考えられる。また、Nezuらは上下対称軸近傍にて、垂直応力の差の値が負になることを特徴的なこととして、論文で指摘しているが、計算結果も同様な結果となった。Fig. 10には、絶対値の比較を示したが図より  $X_2/a = -0.7$ において、計算値は負の値を持つが、これは先の

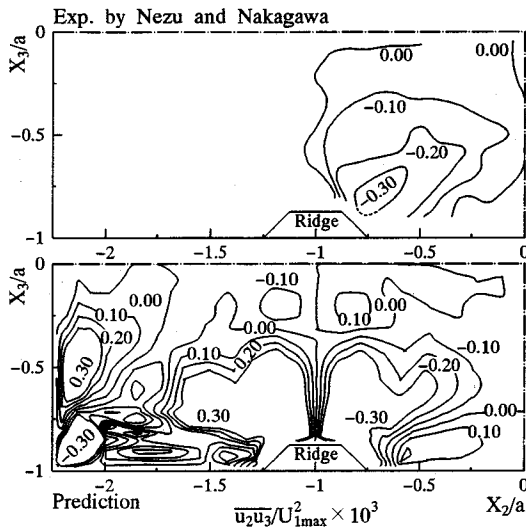


Fig.11 Contours of shear stress  $\overline{u_2 u_3}$

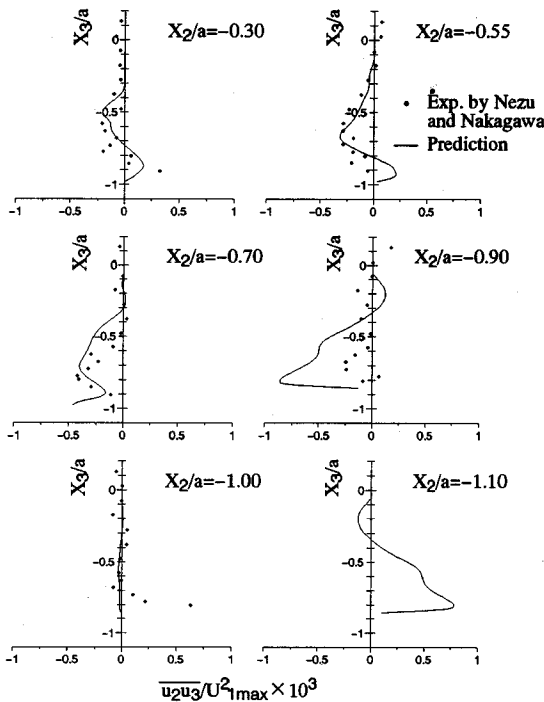


Fig.12 Distributions of shear stress  $\overline{u_2 u_3}$

零ラインの内部に相当している。他の位置においては、多少実験値とは異なるものの比較的良好的に実験値を予測している。

Fig.11は、二次流れ発生要因の、もう一つの応力である、せん断応力  $\overline{u_2 u_3}$  等値線図の比較を示した。同時に、Fig.12には、その絶対値比較を、 $X_2/a = -0.3, -0.55, -0.7, -0.9, -1.0$  の各々の位置において比較した。実験においては、 $-1.1$  の位置におけるデータは提示さ

