

# 交互砂州河床河川の移動床歪模型の相似則に関する研究

内島邦秀\*・早川 博\*\*

砂州形成領域区分図のパラメーターを用いて得られる砂州河床河川の移動床歪模型の水利相似則に基づいて、交互砂州形状(波高, 砂州長)の相似則を提案した。原型9河川についての直線水路を用いた歪模型実験による波高と砂州長の相似則の検証は、河道平面形状の相似を考慮していないにも拘らず良好であった。

**Key Words** : similarity law, alternate bars, distorted model, bed-form classification diagram

## 1. はじめに

河川を対象とする移動床模型実験では、流れによって砂粒が流送され、流れと河床の境界が変化することから、流れによる境界面の変化及び境界の変化に応じた流れの変化に焦点を当てて相似条件を確立することが必要である。河川模型では固定床、移動床にかかわらずフルード相似を成立させることが鉄則であるが、後者では底質材料の選定が適切であっても原型と異なる河床形態が発生する場合があります、粗度調整に困難を来してフルード相似が成り立たなくなる。このため、移動床では河床面の相似と流砂量の相似が加わることになる。

1950年代からの土砂水理学の進歩に伴い流砂量について定式化され、移動床歪模型の相似則についての理論的検討が Einstein・Chien<sup>1)</sup>、河村<sup>2)</sup>によって行われた。1960年代に入り、小規模河床波の形成領域区分が明確になるに従い、河床波相似も考慮して足立<sup>3)</sup>、Zwanborn<sup>4)</sup>が理論的に考察している。河村は歪比2で流砂量の検証を、Zwanbornは最大3程度の歪比で河道湾曲部凹岸の洗掘状況について検証を行い、ともに妥当な結果を得ている。模型を歪ませる理由は、粘性による種々の効果を除くために水深を大きくすること、底質材料が動き易く、また粗度を調節することにある。従来の歪模型実験では、歪による影響を解明しようとする方向ではなく、検証目的によってどの程度まで歪が許容され得るかという観点から歪比の限界が提示されているように思われる。

以上のような小規模河床波を伴う移動床水利の相似則の発展と共に、1970年代に入って井口・吉野<sup>5)</sup>、西谷・吉野・牧野<sup>6)</sup>は無歪模型実験によって中規模河床波であ

る交互砂州の再現をフルード相似と無次元掃流力を原型と模型で一致させる手法で成功させた。1970年代から1980年代前半にかけて中規模河床波の形成領域区分が数多く提案され、黒木・岸・荒井<sup>7)</sup>は彼らの領域区分図を考慮した無歪のフルード模型実験を行い河床形の検証で良好な結果を得た。木下<sup>8)</sup>は、フルード相似にこだわらず、池田<sup>9)</sup>の領域区分の無次元パラメーターを原型と模型で一致させる歪模型実験によって相似な河床平面形状を得ることを示したが、河床の縦横断形状については検証していない。この研究が発端となって、玉井<sup>10)</sup>、三輪<sup>11)</sup>は、池田の領域区分図の無次元パラメーターを原型と模型で一致させることが砂州河床の相似則として有効であることを理論的に検討している。このような成果を踏まえたとき、中規模河床波に関しては、積極的に大きく歪ませた模型実験から歪比を考慮して原型砂州形状を予測することが可能なように思われる。

本研究では、中規模河床波に関する従来の砂州形成領域区分図の無次元パラメーターから歪模型の水利相似則を求めるとともに砂州形状の相似則を導いた。これを検証するために単列交互砂州の歪模型実験を行い、砂州形状を砂州波高、砂州長で代表させ、歪模型の形状相似則が成立することを示した。

## 2. 砂州形成領域区分図のパラメーターに基づいた相似則

中規模河床波の形成領域区分についての先駆けは、井口・鮭川<sup>12)</sup>、鮭川<sup>13)</sup>の研究である。彼らは、規模が異なる二つの移動床水路が歪相似の関係にあると考えて支配的無次元パラメーターを見出し、主として小規模河床波と中規模河床波の区分を検討した。池田<sup>9)</sup>も同様な考えでまた別の支配パラメーターを導くと共に、中規模河床波の実験データと実河川データの蓄積を計って、4つのタイプに分類した中規模河床波の区分も提案してい

\* 正会員 工修 北見工業大学助教授 工学部土木開発工学科 (〒090 北見市公園町165)

\*\* 正会員 北見工業大学助手 工学部土木開発工学科

表一 砂州形成領域区分図のパラメーターに基づく歪模型の水利相似則

領域区分図提唱者	鮎川(1972) 岸・黒木・今泉(1975)	玉井・長尾・三国 (1978)	林・尾崎 (1978)	三輪 (1983)	黒木・岸 (1984)	式番号
相似条件式	$(u_x/u_{xc})_r = 1$ $\tau_{xr} = h_r \cdot I_r \cdot s_r^{-1/2} \cdot d_r^{-1} = 1$ $(B \cdot I/h)_r = 1$ $B_r \cdot I_r \cdot h_r^{-1} = 1$	$(u_x/u_{xc})_r = 1$ $u_r \cdot s_r^{-1/2} \cdot d_r^{-1/2} = 1$ $(B \cdot I/h)_r = 1$ $B_r \cdot I_r \cdot h_r^{-1} = 1$	$Fr_r = 1$ $u_r \cdot h_r^{-1/2} = 1$ $(B \cdot I/h)_r = 1$ $B_r \cdot I_r \cdot h_r^{-1} = 1$	$\tau_{xr} = 1$ $h_r \cdot I_r \cdot s_r^{-1/2} \cdot d_r^{-1} = 1$ $(Fr^2 \cdot B/h)_r = 1$ $u_r^2 \cdot h_r^2 \cdot B_r = 1$	$\tau_{xr} = 1$ $h_r \cdot I_r \cdot s_r^{-1/2} \cdot d_r^{-1} = 1$ $(B \cdot I^2/h)_r = 1$ $B_r \cdot I_r^{1/2} \cdot h_r^{-1} = 1$	(1) (1') (2) (2')
相	歪比 $n$	$n = L_r/y_r = B_r/h_r$	$n = L_r/y_r = B_r/h_r$	$n = L_r/y_r = B_r/h_r$	$n = L_r/y_r$	(4)
	水深縮尺比 $h_r$	$h_r = n^{-1} \cdot L_r$	$h_r = n^{-1} \cdot L_r$	$h_r = n^{-1} \cdot L_r$	$h_r = s_r^{1/2} \cdot n^{-2/3} \cdot L_r$	(5)
似	粒径縮尺比 $d_r$	$d_r = s_r^{-1} \cdot n^{-2} \cdot L_r$	$d_r = s_r^{-2/3} \cdot n^{-7/6} \cdot L_r$	$d_r = n^{-4} \cdot L_r$	$d_r = s_r^{-2/3} \cdot n^{-5/2} \cdot L_r$	(6)
	勾配縮尺比 $I_r$	$I_r = n^{-1}$	$I_r = n^{-1}$	$I_r = n^{-1}$	$I_r = n^{-1}$	(7)
則	流速縮尺比 $u_r$	$u_r = s_r^{1/6} \cdot n^{-5/6} \cdot L_r^{1/2}$	$u_r = s_r^{1/6} \cdot n^{-7/6} \cdot L_r^{1/2}$	$u_r = n^{-1/2} \cdot L_r^{1/2}$	$u_r = s_r^{1/2} \cdot n^{-2/3} \cdot L_r^{1/2}$	(8)
	流量縮尺比 $Q_r$	$Q_r = s_r^{1/6} \cdot n^{-11/6} \cdot L_r^{5/2}$	$Q_r = s_r^{1/6} \cdot n^{-15/6} \cdot L_r^{5/2}$	$Q_r = n^{-3/2} \cdot L_r^{5/2}$	$Q_r = s_r^{2/3} \cdot n^{-4/3} \cdot L_r^{5/2}$	(9)
備	時間縮尺比 $t_r$	$t_r = s_r^{-1/6} \cdot n^{2/6} \cdot L_r^{1/2}$	$t_r = s_r^{-1/6} \cdot n^{7/6} \cdot L_r^{1/2}$	$t_r = n^{1/2} \cdot L_r^{1/2}$	$t_r = s_r^{-1/2} \cdot n^{2/3} \cdot L_r^{1/2}$	(10)
	弗数縮尺比 $Fr_r$	$Fr_r = s_r^{1/6} \cdot n^{-2/3}$	$Fr_r = s_r^{1/6} \cdot n^{-2/3}$	$Fr_r = 1$	$Fr_r = s_r^{1/6} \cdot n^{-1/2}$	(11)
考	軽量河床材料を用いることによってフルード相似の歪模型実験は可能。	実際には歪模型実験は不可能。	軽量河床材料を用いることによるみ歪模型実験は可能。	軽量河床材料を用いることによってフルード相似の歪模型実験は可能。また、水路勾配の歪と水路幅に対する水深の歪が異なる。	—	

