

砂漣床上の振動流・一方向流共存場における浮遊砂の拡散過程

後藤仁志*・辻本哲郎**・中川博次***

波動場および振動流場における砂漣上の浮遊砂輸送においては、砂漣頂部から周期的に放出される浮遊砂雲がきわめて重要な役割を果たしている。本論文では、このような浮遊砂雲の重要性に鑑み、浮遊砂雲による浮遊砂生成過程と浮遊砂雲から解放された後の拡散過程とからなる2段階モデルを提案する。浮遊砂雲の移動過程を、 $k-\epsilon$ 乱流モデルにより計算された流れ場でLagrange的に追跡し、次に、生成項を有する拡散方程式を用いて、浮遊砂雲を移動拡散源とした拡散過程の数値解析を実施する。

Key Words: suspension, ripple, sediment cloud, diffusion, $k-\epsilon$ model

1. 序論

振動流下における砂漣上の浮遊過程を特徴づける浮遊砂雲の存在が、可視化実験（砂村・阪東・堀川¹⁾、沢本・山口²⁾）を通じて認識されるようになり、浮遊砂雲の挙動に基づいて浮遊過程をモデル化しようとする試みが始まられた。砂村³⁾は、砂漣長の1.5倍を越えて沖向きに運ばれた砂粒子は再び岸向きには戻らずnetの浮遊砂量となるとの仮説に基づき漂砂量式を提案した。早川・多仁・涌井⁴⁾は、Stokesの第2近似解で砂漣上の流れ場を近似し、変動効果を一様乱数によってモデル化して、運動方程式により浮遊粒子の運動をLagrange的に追跡した。早川らの研究では、各時刻における浮遊砂の分散半径が実験から決定されており、また、流れ場の取扱いがかなり簡略化されているが、Lagrange的な砂粒子の追跡によって浮遊砂雲の土砂輸送能力を評価しようとしていることは注目に値する。沢本・山口⁵⁾は、砂漣上の流れ場を浮遊砂雲の作用の卓越した「渦層」と拡散現象が卓越した「拡散層」に分割し、周期平均乱れ強度および浮遊砂濃度の算定法を提案した。沢本らの研究は周期平均モデルであるが、剥離渦に伴う浮遊砂雲に焦点をあてたモデル化を行っている点では示唆的である。

砂漣上の振動流境界層および波動境界層に関する実験的研究によって、データの蓄積が進むにつれ、実験データとの比較検討を通じて、 $k-\epsilon$ モデルに代表される乱流モデルによる砂漣上の振動流境界層の数値シミュレーションの有効性が明らかとなった。佐藤・上原・渡辺⁶⁾は、渦度方程式を基礎式とした $k-\epsilon$ モデルにより砂漣上の振動流境界層の数値シミュレーションを実施し、シ

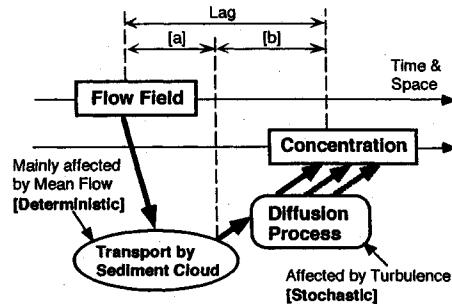


Fig. 1 2段階モデル

ミュレーションから評価された流れ場で、浮遊粒子の運動軌跡をLagrange的に追跡した。また、辻本（剛）・早川・市山・福嶋⁷⁾は、 $k-\epsilon$ モデルによる流れ場の方程式系と浮遊砂拡散方程式とを連立させて、Euler的な立場から数値シミュレーションを行った。

波動場および振動流場における砂漣上の浮遊過程は、[1]流れ場の複雑さと[2]流れ場の変化に対する浮遊粒子の応答遅れによって特徴づけられる。[1]については、上記の数値シミュレーションが有効であると考えられる。[2]はさらに[a]浮遊砂雲による浮遊砂の生成過程と[b]浮遊砂雲から解放された後の拡散過程とからなる階層的な構造を有するため、現象は一層複雑なものとなっている。