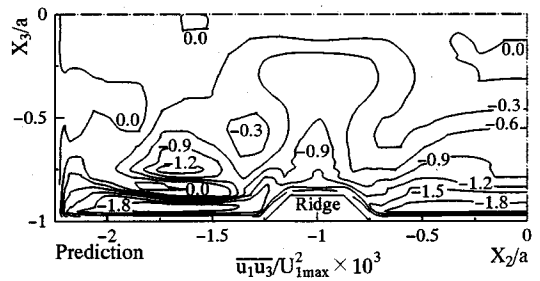


Fig.13 Contours of shear stress  $\overline{u_1 u_3}$

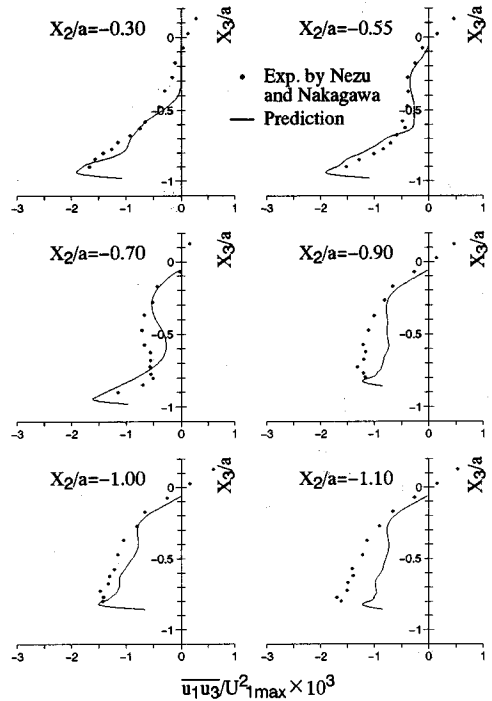


Fig.14 Distributions of shear stress  $\overline{u_1 u_3}$

れていないため計算結果のみ示している。Fig.11より、計算値は、実験値の等値線図を、その領域については差はあるものの、傾向は良く捉えている。計算結果より、高いせん断応力値は、コーナ部、および ridge 部に存在することが理解できる。また、Fig.12より、その絶対値を比較すると、実験値にばらつきが認められ計算結果と異なっているが、一般に、このせん断応力  $\overline{u_2 u_3}$  は、他のレイノルズ応力と比較すると値自体が1オーダー程度小さく、また、測定自体も非常に難しいことを考慮すれば、計算は、実験値を比較的捕捉しているものと考えられる。

Fig.13に、せん断応力  $\overline{u_1 u_3}$  の等値線計算結果を示す。等値線として実験結果は示されいないため、その絶対値比較をFig.14に示す。 $X_2/a = -0.3, -0.55, -0.7, -0.9, -1.0, -1.1$  の各々の位置における実験値、お



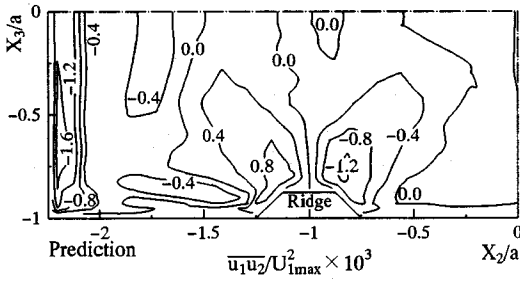


Fig. 15 Contours of shear stress  $\overline{u_1 u_2}$

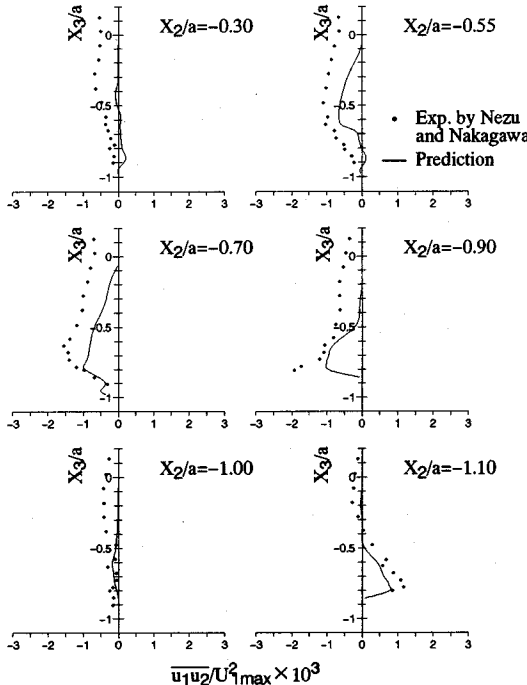


Fig. 16 Distributions of shear stress  $\overline{u_1 u_2}$

よび計算値を比較した。前述のように  $-0.3$ ,  $-0.55$ ,  $-0.7$  の位置は trough 部に、 $-0.9$ ,  $-1.0$ ,  $-1.1$  の位置は ridge 部に相当している。せん断応力  $\overline{u_1 u_3}$  は、河床より上下対称軸に向かって運動量交換が生じた場合に発生する応力と解釈され、Fig. 13 より、trough 上において高い値を示すことより、この領域において砂粒の掃流が盛んに行われていることを知ることができる。ridge 上においては、顕著に高い値は認められない。また、その等値線分布より、trough 上の比較的高い値は、縦渦により ridge 上部にまで輸送されることはなく、むしろ河床より離れた位置におけるせん断応力の方が、その等値線の湾曲程度から ridge 部に輸送されている様子が理解できる。次に、Fig. 14 により、その絶対値を比較すると、計算は、実験値を大差なく予測していることが解る。