る。これらの研究に続いて、次元解析あるいは安定理論解析によって岸・黒木・今泉<sup>15)</sup>、Parker<sup>16)</sup>、玉井・長尾・三国<sup>17)</sup>、村本・藤田<sup>18)</sup>、林・尾崎<sup>19)</sup>、泉・池谷・伊巻<sup>20)</sup>、三輪<sup>11)</sup>、黒木・岸<sup>21)</sup>、山口<sup>22)</sup>がそれぞれ領域区分図を提唱している。

砂州形成領域区分図の両軸の無次元量は砂州形成に関して第一義的に重要な量であって、これらの無次元量を原型と模型で一致させるという相似条件から相似則を導くことができる。上記の数多くの領域区分図のうち、歪模型に適した無次元パラメーターを採用している表一に示す次の5ケースを考察の対象とした。鮎川<sup>13)</sup>と池田<sup>9)</sup>及び岸・黒木・今泉<sup>15)</sup>の  $u_x/u_{xc} \sim B \cdot I/h$ 、玉井・長尾・三国<sup>17)</sup>の  $u/u_{xc} \sim B \cdot I/h$ 、林・尾崎<sup>19)</sup>の  $Fr \sim B \cdot I/h$ 、三輪<sup>11)</sup>の  $\tau_* \sim Fr^2 \cdot B/h$ 、黒木・岸<sup>21)</sup>の  $\tau_* \sim B \cdot I^{0.2}/h$ 、ここで、 $u_*$ : 摩擦速度、 $u_{xc}$ : 限界摩擦速度、 $B$ : 水路幅、 $I$ : 水路勾配、 $h$ : 平均水深、 $u$ : 平均流速、 $Fr$ : フルード数、 $\tau_*$ : 無次元掃流力である。これらの無次元パラメーターに基づいて砂州河床河川の移動床歪模型の水利相似則と単列交互砂州の形状相似則を以下で導く。

(1) 歪模型の水利相似則

物理量の(原型値/模型値)を縮尺比、その逆数を縮尺と定義する。以下、原型値、模型値及び縮尺比をそれぞれ添え字  $p, m, r$  で表す。例えば、原型水深を  $h_p$ 、模型水深を  $h_m$  としたとき、水深の縮尺比は  $h_r = h_p/h_m$  であり、縮尺は  $1/h_r$  となる。つぎに、水平方向縮尺比を  $L_r$ 、鉛直方向縮尺比を  $y_r$  として、表一の式(4)のように歪比  $n$  を  $n = L_r/y_r$  と定義する。これによれば、水路勾配の縮尺比  $I_r$  は式(7)のように  $I_r = n^{-1}$  となる。さて、領域区分図の無次元パラメーターを原型と模型で一致させるということは、縮尺比の定義から、そのパラメーターの縮尺比を1とすることであり、したがって、相似条件式は表一の式(1)、(2)となる。

河床材料の平均粒径及び水中比重をそれぞれ  $d, s$ ,

重力加速度を  $g$  とすれば、 $\tau_*$ 、 $u_*$  及び  $Fr$  の縮尺比は、それぞれ  $\tau_{*r} = u_{*r}^2 / (s_r g_r d_r) = h_r I_r / (s_r d_r)$ 、 $u_{*r} = \sqrt{g_r h_r I_r}$ 、 $Fr_r = u_r / \sqrt{g_r h_r}$  である。また、無次元限界掃流力  $\tau_{*c}$  は  $\tau_{*c} = u_{*c}^2 / (s g d)$  であって、原型、模型とも0.05としてよいから、 $\tau_{*cr} = 1$ となる。以上より、同じ重力場の模型実験では  $g_r = 1$  であるから、 $u_{*r}/u_{*cr} = \sqrt{\tau_{*r}}$ 、 $Fr_r = u_r / \sqrt{h_r}$  となり、結局、相似条件式は式(1')、(2')に置換できる。

次に、砂州上の流水抵抗則として、Manning・Strickler型の式(3)<sup>15)</sup>を用いる。

$$\frac{u}{u_*} = 6.0 \left( \frac{h}{d} \right)^{1/6} \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 $u_* = \sqrt{ghI}$  を考慮すれば、流速縮尺比  $u_r$  は、つぎの式(3')となる。

$$u_r = d_r^{-1/6} \cdot h_r^{2/3} \cdot I_r^{1/2} \dots \dots \dots (3')$$

以上の、式(1')~(3')を連立させて解くことにより、表一の式(5)、(6)、(8)のように  $h_r$ 、 $d_r$ 、 $u_r$  を  $n$ 、 $s_r$ 、 $L_r$  ( $=B_r$ ) の関数として求めることができる。また、 $Q_r = u_r \cdot h_r \cdot L_r$ 、 $t_r = u_r^{-1} \cdot L_r$ 、 $Fr_r = u_r \cdot h_r^{-1/2}$  より式(9)、(10)、(11)が求められる。

