

投稿論文 (和文)
PAPERS

数式処理による高階微分を用いた 限界状態解析法の提案

中村秀治*

コンピュータの今後の使用形態を展望すると、より知的な活用を目指す方向にあると考えられ、構造解析に関しては、さらに厳しい設計条件に対応して、非線形問題を効率的に解明するための知的活用が有効であると思われる。本論文は限界状態設計を念頭に置き、従来、有限要素法による増分解析で解いている非線形問題に対して、数式処理の高階微分を用いて構造全体の限界状態、崩壊挙動が簡易に把握できるような一般的手法を検討し、提案するものである。多変数関数の逆関数を用いた非線形解析法について述べた後、具体的にトラス部材の非線形荷重-変位関係式を用いた解析例を示した。

Key Words : nonlinear structural analysis, computer algebra, higher differentiation

1. はじめに

1990年代のコンピュータに支援された構造工学の進歩としては、エキスパートシステム、データベース、機械学習、ニューラルネットワーク、オブジェクト指向プログラミング、並列計算、ビジュアル化、数式処理等の有効活用が考えられている¹⁾。コンピュータを単に計算の道具として用いるのではなく、人間の思考の一部を分担させてより知的に活用する方向にあるものと思われるが、具体的な活用法となると細分化されてそれぞれの専門家の努力に委ねられているのが実情である。構造解析に範囲を絞って見れば、解析実施者の判断が常に求められる非線形問題において、より多くの知的活用が期待できるものと考えられる。

今後の構造物がより長大化し、熱荷重その他において厳しい条件が課せられるとすれば、非線形現象を把握し、その挙動特性を取り入れて設計の合理化を図らなければならない。限界状態設計にしても、文章による定義のみでなく、静的限界状態あるいは地震荷重下における動的限界状態²⁾が、解析により簡易に推定できてこそさらに説得力が生じる。ケーブル、長大アーチ、ボックスカルパートなど、特定の構造形式と荷重条件に対しては、すでに非線形解析理論あるいは実験データがあり、限界状態に対する安全性照査が合理的に行えることが明らかになっているが^{3), 4)}、一般には、弾性解析結果に基づいて照査せざるを得ない。従って、高次の不静定構造物における応力再配分のような現象の考慮は難しく、構造物の非線形挙動まで完全に考慮した限界状態解析とそれに基づく設計は容易でないのが現状であろう⁵⁾。

筆者は、先に、数式処理の有用性と構造力学における適用例を幅広く紹介した⁶⁾。現在使用できる数式処理シ

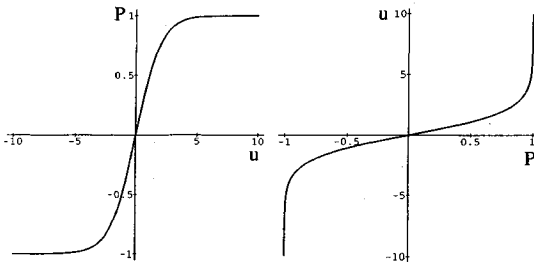
ステムには、各々、特有のプログラム言語があり処理能力にも相違があるが、現時点で利用可能な代表的システム (REDUCE, Mathematica, MACSYMA 等) に共通する優れた機能は微分演算である⁷⁾⁻⁹⁾。微分は単に微分方程式を導いたり、関数の極値、変曲点等を知るだけでなく、感度解析を初めとして種々の応用がなされている。

本論文では限界状態設計を念頭に置き、従来、有限要素法で変位増分、あるいは荷重増分により解いている非線形解析に対して、数式処理による高階微分結果を活用した非線形解析法を、限界状態を解析するための一般的手法として提案する。その概要は、非線形の荷重-変位関係を表す多変数関数の逆関数を求めるため、荷重の変位に関する高階微分を数式処理で求め、変位の荷重に関する高階微分に変換した後、テイラー展開により近似解を得るものである。構造物の非線形挙動は、摂動法に見られるように、線形解を補正することでその特性を明らかにできる場合が多く^{6), 10)}、本手法により簡易かつ安定な条件下で限界状態解析が可能となる。

上記の一般論に対して、非線形の荷重-変位関係式を設定するのは個別の問題である。解析目的に合致したより単純なモデル化が重要であるが、各種構造部材の耐荷力試験、復元力特性試験データや、崩壊解析事例は数多く発表されており¹¹⁾、それらの活用により部材レベルでの荷重-変位関係式は設定できるであろう。構造全体の荷重-変位関係式は、単に、有限要素解析において要素マトリックスを重ね合わせるのと同じ手順で求められる。

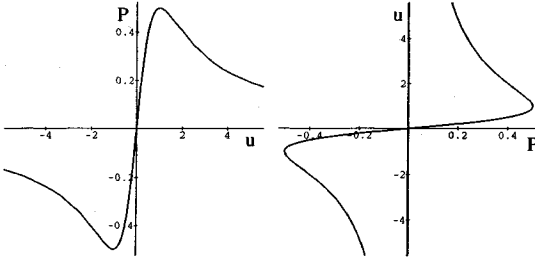
以下、2章で数式処理結果を用いて多変数関数の逆関数を求める一般的手法について述べ、3章で部材レベルでの代表的な非線形荷重-変位関係式とその満たすべき要件を示す。4章ではトラス部材の非線形荷重-変位関係式を誘導し、5章でそれを用いた解析結果を示し、計算条件、精度、安定性等の観点から本手法の特徴を検討し、有用性を明らかにする。

* 正会員 工博 電力中央研究所構造部次長
(〒270-11 千葉県我孫子市我孫子 1646)



a) 式 (3) の荷重-変位関係 b) 逆関数

図-1 式 (3) の荷重-変位関係式 ($k=1$) とその逆関数



a) 式 (4) の荷重-変位関係 b) 逆関数

図-2 式 (4) の荷重-変位関係式 ($k=1$) とその逆関数

2. 数式処理により多変数関数の逆関数を求める手法

線形構造解析においては、離散化された構造系の荷重-変位関係式は連立一次方程式で表され、定数係数行列の逆行列を求めることにより全ての解が得られる。非線形解析の場合、区分的線形解析が一般には行われているが、本提案法では崩壊等の非線形荷重-変位特性を表す多変数関数について、近似的に逆関数を求めることで非線形解を得る。

(1) 解析的に逆関数を求められる限界

構造解析モデルの節点 i に作用する荷重 P_i ($i=1, 2, \dots, n$) と節点変位 u_i ($i=1, 2, \dots, n$) の関係は、変位法では一般的に次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= f_1(u_1, u_2, \dots, u_n) \\ P_2 &= f_2(u_1, u_2, \dots, u_n) \\ &\dots \dots \dots \\ P_n &= f_n(u_1, u_2, \dots, u_n) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

この逆関数は、

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= g_1(P_1, P_2, \dots, P_n) \\ u_2 &= g_2(P_1, P_2, \dots, P_n) \\ &\dots \dots \dots \\ u_n &= g_n(P_1, P_2, \dots, P_n) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