Fig. 15 にせん断応力  $\overline{u_1 u_2}$  の等値線計算結果を示す。

実験の等値線は示されていない。また、その絶対値比較を Fig. 16 に示す。  $X_2/a = -0.3, -0.55, -0.7, -0.9, -1.0, -1.1$  の各々の位置における実験値、および計算値を比較した。 Fig. 15 の等値線より解るようにせん断応力  $\overline{u_1 u_2}$  の値は、側壁において最大値を示し  $X_2$  軸に沿って発達している。trough 上、および ridge 上にてこの値は小さく、従って縦渦、縦筋生成への直接的な寄与は小さい。ただし、助走区間において、コーナ部に生ずる二次流れ発生に寄与するものと考えられる。また、ridge 左右部において相似形の異符号領域を形成しているのが特徴的である。その絶対値を Fig. 16 より比較すると、他のレイノルズ応力値より実験との差が多少大きいようである。例えば  $X_2/a = -0.3$  においては、計算結果は、実験と比較するとその値も小さく、符号も逆を示す部分が認められる。しかし、この点を除けば、計算は比較的良好に実験値を予測している。

### 5. 結 論

縦筋と縦渦とを伴う河川流れを、詳細に検討した Nezu-Nakagawa<sup>10)</sup>の実験を対象とし、レイノルズ応力モデル、境界適合座標系を用いて、助走区間を含めた三次元流路として解析を行い、その流動挙動、レイノルズ応力モデルの妥当性等について検討を加え以下の結論を得た。

- (1) この種の流れに特徴的な、trough 上での主流方向速度の高速流と縦渦の下降流、ridge 上での主流方向速度の低速流と上昇流を、本解析手法においても比較的良好に予測できた。
- (2) 側壁から ridge 部に向かう二次流れの方が、左右対称軸側より ridge 部に向かう二次流れよりその値は大きく、最初の縦筋形成に側壁の影響は大きいものと考えられる。
- (3) ridge 部に発生する二次流れ強度は、コーナ部のそれより大きな値を持つ。
- (4) 解析対象とした本 ridge 形状においては、trough 河床上の乱流特性量が、縦渦により搬送される量は少なく、むしろ、河床より幾分離れた領域における特性量の輸送の方が卓越している。
- (5) 時間平均速度、各レイノルズ応力値を比較的良好に予測することができ、レイノルズ応力モデル、境界適合座標系による本解析手法の妥当性を確認することができた。

### 参 考 文 献

- 1) Brundrett, E. and Baines, W.D. : The production and diffusion of vorticity in duct flow, J. Fluid Mech., Vol.19, pp.375~394, 1964.
- 2) Melling, A. and Whitelaw, J.H. : Turbulent flow in rectangular duct, J. Fluid Mech., Vol.78, pp.289~315, 1976.