式(3)から、 $Fr_r$ は、

$$Fr_r = d_r^{-1/6} \cdot h_r^{1/6} \cdot I_r^{1/2} \dots \dots \dots (12)$$

となり、無歪模型 ( $n=1$ ) では、 $d_r = h_r$ 、 $I_r = 1$  であるからフルード相似を満足することになる。更に、 $n=1$  で模型の河床材料に砂を用いれば  $s_r = 1$  であるから、表一の各相似則は全てフルード相似となる。

移動床模型実験においては、無歪、歪模型に拘らず、また、フルード、非フルード相似に拘らず模型水路で流砂が発生する必要がある。このための条件は  $\tau_{*r} = 1$  であって、この条件が加味されていない玉井らと林・尾崎の領域区分のパラメーターから得られた相似則について検討すれば、前者は  $\tau_{*r} = (s_r \cdot n)^{-1/4}$  となつて、 $\tau_{*r} = 1$  を満足するには  $s_r = n = 1$  でなければならず、歪模型実

験は不可能である。一方、後者については、 $\tau_{*r} = s_r^{-1} \cdot n^2$  となって、模型に砂より比重の小さい河床材料を用いることによるのみ歪模型実験が可能である。例えば、Chang・Simons・Woolhiser<sup>23)</sup>が交互砂州形成実験に用いた比重1.05のプラスチック球が模型に使われたとすれば、河床砂の比重は普通2.65程度であるから  $s_r=33$  となり、後者では  $n=5$  程度までのフルード相似の歪模型実験が可能となる。鮭川と池田及び岸・黒木・今泉、三輪、黒木・岸のパラメーターから得られる相似則も、式(11)から明らかのように、模型の河床材料に軽量材料を用い、 $n=\sqrt{s_r}$  で歪比を決定することによってフルード相似の歪模型実験が可能である。

$$\text{三輪の領域区分の無次元パラメーター, } Fr^2 \cdot B/h \text{ は, } Fr^2 \cdot B/h = (u/u_*)^2 (B \cdot I/h) \dots\dots\dots(13)$$

と変形でき、式(3)を代入すれば、相似条件式(1')より、 $h_r/d_r = s_r \cdot I_r^{-1}$  であるから、相似条件式(2)は次式にも置換され得る。

$$s_r^{1/3} (B_r \cdot I_r^{2/3} / h_r) = 1 \dots\dots\dots(14)$$

以下、本研究では、模型の河床材料に砂を用いる場合 ( $s_r=1$ ) に限定し、鮭川と池田及び岸・黒木・今泉の領域区分のパラメーターから得られる相似則をⅠの相似則、同様に三輪、黒木・岸のパラメーターから得られる相似則をそれぞれⅡ、Ⅲの相似則と呼称して、これら3ケースの歪模型の水理相似則に対する砂州形状の相似則について考察する。

(2) 歪模型の砂州形状相似則

砂州波高  $H$  は、洗掘深  $z$  と密接な関係がある(後述のように  $z=3H/4$ )。  $q_s$  を単位幅、単位時間当りの流砂量とすれば、1次元の流砂の連続式は式(15)であり、交互砂州上の流砂量  $q_s$  は式(16)で表示できる<sup>24)</sup>。

$$\frac{\partial z}{\partial t_s} - \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots(15)$$

$$\frac{q_s}{u_* d} = k \tau_*^2 \dots\dots\dots(16)$$

ここで、 $t_s$ : 河床変形の時間、 $\lambda$ : 河床砂の空隙率、 $x$ : 流れ方向にとった長さ、 $k$ : 定数である。式(15)の相似条件は、 $(1-\lambda)_r=1$ 、 $x_r=L_r$  として、

$$z_r = q_{sr} \cdot t_{sr} \cdot L_r^{-1} \dots\dots\dots(17)$$

である。式(16)から、 $s_r=1$ 、 $k_r=1$  とすれば、

$$q_{sr} = d_r^{-1} \cdot h_r^{5/2} \cdot I_r^{5/2} \dots\dots\dots(18)$$

を得る。式(18)に表-1の式(5)~(7)の  $h_r$ 、 $d_r$ 、 $I_r$  を代入すると、各相似則で、

$$q_{sr} = n^{-b} \cdot L_r^{3/2} \dots\dots\dots(19)$$

となる。ここで、 $b$  は各相似則によって決まる定数である。河床変形の時間縮尺比  $t_{sr}$  については、現在のところ不明であるので、表-1の水流の時間縮尺比式(10)に倣って式(20)のように仮定する。

$$t_{sr} = n^a \cdot L_r^{1/2} \dots\dots\dots(20)$$

ここで、 $a$  は定数である。式(19)と(20)を式(17)に代入すれば、式(21)を得る。

$$z_r = n^{a-b} \cdot L_r \text{, 即ち, } \frac{z_r}{L_r} = n^{a-b} \dots\dots\dots(21)$$

式(21)によれば、砂州波高縮尺比  $H_r$  も表-1の各縮尺比と同様に歪比  $n$  と水平方向縮尺比  $L_r$  に関係した式形になると推察できる。ところで、表-1の相似条件式(1)、即ち、 $\tau_{*r}=1$  は、式(16)から明らかのように無次元掃流砂量の相似条件である<sup>10)</sup>。一方、相似条件式(2)は、水路形状と流れの形態に対する相似条件であって、式(14)から、 $s_r=1$  では、3ケースともに、

$$\frac{B_r \cdot I_r^c}{h_r} = 1 \dots\dots\dots(22)$$

で表され、 $c$  は、

$$\left. \begin{array}{l} \text{鮭川, 池田, 岸・黒木・今泉: } c=1 \\ \text{三輪: } c=2/3 \\ \text{黒木・岸: } c=1/5 \end{array} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

である。式(7)と式(22)から、

$$\frac{h_r}{B_r} = I_r^c = n^{-c} \dots\dots\dots(24)$$

となり、領域区分図のパラメーターと歪比の関係は、 $c=1$  の場合のみ、 $h_r/B_r = I_r (=y_r/L_r) = n^{-1}$  で、水路幅に対する水深の歪と水路勾配の歪は一致するが、その他の場合は一致しないことになる。一般に、鉛直スケールの横断スケールに対する比と縦断スケールに対する比が本来別個のものであるか否かは重要な問題であり、今後さらに検討する必要があるように思われる。ここでは、式(21)に基づく砂州波高は  $h_r/B_r$  と  $I_r$  の両方の歪比に影響されると考えられるので、従来の相似概念、即ち、鉛直スケールと水平スケールの比のみによって現象を把握する立場から、 $h_r/B_r$  と  $I_r$  をその平均によって単一化することにする。その際、比率の平均としてふさわしい幾何平均を用いることにした。こうすると、後述のように従来の波高推定式の関数関係と同じ式形を保持することが可能になる。即ち、砂州波高は、

$$\frac{H_r}{B_r} = \sqrt{\frac{h_r}{B_r} \cdot I_r} = \sqrt{n^{-c-1}} \dots\dots\dots(25)$$