本研究では、沢本・山口⁵⁾の「渦層・拡散層」モデルを一般化して、浮遊砂雲を移動する拡散源としてとらえ、Fig. 1に示すように、[a]浮遊砂雲による浮遊砂の生成過程と[b]浮遊砂雲から解放された後の拡散過程の2段階からなるシミュレーションモデルを提案し、浮遊砂濃度の予測を試みる。[a]については、乱流モデルを用いて模擬された流れ場において浮遊砂雲のLagrange的追跡を行う。[b]については、生成項を有するMurphy⁸⁾

* 正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学科
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科

*** 正会員 工博 京都大学教授 工学部環境地球工学科

Table 1 標準推舉值

C_μ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	σ_k	σ_ϵ
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

型の拡散方程式を用いて、浮遊砂雲からの浮遊砂生成を考慮した Euler 的解析を実施する。Lagrange 的方法は砂粒子の運動を直接追跡するので、運動特性を詳細に記述できるが、多くの繰り返し計算を要し、簡便性の点では Euler 的方法が優れている。本シミュレーションは、浮遊砂雲の特性を考慮して、Euler 的方法と Lagrange 的方法との折衷を試みたものと位置づけられる。

2. 基礎方程式系

(1) 基礎方程式系*

ここでは、取扱いの容易さと定常流下で確認された高い信頼性に鑑み、標準 $k-\varepsilon$ モデルを用いて砂漣上の振動流・一方向流共存場の構造を推定する。鉛直 2 次元デカルト座標系における流れ場の基礎方程式系は、連続式

運動方程式*

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\Gamma \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \Gamma \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{P}{\rho} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \Gamma \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\Gamma \frac{\partial V}{\partial y} \right) \dots \dots \dots (3)$$

乱れエネルギー k の輸送方程式

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} + G + \epsilon \quad \dots \dots \dots (4)$$

* 本研究の基礎方程式群は、乱流モデルによる非定常流れ場の解析に一般的に用いられるものであり（例えば、辻本（剛ら）¹⁷⁾），流れ場の統計的乱流特性の再現に関しては、その有効性が確認されているが、ここでは、濃度の拡散方程式に浮遊砂の生成項 S_g を導入して、浮遊砂雲による浮遊砂生成を考慮したのが特徴である。

** 浮遊粒子混入による流れ構造の変化を考慮する際には、流れ系の運動方程式に浮遊砂による浮力の項が導入されるが、本研究では比較的濃度が低く、浮遊粒子が流れ場の構造に与える影響が小さい場合を想定しており、流れ場には清水流近似を適用している。

エネルギー逸散率 ε の輸送方程式

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(v + \frac{v_t}{\sigma_e} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(v + \frac{v_t}{\sigma_e} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right\} + \frac{\epsilon}{k} (C_{1e} G + C_{2e} S) \quad \dots \dots \dots (5)$$

により構成される。ここに、 Γ :有効粘性係数、 v_f :渦動粘性係数、 G :乱れエネルギーの発生率であり、

$$G = v_i \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (7)$$

で与えられ、 x :水平方向の座標軸、 y :鉛直方向の座標軸であり、 U, V : x, y に対応する平均流速成分、 P : 平均圧力、 ρ : 水の密度、 ν : 動粘性係数である。

浮遊砂濃度 C の拡散方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + w_0 \frac{\partial C}{\partial y} + S_{cl} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

ここに、 w_o : 浮遊砂の最終沈降速度、 S_{ci} : 浮遊砂雲による生成項、 Γ_{xx}, Γ_{yy} : 浮遊砂の拡散係数の水平、鉛直成分である。モデル化に伴う定数については、Table 1 の標準推奨値^{③)}を用いることとする。

(2) 砂漬上の直交曲線座標系における基礎方程式系

沢本¹⁰⁾の対称砂漣に対する写像関数に非対称性の効果を加味した田中・首藤¹¹⁾の方法と同様の写像関数

$$\left. \begin{aligned} x &= \xi - H, \sum_{j=1}^N a_{r_j} \exp(-k_r j \eta) \sin(k_r j \xi + \theta_{r_j}) \\ y &= \eta + H, \sum_{j=1}^N a_{r_j} \exp(-k_r j \eta) \cos(k_r j \xi + \theta_{r_j}) \end{aligned} \right\} \dots \quad (9)$$

を用いて、式(1)～(8)のデカルト座標系の基礎方程式系を、砂漣形状に沿った直交曲線座標系(ξ, η)に変換する。ここに、 H_s : 砂漣の波高、 k : 砂漣の波数 ($=2\pi/L_s$, L_s : 波長) であり、 a_{np} , θ_{np} を試行錯誤的に変化させ、実験で得られた砂漣形状と適合させる (Fig. 2 参照)。実験条件・計算条件を Table 2 に示す。