で表され、逆関数が求まれば解が得られる。

具体的に一自由度系の荷重-変位関係が次式で表され

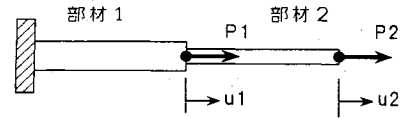


図-3 2部材が直列に結合した解析モデル

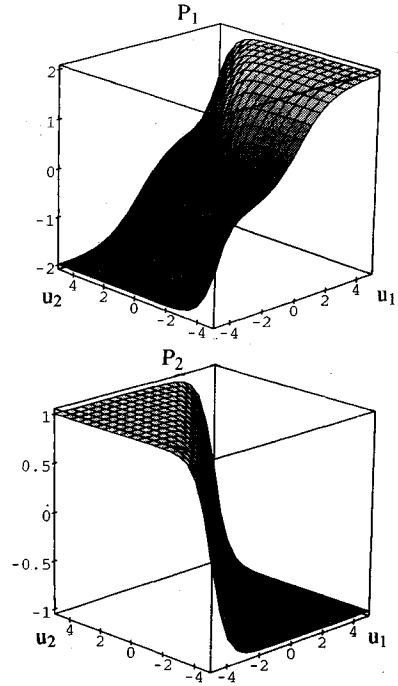


図-4 式 (5) の荷重-変位関係式 ($k_1=1, k_2=2$)

場合、逆関数を求めることは容易である (図-1, 図-2)。

$$P = \frac{1 - e^{-ku}}{1 + e^{-ku}} \Rightarrow u = \ln \left(\frac{1 - P}{1 + P} \right)^{\frac{1}{k}} \dots \dots \dots (3)$$

$$P = \frac{u}{1 + ku^2} \Rightarrow u = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4kP^2}}{2kP} \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 k は正の定数とする。

式 (3), (4) と同じような特性を有する棒部材が直列あるいは並列に結合された多自由度系についても解くことは不可能ではない。一端固定、他端自由の棒部材に軸力 P が作用し、自由端の軸方向変位 u との間に、式 (3) の関係

$$P = \frac{1 - e^{-ku}}{1 + e^{-ku}} \quad (k: \text{材料物性を表す正の定数})$$

があり、2部材が直列に結合されている場合 (図-3) を考える。非線形の荷重-変位関係式は、

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= \frac{1 - e^{-k_1 u_1}}{1 + e^{-k_1 u_1}} - \frac{1 - e^{-k_2 (u_2 - u_1)}}{1 + e^{-k_2 (u_2 - u_1)}} \\ P_2 &= \frac{1 - e^{-k_2 (u_2 - u_1)}}{1 + e^{-k_2 (u_2 - u_1)}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (5)$$

であり (図-4), 逆関数は,

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \ln\left(\frac{1-P_1-P_2}{1+P_1+P_2}\right)^{-\frac{1}{k_1}} \\ u_2 &= \ln\left(\frac{1-P_2}{1+P_2}\right)^{-\frac{1}{k_2}} + \ln\left(\frac{1-P_1-P_2}{1+P_1+P_2}\right)^{-\frac{1}{k_1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

となる。

同様の計算はもとの多変数関数の形が単純かつ規則的であれば, さらに複雑な構造モデルの場合にも不可能ではない。しかし, 局所座標系で表された部材レベルの荷重-変位関係式を全体座標系に変換し, すべての部材について寄せ集めて作られた構造全体の荷重-変位関係式に対して, 解析的に逆関数を求めるのは現実には不可能である。

(2) 1階の偏微分のみを用いて逆関数を求める場合線形解析であれば, 周知の通り $[K]$ を剛性マトリックス, $\{P\}$ を荷重ベクトル, $\{u\}$ を変位ベクトルとして,

$$\{P\} = [K]\{u\} \dots\dots\dots (7)$$

で表され, 境界条件を考慮した上で,

$$\{u\} = [K^{-1}]\{P\} \dots\dots\dots (8)$$

によって解を得ることができる。しかし, 前述の通り, 非線形解析において解析的に逆関数を求めることは一般に困難である。

そこで, 次のマトリックスを広義の剛性マトリックスと見なし, 線形解析と同じ記号を用いて $[K]$ とおく。

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial u_1} & \frac{\partial P_1}{\partial u_2} & \dots\dots\dots & \frac{\partial P_1}{\partial u_n} \\ \frac{\partial P_2}{\partial u_1} & \frac{\partial P_2}{\partial u_2} & \dots\dots\dots & \frac{\partial P_2}{\partial u_n} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \frac{\partial P_n}{\partial u_1} & \frac{\partial P_n}{\partial u_2} & \dots\dots\dots & \frac{\partial P_n}{\partial u_n} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

$[K]$ は非線形解析ではその成分が長大な式となるため, その取り扱いが極めて煩雑である。しかしながら, 既存の数式処理システムに共通する強力な微分機能を活用し, さらに数式処理結果を FORTRAN, C 等の数値計算用言語に自動変換して用いることは容易である⁶⁾。

次に, 逆行列 $[K^{-1}]$ は明らかに,

$$[K^{-1}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial P_1} & \frac{\partial u_1}{\partial P_2} & \dots\dots\dots & \frac{\partial u_1}{\partial P_n} \\ \frac{\partial u_2}{\partial P_1} & \frac{\partial u_2}{\partial P_2} & \dots\dots\dots & \frac{\partial u_2}{\partial P_n} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \frac{\partial u_n}{\partial P_1} & \frac{\partial u_n}{\partial P_2} & \dots\dots\dots & \frac{\partial u_n}{\partial P_n} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

であるが, $[K^{-1}]$ のマトリックス成分を実際に式の形で求めるのは, 数式処理システムを用いても実用規模の計算では不可能である。従って, $[K^{-1}]$ を求めることから後の計算は, 数値的に行なわざるをえない。

$[K^{-1}]$ を用いてテイラー展開の1次近似項までを計算し, 以下のように非線形解を逐次的に求めることができる。

$$\begin{bmatrix} u_1(p_1 + \Delta p_1, p_2 + \Delta p_2, \dots, p_n + \Delta p_n) \\ u_2(p_1 + \Delta p_1, p_2 + \Delta p_2, \dots, p_n + \Delta p_n) \\ \dots\dots\dots \\ u_n(p_1 + \Delta p_1, p_2 + \Delta p_2, \dots, p_n + \Delta p_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(p_1, p_2, \dots, p_n) \\ u_2(p_1, p_2, \dots, p_n) \\ \dots\dots\dots \\ u_n(p_1, p_2, \dots, p_n) \end{bmatrix} + [K(u_1, u_2, \dots, u_n)^{-1}] \begin{bmatrix} \Delta p_1 \\ \Delta p_2 \\ \dots \\ \Delta p_n \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

式 (11) における $[K(u_1, u_2, \dots, u_n)^{-1}]$ は, $[p_1, p_2, \dots, p_n]$ の荷重レベルで得られた変位ベクトル $[u_1, u_2, \dots, u_n]$ を数式表示されている $[K]$ に代入し, 数値的に逆行列を求めたものである。 $[p_1 + \Delta p_1, p_2 + \Delta p_2, \dots, p_n + \Delta p_n]$ の荷重レベルでの新たな変位ベクトルが求まれば, その値を部材レベルの荷重-変位関係式に代入することにより, 全ての部材力が求められる。