で表される。式(23)により、3ケースに対して、

$$\frac{H_r}{B_r} = n^{-1}, \frac{H_r}{B_r} = n^{-5/6}, \frac{H_r}{B_r} = n^{-3/5} \dots\dots\dots(26)$$

となる。また、式(25)の両辺に  $B_r/h_r$  を掛けて、

$$\frac{H_r}{h_r} = \sqrt{\frac{B_r}{h_r} \cdot I_r} = \sqrt{n^{c-1}} \dots\dots\dots(27)$$

の関係式が得られる。式(27)は渡邊・長谷川・北條<sup>25)</sup>による波高の実用推定式と同じ関数関係を示している。相似条件式(1')より  $I_r = (h_r/d_r)^{-1}$  で、これを式(27)に代入すれば  $H_r/h_r$  は  $h_r/d_r$  と  $B_r/h_r$  の関数となり、池田<sup>26)</sup>の波高推定式とも同じ関数関係になる。式(27)で

表-2 水理諸量縮尺比、砂州形状縮尺比及び模型実験諸元

(a) 銚川、池田及び岸・黒木・今泉の領域区分図のパラメーターに基づく相似則 (Iの相似則)

NO.	原型河川名	幅比 $B_r$	粒径比 $d_r$	歪比 $n$	水深比 $h_r$	砂州長比 $l_r$	波高比 $H_r$	模型実験諸元				
								$I_m$	$Q_m(l/s)$	$h_m(cm)$	$l_m(cm)$	$H_m(cm)$
1	尻別川 (20.7~22.5km)	519	28.5	4.3	121	463	232	1/145	4.00	2.35	65	0.93
2	最上川下流 (14~19km)	1261	21.3	7.7	164	1072	531	1/192	4.18	2.62	72	0.89
3	千曲川 (65~82km)	582	15.7	6.1	95	1028	209	1/172	4.50	2.64	54	0.80
4	天竜川上流 (166~172km)	491	59.5	2.9	169	493	260	1/67	2.64	1.46	104	1.23
5	加古川 (14~27km)	629	33.0	4.4	143	1126	305	1/167	4.15	2.51	54	0.85
6	江の川上流馬洗川 (1~6km)	663	24.6	5.2	128	2179	427	1/161	3.90	2.34	57	0.66
7	那賀川 (4~10km)	1216	20.0	7.8	156	2009	458	1/96	5.24	2.44	53	0.72
8	仁淀川 (0~3km)	1385	18.9	8.6	161	2619	136	1/145	6.03	3.00	62	1.40
9	士幌川 (0~2km)	157	16.4	3.1	51	469	119	1/106	5.07	2.44	61	1.04

備考：模型河床砂粒径  $d_m=1.34mm$  で、模型水路幅  $B_m=30cm$  に対する値である。

(b) 三輪の領域区分図のパラメーターに基づく相似則 (IIの相似則)

NO.	原型河川名	幅比 $B_r$	粒径比 $d_r$	歪比 $n$	水深比 $h_r$	砂州長比 $l_r$	波高比 $H_r$	模型実験諸元				
								$I_m$	$Q_m(l/s)$	$h_m(cm)$	$l_m(cm)$	$H_m(cm)$
1	尻別川 (20.7~22.5km)	519	28.5	5.7	163	276	128	1/110	2.91	1.74	109	1.68
		779	〃	7.3	207	367	193	1/86	1.48	1.37	82	1.12
2	最上川下流 (14~19km)	1261	21.3	11.6	246	589	214	1/127	2.71	1.74	131	2.21
		1892	〃	14.8	314	1033	438	1/99	1.37	1.37	75	1.08
3	千曲川 (65~82km)	582	15.7	8.7	138	561	111	1/124	3.01	1.86	99	1.51
		872	〃	11.1	175	727	156	1/97	1.50	1.44	76	1.07
4	天竜川上流 (166~172km)	491	59.5	3.5	213	404	117	1/57	2.05	1.16	127	2.73
		736	〃	4.5	270	—	—	—	—	—	—	—
5	加古川 (14~27km)	629	33.0	5.9	193	494	145	1/125	3.05	1.86	123	1.78
		944	〃	7.5	246	1258	287	1/98	1.51	1.45	48	0.90
6	江の川上流馬洗川 (1~6km)	663	24.6	7.2	178	868	127	1/116	2.69	1.69	143	2.21
		995	〃	9.2	227	1397	235	1/91	1.34	1.32	89	1.20
7	那賀川 (4~10km)	1216	20.0	11.8	235	1121	226	1/64	3.39	1.62	95	1.46
		1824	〃	15.0	300	1649	285	1/50	1.70	1.27	65	1.16
8	仁淀川 (0~3km)	1385	18.9	13.2	248	2320	165	1/95	3.74	1.94	70	1.15
		2077	〃	16.8	317	3405	198	1/74	1.90	1.53	48	0.96
9	士幌川 (0~2km)	157	16.4	3.9	63	371	122	1/85	4.11	1.98	77	1.02
		236	〃	5.0	81	545	119	1/67	2.02	1.54	53	1.04

備考：模型河床砂粒径  $d_m=1.34mm$  で、上段は模型水路幅  $B_m=30cm$ 、下段は  $B_m=20cm$  に対する値である。

は、3 ケースに対し、

$$H_r/h_r=1, H_r/h_r=n^{-1/6}, H_r/h_r=n^{-2/5} \dots (28)$$

で表される。さらに、式 (25) (あるいは式 (27)) の両辺に  $B_r/d_r$  (あるいは  $h_r/d_r$ ) を掛けて、 $h_r \cdot I_r/d_r=1$  を考慮すれば、

$$\frac{H_r}{d_r} = \sqrt{\frac{B_r}{h_r} \frac{h_r}{d_r}} = \sqrt{I_r^{-c} \cdot I_r^{-1}} = \sqrt{n^{c+1}} \dots (29)$$

を得る。式 (29) についても、3 ケースに対し、

$$H_r/d_r=n, H_r/d_r=n^{5/6}, H_r/d_r=n^{3/5} \dots (30)$$

で表示される。

砂州長  $l$  は、 $B$  と同様に水平方向の要素であり、その縮尺比  $l_r$  は、 $B_r$  に相当する。したがって、式 (22) から、 $B_r=l_r$  として、砂州長の相似則は、

$$\frac{l_r}{h_r} = I_r^{-c} = n^c \dots (31)$$

で表され、3 ケースに対して、それぞれ、

$$l_r/h_r=n, l_r/h_r=n^{2/3}, l_r/h_r=n^{1/5} \dots (32)$$

(c) 黒木・岸の領域区分図のパラメーターに基づく相似則 (Ⅲの相似則)