実験は、U字管式振動流装置を用いて、移動床条件で実施された。実験に用いた砂粒子は、粒径 $d=0.26\text{mm}$ 、比重2.65の自然砂であり、砂漣形状と砂漣近傍での濃度の時系列の測定が実施された。振動流・一方向流共存場では、一方向流の影響で流れ場・土砂輸送とともに非対称となり、その結果、一方向流に対して上流側に緩斜面、下流側に急斜面を有する非対称砂漣が形成される。なお、本研究で対象とする砂漣形状の諸元（非対称性、波形勾配、2次元性）については、渡辺・先灘・磯部¹²⁾による波・流れ共存場での実験値の範囲内に存在しているこ

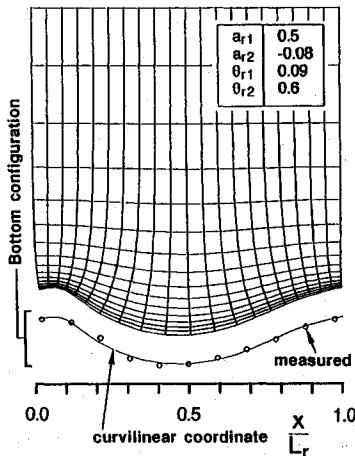


Fig. 2 計算格子

Table 2 実験条件・計算条件

Period of oscillation T (s)	2.6
Amplitude of the mean velocity U_w (cm/s)	19.0
Current velocity u_c (cm/s)	6.2
Ripple wavelength L_r (cm)	12.0
Ripple waveheight H_r (cm)	2.1
Ripple steepness H_r/L_r	0.175
Ripple symmetry	asymmetric
Propagating velocity of the ripple (cm/s)	-1.67

とを確認している。

基礎方程式系は、保存則型

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(U\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(V\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = S_\phi \quad (10)$$

に統一表示され (ϕ : 物理量, Γ_ϕ : 見かけの粘性係数, S_ϕ : 生成項), 写像関数(9)により, 直交曲線座標系(ξ, η)に変換されて,

$$h_1 h_2 \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(h_2 U_{OR}\phi - \Gamma_\phi \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(h_1 V_{OR}\phi - \Gamma_\phi \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) = h_1 h_2 S_{\phi(\xi, \eta)} \quad (11)$$

となる。式中の h_1, h_2 は, 1 次基本量

$$h_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2}; \quad h_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2} \quad (12)$$

であり, $\Gamma_\phi, S_{\phi(\xi, \eta)}$ は, Table 3 のように書かれる。なお, 添字OR は直交曲線座標系での成分値を示す。また, 写像関数(9)式を用いると, $h_1 = h_2 (= h_{ij})$ となる。

Table 3 保存則型の方程式の諸項

ϕ	Γ_ϕ	$S_{\phi(\xi, \eta)}$
U_{OR}	$\nu + \nu_t$	$S_u = -\frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \frac{1}{h_1^2} \frac{\partial \nu_t}{\partial \xi} \frac{\partial U_{OR}}{\partial \xi} + \frac{V_{OR}}{h_1^2 h_2} \frac{\partial \nu_t}{\partial \xi} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial \nu_t}{\partial \eta} \frac{\partial V_{OR}}{\partial \xi} - \frac{U_{OR}}{h_1 h_2} \frac{\partial \nu_t}{\partial \xi} \frac{\partial h_1}{\partial \eta}$
V_{OR}	$\nu + \nu_t$	$S_v = -\frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial \nu_t}{\partial \xi} \frac{\partial U_{OR}}{\partial \eta} - \frac{V_{OR}}{h_1^2 h_2} \frac{\partial \nu_t}{\partial \xi} \frac{\partial h_2}{\partial \eta} + \frac{1}{h_2^2} \frac{\partial \nu_t}{\partial \eta} \frac{\partial V_{OR}}{\partial \xi} - \frac{U_{OR}}{h_1 h_2} \frac{\partial \nu_t}{\partial \eta} \frac{\partial h_2}{\partial \xi}$
k	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}$	$S_k = G - \epsilon$
ϵ	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon}$	$S_\epsilon = \frac{\epsilon}{k} (C_{1\epsilon} G - C_{2\epsilon} \epsilon)$
$G = \nu_t \left[2 \left(\left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial U_{OR}}{\partial \xi} + \frac{V_{OR}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial V_{OR}}{\partial \eta} + \frac{U_{OR}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right)^2 \right) + \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial U_{OR}}{\partial \eta} - \frac{V_{OR}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{1}{h_1} \frac{\partial V_{OR}}{\partial \xi} - \frac{U_{OR}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \right) \right]$		

