

二次元面内荷重下での円形・楕円形 トンネルを有する粘弾性岩盤の変位解析

平島健一*・熊坂博夫**・桜井英行***・
柴田善央****

本論文は2次元面内荷重下での円形・楕円形トンネルを有する線形粘弾性岩盤を対象とし、各種のモデル、特に Standard および Burgers タイプの粘弾性モデルに対する閉じた型の解析解とそれらを基にした数多くの数値例を示した。ここでの理論は、無限遠荷重や内圧のみならず近似的なロックボルトの挙動解析に適用できる集中力の作用問題が取り扱えると共に、トンネル周縁の応力、変位および楕円形トンネルの周辺の内部位置の応力、変位挙動も完全に求められるように構成されている。

Key Words : elliptic tunnel, no lining or rigid lining, viscoelastic medium, in-plane loadings, internal pressure, Standard and Burgers models

1. 緒 言

トンネル等の空洞を有する弾性体あるいは粘弾性体に2次元的外荷重が作用する問題に対する解析は、従来から数多くなされている。著者らも円形・楕円形・任意形状の空洞を有する等方性・異方性弾性体内の応力、変位の解析ならびに逆解析理論を提案した^{1)~3)}。他方、素掘り円形トンネルまたは巻立て円形トンネルを有する粘弾性体内の変位の時間依存挙動についても、多数の研究者により種々取り扱われている。例えば、桜井は粘弾性体のみならず一般的なレオロジー問題に関し系統的な考察を加え、幾つかの論文を発表している^{4)~6)}。また、Flügge の著書⁸⁾や Goodman の著書⁹⁾には幾つかの基本的問題に関する解析結果が要約されている。その他にも数多くの論文が公表されているが、それらの解析に用いられている手法は対象とする地山を線形の粘弾性体モデルと仮定し、弾性体問題の解析解を基にして、Laplace 変換ならびに線形粘弾性問題に対する対応原理によって形式的な理論解を求め、その逆変換を実行して所期の目的の解を得るものである^{10)~13)}。この手法は、しかしながら、Laplace 逆変換が必ずしも容易でない場合があり、また、対応原理が適用できるためには、例えば、境界条件が時間経過によって変化しない、あるいは初期応力・初期ひずみは存在しないといった制約が必要である。

以上のような理由から、有限要素法などの数値手法によらずに閉じた型の粘弾性解を得るためには、粘弾性地山内の円形トンネル問題を取り扱い、しかも荷重状態としては静水圧載荷を対象としたものが多い。

本論文では、弾性問題に対し、著者らが最近発表した

幾つかの成果^{14), 15)}を踏まえて線形粘弾性体内の円形のみならず楕円形の素掘りトンネルを対象とし、2次元の外荷重状態、すなわちトンネル径に比較して十分遠方から作用する面内荷重 σ_x^∞ , σ_y^∞ , τ_{xy}^∞ あるいは内圧や面内集中力等が作用する問題に対するトンネル周辺の時間経過に伴う変形挙動を解析的に求めることを目的とする。粘弾性モデルとしては Kelvin (Voigt), Standard および Burgers の各モデルを中心にして系統的に取り上げる。なお、巻立てのない素掘りトンネルの場合および巻立ての剛性が地山のそれに比較して十分に大きく、剛体として取り扱えるような場合についての定式化がなされる。したがって、実際的にはここで示した2つの場合の中間的挙動となることが想定される。

ここで成果は次のステップとして逆解析問題にそのまま利用でき、トンネルにおける NATM 工法での A, B 計測により得られるデータから地山応力ならびに地山の力学定数を合理的に推定するための有用な知見を得ることができるものである。

2. 内部に楕円形境界を有する弾性問題の基礎式と基本解^{14), 15)}

Fig.1 に示すように、奥行き方向に対して形状変化のない一定断面の楕円形境界 L を有する無限に広がった領域を複素平面 $z = x + iy$ とし、この z -平面を ζ -平面に写像する関数を $\omega(\zeta)$ として、次のように設定する。

$$\left. \begin{aligned} z = \omega(\zeta) &= R_0(\zeta + m/\zeta), \\ \zeta &= \xi + i\eta. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、

$$R_0 = \frac{1}{2}(a+b), \quad m = \frac{a-b}{a+b} \dots\dots\dots (2)$$

上式での a, b は楕円形境界 L の半軸長さを表す。

このようにすると Fig.1 (a) の楕円形境界 L とその外部が Fig.1 (b) の単位円およびその外部に等角写像

* 正会員 工博 山梨大学教授 工学部土木環境工学科 (〒400 甲府市武田 4-3-11)
** 正会員 工修 清水建設(株) 技術開発本部
*** 正会員 工修 清水建設(株) 原子力本部
**** 学生員 山梨大学大学院学生

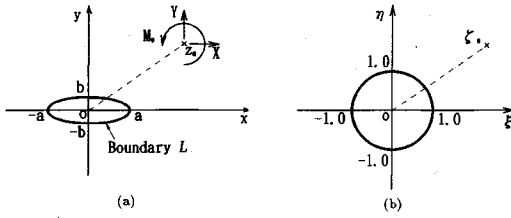


Fig.1 Physical Plane with elliptic boundary L and its mapping plane. (a) z -plane, (b) ζ -plane.

される。

(1) 応力, 変位を求める公式

このとき, 楕円形境界 L に沿うように設定した直交曲線座標系 (ξ, η) の任意点における応力, 変位および回転を求める公式は, 2つの複素関数 $\Phi(\zeta), \Psi(\zeta)$ を用いて次式のように与えられる¹⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x + \sigma_y + \frac{8iG}{\kappa + 1} \bar{\omega} &= 4\Phi'(\zeta), \quad \sigma_x + \sigma_y = \sigma_x + \sigma_y, \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} &= (\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy}) e^{2i\phi} \\ &= 2\left\{ \overline{\omega(\zeta)} \cdot \Phi''(\zeta) + \Psi''(\zeta) \right\} e^{i\phi} \\ u_x - iu_y &= (u_x - iu_y) e^{i\phi} \\ &= \frac{1}{2G} \left[\kappa \overline{\Phi(\zeta)} - \left\{ \overline{\omega(\zeta)} \cdot \Phi'(\zeta) + \Psi'(\zeta) \right\} \right] e^{i\phi}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに,

$$e^{i\phi} = \frac{\zeta}{|\zeta|} \cdot \frac{\omega'(\zeta)}{|\omega'(\zeta)|}, \quad e^{i\phi} = \frac{\zeta}{\zeta^2} \cdot \frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)}. \dots\dots\dots (4)$$

上式中の上添字 I, II は z に関しての, それぞれ 1, 2 回の微分を, プライム記号 $'$ は ζ による微分を意味する。上付きのバーは共役を表す。