NO.	原型河川名	幅比 $B_r$	粒径比 $d_r$	歪比 $n$	水深比 $h_r$	砂州長比 $l_r$	波高比 $H_r$	模型実験諸元				
								$I_m$	$Q_m(l/s)$	$h_m(cm)$	$l_m(cm)$	$H_m(cm)$
1	尻別川 (20.7~22.5km)	519	28.5	11.2	319	241	72	1/56	1.33	0.89	125	2.99
		779	43.9	11.0	481	456	154	1/57	0.47	0.59	66	1.44
2	最上川下流 (14~19km)	1261	21.3	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		1892	32.9	29.2	953	1265	338	1/50	0.32	0.45	61	1.41
3	千曲川 (65~82km)	582	15.7	—	—	—	—	—	—	—	—	—
		872	24.3	19.7	483	881	128	1/55	0.39	0.52	63	1.34
5	加古川 (14~27km)	629	33.0	11.7	386	464	84	1/63	1.35	0.93	131	3.10
		944	50.9	11.4	579	821	162	1/64	0.48	0.62	74	1.61
6	江の川上流馬洗川 (1~6km)	663	24.6	15.6	380	1080	91	1/53	1.12	0.79	115	3.10
		995	37.9	14.6	577	1882	188	1/57	0.38	0.52	66	1.49
9	士幌川 (0~2km)	157	16.4	6.6	109	253	46	1/50	2.16	1.15	113	2.70
		236	25.3	6.4	162	381	89	1/52	0.77	0.77	75	1.39

備考：上段は模型水路幅  $B_m=30\text{cm}$ 、粒径  $d_m=1.34\text{mm}$ 、下段は  $B_m=20\text{cm}$ 、 $d_m=0.87\text{mm}$ に対する値である。

となる。また、 $h_r \cdot l_r / d_r = 1$  から  $h_r = d_r \cdot l_r^{-1}$  であり、これを式 (32) に代入して、

$$\frac{l_r}{d_r} = l_r^{-c-1} = n^{c+1} \dots \dots \dots (33)$$

とも表示でき、3 ケースに対して、それぞれ、

$$l_r/d_r = n^2, l_r/d_r = n^{5/3}, l_r/d_r = n^{6/5} \dots \dots \dots (34)$$

となる。

式 (31)~(34) の妥当性は、線形安定解析によって得られた Parker・Anderson<sup>27)</sup> の砂州波長  $\Lambda (=2l)$  についての表示式 (35) を用いて次のように同じ式型になることから説明できる。

$$\Lambda = \alpha 2\sqrt{\pi} \sqrt{\frac{Bh}{C_f}} \dots \dots \dots (35)$$

ここで、 $\alpha=0$  (1) 程度の定数 (ただし、 $Fr \ll 1$ )、 $C_f = (u_*'/u)^2$  である。式 (35) に基づく砂州長の相似則は、式 (1') と式 (3) を用い、式 (7) と  $B_r = l_r$  を考慮して式 (35) から式 (36) あるいは式 (37) となる。

$$\frac{l_r}{h_r} = l_r^{-1/3} = n^{1/3} \dots \dots \dots (36)$$

$$\frac{l_r}{d_r} = l_r^{-4/3} = n^{4/3} \dots \dots \dots (37)$$

### 3. 歪模型実験と交互砂州形状相似則の検証

#### (1) 歪模型実験

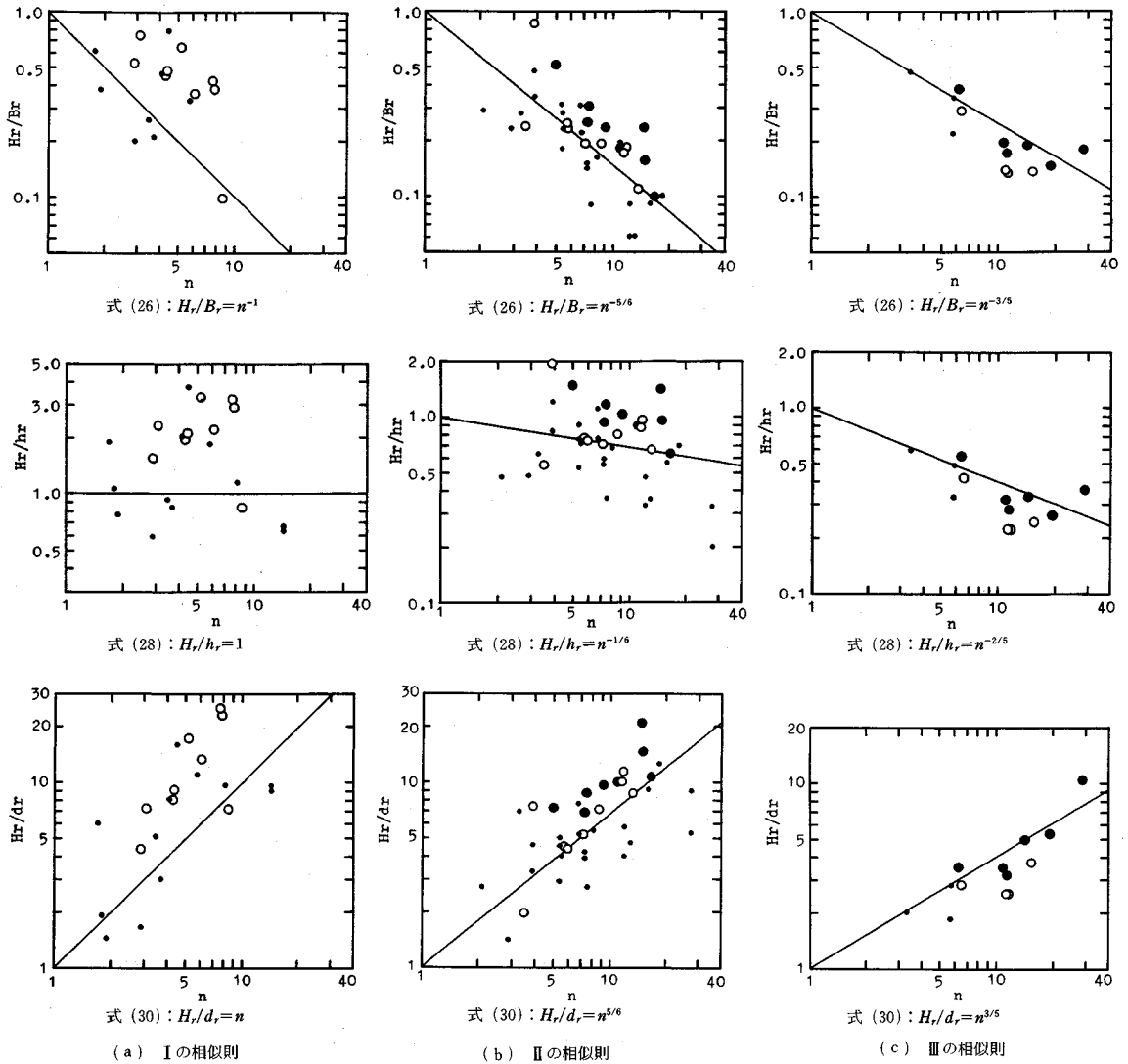
原型河川としては、建設省が調査した全国 55 河川の資料<sup>28)</sup>から、河床形状が単列交互砂州であって、従来のどの領域区分図でも単列砂州域に入り、安定した砂州が存在していると考えられる 8 河川を選定し、さらに、著者ら<sup>29)</sup>が調査している十勝川水系士幌川を加えた表—2 の 9 河川とした。建設省の調査では砂州波高  $H$  は測定されておらず、平均河床面からの最大深さである洗掘深  $z$  が測定されているので、関係式<sup>28), 30)</sup>  $z = (3/4)H$  から砂州波高を求めた。表—2 には原型値は記載していないが、