(3) 境界条件と計算方法

底面境界では, 壁関数法を用いる。すなわち, 第1格子点(壁面から最も近い格子点) y_p で平均流速 U_p に対して対数則

$$\frac{U_p}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{y_p}{k_s} \right) + A_r \quad (13)$$

の成立を仮定する。ここに, u_* : 摩擦速度, $\kappa (= 0.41)$: Kármán定数, $k_s (= d)$: 等価砂粗度, $A_r = 8.3$ である。乱れエネルギー k_p とエネルギー逸散率 ϵ_p については, 第1格子点における局所平衡性を仮定し,

$$\frac{k_p}{u_*^2} = \frac{1}{\sqrt{C_\mu}} = 3.33; \quad \epsilon_p = \frac{u_*^3}{k_y} \quad (14)$$

で与えることとする。また, 上面境界においては, 軸対称条件の成立を仮定し, 流出境界においては, 流入境界で実験から求めた断面平均流速を与え, 流量連続条件を満足するように流出境界の流速分布を補正しつつ, 周期境界条件を課す。乱れエネルギーとエネルギー逸散率についても同様に, 側方境界における周期境界条件の成立を仮定する。なお, 本シミュレーションには浮遊砂雲による濃度生成項が導入されているので, 基準面濃度を介すことなく浮遊砂濃度分布の評価が可能であり, 底面における濃度の境界条件を規定する必要がない。

基礎方程式は, 差分スキームとしてハイブリッド・スキームを用いて, コントロール・ボリューム法により離散化された。離散化方程式は, Patankar & Spalding¹³⁾ の SIMPLEアルゴリズムを用い, Gosman¹⁴⁾ の TEACH

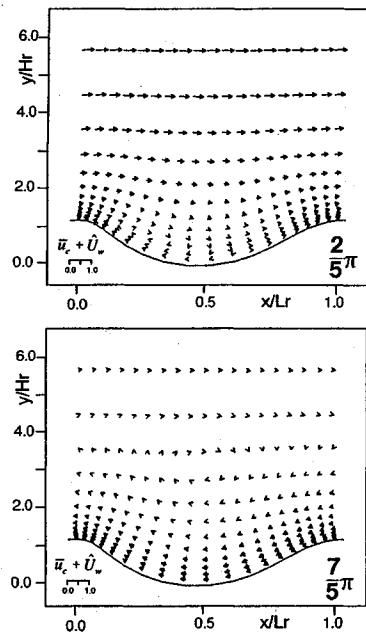


Fig. 3 平均流速ベクトル

コードに準拠してコード化された。流速場の収束判定条件としては、[1] 連続式の各 cell における残差の絶対値の合計が主流方向の流量の 1 % 以下となること、[2] U,V に関する保存方程式の残差の絶対値が流入部における全運動量の 1 % 以下になることの 2 つの条件を課すこととした。なお、コード化にあたっては、京都大学大型計算機センターのプログラム・ライブラリ：「2 方程式 k～ε モデルを用いた 2 次元等温・非等温場での乱流解析コード」（作成者：F.J.K. Ideriah, A.D. Gosman & W.M. Pun, 改訂者：武本行正）を参考にした。

本シミュレーションは、初めに、基礎方程式(1)～(5)を連立させて流れ場を解き、得られた流れ場で浮遊砂雲の運動を Lagrange 的に追跡して、浮遊砂拡散方程式の生成項を評価する。その後、式(1)～(5)を解いて得られた流れ場で式(8)を解き、濃度分布の予測を行う。

3. 流れ場のシミュレーション結果

シミュレーションの予測する流れ場の特性について、剥離渦の発生する位相(2/5)π および剥離渦発生から π だけ経過した位相(7/5)π を対象に検討する。なお、計算に際しては、流入境界での断面平均流速を余弦波型で与えているので、位相 2π が順流で最大、位相 π が逆流で最大となっている。