なお, 上式中の κ は平面応力状態のとき, $\kappa = (3 - \nu) / (1 + \nu)$ を, また平面ひずみ状態のとき, $\kappa = 3 - 4\nu$ をとる。 G, ν はせん断弾性係数, ポアソン比である。

ひずみ成分は式 (3) の応力成分から次式によって求められる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu\sigma_y), \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu\sigma_x), \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_\xi &= \frac{1}{E} (\sigma_\xi - \nu\sigma_\eta), \quad \varepsilon_\eta = \frac{1}{E} (\sigma_\eta - \nu\sigma_\xi), \\ \gamma_{\xi\eta} &= \frac{1}{G} \tau_{\xi\eta}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5')$$

上式は平面応力状態 ($\sigma_z = 0$) の場合の構成式であるが, 平面ひずみ状態 ($\varepsilon_z = 0$) の場合には上式中の E, ν の代わりに,

$$E \rightarrow \frac{E}{1 - \nu^2}, \quad \nu \rightarrow \frac{\nu}{1 - \nu^2}. \dots\dots\dots (6)$$

と置き換えてやればよい。そのとき, 奥行き方向の直応

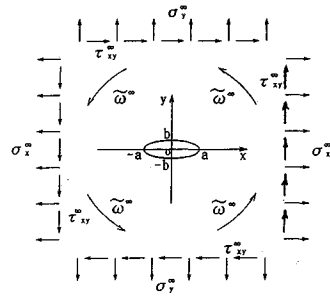


Fig.2 In-plane problem of infinite medium with elliptic boundary L under $\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty$ and $\bar{\omega}^\infty$ applied at infinity.

力 σ_z は次式で求められる。

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) = \nu(\sigma_\xi + \sigma_\eta). \dots\dots\dots (7)$$

以下では幾つかの代表的な面内荷重が作用する場合の複素解析関数の具体例について記述しよう。

(2) 無限遠に一樣応力 $\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty$ が作用する場合

Fig.2 のように楕円形境界 L から十分に離れた位置に, 一樣な応力 $\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty$ および回転 $\bar{\omega}^\infty$ が作用する場合に対し, 応力, 変位等を計算するための式 (3) における関数 $\Phi(\zeta), \Psi'(\zeta)$ などは次式で与えられる¹⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} \Phi(\zeta) &= R_0 \left\{ A\zeta + \frac{1}{k_0} \cdot \frac{1}{\zeta} (m\bar{A} + 2\bar{B}) \right\}, \\ \Phi'(\zeta) &= \frac{R_0}{\omega'(\zeta)} \left\{ A - \frac{1}{k_0} \cdot \frac{1}{\zeta^2} (m\bar{A} + 2\bar{B}) \right\}, \\ \Phi''(\zeta) &= -\frac{\omega''(\zeta)}{[\omega'(\zeta)]^2} \cdot \Phi'(\zeta) \\ &\quad + \frac{R_0}{[\omega'(\zeta)]^2} \cdot \frac{1}{k_0} \cdot \frac{2}{\zeta^3} (m\bar{A} + 2\bar{B}). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \Psi'(\zeta) &= \chi(\zeta) - \bar{\omega}(1/\zeta) \cdot \Phi'(\zeta), \\ \Psi''(\zeta) &= \chi'(\zeta) - \bar{\omega}(1/\zeta) \cdot \Phi''(\zeta) \\ &\quad - \frac{\bar{\omega}'(1/\zeta)}{\omega'(\zeta)} \cdot \Phi'(\zeta). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \chi(\zeta) &= R_0 \left\{ (mA + 2B)\zeta + k_0 \cdot \frac{\bar{A}}{\zeta^2} \right\}, \\ \chi'(\zeta) &= \frac{R_0}{\omega'(\zeta)} \left\{ (mA + 2B) - 2k_0 \cdot \frac{\bar{A}}{\zeta^3} \right\}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{4} (\sigma_x^\infty + \sigma_y^\infty) + \frac{2iG}{\kappa + 1} \bar{\omega}^\infty, \\ B &= \frac{1}{4} (\sigma_x^\infty + \sigma_y^\infty + 2i\tau_{xy}^\infty). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega'(\zeta) &= R_0(1 - m/\zeta^2), \quad \omega''(\zeta) = 2mR_0/\zeta^3 \\ \bar{\omega}(1/\zeta) &= R_0(m\zeta + 1/\zeta), \quad \bar{\omega}'(1/\zeta) = R_0(m - 1/\zeta^2). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

また, 係数 k_0 は楕円形境界 L の境界条件により次のような値をとる。

$$k_0 = \begin{cases} -1: \text{自由境界}, \\ \kappa: \text{固定境界}. \end{cases} \dots\dots\dots (13)$$

したがって、 $k_0 = -1$ は巻立てのない素掘りトンネルの場合に相当し、他方、 $k_0 = \kappa$ は地山物性の力学定数に比較して極めて大きい剛性を有する巻立てが施されたような場合に相当することになる。

(3) 境界 L 上に一定の内圧 p_0 および一定せん断応力 q_0 が作用する場合

Fig.3 のように楕円形境界 L の内部に内圧 p_0 またはせん断応力 q_0 が全周にわたって作用するものとする。このとき、応力、変位および回転を求めるための複素関数 $\Phi(\zeta)$ 、 $\Psi^I(\zeta)$ などは次式で与えられる¹⁶⁾。

$$\left. \begin{aligned} \Phi(\zeta) &= -(p_0 + iq_0)mR_0/\zeta, \\ \Phi^I(\zeta) &= (p_0 + iq_0)\frac{mR_0}{\omega'(\zeta)} \cdot \frac{1}{\zeta^2}, \\ \Phi^{II}(\zeta) &= -(p_0 + iq_0)\frac{mR_0}{\omega'(\zeta)} \\ &\quad \left\{ \frac{\omega''(\zeta)}{[\omega'(\zeta)]^2} \cdot \frac{1}{\zeta^2} + \frac{2}{\omega'(\zeta)} \cdot \frac{1}{\zeta^3} \right\}. \end{aligned} \right\} \dots\dots(14)$$

$$\left. \begin{aligned} \Psi^I(\zeta) &= -(p_0 - iq_0)\frac{R_0}{\zeta} - (p_0 + iq_0)\frac{mR_0}{\zeta} \cdot \frac{1+m\zeta^2}{\zeta^2-m}, \\ \Psi^{II}(\zeta) &= (p_0 - iq_0)\frac{R_0}{\omega'(\zeta)} \cdot \frac{1}{\zeta^2} \\ &\quad - (p_0 - iq_0)\frac{mR_0}{\omega'(\zeta)} \cdot \frac{d}{d\zeta} \left\{ \frac{1}{\zeta} \cdot \frac{1+m\zeta^2}{\zeta^2-m} \right\}. \end{aligned} \right\} \dots\dots(15)$$