次のように原型値を求めることができる。前述のように添え字  $r$  は縮尺比を表し、(原型値/模型値)であるから、各縮尺比の値と模型値を用いて、例えば、表—2 (a) No. 1 の尻別川に対しては、 $B_p = B_r \cdot B_m = 519 \times 0.3 = 156$  (m) であり、以下同様に、 $d_p = 28.5 \times 1.34 = 38.2$  (mm)、 $h_p = 121 \times 0.0235 = 2.84$  (m)、 $l_p = 463 \times 0.65 = 301$  (m)、 $H_p = 232 \times 9.3 \times 10^{-3} = 2.16$  (m)、 $I_p = 4.3^{-1} \times 1/145 = 1/624$  である。また、水平縮尺は  $1/B_r = 1/519$  である。原型河川の河道平面形状は、表—2 の No. 2, 7 の河川が直線的で、他は蛇曲あるいは不規則蛇行を呈している。士幌川は不規則蛇行形状で低水護岸が敷設されていて、砂州長は川幅の 6 倍程度である。

実験は、長さ 12 m の直線水路で水路幅  $B_m = 30, 20$  cm の 2 種類、河床材料はほぼ均一な砂で、砂連など小規模河床波の発生しない平均粒径 1.34 mm と 0.87 mm の 2 種類を用い、それぞれ厚さ 7 cm に敷均し、給砂して行われた。

実験条件は表—1 の式 (5)~(7) から決定できる。即ち、水平方向縮尺比として  $B_r$  の値を用い、さらに  $d_r$  値を与えて式 (6) より歪比  $n$  を求める。これらを式 (5)、式 (7) に代入することにより模型水深  $h_m$ 、模型水路勾配  $I_m$  を決める。原型の水理諸量は平均年最大流量に対して求められているが、資料にはその流量が記載されていないため、実験においては  $h_m$  となる流量を通水した。

砂州形状の測定は、十分発達した砂州 10~20 個の砂州波高、砂州長に対して行い、その平均値を模型波高  $H_m$ 、模型砂州長  $l_m$  とした。これらの値と実験条件、水理諸量及び砂州形状の縮尺比を表—2 に示す。なお、用いた水路の勾配設定は 1/50 が限度であり、そのためⅢの相似則に基づいた実験は 6 河川に留まっている。実験水路で十分発達した砂州を対象とした理由は、実河川の河床形状の判定が洪水時の測定結果によるものではな



図一 波高相似則の検証

く、低水時の観察によって判断されていて、低水時の河床形は洪水時に十分に発達した河床形の残存と考えたからである。

模型実験データを補うために、これまでに蓄積された著者ら<sup>24)</sup>や文献<sup>31)</sup>等に掲載されている直線水路を用いた単列砂州の基礎実験データ 251 個から表一2の実河川の模型実験に相当するデータを次の規準により選んで使用した。即ち、これらのデータから  $B_r$ ,  $d_r$  を求め、式 (6) を通して  $n$  を算定し、 $n = I_m/I_p$  との相対誤差が 10% 未満のものを選択した。その上で式 (5) からの  $h_r$  と  $h_r = h_p/h_m$  との相対誤差が 5% 未満のデータを最終的に採用した。歪模型の条件にかなう勾配と水深を同時に備えたデータを選んだ訳である。以上の原型、模型のデータから砂州波高、砂州長の縮尺比  $H_r$ ,  $l_r$  を求め、

理論砂州形状相似則の検証を行う。

(2) 交互砂州形状相似則の検証

I, II 及び III の水理相似則に基づいた交互砂州波高の相似則、式 (26)、式 (28) 及び式 (30) の検証結果を図一に示す。図中の白丸印 (○), 黒丸印 (●) はそれぞれ水路幅 30 cm, 20 cm の表一2の模型実験データを示し、小黑丸印 (・) は 9 河川の模型実験に相当する従来の交互砂州形成の基礎実験データを示す。以下も同様である。河道平面形状を相似にしていなかったことを考慮すると、多少データのばらつきはあるが II, III の波高の相似則は妥当であると言える。I の相似則は歪比が水深の歪に直接関与するため、模型実験では表一2 (a) から明らかなように  $B_m/h_m = 12$  程度の場合が多く、砂州は不安定で波高も小さい。このため、 $H_r (= H_p/H_m)$