- 3) Aly, A.M.M., Trupp, A.C. and Gerrard, A.D. : Measurement and prediction of fully developed turbulent flow in an equilateral triangular duct, *J. Fluid Mech.*, Vol.85, pp.57~83, 1978.
- 4) Vanoni, V.A. : Transportation of suspended sediment by water, *Trans., ASCE*, Vol.111, pp.67~133, 1946.
- 5) Matthes, G.H. : Macroturbulence in natural stream flow, *Trans. Amer. Geophy. Union*, Vol.28, pp.255~265, 1947.
- 6) 木下良作 : 航空写真による洪水流の解析, *日本写真測量学会誌*, Vol.6, No.1, pp.1~17, 1967.
- 7) Culbertson, J.K. : Evidence of secondary circulation in an alluvial channel, U.S. Geological Survey, Proc. Paper 575-D, pp.D214~D216, 1967.
- 8) Karcz, I. : Reflections on the origin of source small-scale longitudinal streambed scours, *Fluvial Geomorphology*, pp.149~173, 1973.
- 9) Müller, A. : Secondary flow in an open channel, Proc. of 18th Conference of IAHR, No.B.A.3, pp.19~24, 1979.
- 10) Neze, I. and Nakagawa, H. : Cellular secondary currents in straight conduit, *J. of Hydraulic Eng., ASCE*, Vol.110, No.2, pp.173~193, 1984.
- 11) Nezu, I., Nakagawa, H. and Tominaga, A. : Secondary currents in a straight channel flow and the relation its aspect ratio, *Turbulent Shear Flows 4*, Springer-Verlag, pp.246~260, 1985.
- 12) Launder, B.E. and Ying, W.H. : Prediction of flow and heat transfer in ducts of square cross section, *Heat Fluid Flow*, 3-2, pp.115~121, 1973.
- 13) Gosman, A.D. and Rapley, C.W. : A prediction method for fully-developed flow through non-circular passages, *Proc. Int. Conf. Numerical Meth. Paper FS/78*, pp.271~285, 1987.
- 14) Naot, D. and Rodi, M. : Calculation of secondary currents in channel flow, *J. of the Hydraulics Division, ASCE*, Vol.108, pp.948~968, 1982.
- 15) Krishnappan, B.G. and Lau, Y.L. : Turbulent modeling of flood plane flows, *J. of Hydraulic Eng.*, Vol.112, pp.251~266, 1986.
- 16) 杉山均・秋山光庸・芹沢寿行 : 代数応力モデルによる正方形断面管内の助走区間発達乱流解析, *日本機械学会論文集*, 56-531, pp.3328~3335, 1990.
- 17) Rodi, W., Z. *Angew. Math. Mech.* : A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses, 56, pp.T219~T221, 1976.
- 18) Chou, P.Y. : On velocity correlation and the solutions of the equations of turbulent fluctuation, *Quart. Appl. Math.* 3, pp.38~54, 1945.
- 19) Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W. : Progress in the development of a Reynolds stress turbulent closure, *J. Fluid Mech.*, Vol.68, pp.537~566, 1975.
- 20) Champagne, F.H., Harris, V.G. and Corrsin, S. : Experiments on nearly homogeneous turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.41, pp.81~139, 1970.
- 21) Harris, V.G., Graham, A.H. and Corrsin, S. : Further experiments in nearly homogeneous turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.81, pp.657~687, 1977.
- 22) Mastin, C.W. and Thompson, J.F. : Transformation of three-dimensional regions onto rectangular regions by elliptic systems, *Number. Math.*, 29, pp.397~407, 1978.
- 23) 瀬津家久・中川博次 : 開水路流れの三次元乱流構造(縦渦)とそれに及ぼす自由表面の影響に関する研究, *京都大学防災研究所年報*, 28, pp.499~522, 1985.
- 24) 中川博次・瀬津家久・光成政和・川島伸哉 : 平坦移動床上の縦渦を伴う流れの構造と三次元土砂輸送分布に関する研究, 第32回水理講演会論文集, pp.437~442, 1988. (1993.3.9 受付)

### THREE-DIMENSIONAL NUMERICAL ANALYSIS OF TURBULENT STRUCTURE IN A STRAIGHT CHANNEL FLOW WITH A SAND RIDGE BY USING REYNOLDS STRESS MODEL

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA, Kazunori YAMANAKA and Masaru HIRATA

A numerical analysis has been performed for developing turbulent flow in a straight channel with a sand ridge by using a Reynolds stress model. Governing equations are transformed from the physical plane to the calculation plane by boundary-fitted coordinate systems. The calculated results are compared with the experimental data available. As a result of this examination, it made clear that the present method was able to predict cellular secondary currents which are induced by anisotropy of turbulence and the experimental results of Reynolds stresses without a great discrepancy. Considering the behaviour of the secondary flow, it may be said that the first sand ridge is generated by the secondary flow of the corner region.