平均流速ベクトルについて Fig. 3 に示す。平均流速が減速に転じて暫く経過した位相(2/5)π における剥離渦の発生が確認されるが、位相(7/5)π では剥離渦の発生は見

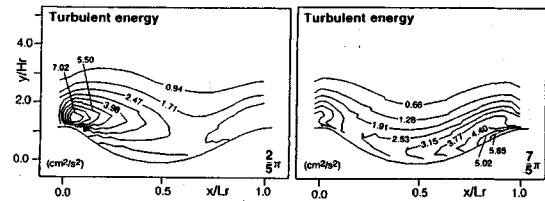


Fig. 4 亂れエネルギーの空間分布

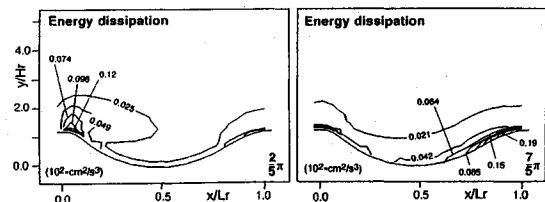


Fig. 5 エネルギー逸散率の空間分布

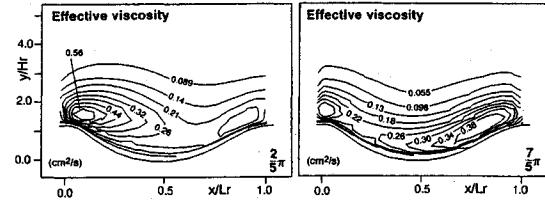


Fig. 6 渦動粘性係数の空間分布

られず、非対称性の影響が顕著に現れている。なお、対称砂渾について同様のシミュレーションを実施した結果では、πだけずれた位相どうしは、左右対称な流れ場となっている。

乱れエネルギーの空間分布について Fig. 4 に示す。位相(2/5)π では、剥離せん断層の形成に伴い、剥離流線に沿って大きい乱れが発生している様子が模擬されている。これに対して、位相(7/5)π では、剥離が生じないために位相(2/5)π に見られたような顕著な高エネルギー域が存在しない。緩斜面側の頂部付近では、底面の境界形状の変化の影響で底面付近の流速勾配が大きくなり、高い乱れエネルギーが発生するが、急斜面を上るにつれて縮流による整流効果のために乱れエネルギーは減少する。急斜面側の頂部付近に達すると、再び底面の境界形状の変化の影響で底面付近の流速勾配が大きくなり、乱れエネルギーの 2 次的な高まりが発生する。位相(2/5)π と比べると、位相(7/5)π での高乱れエネルギー域は底面近傍に限定され、乱れエネルギーの等高線も比較的速やかに底面形状と平行な状態に移行する。

エネルギー逸散率の空間分布について Fig. 5 に、渦動粘性係数の空間分布について Fig. 6 に示す。両者とも、砂渾形状の非対称性に伴う剥離渦の発生の影響を受け

て、乱れエネルギーとほぼ同様の変化傾向を示している。渦動粘性係数は乱流作用による運動量拡散を規定するパラメータであるが、時空間的に非一様な場である砂漣上の振動流・一方向流共存場においては、運動量拡散の空間分布のパターンも時間的に大きく変動していることをシミュレーション結果は示唆している。

4. 浮遊砂雲の移動過程の数値シミュレーション

(1) シミュレーションの構成

浮遊砂雲は雲状の浮遊砂の塊を意味する曖昧なもので、浮遊砂雲とその周囲流体とを明確に区分することは困難である。ここでは、浮遊砂雲の中心付近に「核」と成る部分の存在を想定し、「核」の運動は主流速の変化にのみ規定されて乱れの影響を受けないものと仮定して、「核」の移動過程を追跡する。

流体と浮遊粒子との混合物によって構成された円柱を浮遊砂雲の「核」と定義し、それを剛体で近似して回転を無視すると、その運動は運動方程式

$$\rho \left(\frac{\sigma_{cl}}{\rho} + C_M \right) A_2 d_{cl}^2 \frac{d\mathbf{u}_{cl}}{dt} = -\frac{1}{2} C_D \rho A_1 d_{cl} |\mathbf{u}_{cl} - \mathbf{u}_f| (\mathbf{u}_{cl} - \mathbf{u}_f) + \rho (1 + C_M) A_2 d_{cl}^2 \frac{d\mathbf{u}_f}{dt} - \rho \left(\frac{\sigma_{cl}}{\rho} - 1 \right) \mathbf{g} A_2 d_{cl}^2 \quad \dots \dots \dots (15)$$