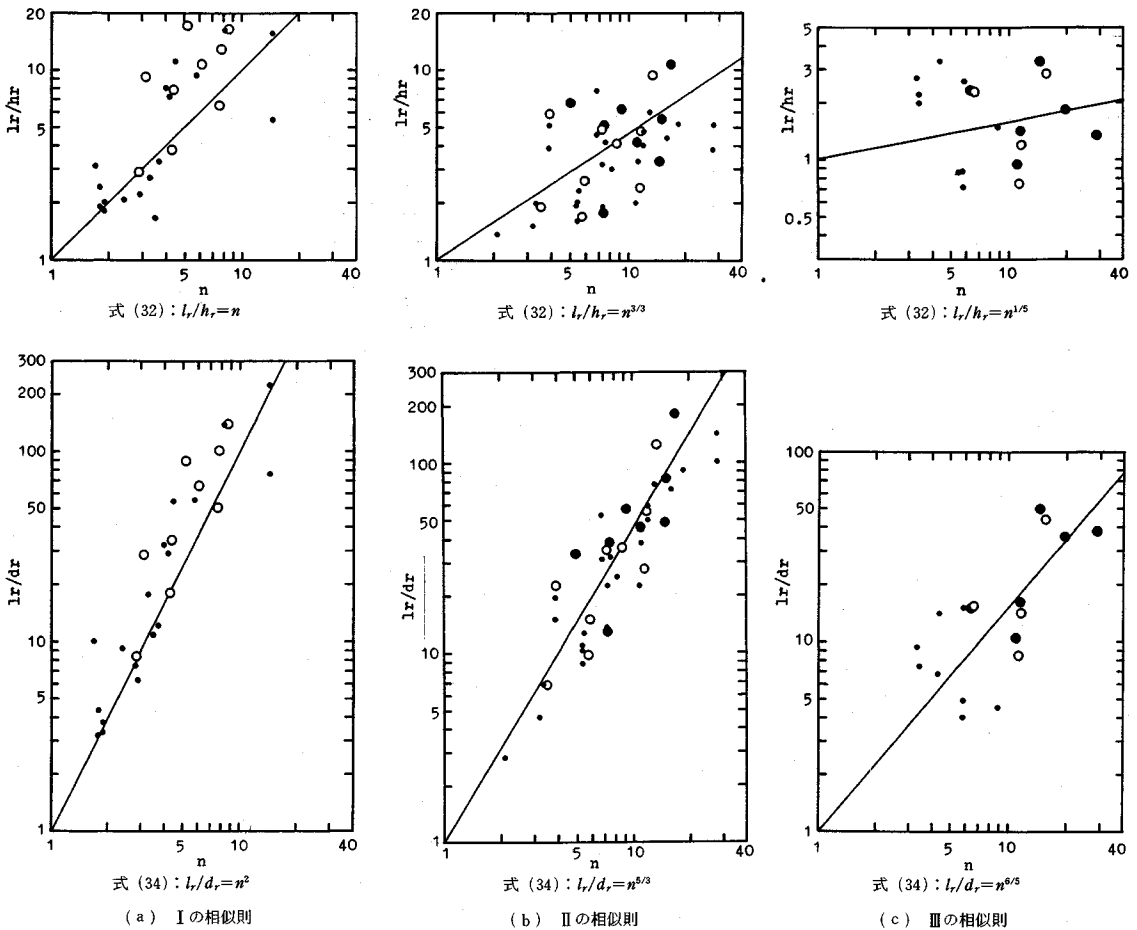


図-2 砂州長相似則の検証

は大きくなり、Ⅱ、Ⅲと比較して適合性は良くない。Ⅱ、Ⅲの相似則に基づく模型実験では、歪比  $n$  は水深に対してそれぞれ  $n^{2/3}$ 、 $n^{1/5}$  で関与し、實際上、水路幅に対する水深の歪は小さく抑さえられ、 $B_m/h_m > 13$  となり、安定した比較的大きな波高が出現する。また、Ⅱの相似則による模型に該当する基礎実験データが多いことは図から明らかであり、このことはⅡの相似則に基づいた模型における実験条件の自由度が高いことを裏付けている。

式 (25) と式 (29) から、歪比  $n$  との関係において、 $H_r/B_r = (H_r/d_r)^{-1}$  であるから、 $H_r/B_r$  と  $H_r/d_r$  の  $n$  との関わりは同じである。 $H_r/h_r$  は鉛直方向縮尺比同士の比であるが、Ⅱ、Ⅲの相似則では、 $n^{-1/6}$ 、 $n^{-2/5}$  で歪比の影響が僅かに関わってくる。即ち、波高の歪は水深のそれより僅かに小さくなる。式 (25) を変形して式 (27) と式 (29) になるから、当然、式 (26)、式 (28) 及び式 (30) の適合性は同じである。

図-2 は砂州長の相似則、式 (32) と式 (34) の検証結果である。Ⅰ、Ⅱ及びⅢの相似則とも適合性は良好で

ある。

次に、砂州形状の相似則に基づく波高と砂州長の検証の1例をⅡの相似則について示すと、図-3、4のとおりである。図中の数字は表-2の原型河川 No. を示す。図-3 (a) の式 (26) による波高の検証では、全体的に過小評価の傾向を示す。Ⅱの相似則では、図-3 (b) に示したとおり、安全側に推定するためには、むしろ  $H_r = h_r$ 、即ち、波高は水深程度に歪むと解釈した方がよいようである。式 (34) による砂州長の検証も図-4のとおり概ね良好である。典型的直線河道である No. 7 (那賀川) については、波高、砂州長ともによい検証結果を示している。

以上の結果から次のことが付言できる。一般に、交互砂州形成の基礎実験は、その原型河川を想定すると歪模型実験に相当すると考えられる。したがって、実河川と基礎実験の砂州形状を統一的に表示する試みには歪の影響を小さく抑える特性量が用いられているとも解釈できる。たとえば、渡邊ら<sup>25)</sup>が  $H/h$  を黒木・岸のパラメーター  $B \cdot I^{1/5}/h$  の関数として整理できたのは、Ⅲの相似

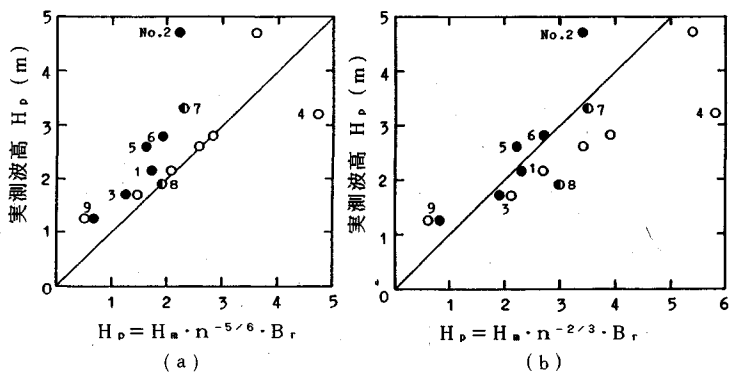


図-3 波高の検証 (IIの相似則)

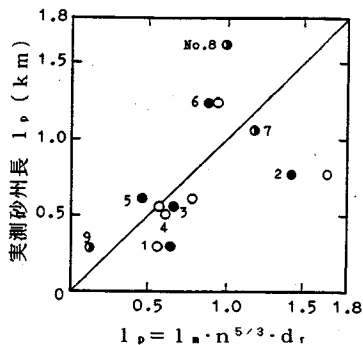


図-4 砂州長の検証 (IIの相似則)

則では  $n=10$  であっても  $H/h$  には  $10^{2/5}=2.5$  程度にその影響が縮小されるからである。また、井口ら<sup>5)</sup>が砂州形状と水理条件の関係を  $H/(II)$  と  $Fr$  の関係で統一表示できたのは、たとえばIIの相似則では、 $H/(II)$  には式(7)、式(30)及び式(34)から  $n^{1/6}$  で関与し、 $Fr$  には式(11)から  $n^{1/3}$  で関与することになり、歪の影響が小さくなるためと考えられる。

#### 4. おわりに

本研究では、従来の砂州形成領域区分図のパラメーターを用いて得られる砂州河床河川の歪模型の水理相似則に基づいて、交互砂州の波高及び砂州長に関する相似則を提案し、その検証実験を直線水路で行った。その結果は、河道平面形状を考慮していないにも拘らず良好であり、フルード相似にとらわれない歪模型実験で形成される波高、砂州長の測定値から、原型河川の波高、砂州長が歪比を考慮して予測できるという結論を得た。歪模型から原型砂州形状を予測する方法をフローチャートで図-5に示す。

河道平面形状を相似にした砂州河床河川の著者ら<sup>32)</sup>による歪模型実験が1例ある。今後さらに実績を積み、縦横断河床形状の相似性について明らかにして行きたいと考えている。