解析を実行する際は誤差の発生に注意し適宜補正すべきであるが, 荷重が最大点近くになり, 降伏状態になった時は変位増分が極端に大きくなるので, 荷重増分のコントロールが必要である。また, 最大点をこえて荷重低下し始めた時は, 荷重の符号を逆にして計算を進める必要があるが, 本解析法で最大点を越えることに特に困難はない。

なお, 変位増分解析の場合は, 与えられる変位を荷重-変位関係式に代入し, 荷重ベクトルを生成した上で上記手順を適用すればよい。

(3) 高階の偏微分を用いて逆関数を求める場合

以上の手法を拡張し, さらに高階微分が求められれば, より一般的な高精度の解法に到達することができる。

本論文では, 高階微分を以下のように求めることを提案するが, 式の煩雑さを避けるため縮約して記述する。

式 (9), (10) の積が単位マトリックスになることから,

$$\frac{\partial u_i}{\partial P_l} \left[\frac{\partial P_l}{\partial u_m} \right] = \delta_{im} (\delta: \text{クロネッカーのデルタ}) \dots (12)$$

であり、2階の微分を求めるには、

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial P_j \partial P_k} \left[\frac{\partial P_l}{\partial u_m} \right] + \frac{\partial u_i}{\partial P_l} \left[\frac{\partial^2 P_l}{\partial u_r \partial u_m} \right] \frac{\partial u_r}{\partial P_j} = 0 \dots (13)$$

の各項に $\partial u_m / \partial P_k$ をかけて、

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial P_j \partial P_k} = - \frac{\partial u_i}{\partial P_l} \left[\frac{\partial^2 P_l}{\partial u_r \partial u_m} \right] \frac{\partial u_r}{\partial P_j} \frac{\partial u_m}{\partial P_k} \dots (14)$$

となる。さらに、3階の微分は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 u_i}{\partial P_j \partial P_k \partial P_s} = & - \frac{\partial^2 u_i}{\partial P_l \partial P_s} \left[\frac{\partial^2 P_l}{\partial u_r \partial u_m} \right] \frac{\partial u_r}{\partial P_j} \frac{\partial u_m}{\partial P_k} \\ & - \frac{\partial u_i}{\partial P_l} \left[\frac{\partial^3 P_l}{\partial u_r \partial u_m \partial u_i} \right] \frac{\partial u_r}{\partial P_j} \frac{\partial u_m}{\partial P_k} \frac{\partial u_i}{\partial P_s} \\ & - \frac{\partial u_i}{\partial P_l} \left[\frac{\partial^2 P_l}{\partial u_r \partial u_m} \right] \frac{\partial^2 u_r}{\partial P_j \partial P_s} \frac{\partial u_m}{\partial P_k} \\ & - \frac{\partial u_i}{\partial P_l} \left[\frac{\partial^2 P_l}{\partial u_r \partial u_m} \right] \frac{\partial u_r}{\partial P_j} \frac{\partial^2 u_m}{\partial P_k \partial P_s} \dots (15) \end{aligned}$$

となり、以下、同様に4階以上の微分を求めることができる。なお、ここで、 $i, j, k, l, m, r, s, t=1 \sim n$ (n : 自由度) であり、 $[\dots]$ 内は数式処理で求められることを意味している。

式(12)、(14)、(15)より、テイラー展開に必要な1階、2階、3階の偏微分が求められるが、具体的な計算手順は次の通りである。

a) 部材レベルで数式処理により

$$\left[\frac{\partial P_l}{\partial u_j} \right], \left[\frac{\partial^2 P_l}{\partial u_i \partial u_k} \right], \left[\frac{\partial^3 P_l}{\partial u_i \partial u_k \partial u_i} \right], \dots$$

を全て求めておく。この計算および数値解析プログラム言語への変換は、付録に示すように容易に実行することができる。

b) a) で求めた式中に変位値を代入し、全部材について重ね合わせる。 $\partial P_l / \partial u_j$ を重ね合わせたマトリックスの逆行列計算で $\partial u_i / \partial P_j$ が求まり、 $\partial^2 P_l / \partial u_i \partial u_k$ と $\partial u_i / \partial P_j$ の積の計算で $\partial^2 u_i / \partial P_j \partial P_k$ が求められる。以下同様にマトリックスの積の計算のみでテイラー展開に必要な高階微分が求められる。

以上の手順で求めた高階微分を用いれば、次式により解が得られる。

$$\begin{aligned} u_i(p_1, p_2, \dots, p_n) = & u_i(0, 0, \dots, 0) + \frac{\partial u_i}{\partial P_j} p_j \\ & + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 u_i}{\partial P_j \partial P_k} p_j p_k + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 u_i}{\partial P_j \partial P_k \partial P_l} p_j p_k p_l + \dots (16) \end{aligned}$$

逐次的に解を求めるならば、次式によればよい。

$$\begin{aligned} u_i(p_1 + \Delta p_1, \dots, p_n + \Delta p_n) = & u_i(p_1, \dots, p_n) + \frac{\partial u_i}{\partial P_j} \Delta p_j \\ & + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 u_i}{\partial P_j \partial P_k} \Delta p_j \Delta p_k + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 u_i}{\partial P_j \partial P_k \partial P_l} \Delta p_j \Delta p_k \Delta p_l + \dots \\ & \dots (17) \end{aligned}$$

3. 非線形の荷重－変位関係式の設定

部材レベルでの非線形荷重－変位関係式の設定は、材料特性、断面形状、細長比、荷重条件、境界条件等を考慮して解析対象毎に検討すべき問題であるが、複合荷重下における鋼・コンクリート部材の非線形挙動のモデル化については数多くの研究があり、既に簡便な関係式が提案されている¹¹⁾。それらを参照しつつ無数に提案し得る関係式の中から、本論文の目的に合致する関係式の例を以下に示す。

(1) 荷重－変位関係式が満たすべき要件

非線形の荷重－変位関係式は、力学的特性と高階微分を効率的に行う上から、以下のような要件を満たす必要がある。

- a) 荷重－変位関係がすべての範囲で滑らかに連続し、必要な階数の微分が可能であること(従って、バイーリニアの様な多直線近似は採用できない。分岐現象を追跡する場合は、判定条件に従って、分岐点で他の荷重－変位関係式に移行する必要がある。)
- b) 変位 u に対して、荷重 P は一価関数であること(荷重 P に対して、変位 u は多価関数でもよい。)
- c) 原点付近で直線と見なし得る十分広い線形領域を有し、初期勾配は弾性状態における剛性に等しく設定できること。
- d) 最大荷重(または降伏荷重)や最大応力(または降伏応力)を設定できること。
- e) 最大荷重到達後(または降伏後)の特性(荷重増加、荷重減少特性)を表せること。
- f) 式の形はできる限り単純であること。

(2) 具体的な荷重－変位関係式の形

(1)の要件を満たす荷重－変位関係式は表-1に示す通り、一般に多項式よりは有理式となる。これらは荷重、変位を無次元表示しているため、初期勾配=1、最大荷重=±1となるように設定されており、図-5～図-8に示すように、各々、下記の場合に対応している。