(4) 領域内の任意位置に集中力、集中モーメントが作用する場合

Fig.1 のように、 $z_0 (=x_0 + iy_0)$ の有限位置に集中力 X 、 Y および集中モーメント M_0 が作用する場合の複素関数 $\Phi(\zeta)$ 、 $\Psi^I(\zeta)$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \Phi(\zeta) &= M \cdot \ln(\zeta - \zeta_0) + \frac{1}{k_0} \left\{ \bar{N} \cdot \ln(\zeta - 1/\zeta_0) - \bar{N} \cdot \ln \zeta \right. \\ &\quad \left. + \frac{\bar{M}}{\zeta - 1/\zeta_0} h_1(\zeta_0, \bar{\zeta}_0) - \frac{\bar{K}}{\zeta - 1/\zeta_0} h_2(\bar{\zeta}_0) \right\}, \\ \Psi^I(\zeta) &= N \cdot \ln(\zeta - \zeta_0) - \frac{M}{\zeta - \zeta_0} g_1(\zeta_0, \bar{\zeta}_0) \\ &\quad + \frac{K}{\zeta - \zeta_0} g_2(\zeta_0) + k_0 \{ \bar{M} \cdot \ln(\zeta - 1/\zeta_0) \\ &\quad - \bar{M} \cdot \ln \zeta \} - \bar{\omega}(1/\zeta) \Phi^I(\zeta). \end{aligned} \right\} \dots\dots(16)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} h_1(\zeta_0, \bar{\zeta}_0) &= \frac{(\zeta_0 + m/\zeta_0) - (1/\zeta_0 + m\bar{\zeta}_0)}{\zeta_0^2 - m}, \\ h_2(\bar{\zeta}_0) &= \frac{1}{R_0(\bar{\zeta}_0^2 - m)}. \end{aligned} \right\} \dots\dots(17)$$

$$\left. \begin{aligned} g_1(\zeta_0, \bar{\zeta}_0) &= \zeta_0^2 \cdot \frac{(\bar{\zeta}_0 + m/\bar{\zeta}_0) - (1/\bar{\zeta}_0 + m\zeta_0)}{\zeta_0^2 - m}, \\ g_2(\zeta_0) &= \frac{\zeta_0^2}{R_0(\zeta_0^2 - m)}. \end{aligned} \right\} \dots\dots(18)$$

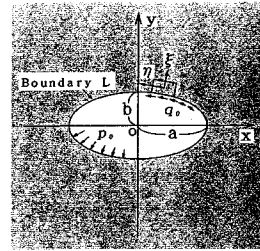


Fig.3 In-plane problem of infinite medium with elliptic boundary L under inner pressure p_0 and shear q_0 at the boundary.

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{-1}{2\pi(1+\kappa)}(X+iY), \quad K = \frac{i}{2\pi}M_0, \\ N &= \frac{\kappa}{2\pi(1+\kappa)}(X-iY). \end{aligned} \right\} \dots\dots(19)$$

また、上式の ζ_0 は Fig.1 に示したように点 z_0 の ζ -平面上の写像点であるから、式 (1) で $z = z_0$ 、 $\zeta = \zeta_0$ を代入して ζ_0 に関して解けば、次式のように求められる。

$$\zeta_0 = \frac{1}{2R_0} \{ z_0 + \sqrt{z_0^2 - 4mR_0} \}. \dots\dots(20)$$

なお、式 (16) の k_0 は境界 L が自由・固定の各条件に応じて、式 (10) の値をとる。

上式 (16) の結果を適切に微分して、 $\Phi^I(\zeta)$ 、 $\Phi^{II}(\zeta)$ および $\Psi^{II}(\zeta)$ を求めれば、式 (3) から任意点での応力・変位が完全に計算できることになる。

ここで得られた解で、作用点 z_0 を楕円形境界 L 上に設定し、さらに $k_0 = -1$ とすれば、楕円孔の周上の一点に集中力、集中モーメントが作用し、荷重作用位置以外は自由境界とした問題の解析解となる。したがって、この解は後続の論文で記述するように、近似的にロックボルトによる応力・変位状態を計算する場合の問題の基本解として利用することができる。

(5) 荷重下での楕円形境界周辺の二点間の距離変化
この項は NATM 工法の A、B 計測での測定値を整理する際に必要とされるものである。そこで、まず、変形前の任意点 P の座標を (x_p, y_p) とすると式 (1) より、

$$x_p + iy_p = \omega(\zeta)|_{\zeta=\rho_p} e^{i\theta_p} = k_0 \left\{ \rho_p^{k_0+1} + \frac{m}{\rho_p} e^{-i\theta_p} \right\}. \dots\dots(21)$$

したがって、

$$\left. \begin{aligned} x_p &= R_0(\rho_p + m/\rho_p) \cos \theta_p, \\ y_p &= R_0(\rho_p - m/\rho_p) \sin \theta_p. \end{aligned} \right\} \dots\dots(22)$$

となる。点 P が楕円形境界 L 上の場合、 $\rho_p = 1$ であるから周知のように次式となる。

$$x_p = a \cos \theta_p, \quad y_p = b \sin \theta_p. \dots\dots(23)$$

同様に、任意点 Q の座標 (x_q, y_q) は式 (21)~(23) において、添字 p を q に換えればよい。

しかるに、点 P の変位は u_p^x および u_p^y であるから、

点 P の変位後の位置 P' の座標 (x'_p, y'_p) は次のようになる。

$$x'_p = x_p + \alpha_p, \quad y'_p = y_p + \beta_p. \quad \dots\dots\dots(24)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_p &= u_p^x \cos \phi_p - u_p^y \sin \phi_p, \\ \beta_p &= u_p^x \sin \phi_p + u_p^y \cos \phi_p. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(25)$$

また、 ϕ_p は式 (4) より

$$e^{i\phi_p} = \frac{\zeta_p}{|\zeta_p|} \frac{\omega'(\zeta_p)}{\omega'(\zeta_p^*)}. \quad \dots\dots\dots(26)$$

で求められる。

同様に、 Q 点について変形後の位置 Q' の座標 (x'_q, y'_q) も式 (21)~(26) で添字 p を q に代えればよい。

これらの結果から、 xy —平面内の変形前の PQ 間の距離 \overline{PQ} と変形後の $P'Q'$ 間の距離 $\overline{P'Q'}$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \overline{PQ} &= \sqrt{(x_p - x_q)^2 + (y_p - y_q)^2}, \\ \overline{P'Q'} &= \sqrt{(x'_p - x'_q)^2 + (y'_p - y'_q)^2}, \\ &\approx \overline{PQ} + [(x_p - x_q)(\alpha_p - \alpha_q) \\ &\quad + (y_p - y_q)(\beta_p - \beta_q)] / \overline{PQ}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(27)$$