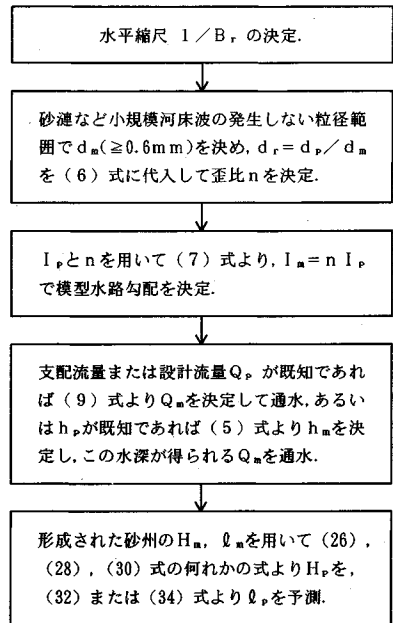


図-5 歪模型実験による砂州形状の予測法

謝辞：本研究を進めるに当たって北海道大学の長谷川和義先生から種々の有意義な御助言を頂いた。ここに記して、深謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) Einstein, H. A. and N.Chien : Similarity of Distorted River Models with Movable Beds, Trans. of ASCE, Vol.121, pp.440-457, 1956.
- 2) Komura, S. : Similarity and Design Methods of River Models with Movable Bed, Trans. of JSCE, No.80, pp.31-41, 1962.
- 3) 足立昭平：移動河床水理の相似律，日本学術会議，流体模型実験における相似律セミナー前刷集，pp.1-10, 1966.
- 4) Zwanborn, J. A. : Reproducibility in Hydraulic Models of Prototype River Morphology, La Houille Blanche, No.3, pp.291-298, 1966.
- 5) 井口昌平・吉野文雄：真名川の砂礫堆の形成に関する実験的研究，生産研究，第24巻，第4号，pp.47-50, 1972.
- 6) 西谷隆巨・吉野文雄・牧野立平：洪水による河床変動についての実験的研究—真名川の九頭竜川との合流点より上流の8kmの区間について—，法政大学工学部研究集報，第9号，pp.29-51, 1973.
- 7) 黒木幹男・岸力・荒井信行：移動河床河床水理模型の相似則について，第14回自然災害科学総合シンポジウム講演論文集，pp.97-100, 1977.
- 8) 木下良作：大井川牛尾狹窄部開削の影響に関する「砂レキ堆相似」による模型実験，建設省中部地方建設局静岡河川工事事務所，117p, 1980.
- 9) 池田宏：実験水路における砂礫堆とその形成条件，地理学評論，第46巻，第7号，pp.435-451, 1973.
- 10) 玉井信行：砂礫堆上の流れの相似則に関する研究，第26



- 回水理講演会論文集, pp. 39~44, 1982.
- 11) 三輪式: 模型砂レキ堆を河川砂レキ堆に相似させるための実験則, 第 27 回水理講演会論文集, pp. 733~740, 1983.
  - 12) 井口昌平・蛙川登: 移動床形態の区分とくに砂礫堆の形成限界について, 第 11 回水理講演会講演集, pp. 13~18, 1967.
  - 13) 蛙川登: 実験水路における交互砂洲(砂れき堆)の形成条件, 土木学会論文報告集, 第 207 号, pp. 47~50, 1972.
  - 14) 池田宏: 砂礫堆からみた河床形態のタイプと形成条件, 地理学評論, 第 48 巻, 第 10 号, pp. 712~730, 1975.
  - 15) 岸力・黒木幹男・今泉正次: 拘束蛇行流に関する実験的研究, 土木学会第 30 回年次学術講演会講演概要集, 第 2 部, pp. 352~353, 1975.
  - 16) Parker, G. : On the Cause and Characteristic of Meandering and Braiding in Rivers, Jour. of Fluid Mechanics, Vol.76, Part 3, pp.457~480, 1976.
  - 17) 玉井信行・長尾哲・三国史雄: 直線水路における複列砂礫堆と網状流路の形成について, 第 22 回水理講演会論文集, pp. 265~273, 1978.
  - 18) 村本嘉雄・藤田裕一郎: 中規模河床形態の分類と形成条件, 第 22 回水理講演会論文集, pp. 275~282, 1978.
  - 19) Hayashi, T. and Y. Ozaki : Formation of Alternating Bars and Braids, Proc. of U.S.-Japan Binational Seminar on Erosion and Sedimentation, Chapter 7, 1978.
  - 20) 泉岩男・池谷浩・伊巻幹雄: 急勾配水路における砂礫堆について, 新砂防, 第 109 号, pp. 9~19, 1978.
  - 21) 黒木幹男・岸力: 中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究, 土木学会論文報告集, 第 342 号, pp. 87~96, 1984.
  - 22) 山口甲: 蛇行特性と河道計画, 北海道開発局帯広開発建設部, 374 p, 1985.
  - 23) Chang, H. Y., D. B. Simons and D. A. Woolhiser : Flume Experiment on Alternate Bar Formation, Proc. ASCE, Jour. of W. W., Vol.97, No. WW1, pp.155~165, 1971.
  - 24) 福岡捷二・内島邦秀・山坂昌成・早川博: 交互砂州上の流砂量分布, 第 27 回水理講演会論文集, pp. 697~702, 1983.
  - 25) 渡邊康玄・長谷川和義・北條紘次: 河川データによる河床洗掘の水理要因に関する検討, 水工学論文集, 第 34 巻, pp. 313~318, 1990.
  - 26) Ikeda, S. : Prediction of Alternate Bar Wavelength and Height, Jour. of Hydr. Engrg. ASCE, Vol.110, No.4, pp.371~386, 1984.
  - 27) Parker, G. and A. G. Anderson : Modelling of Meandering and Braiding in Rivers, Proc. of ASCE Modelling Symposium 1975, pp.575~591, 1975.
  - 28) 建設省河川局治水課・建設省土木研究所: 河川の蛇行に関する研究, 第 30 回建設省技術研究会論文集, pp. 101~143, 1976.
  - 29) 内島邦秀・早川博: 土幌川における河床形態について, 土木学会北海道支部論文報告集, 第 42 号, pp. 235~240, 1986.
  - 30) Jaeggi, M. N. R. : Formation and Effects of Alternate Bars, Jour. of Hydr. Engrg. ASCE, Vol.110, No.2, pp.142~156, 1984.
  - 31) 土木学会水理委員会研究小委員会: 洪水流の三次元流況と流路形態に関する研究, pp. 82~86, 1982.
  - 32) 内島邦秀・早川博・篠原伸和: 豊平川の移動床歪模型実験, 土木学会第 47 回年次学術講演会講演概要集, 第 2 部, pp. 110~111, 1992.

(1993.1.18 受付)

## A STUDY ON SIMILARITY LAW OF DISTORTED RIVER MODELS WITH ALTERNATE BAR BEDS

Kunihide UCHIJIMA and Hiroshi HAYAKAWA

The similarity law for distorted river models with bar beds is derived from the dual dimensionless parameters in the diagram for regime criteria on bars and braids, and geometric similarity law for bar waveheight and length of the alternate bar is proposed. This geometric similarity law is verified by distorted model experiments. As a result of verification it is found that the prototype values of bar waveheight and length can be estimated in consideration of the degree of distortion.