- a), b): 最大荷重に達した後、耐力が低下する場合
- c): 最大荷重近傍で一定の耐力を保持する場合
- d): 耐力が上昇する場合 (c)と同様±1に収束するが、収束が遅い)

4. トラス部材の非線形荷重－変位関係式

2次元、3次元トラス部材(図-9)についての非線形荷重－変位関係式を、表-1 a), d)の式に基づいて誘導する。

表-1 非線形の荷重-変位関係式の例

関係式	記号の意味	実現象との対応
a) $\bar{P} = \frac{\bar{u}}{1 + \frac{1}{4}\bar{u}^2}$ 図-5 参照	$\bar{P} = \frac{P}{P_u}, \bar{u} = \frac{u}{u_e}$ P_u :最大荷重 u_e :最大荷重に達する線形変位	円筒殻のせん断座屈 曲り管の面内曲げ 薄肉円管の曲げ、等
b) $\bar{P} = \frac{\bar{u}}{1 + \frac{27}{256}\bar{u}^4}$ 図-6 参照	P : 荷重 u : 変位	円筒殻の軸圧縮座屈 シエルの外圧座屈 等
c) $\bar{P} = \frac{1 - e^{-2\bar{u}}}{1 + e^{-2\bar{u}}}$ 図-7 参照		はり部材の曲げ 厚肉円管の曲げ 長柱の軸圧縮座屈等
d) $\bar{P} = \frac{\bar{u}}{\sqrt{1 + \bar{u}^2}}$ 図-8 参照		はり部材の曲げ シエルの内圧座屈 歪硬化性材料で作られた部材の崩壊一般

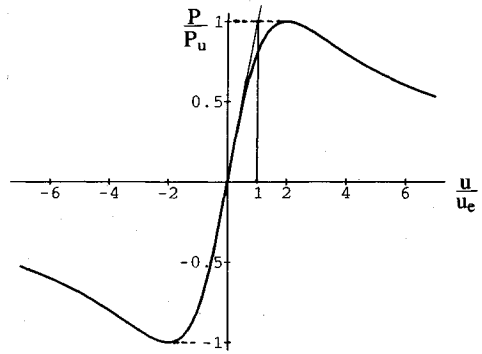


図-5 最大荷重到達後緩やかに荷重低下する場合 (表-1 a))

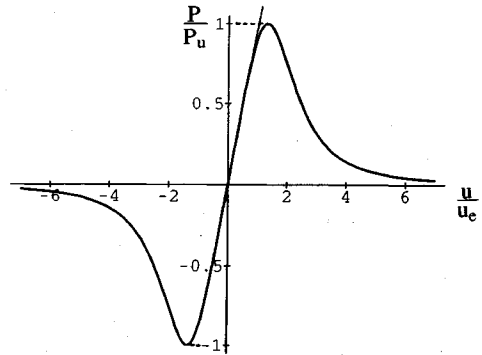


図-6 最大荷重到達後急速に荷重低下する場合 (表-1 b))

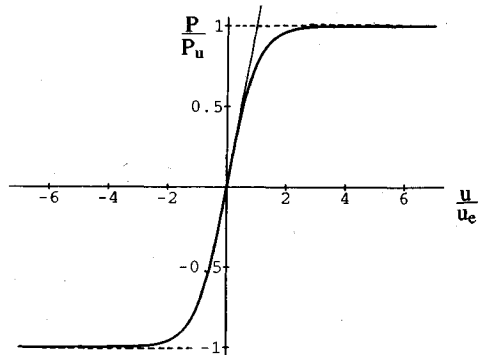


図-7 最大荷重に急速に近づき一定荷重を保持する場合 (表-1 c))

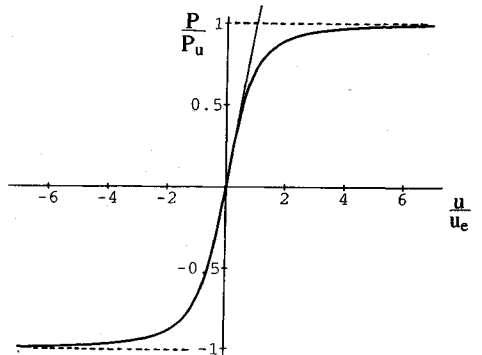
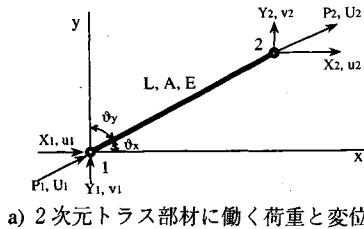
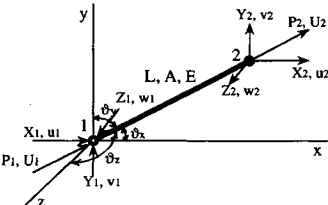


図-8 最大荷重に緩やかに近づき一定荷重を保持する場合 (表-1 d))



a) 2次元トラス部材に働く荷重と変位



b) 3次元トラス部材に働く荷重と変位

図-9 2, 3次元トラス部材の局所座標系と全体座標系

(1) 表-1 a) の関係式に基づく場合

局所座標系における部材両端の荷重と変位を P_1, P_2 , および U_1, U_2 とすれば,

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_1}{P_u} &= \frac{-\frac{U_2 - U_1}{u_e}}{1 + \frac{1}{4}\left(\frac{U_2 - U_1}{u_e}\right)^2} \\ \frac{P_2}{P_u} &= \frac{\frac{U_2 - U_1}{u_e}}{1 + \frac{1}{4}\left(\frac{U_2 - U_1}{u_e}\right)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

であり,

$$P_u = AE\varepsilon_e, u_e = L\varepsilon_e \dots\dots\dots(19)$$

の関係を用いれば,

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= AEL \frac{-(U_2 - U_1)}{L^2 + \frac{1}{4\epsilon_e^2}(U_2 - U_1)^2} \\ P_2 &= AEL \frac{(U_2 - U_1)}{L^2 + \frac{1}{4\epsilon_e^2}(U_2 - U_1)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

となり、全体座標系に変換すれば、2次元トラス要素の荷重-変位関係式として次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= AEL \frac{(u_1 - u_2)\lambda^2 + (v_1 - v_2)\lambda\mu}{L^2 + \frac{1}{4\epsilon_e^2}\{(u_1 - u_2)\lambda + (v_1 - v_2)\mu\}^2} \\ Y_1 &= AEL \frac{(u_1 - u_2)\lambda\mu + (v_1 - v_2)\mu^2}{L^2 + \frac{1}{4\epsilon_e^2}\{(u_1 - u_2)\lambda + (v_1 - v_2)\mu\}^2} \\ X_2 &= AEL \frac{(-u_1 + u_2)\lambda^2 + (-v_1 + v_2)\lambda\mu}{L^2 + \frac{1}{4\epsilon_e^2}\{(-u_1 + u_2)\lambda + (-v_1 + v_2)\mu\}^2} \\ Y_2 &= AEL \frac{(-u_1 + u_2)\lambda\mu + (-v_1 + v_2)\mu^2}{L^2 + \frac{1}{4\epsilon_e^2}\{(-u_1 + u_2)\lambda + (-v_1 + v_2)\mu\}^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