したがって、相対的な距離変化 (見掛け上のひずみ) δ_{pq} は次式で計算できることになる。

$$\delta_{pq} = \frac{\overline{P'Q'} - \overline{PQ}}{\overline{PQ}} \approx [(x_p - x_q)(\alpha_p - \alpha_q) + (y_p - y_q)(\beta_p - \beta_q)] / \overline{PQ}^2. \quad \dots\dots\dots(28)$$

3. 内部に楕円形境界を有する粘弾性問題の解

周知のように、釣合式、幾何式は弾性体のみならず、粘弾性体の場合も全く同一のものが成立する。

すなわち応力、ひずみテンソルを τ_{ij} , ε_{ij} とすれば、次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{ij,j} + F_i &= 0, \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

ここに、上式においてはテンソルの和の規約が適用されており、コンマはその後の添字の座標での偏微分を意味する。また u_i ($i=x, y, z$) は変位成分、 F_i は物体力である。

なお、上式におけるテンソル成分 τ_{ij} , ε_{ij} は前節で用いた工学成分の応力、ひずみと次のような関係がある。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xx} &= \sigma_x, \quad \tau_{yy} = \sigma_y, \quad \tau_{zz} = \sigma_z, \\ \varepsilon_{xx} &= \varepsilon_x, \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_y, \quad \varepsilon_{zz} = \varepsilon_z, \\ 2\varepsilon_{xy} &= \gamma_{xy}, \quad 2\varepsilon_{yz} = \gamma_{yz}, \quad 2\varepsilon_{zx} = \gamma_{zx} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(30)$$

これに対して、構成式は弾性体の場合には Hooke の法則が成立するのに対し、粘弾性体の場合には各種の線形粘弾性モデルによって異なった時間依存の応力-ひずみ

Table 1 Differential operators $P_1(D)$ and $Q_1(D)$ for various linear viscoelastic models.

Model	$P_1(D)$	$Q_1(D)$
(a) Maxwell	$\frac{\sigma}{D} + 1$	$2\eta D$
(b) Kelvin	1	$2(G_1 + \eta_1 D)$
(c) Standard	$D + \frac{G_1}{\eta_1} (1 + \frac{\sigma}{G_1})$	$2(G_2 D + \frac{\sigma_2 D}{\eta_2})$
(d) Zener	$D + \frac{G_1}{\eta_1}$	$2\left\{ (G_1 + G_2) D + \frac{G_1 \sigma_2}{\eta_2} \right\}$
(e) Burgers	$\frac{\sigma}{\eta_1} D^2 + (\frac{G_1}{\eta_1} + \frac{G_2}{\eta_2} + \frac{\sigma}{\eta_2}) D + 1$	$2\left\{ \frac{\sigma_2 \eta_1 D^2}{\eta_2} + \eta_2 D \right\}$

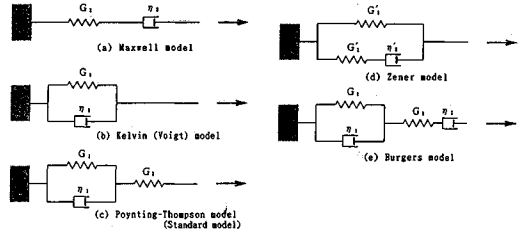


Fig.4 Various linear viscoelastic models.

関係式が成立することになる。このことを以下に示そう。

まず、そのために応力成分 τ_{ij} を偏差成分 s_{ij} と体積成分 σ に分解すれば、次式のようなになる。

$$\tau_{ij} = s_{ij} + \delta_{ij} \sigma, \quad \sigma = \frac{1}{3} \tau_{kk}. \quad \dots\dots\dots(31)$$

同様に、ひずみ成分 ε_{ij} も次のように偏差成分 e_{ij} と体積成分 e に分解できる。

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \delta_{ij} e, \quad e = \frac{1}{3} \varepsilon_{kk}. \quad \dots\dots\dots(32)$$

このとき、線形弾性体に対する構成式は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{ij} &= 2G\varepsilon_{ij} + 3\lambda\delta_{ij}e, \\ s_{ij} &= 2Ge_{ij}, \quad \sigma = 3Ke. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

ここに、弾性定数 G, λ, K は弾性係数 E およびポアソン比 ν によって表示でき、次のようになる。

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)}. \quad \dots\dots\dots(34)$$

これに対して、線形粘弾性体に対する構成式は一般的に次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} P_1(D)P_2(D)\tau_{ij} &= Q_1(D)P_2(D)e_{ij} \\ &+ \frac{1}{3}\delta_{ij}[P_1(D)Q_2(D) - Q_1(D)P_2(D)]e, \\ P_1(D)s_{ij} &= Q_1(D)e_{ij}, \quad P_2(D)\sigma = Q_2(D)e. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(35)$$

ここに、 D は $\partial/\partial t$ なる微分演算子であり、 $P_k(D), Q_k(D)$ ($k=1, 2$) は各種の代表的な粘弾性モデルに対して Table 1 のように与えられる。

この表に対応する各種の線形粘弾性モデルが Fig.4 に示されている。この図において、いわゆる Standard モデルには 2 種類のものが対応し、その一つは表中の (c) のもので、Poynting-Thompson モデルと呼ばれ、今一つは表中の (d) のもので Zener モデルと呼ばれる¹⁷⁾。これらは基本的に同一の力学挙動をする。すなわち、両

者の定数間には次の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= \frac{G_2(G_1+G_2)}{G_1}, \quad \eta_1 = \frac{\eta_1(G_1+G_2)^2}{G_1^2}, \\ G_2 &= (G_1+G_2). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(36)$$

以下では (c) の Poynting-Thompson モデルを Standard モデルとして取り扱うこととする。

式 (3) の $s_{ij}, e_{ij}, \sigma, e$ は時刻 $t=0$ で、すべての零条件を満足するものと仮定して、両辺の Laplace 変換を実行すれば、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} P_1(s)P_2(s)\bar{\tau}_{ij} &= Q_1(s)P_2(s)\bar{e}_{ij}, \\ &+ \frac{1}{3}\delta_{ij}[P_1(s)Q_2(s) - Q_1(s)P_2(s)]\bar{e}, \\ P_1(s)\bar{s}_{ij} &= Q_1(s)\bar{e}_{ij}, \quad P_2(s)\bar{\sigma} = Q_2(s)\bar{e}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(37)$$

ここに、上付きの \sim は Laplace 変換を意味し、例えば次のように定義される。

$$\bar{s}_{ij}(x_k, s) = \int_0^\infty e^{-st} \cdot s_{ij}(x_k, t) dt. \dots\dots\dots(38)$$