同様に、3次元トラスの場合

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= AEL \frac{(u_1 - u_2)\lambda^2 + (v_1 - v_2)\lambda\mu + (w_1 - w_2)\lambda\nu}{L^2 + \frac{1}{4\epsilon_e^2}\{(u_1 - u_2)\lambda + (v_1 - v_2)\mu + (w_1 - w_2)\nu\}^2} \\ Y_1 &= AEL \frac{(u_1 - u_2)\lambda\mu + (v_1 - v_2)\mu^2 + (w_1 - w_2)\mu\nu}{L^2 + \frac{1}{4\epsilon_e^2}\{(u_1 - u_2)\lambda + (v_1 - v_2)\mu + (w_1 - w_2)\nu\}^2} \\ Z_1 &= AEL \frac{(u_1 - u_2)\lambda\nu + (v_1 - v_2)\mu\nu + (w_1 - w_2)\nu^2}{L^2 + \frac{1}{4\epsilon_e^2}\{(u_1 - u_2)\lambda + (v_1 - v_2)\mu + (w_1 - w_2)\nu\}^2} \\ X_2 &= AEL \frac{(-u_1 + u_2)\lambda^2 + (-v_1 + v_2)\lambda\mu + (-w_1 + w_2)\lambda\nu}{L^2 + \frac{1}{4\epsilon_e^2}\{(-u_1 + u_2)\lambda + (-v_1 + v_2)\mu + (-w_1 + w_2)\nu\}^2} \\ Y_2 &= AEL \frac{(-u_1 + u_2)\lambda\mu + (-v_1 + v_2)\mu^2 + (-w_1 + w_2)\mu\nu}{L^2 + \frac{1}{4\epsilon_e^2}\{(-u_1 + u_2)\lambda + (-v_1 + v_2)\mu + (-w_1 + w_2)\nu\}^2} \\ Z_2 &= AEL \frac{(-u_1 + u_2)\lambda\nu + (-v_1 + v_2)\mu\nu + (-w_1 + w_2)\nu^2}{L^2 + \frac{1}{4\epsilon_e^2}\{(-u_1 + u_2)\lambda + (-v_1 + v_2)\mu + (-w_1 + w_2)\nu\}^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

ここで、

- X_i, Y_i, Z_i : 格点 i に作用する x, y, z 軸方向力
- u_i, v_i, w_i : 格点 i の x, y, z 軸方向変位
- A : 部材断面積, L : 部材長, E : ヤング率
- $\lambda = \cos\theta_x, \mu = \cos\theta_y, \nu = \cos\theta_z$
- ϵ_e : 最大荷重に達する線形変位時のひずみ

となる。分母の { } 内を除けば、通常の弾性微小変位のトラス要素の式になる。

(2) 表-1 d) の関係式に基づく場合

(1) と同様の手順で、局所座標系における部材両端の荷重と変位を P_1, P_2 , および, U_1, U_2 とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_1}{P_u} &= \frac{-\frac{U_2 - U_1}{u_e}}{\sqrt{1 + \left(\frac{U_2 - U_1}{u_e}\right)^2}} \\ \frac{P_2}{P_u} &= \frac{\frac{U_2 - U_1}{u_e}}{\sqrt{1 + \left(\frac{U_2 - U_1}{u_e}\right)^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

であり、式 (19) を用いれば、

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= AE \frac{-(U_2 - U_1)}{\sqrt{L^2 + \frac{1}{\epsilon_e^2}(U_2 - U_1)^2}} \\ P_2 &= AE \frac{(U_2 - U_1)}{\sqrt{L^2 + \frac{1}{\epsilon_e^2}(U_2 - U_1)^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

となり、全体座標系に変換すれば、2次元トラス要素の荷重-変位関係式として次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= AE \frac{(u_1 - u_2)\lambda^2 + (v_1 - v_2)\lambda\mu}{\sqrt{L^2 + \frac{1}{\epsilon_e^2}\{(u_1 - u_2)\lambda + (v_1 - v_2)\mu\}^2}} \\ Y_1 &= AE \frac{(u_1 - u_2)\lambda\mu + (v_1 - v_2)\mu^2}{\sqrt{L^2 + \frac{1}{\epsilon_e^2}\{(u_1 - u_2)\lambda + (v_1 - v_2)\mu\}^2}} \\ X_2 &= AE \frac{(-u_1 + u_2)\lambda^2 + (-v_1 + v_2)\lambda\mu}{\sqrt{L^2 + \frac{1}{\epsilon_e^2}\{(-u_1 + u_2)\lambda + (-v_1 + v_2)\mu\}^2}} \\ Y_2 &= AE \frac{(-u_1 + u_2)\lambda\mu + (-v_1 + v_2)\mu^2}{\sqrt{L^2 + \frac{1}{\epsilon_e^2}\{(-u_1 + u_2)\lambda + (-v_1 + v_2)\mu\}^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

同様に、3次元トラスの場合

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= AE \frac{(u_1 - u_2)\lambda^2 + (v_1 - v_2)\lambda\mu + (w_1 - w_2)\lambda\nu}{\sqrt{L^2 + \frac{1}{\epsilon_e^2}\{(u_1 - u_2)\lambda + (v_1 - v_2)\mu + (w_1 - w_2)\nu\}^2}} \\ Y_1 &= AE \frac{(u_1 - u_2)\lambda\mu + (v_1 - v_2)\mu^2 + (w_1 - w_2)\mu\nu}{\sqrt{L^2 + \frac{1}{\epsilon_e^2}\{(u_1 - u_2)\lambda + (v_1 - v_2)\mu + (w_1 - w_2)\nu\}^2}} \\ Z_1 &= AE \frac{(u_1 - u_2)\lambda\nu + (v_1 - v_2)\mu\nu + (w_1 - w_2)\nu^2}{\sqrt{L^2 + \frac{1}{\epsilon_e^2}\{(u_1 - u_2)\lambda + (v_1 - v_2)\mu + (w_1 - w_2)\nu\}^2}} \\ X_2 &= AE \frac{(-u_1 + u_2)\lambda^2 + (-v_1 + v_2)\lambda\mu + (-w_1 + w_2)\lambda\nu}{\sqrt{L^2 + \frac{1}{\epsilon_e^2}\{(-u_1 + u_2)\lambda + (-v_1 + v_2)\mu + (-w_1 + w_2)\nu\}^2}} \\ Y_2 &= AE \frac{(-u_1 + u_2)\lambda\mu + (-v_1 + v_2)\mu^2 + (-w_1 + w_2)\mu\nu}{\sqrt{L^2 + \frac{1}{\epsilon_e^2}\{(-u_1 + u_2)\lambda + (-v_1 + v_2)\mu + (-w_1 + w_2)\nu\}^2}} \\ Z_2 &= AE \frac{(-u_1 + u_2)\lambda\nu + (-v_1 + v_2)\mu\nu + (-w_1 + w_2)\nu^2}{\sqrt{L^2 + \frac{1}{\epsilon_e^2}\{(-u_1 + u_2)\lambda + (-v_1 + v_2)\mu + (-w_1 + w_2)\nu\}^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