したがって、式 (34) と類似な表示として次式：

$$\left. \begin{aligned} \bar{\tau}_{ij} &= 2\bar{G}(s)\bar{e}_{ij} + 3\bar{\lambda}(s)\delta_{ij}\bar{e}, \\ \bar{s}_{ij} &= 2\bar{G}(s)\bar{e}_{ij}, \quad \bar{\sigma} = 3\bar{K}(s)\bar{e}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(39)$$

のように定義すれば、次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{G}(s) &= \frac{Q_1(s)}{2P_1(s)}, \quad \bar{K}(s) = \frac{Q_2(s)}{3P_2(s)}, \\ \bar{\lambda}(s) &= \bar{K}(s) - \frac{2}{3}\bar{G}(s). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(40)$$

同様に、 $\bar{E}(s), \bar{\nu}(s)$ は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{E}(s) &= \frac{3Q_1(s)Q_2(s)}{2P_1(s)Q_2(s) + P_2(s)Q_1(s)}, \\ \bar{\nu}(s) &= \frac{P_1(s)Q_2(s) - Q_1(s)P_2(s)}{2P_1(s)Q_2(s) + P_2(s)Q_1(s)}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(41)$$

ところで、周知の線形粘弾性体に対する対応原理によれば、前節で示したような内部に楕円形境界 L を有する弾性体の閉じた型の解析解が、そのままここで対象としようとする粘弾性体における Laplace 変換解となる。したがって、式 (40), (41) の粘弾性定数 $\bar{G}, \bar{\lambda}, \bar{K}, \bar{E}, \bar{\nu}$ あるいはこれらの定数に関連した組み合わせ定数などを Laplace 逆変換して、それらを代入すれば、粘弾性解が得られることになる。

式 (39) の第 2, 第 3 式に示されているように、線形粘弾性モデルの構成式は偏差成分と体積成分の 2 つに区分される。したがって、それぞれに対するモデル化が必要となる。そこで、偏差成分に対しては、Fig. 4 に示す各種モデルの中で岩盤のような固体材料の場合には一般的で長期・長々期挙動の予測についても実用性のある Standard モデルまたは Burgers モデルを採用する。また、体積成分に対しては、偏差成分の場合と比較して、その粘弾性体としての時間依存挙動はあまり顕著でない事実を踏まえて Rigid モデル、Elastic モデルまたは

Kelvin モデルを対象とする。すなわち、次のような組み合わせモデルを考えることとする。

(1) Burgers-Elastic モデル

これは偏差成分に関し Burgers モデルを、体積成分に関し Elastic (Hooke) モデルを採用するもので、次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} P_1(D) &= \tau_1\tau_2D^2 + (\tau_1 + \tau_2 + \frac{\eta_2}{G_1})D + 1, \\ Q_1(D) &= 2(\tau_1\eta_2D^2 + \eta_2D). \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(42)$$

$$P_2(D) = 1, \quad Q_2(D) = 3K. \dots\dots\dots(43)$$

ここに、

$$\tau_k = \frac{\eta_k}{G_k}, \quad (k=1, 2). \dots\dots\dots(44)$$

ここで、時刻 $t=0$ で荷重増分が発生し、そのまま一定値に保たれるような Heaviside のステップ荷重が仮定できるものとすれば、見掛けの弾性係数 E および見掛けのポアソン比 ν の Laplace 変換したものは次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{E}(s) &= \frac{9KQ_1(s)}{6KP_1(s) + Q_1(s)}, \\ \bar{\nu}(s) &= \frac{3KP_1(s) - Q_1(s)}{6KP_1(s) + Q_1(s)}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(45)$$

その他の定数 $\bar{G}(s), \bar{\lambda}(s)$ は式 (40) に上式を代入して整理すれば求められる。また、これらの定数に関連した組み合わせ定数などについても同様に求められる。

(2) Burgers-Rigid モデル

これは偏差成分に対し Burgers モデルを、体積成分に関し Rigid モデルを採用するものである。したがって、式 (42) はそのまま成立し、式 (43) の代わりに次式：

$$P_2(D) = 1, \quad Q_2(D) \rightarrow \infty. \dots\dots\dots(46)$$

と設定してやればよい。したがって、この場合の $\bar{E}(s), \bar{\nu}(s)$ 次のようになる。

$$\bar{E}(s) = \frac{3}{2} \frac{Q_1(s)}{P_1(s)}, \quad \bar{\nu}(s) = \frac{1}{2}. \dots\dots\dots(47)$$

その他の定数 $\bar{G}(s), \bar{\lambda}(s)$ は上式と式 (39) から求められる。

(3) Standard-Kelvin モデル

これは偏差成分に関し Standard モデルを、体積成分に関し Kelvin (Voigt) モデルを採用するもので、次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} P_1(D) &= D + \frac{G_1(1+G_2)}{\eta_1}, \quad Q_1(D) = G_2D + \frac{G_1G_2}{\eta_1}, \\ P_2(D) &= 1, \quad Q_2(D) = 3\eta D + 3K. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(48)$$

この場合、 $\bar{E}(s), \bar{\nu}(s)$ は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{E}(s) &= \frac{9(\eta+K)(G_2s+G_2/\tau_1)}{6(s+c)(\eta s+K)+(G_{2s}+G_2/\tau_1)}, \\ \bar{\nu}(s) &= \frac{3(\eta s+K)(s+c)-(G_{2s}+G_2/\tau_1)}{6(s+c)(\eta s+K)+(G_{2s}+G_2/\tau_1)}. \end{aligned} \right\} \dots(49)$$

ここに、定数 c は次項に示す式 (52) で与えられる。

(4) Standard-Elastic モデル

この場合には式 (48) の第 1, 2 式がそのまま成立し、体積成分は次のように置き換わる。

$$P_2(D)=1, Q_2(D)=3K. \dots\dots\dots(50)$$

したがって、 $\bar{E}(s), \bar{\nu}(s)$ は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{E}(s) &= \frac{9KG_2}{6K+G_2} \cdot \frac{s+G_1/\eta_1}{s+a}, \\ \bar{\nu}(s) &= \frac{3K-G_2}{6K+G_2} \cdot \frac{s+b}{s+a}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(51)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{6Kc+G_1G_2/\eta_1}{6K+G_2}, \quad c = \frac{G_1}{\eta_1} \left(1 + \frac{G_2}{G_1}\right), \\ b &= \frac{3Kc-G_1G_2/\eta_1}{3K-G_2}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(52)$$

(5) Standard-Rigid モデル

この場合も、式 (48) の第 1, 2 式がそのまま成立し、体積成分の方は次のように置き換わる。

$$P_2(D)=1, Q_2(D) \rightarrow \infty. \dots\dots\dots(53)$$

したがって、 $\bar{E}(s), \bar{\nu}(s)$ は次式で表せる。

$$\bar{E}(s) = \frac{3}{2}G_2 \cdot \frac{s+1/\tau_1}{s+c}, \quad \bar{\nu}(s) = \frac{1}{2}. \dots\dots\dots(54)$$

ここに、係数 c は式 (52) の第 3 式で与えられる。

以上までに示した各種の粘弾性モデルに対し、各々の Laplace 変換された $\bar{E}(s), \bar{\nu}(s)$ および式 (40) を用いて $\bar{E}(s), \bar{\nu}(s)$ により、表示可能な $\bar{G}(s), \bar{\lambda}(s), \bar{K}(s)$ あるいはそれらを組み合わせた定数についての Laplace 逆変換は通常の数学公式集を用いて陽な形で求められる¹⁸⁾。

4. 数値計算例

数値計算例に用いる粘弾性モデルとして前節で提示した (1)~(5) の内の (1) Burgers-Elastic モデルおよび (4) Standard-Elastic モデルの 2 種類とする。すなわち、せん断成分の挙動に関しては Burgers および Standard タイプを、また、体積成分の挙動に関しては Elastic (Hooke) タイプとする。体積成分が Rigid タイプの場合には、Elastic タイプでポアソン比を 0.5 と設定したもので表示できる。

ここでの例では、紙面の都合上、時刻 $t=0$ で瞬間的に荷重が作用し、その後、その荷重が一定に保たれるような、いわゆるステップ型の作用荷重の場合を対象とする。そこで、無限遠荷重 $\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty$ および τ_{xy}^∞ が作用し、楕円形境界 L が応力自由の場合および固定 (剛体) 境

界の場合の 2 つの例ならびに、楕円形境界 L の孔縁に内圧 p_0 が作用する例を取り上げる。粘弾性モデルの材料定数は Goodman の著書で採用されている岩塩を対象とする。すなわち、Burgers モデルに対し、

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= 2.07\text{GPa}, \quad \eta_1 = 4.83 \times 10^3 \text{GPa} \cdot \text{min}, \\ G_2 &= 6.90\text{GPa}, \quad \eta_2 = 5.73 \times 10^6 \text{GPa} \cdot \text{min}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(55)$$

とする。また Standard モデルの場合には、上式のデータで $\eta_2 \rightarrow \infty$ としたものを採用とする。

(1) 境界 L が自由境界の場合

これは巻立てのない素掘りトンネルが掘削されたような場合に相当するもので、掘削される形状 (円または楕円) のトンネルが瞬時に形成されたものとする^(注)。

まず、無限遠荷重 $\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty$ および楕円形境界 L の孔縁に内圧 p_0 の作用下での境界 L において生じる合成変位 (その点での法線および接線方向の変位成分をベクトル合成したもの) を楕円形トンネルの形状比として、 $b/a=0.6$ とした場合の代表的な数値例を Fig.5 (a)~(d) に示す。これらの図には Burgers-Elastic モデル (以下、簡単に Burgers モデルと呼ぶ) および Standard-Elastic モデル (以下、Standard モデルと呼ぶ) の両方のものが示されているが、Standard モデルではステップ型の荷重作用後の経過時間 t として、およそ $t=7$ 日で、ほぼ変形の進行は停止し収束しているのに対し、Burgers モデルでは当然のことながら、それ以降も変形の継続が観察される。ここでは $t=365$ 日 (i.e. 1 年) のものまで示されているが、この時間以降でも変形の進行が継続することは言うまでもない。

上述の例では $b/a=0.6$ の楕円形トンネルのものであったが、この形状比 b/a のすべての場合についてプロットしたものが Fig.6~8 である。まず、Fig.6 は σ_x^∞ が作用するときの x 軸上 (Fig.6 (a)) および y 軸上 (Fig.6 (b)) の孔縁の半径方向変位 u_r の時間変化挙動を示したものである。したがって、これらは Fig.5 (a) の x 軸上および y 軸上の変位を任意の形状比の場合に一般化したものに相当する。これらの図には Burgers および Standard の 2 つの粘弾性モデルの結果が示されているが、Standard モデルでは経過時間がほぼ 7 日で変形は終了するのにに対し、Burgers モデルでは、その後も変形は継続する。同様に、Fig.7 (a), (b), (c) は σ_y^∞ が、また Fig.8 (a), (b) は τ_{xy}^∞ がそれぞれ作用する場合の楕円形トンネルの孔縁の特定位置での変動曲線を示したものである。これらのうち、Fig.7 (c) および Fig.8 (b) は孔縁の接線変位 u_θ を取り上げ、Fig.6 と同様の結果を求めたものである。

(注) ここではトンネル開削前に存在していた初期変位分については除去せずに図示した。これらを取り除いた結果はトンネルの逆解析を実施する際に必要となる。

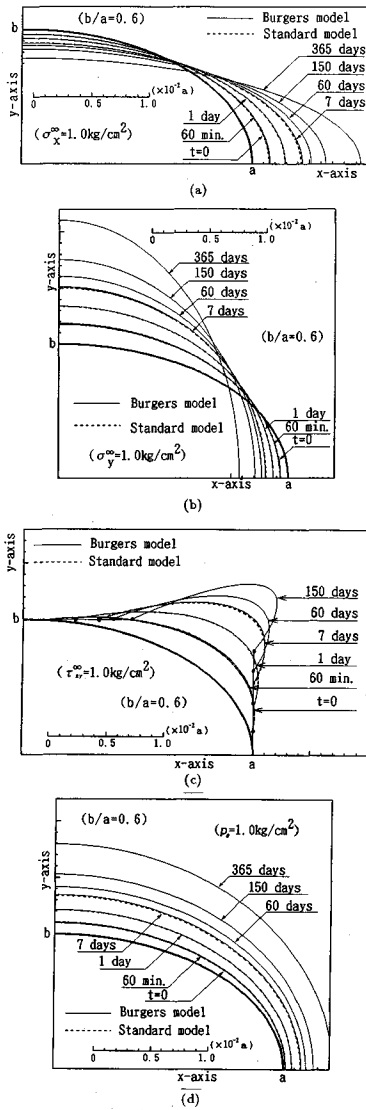


Fig.5 Time variations of composed displacement of free boundary of elliptic tunnel ($b/a=0.6$) for the cases of Burgers and Standard models (a) stress σ_x^0 , (b) stress σ_y^0 , (c) stress τ_{xy}^0 and (d) internal pressure p_0 .