5. 解析例

本提案法の限界状態解析法としての有用性を確認するため、ここでは次の3段階の解析例を示す。

- a) 式 (21) と式 (25) について、荷重の変位に関する1階微分, 2階微分の数式処理。
- b) 表-1に示した荷重-変位関係式の、実際の数値データに対する適合性。
- c) 文献13)と同じ解析モデル(10部材片持ちトラス)に関する解析。

(1) 式 (21) と式 (25) の2階微分までの数式処理実施にあたって、数式処理システムとしてはREDUCEを用いた。対話型で入力することもできるが、付録に示したREDUCEプログラムを作成しておき、ファイル入出力の形で実行した。

式 (21), 式 (25) のいずれもパソコンを用いて数秒で終了し、ファイル名“HIDERV. FOR”に結果が出力された。出力結果は、FORTRAN プログラムで600~700ラインになるため、付録には式 (21) の場合の最初と最後ののみ示した。さらに微分階数が上がれば、爆発的に出力量は増大していくが、3階微分程度までであれば実行可能なことは明らかである。

(2) 荷重-変位関係式(表-1)の数値データに対する適合性

文献12)に示された一端固定、他端自由の短円筒殻のせん断座屈、曲げ座屈を例に取り上げ、荷重-自由端変位関係について、表-1の関係式の適合性を検討する。

数値データは下記の条件で有限要素解析により得られたものであり、要素分割、荷重-変位関係、座屈モードは図-10、図-11に示す通りである。

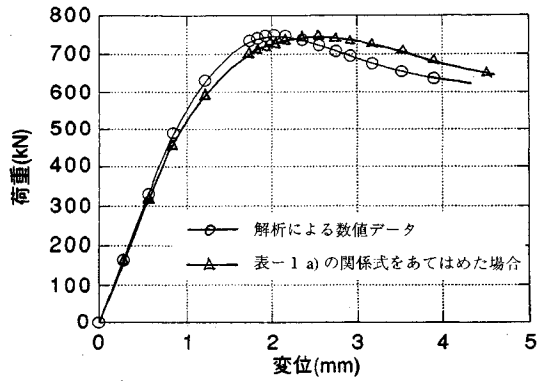
- せん断座屈: R (半径)=500 mm, t (板厚)=2.5 mm, L (筒長)=500 mm, H (荷重載荷点高さ)=500 mm
- 曲げ座屈: $R=500$ mm, $t=5$ mm, $L=500$ mm, $H=500$ mm
- 材料物性値 (2直線近似): E (ヤング率)=159 GPa, ν (ポアソン比)=0.3, S_y (0.2% 耐力)=118.9 MPa 降伏後は、

相当塑性歪	0.	0.03
相当応力[MPa]	113.1	200.2

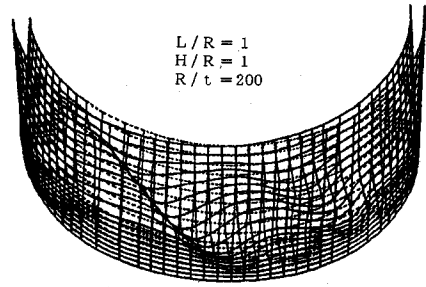
- 解析条件: 2次のアイソパラメトリック要素を用いた、変位増分解析

以上の条件で得られた数値データに対して、初期勾配と最大荷重 P_u を見出し、初期勾配のまま変形が進行したと仮定して、最大荷重に達する時の変位 u_e を求める。 P_u と u_e を用いて、表-1中の式から P と u の関係に直して表示したのが図-10 a) と図-11 a) である。

明らかに、図-10 a) では表-1中の関係式 a) よりも数値データの方が立ち上がり急で、荷重低下傾向も

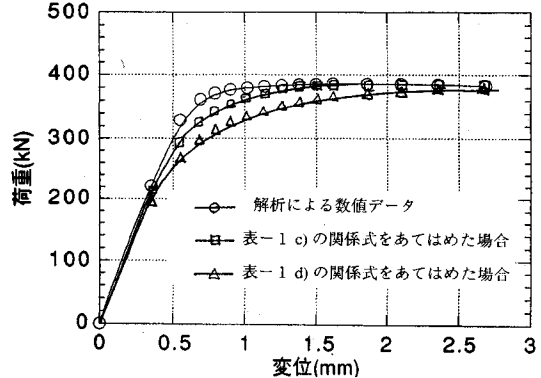


a) せん断座屈の場合の荷重-自由端変位関係

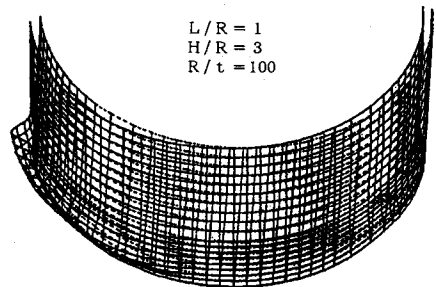


b) 180度モデルの要素分割と座屈モード

図-10 短円筒のせん断座屈解析



a) 曲げ座屈の場合の荷重-自由端変位関係



b) 180度モデルの要素分割と座屈モード

図-11 短円筒の曲げ座屈解析

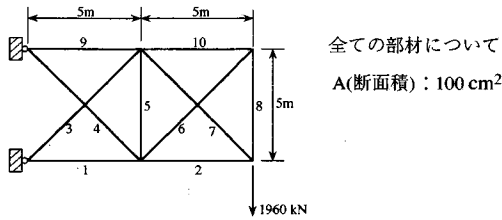


図-12 トラス構造の解析モデル

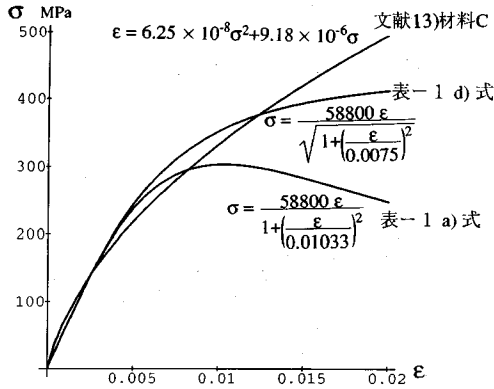


図-13 トラス部材の応力-ひずみ関係

大きい。図-11 a) では急速に最大値に近づき耐力を保持する数値データに対して、関係式 d) は緩慢すぎるが、関係式 c) は比較的良好な近似を示す。

実際の解析への適用にあたっては、部材レベルでの荷重-変位関係に対して、初期勾配と最大値を想定し、より良く近似する関数形を定める必要がある。表-1 の例だけから見ても、関数形と荷重-変位カーブの対応はかなり明確であり、的確な関数形の設定に困難は無いものと考えられる。

(3) トラス構造の解析

文献 13) に示された 10 部材片持ちトラス (図-12) の例について、図-13 の応力-ひずみ関係に合わせて部材レベルの荷重-変位関係を 2 種類設定し、解析する。

応力-ひずみ関係は文献 13) の材料 C を参照し、表-1 a) 式の適用にあたっては、

$$E = 58\,800 \text{ MPa}, \sigma_u = \frac{P_u}{A} = 303.8 \text{ MPa}$$

表-1 d) 式の適用にあたっては、

$$E = 58\,800 \text{ MPa}, \sigma_u = \frac{P_u}{A} = 441.0 \text{ MPa}$$

を採用し、以後の解析に用いた。3 種類の応力-ひずみ関係を図-13 に示した。

図-12 のように、トラス構造の右端に 1960 kN の下向き荷重を加えた場合の各部材力 (軸力) は、表-2 に示した通りである。表-1 a) 式 (2 階微分まで採用) を適用した場合は、1960 kN まで等間隔の 2 ステップ、5

表-2 10 部材片持ちトラスの解析結果

部材番号	軸力 (kN)				文献 13)
	表-1 a) 式		d) 式		
	2 ステップ*	5 ステップ*	10 ステップ*	10 ステップ*	
1	-2656	-2822	-2891	-2911	-2937
2	-1068	-1068	-1068	-1068	-1052
3	-1372	-1392	-1392	-1392	-1391
4	1352	1372	1372	1372	1382
5	-86	-87	-87	-86	-69
6	-1235	-1254	-1254	-1254	-1286
7	1490	1509	1519	1519	1487
8	880	886	892	882	908
9	2666	2842	2901	2920	2943
10	880	886	892	882	908

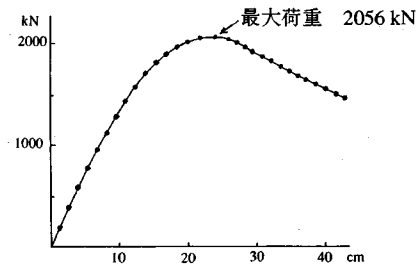


図-14 崩壊後までの荷重-変位関係

ステップ、10 ステップで解いているが、荷重増分と近似度の関係を見るため、各ステップでの収束計算は行っていない。なお、計算過程は数値的に安定かつ簡易である。表-2 中、比較のため文献 13) に示されたコンプリメンタリーエネルギー最小化による解も示したが、本方法により 5 ステップ以上で解いた解と非常に近い値を与えている。若干の相違は解法によるよりも、応力-ひずみ関係設定の相違に起因したものと考えられる。

さらに、表-1 a) 式を適用した場合、1960 kN 以上の荷重を加えていけばトラス構造は最大荷重に達して崩壊する。図-14 に崩壊後までの荷重-変位 (荷重作用点の下方向変位) 関係を示したが、最大荷重 2056 kN で、部材 1 と 9 がほぼ同時に限界耐力に達し、以後、構造全体が耐力を失って変形のみが進行することを示している。この計算過程においては、最大荷重点近傍で変位増分が極端に大きくならないよう荷重増分量をコントロールしているが、数値的に不安定な現象は何も生じることなく、極めて短時間で終了した。この数値的安定性、簡便性は部材レベルの非線形荷重-変位関係式に降伏、崩壊後の情報まで含まれていることに起因しており、本提案法が限界状態解析に有利と考えられる第一の理由である。

6. 結 論

以上、本論文では数式処理技術の活用を前提として、

非線形の荷重一変位関係を有する部材を組み合わせた構造系を簡易かつ安定な条件下で解き、限界状態を推定するための一方法を提案した。

結論を要約すると以下の通りである。

(1) 一般に多変数関数の逆関数を解析的に求めることは困難であるが、多変数関数の高階微分が解析的に求められるならば、逆関数を数値的に得ることができる。

(2) 既存の数式処理システムは微分計算に優れており、多変数関数の高階微分を解析的に求める際に有効である。さらに数式処理結果を数値計算プログラムの形で出力することにより、数値計算への受け渡しが省力化される。

(3) 部材レベルでの材料非線形の荷重一変位関係式は既に多数検討されており、単純な有理式でも崩壊まで含めた部材の挙動特性を表すことができる。

(4) 材料非線形性を有する2次元、3次元トラス部材については、全体座標系における荷重一変位関係式が導き得るため具体的に示した。

(5) 10部材片持ちトラスについて本方法で解析して、他の結果とも比較検討した。その結果、他の解と良好な一致をみると同時に、簡便な解法であることが明らかとなり、限界状態解析法として適切なことが確認された。また、最大荷重到達後に荷重低下する場合にも、数値的不安定を生じること無く解けることが確認された。

なお、本提案法の適用範囲は広く、トラス以外のはり構造、2次元問題、板殻構造等への適用は、部材レベルで目的に合致する解析モデルをどのように設定するかだけの問題である。また、本方法では基本的に応力-ひずみ関係よりも、荷重一変位関係に基づいて限界状態を明らかにするため、応力照査が必要な場合は部材レベルで別途行う必要がある。

本方法の動的解析への拡張は、さらに興味ある問題である。特に、繰り返し荷重に対する履歴則の設定が問題となるが、動的限界状態の解明により、非線形域における大きな応答低減を予測し得るようになるであろう。これらはすべて今後の課題である。

付録 数式処理プログラム (REDUCE) 例と出力結果としての FORTRAN プログラムリスト

5章の解析に用いた数式処理プログラムを示す。与えられたトラス部材の非線形荷重一変位関係式に対して、2階までの全ての偏微分を数式のまま計算し、結果を FORTRAN に自動変換 (1階微分: DERIV 1; 2階微分: DERIV 2) して出力する。

```

% p:荷重, u:変位
matrix p(4,1),u(4,1)$
u(1,1):=u1$ u(2,1):=v1$ u(3,1):=u2$ u(4,1):=v2$
% 部材レベルでの非線形荷重一変位関係式の設定
p(1,1):=A*E*L*((u(1,1)-u(3,1))*lam**2+(u(2,1)-u(4,1))*lam*myu)
/(L**2+(u(1,1)-u(3,1))*lam+(u(2,1)-u(4,1))*myu)**2
/(4*eps**2)$
p(2,1):=A*E*L*((u(1,1)-u(3,1))*lam*myu+(u(2,1)-u(4,1))*myu**2)
/(L**2+(u(1,1)-u(3,1))*lam+(u(2,1)-u(4,1))*myu)**2
/(4*eps**2)$
p(3,1):=A*E*L*((-u(1,1)+u(3,1))*lam**2+(-u(2,1)+u(4,1))*lam*myu)
/(L**2+(-u(1,1)+u(3,1))*lam+(-u(2,1)+u(4,1))*myu)**2
/(4*eps**2)$
p(4,1):=A*E*L*((-u(1,1)+u(3,1))*lam*myu+(-u(2,1)+u(4,1))*myu**2)
/(L**2+(-u(1,1)+u(3,1))*lam+(-u(2,1)+u(4,1))*myu)**2
/(4*eps**2)$
on fort$ off exp, echo$
% ファイル名 HIDERV.FOR に FORTRAN サブルーチンを作成
out "HIDERV.FOR"$
write " SUBROUTINE HIDERV(X1,Y1,X2,Y2,U1,V1,U2,V2,"$
write " A,E,EPS,DERIV1,DERIV2)$"
write " 1 IMPLICIT REAL*(A-H,O-Z)"$
write " REAL*8 L,LAM,MYU"$
write " DIMENSION DERIV1(4,4),DERIV2(4,4,4)"$
write " L=DSQRT((X1-X2)**2+(Y1-Y2)**2)"$
write " LAM=(X2-X1)/L"$
write " MYU=(Y2-Y1)/L"$
% 全ての1階偏微分の計算と書き出し
for ii=:1:4 do
for jj=:1:4 do
<<d:=df(p(ii,1),u(jj,1))$
write " DERIV1(",ii,",",jj,")=",d>>$
% 全ての2階偏微分の計算と書き出し
for ii=:1:4 do
for jj=:1:4 do
for kk=:1:4 do
<<d:=df(p(ii,1),u(jj,1),u(kk,1))$
write " DERIV2(",ii,",",jj,",",kk,")=",d>>$
write " RETURN"$
write " END"$
% FORTRAN サブルーチンの作成終了、後処理
shut "HIDERV.FOR"$
off fort$ on exp, echo$
end$