最後に、Fig.9は楕円形トンネルの孔縁に内圧 p_0 が作用した場合の結果を示した。

(2) 境界 L が固定境界の場合

これは巻立てが極めて大きい剛性をもった場合に相当するものである。Fig.10は σ_y^0 が作用した場合の x 軸上のトンネル境界で発生する直応力 σ_x の時間経過による変動曲線を示したものである。図中にはBurgersおよびStandardの2つの粘弾性モデルの結果が示されている。Fig.11は σ_y^0 が作用した場合の y 軸上の変位 u_ξ ($=u_y$) の時間挙動を示したものである。

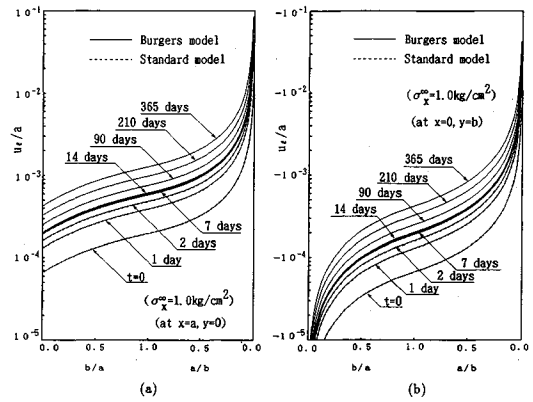


Fig.6 Time variations of displacement at the typical points of free boundary of elliptic tunnel for the cases of Burgers and Standard models. (a) u_ξ at $x=a, y=0$. (b) u_ξ at $x=0, y=b$.

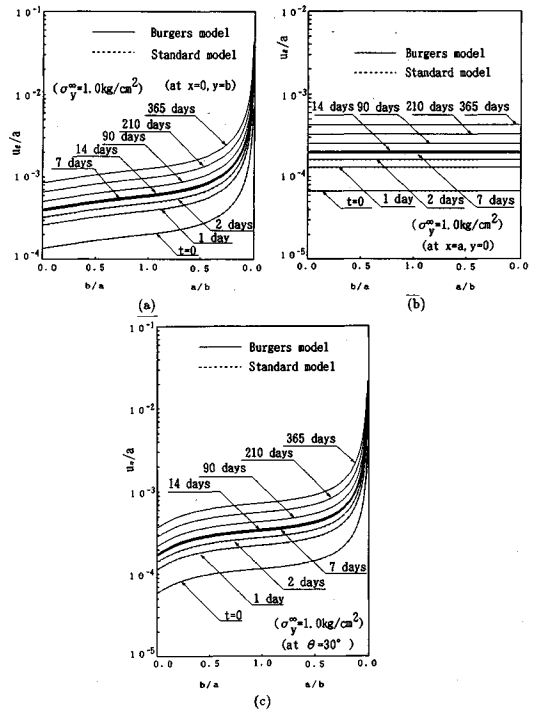


Fig.7 Time variations of displacement at the typical points of free boundary of elliptic tunnel for the cases of Burgers and Standard models. (a) u_ξ at $x=0, y=0$, (b) u_ξ at $x=a, y=0$, (c) u_{η} at $\theta=30^\circ$.

5. 結 言

本論文は、2次元面内荷重 (i.e. σ_x^0 , σ_y^0 , τ_{xy}^0 および内圧 p_0 等) 下での円形・楕円形トンネルを有する線形粘弾性岩盤を対象とし、StandardおよびBurgersタイプの粘弾性岩盤モデルに対する閉じた型の解析解と数値例を示したものである。

ここでの数値例ではトンネル周縁の応力、変位につい

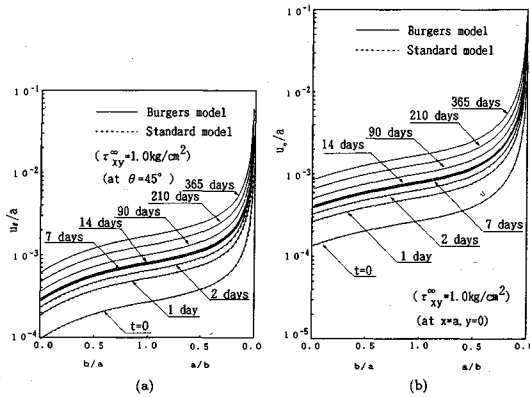


Fig.8 Time variations of displacement at the typical points of free boundary of elliptic tunnel for the cases of Burgers and Standard models. (a) u_x at $\theta=45^\circ$, (b) u_x at $x=a, y=0$.

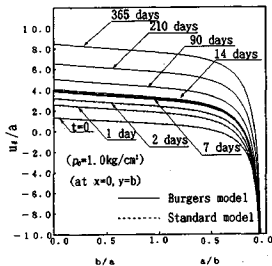


Fig.9 Time variations of displacement at $x=0, y=b$ of free boundary of elliptic tunnel for the cases of Burgers and Standard models.

て楕円形トンネルの形状比 a/b のすべての場合を網羅した結果を記述した。しかし、トンネル孔縁のみならず、内部位置の応力、変位についても同様に計算できる理論構成となっている。また、集中力、集中モーメントが作用する場合についての計算例は示さなかったが、それらの計算結果とロックボルトの粘弾性挙動との関係ならびに実測値との比較検討、さらに、ここでの成果を基本とした逆解析への適用については今後の課題である。

付録 A. 幾つかの線形粘弾性モデルについて

第3節で提示した5種類のモデル以外に、さらにその他のものが多数考えられるが、それらの幾つかをここに示しておこう。

[I] Burgers-Kelvin モデル

これは、第3節の(1)のBurgers-Elasticモデルをより一般化したもので、偏差成分に関しBurgersモデルを、また体積成分に関しKelvinモデルを仮定するものであり、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} P_1(D) &= \tau_1 \tau_2 D^2 + \left(\tau_1 + \tau_2 + \frac{\eta_2}{G_1} \right) D + 1, \\ Q_1(D) &= \tau_1 \eta_2 + D^2 + \eta_2 D. \end{aligned} \right\} \dots\dots (A.1)$$

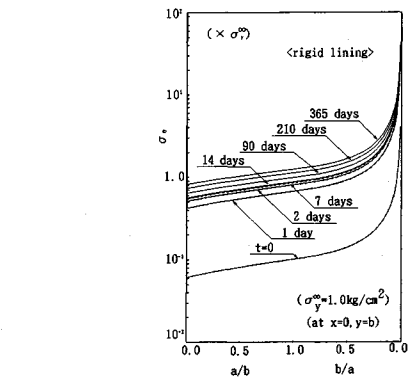


Fig.10 Time variations of stress σ_y at $x=0, y=b$ of rigid boundary of elliptic tunnel for the cases of Burgers and Standard models.