```

ファイル名 "HIDERV.FOR" に出力されたりストの最初と最後のみ示す。

```

SUBROUTINE HIDERV(X1,Y1,X2,Y2,U1,V1,U2,V2,
1 A,E,EPS,DERIV1,DERIV2)
IMPLICIT REAL*(A-H,O-Z)
REAL*8 L,LAM,MYU
DIMENSION DERIV1(4,4),DERIV2(4,4,4)
L=DSQRT((X1-X2)**2+(Y1-Y2)**2)
LAM=(X2-X1)/L
MYU=(Y2-Y1)/L
DERIV1(1,1,1)=(4.*(4.*EPS**2*L**2-LAM**2*U1**2+2.*LAM
**2*U1*U2-LAM**2*U2**2-2.*LAM*MYU*U1*V1+2.*LAM*MYU*
U1*V2+2.*LAM*MYU*U2*V1-2.*LAM*MYU*U2*V2-MYU**2*V1**2
+2.*MYU**2*V1*V2-MYU**2*V2**2)*A*EPS**2+E*LAM**2*L)/
((U1**2-2.*U1*U2+U2**2)*LAM**2+2.*(U1-U2)*(V1-V2)*
LAM*MYU+(V1**2-2.*V1*V2+V2**2)*MYU**2+4.*EPS**2*L**2
)**2
DERIV1(1,2,1)=(4.*(4.*EPS**2*L**2-LAM**2*U1**2+2.*LAM
**2*U1*U2-LAM**2*U2**2-2.*LAM*MYU*U1*V1+2.*LAM*MYU*
U1*V2+2.*LAM*MYU*U2*V1-2.*LAM*MYU*U2*V2-MYU**2*V1**2
+2.*MYU**2*V1*V2-MYU**2*V2**2)*A*EPS**2+E*LAM*L*MYU)
/((U1**2-2.*U1*U2+U2**2)*LAM**2+2.*(U1-U2)*(V1-V2)*
LAM*MYU+(V1**2-2.*V1*V2+V2**2)*MYU**2+4.*EPS**2*L**2
)**2
.....
DERIV2(4,4,4)=(8.*(U1-U2)*LAM+(V1-V2)*MYU)*(12.*
EPS**2*L**2-LAM**2*U1**2+2.*LAM**2*U1*U2-LAM**2*U2**
2-2.*LAM*MYU*U1*V1+2.*LAM*MYU*U1*V2+2.*LAM*MYU*U2*V1
-2.*LAM*MYU*U2*V2-MYU**2*V1**2+2.*MYU**2*V1*V2-MYU**
2*V2**2)*A*EPS**2+E*L*MYU**3)/((U1**2-2.*U1*U2+U2**
2)*LAM**2+2.*(U1-U2)*(V1-V2)*LAM*MYU+(V1**2-2.*V1*V2
+V2**2)*MYU**2+4.*EPS**2*L**2)**3
RETURN
END

```

参 考 文 献

- 1) Adeli, H.: Computer-Aided Engineering in the 1990's, Computer Applications in Civil and Building Engineering, Proc. of the 4th Int. Conf. on Computing in Civil and Building Engineering, pp.33-40, 1991.
- 2) 秋山 宏：建築物の耐震極限設計第2版，東大出版会，1987.
- 3) 土木学会：鋼構造物設計指針 PART A，一般構造物，第4章，1987.
- 4) 土木学会原子力土木委員会：原子力発電所屋外重要土木構造物の耐震設計に関する安全性照査マニュアル，5章，1992.
- 5) 土木学会：構造物のライフタイムリスクの評価，構造工学シリーズ2，7章，1988.
- 6) 中村秀治・松井正一：REDUCEによる構造力学の数式処理，技報堂出版，1989.
- 7) Hearn, A.C.: REDUCE User's Manual, Ver. 3.3, The Rand Corporation, 1987.
Rayna, G.: Reduce-Software for Algebraic Computation, Springer-Verlag, 1987.
- 8) Wolfram, S.: Mathematica-A System for Doing Mathematics by Computer, 2nd ed., Addison-Wesley, 1988.
- 9) Symbolics, Inc.: MACSYMA Reference Manual, Ver.12, 1986.
- 10) 中村秀治：薄肉構造部材に関する非定数係数，非線形常微分方程式の摂動解法と収束条件，土木学会論文報告集，No.341，1984.
- 11) 例えば，
Popovics, P.: A Numerical Approach of Concrete to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete, Cement and Concrete Research, Vol. 3, pp.583-599, 1973.
Desayi, P. and Krishnan, S.: Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete, Journal ACI, Vol.61, pp.345-350, 1964.
Popov, E.P. and Petersson, H. : Cyclic Metal Plasticity : Experiments and Theory, Proc. of ASCE, EM 6, pp.1371-1388, 1978.
近藤一夫・王 学鋒・中倉健介・花井正実：繰返し変動曲げを受ける鋼柱の弾塑性・崩壊挙動，日本建築学会構造系論文報告集，第434号，1992.
- 12) 大坪英臣・中村秀治・松浦真一・小久保邦雄・大坪 敬：軸対称要素を用いた弾塑性座屈解析，日本機械学会論文集（A編），第58巻，第556号，1992.
- 13) 大久保禎二・和多田康男：エネルギー原理およびSQP法によるトラス構造の材料非線形解析法に関する研究，土木学会論文集，第374号/I-6，1986.

(1993. 1. 22 受付)

A LIMIT STATE ANALYSIS METHOD USING HIGHER DIFFERENTIATION OBTAINED BY COMPUTER ALGEBRA

Hideharu NAKAMURA

Prospecting the computer applications in the 1990's, more intellectual uses are anticipated in engineering domain, and applications to nonlinear structural problems may be promising to cope with the severe design conditions in the near future. The purpose of this paper is to propose a limit state analysis method using higher differentiation obtained by computer algebra. After describing a general procedure to obtain the inverse functions of multi-variable functions and nonlinear structural load-displacement relations of truss member concretely, efficiency and availability of the present method are confirmed on the basis of the examples of the limit state analyses.