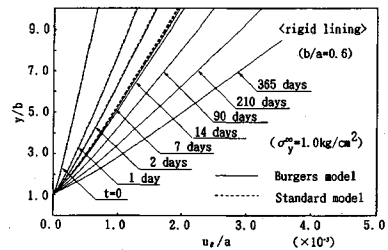


Fig.11 Time variations of displacement u_x along the y -axis of rigid boundary of elliptic tunnel ($b/a=0.6$) under σ_y^0 for the cases of Burgers and Standard models.

$$P_2(D) = 1, \quad Q_2(D) = 3\eta D + 3K. \dots\dots\dots (A.2)$$

これらを用いて式(40)に代入すれば、 $\bar{E}(s), \bar{v}(s)$ が具体的に求められる。

(2) Standard-Constant Poisson's Ratio モデル

これはGilにより提案されたモデルで、構成式(33)において、ポアソン比は一定とした上で、応力-ひずみ関係にStandardモデルを採用するものである¹⁹⁾。これは本文中に示した、第3節の(4)および(5)の2つのモデルの中間的なものに相当する。特に、ここでの一定のポアソン比 ν を0.5と置いたものが(5)に一致することになる。このモデルに対する係数は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{G}(s) &= \frac{G^* + \eta s}{1 + \eta s}, \quad \bar{E}(s) = 2(1 + \nu) \bar{G}(s), \\ \bar{\lambda}(s) &= \frac{2\nu}{1 - 2\nu} \bar{G}(s), \quad \bar{K} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1 + \nu}{1 - 2\nu} \bar{G}(s). \end{aligned} \right\} \dots\dots (A.3)$$

ここに、 n, η は粘性および弾性に関係する定数で、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} n &= \frac{\eta_1}{G_1 + G_2}, \quad \eta = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}, \\ G^* &= n G_2. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A.4)$$

構成式は次のように書き換えられる。

$$\sigma_{ij} + n \dot{\sigma}_{ij} = 2G^* \dot{\epsilon}_{ij} + \frac{2\nu}{1 - 2\nu} \delta_{ij} (G^* \epsilon + \eta \dot{\epsilon}). \dots\dots (A.5)$$

(3) Burgers-Constant Poisson's Ratio モデル

これは前項の Gil の理論を拡張したもので、構成式は最終的に次式で表される。

$$\begin{aligned} & \tau_1 \tau_2 \ddot{\sigma}_{ij} + \left(\tau_1 + \tau_2 + \frac{\eta_2}{G_1} \right) \dot{\sigma}_{ij} + \sigma_{ij} \\ & = 2\tau_1 \eta_2 \ddot{\epsilon}_{ij} + 2\eta_2 \dot{\epsilon}_{ij} + \frac{2\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} (\tau_1 \eta_2 \ddot{\epsilon} + \eta_2 \dot{\epsilon}) \dots \quad (\text{A. 6}) \end{aligned}$$

参考文献

- 1) 平島健一・川上哲太郎・藤原紀夫・山下幸夫：弾性厳密解に基づく円形・楕円形トンネルを有する等方性および異方性岩盤の逆解析，土木学会論文集，No. 439/III-17, pp. 1~8, 1991.
- 2) 平島健一・川上哲太郎・藤原紀夫・力間俊行：弾性厳密解に基づく段階掘削を考慮した素掘任意形状トンネル問題の順解析および逆解析，土木学会論文集，No. 439/III-17, pp. 17~26, 1991.
- 3) 平島健一・川上哲太郎・藤原紀夫・山下幸夫：面外せん断荷重下の等方性・異方性弾性岩盤内の素掘トンネル掘削問題に関する順解析および逆解析，土木学会論文集，No. 436/III-16, pp. 37~45, 1991.
- 4) 桜井春輔：客観性 (Objectivity) を考慮したレオロジー方程式について，土木学会論文集，No. 148, pp. 32~39, 1967.
- 5) 桜井春輔：粘弾性地山内の円形トンネル覆工について，土木学会論文集，No. 181, pp. 77~89, 1970.
- 6) 桜井春輔・吉村佳映：粘弾性地盤内の構造物に作用する圧力の一計算法，土木学会論文報告集，No. 218, pp. 75~85, 1973.
- 7) Sakurai, S. : Approximate time-dependent analysis of tunnel support structure considering progress of tunnel face. Int. J. Num. Anal. Methods in Geomech., Vol. 2, pp. 159~175, 1978.
- 8) Flügge, W. : 粘弾性学 (堀訳)，培風館，pp. 108~129, 1973.
- 9) Goodman, R.E. : Introduction to Rock Mechanics, Second Edition, John Wiley and Sons, pp. 202~207, 1989.
- 10) 小田英一：粘弾性体としての地山中の素掘円形トンネルの変形挙動について，土木学会論文集，No. 68, pp. 41~49, 1960.
- 11) Berry, D.S. : Deformation of a circular hole driven through a stressed viscoelastic material, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 4, pp. 181~187, 1967.
- 12) Barla, G. and Wane, M.T. : Analysis of the borehole stressrelief method in rock with rheological properties, Int. J. Rock. Mech. Min. Sci., Vol. 5, pp. 187~193, 1968.
- 13) Wang, S., Yang, Z. and Xue, L. : The back-analysis method from displacements for viscoelastic rock mass, 2nd Int. Symp. Field Measurements in Geomechanics, Balkema, pp. 1059~1068, 1988.
- 14) 平島健一・木村清和・広瀬幸雄：だ円形の空孔または剛体介在物を有する面内・面外問題の解析解とその応用 (第1報，等方性面内問題に対する基礎理論)，日本機械学会論文集 (A編)，Vol. 57, No. 540, pp. 1897~1904, 1991.
- 15) 平島健一・木村清和・広瀬幸雄：だ円形の空孔または剛体介在物を有する面内・面外問題の解析解とその応用 (第2報，等方性面内問題に対する数値計算例)，日本機械学会論文集 (A編)，Vol. 57, No. 542, pp. 2516~2522, 1991.
- 16) 木村清和・平島健一・広瀬幸雄：だ円孔の境界上に各種の面内応力が作用する問題の解析解 (未発表論文).
- 17) Sobotka, Z. : Rheology of Materials and Engineering Structures, Elsevier, 548 p., 1984.
- 18) 例えば，McCollum, P.A. and Brown, B.F. : Laplace Transform Tables and Theorems, Holt, Rinehart and Winston, 117 p., 1965.
- 19) Gil, H. : The Theory of Strata Mechanics, Elsevier, pp. 54~73, 1991.

(1992. 6. 8 受付)

DISPLACEMENT ANALYSIS OF LINEAR VISCOELASTIC GROUND WITH CIRCULAR OR ELLIPTIC TUNNEL UNDER IN-PLANE LOADINGS

Kenichi HIRASHIMA, Hiroo KUMASAKA, Hideyuki SAKURAI and Yoshihisa SHIBATA

The stress and displacement fields resulting from the excavation of a circular or an elliptic tunnel in a viscoelastic medium under in-plane loadings are obtained by use of the theory of linear viscoelasticity and the correspondence principle. Consideration is given to two situations : (i) a tunnel without lining, and (ii) a tunnel with rigid lining. The time-dependent behavior of the material of the ground is assumed to be represented by typical rheology models such as Kelvin-, Standard-, and Burgers-models. Several numerical examples are shown by graphical representation with variable parameters of the aspect ratio a/b (or b/a) of an elliptic tunnel.