を数値積分することにより追跡される。ここに、 \mathbf{u}_{cl} : 浮遊砂雲の「核」の移動速度ベクトル、 \mathbf{u}_f : 浮遊砂雲の周囲流体の流速ベクトル、 \mathbf{g} : 重力加速度ベクトル、 d_{cl} : 浮遊砂雲の「核」の直径、 C_M : 付加質量係数、 σ_{cl} : 浮遊砂雲の「核」の密度、 A_1 、 A_2 : 1次元、2次元の形状係数である。 C_D は抗力係数であり、

$$C_D = C_{D,\infty} + \frac{24}{R_e} \quad ; \quad R_e = \frac{d_{cl} |\mathbf{u}_{cl} - \mathbf{u}_f|}{v} \quad \dots \dots \dots (16)$$

により与えられる。 $C_{D,\infty}$ は「核」の形状その他に依存する。「核」の形状は円柱であるが、剛体ではないため、抗力係数は円柱のそれよりかなり小さいと考え、ここでは0.4と仮定して計算した。

式(15)は座標系に依存しないので、直交曲線座標系の写像平面(ξ, η)においても有効である。流れ場の数値シミュレーションからは(ξ, η)平面における流速が得られるので、式(15)を用いて(ξ, η)平面上での浮遊砂雲の運動を追跡することとする。また、(ξ, η)平面上での重力加速度成分は、座標変換を用いて(x, y)平面上の重力加速度成分と関係づけられ、

$$\begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \frac{1}{h_{fg}^2} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial x}{\partial \eta} \\ -\frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{h_{fg}^2} \frac{\partial x}{\partial \eta} g \\ \frac{1}{h_{fg}^2} \frac{\partial x}{\partial \xi} g \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots (17)$$

で与えられる。ここでは、浮遊砂雲の「核」を、周囲流

体の主流速の変動には応答するが、乱れの影響を受けないものと定義し、式(15)における周囲流体の速度は平均流速で与えることとする。なお、浮遊砂雲の「核」の直径 d_{cl} については、砂漣背後の剥離渦が浮遊砂雲の発生原因である点を考慮して、砂漬の波高と関連づけて、

$$d_{cl} = \beta_{cl} \cdot H_r \quad ; \quad \beta_{cl} = 0.1 \quad \dots \dots \dots (18)$$

で与えることとする。浮遊砂雲を瞬間にとらえた場合、「核」に含まれ決定論的軌跡上を運動する砂粒子と「核」を離れて水流の乱れに応答しつつランダムに運動する砂粒子とが、同時に同じ領域に存在し、実験により両者を空間的に区分することは不可能であるので、「核」のスケールを実験から決定することも不可能である。一方、数値シミュレーションでは両者が個別に取り扱われているので、「核」の運動に伴う砂粒子の運動については、ランダムな砂粒子の運動に伴う拡散効果が含まれないようにする必要がある。一般に、浮遊砂雲の中心付近ほど「核」に含まれる砂粒子の割合が大きく、周辺ほどランダム運動する砂粒子の割合が増加すると考えられるから、「核」の直径を小さめに設定している。*

浮遊砂雲の「核」の密度 σ_{cl} については、浮遊砂雲内部の浮遊砂濃度と関係づけて、

$$\sigma_{cl} = \sigma \frac{q_{scf}}{q_{cl}} + \rho \left(1 - \frac{q_{scf}}{q_{cl}} \right) \quad \dots \dots \dots (19)$$

により評価する。ここに、 q_{scf} : 浮遊砂雲の体積、 σ : 砂の密度である。 q_{scf} : 浮遊砂雲の浮遊砂含有量であり、以下のような仮定に基づき推定する。

浮遊砂雲が時間あたりに放出する浮遊砂量が浮遊砂雲の浮遊砂含有量 q_{scf} に比例すると仮定すれば、

$$-\frac{dq_{scf}}{dt} = \alpha_{cl} \cdot q_{scf} \quad \dots \dots \dots (20)$$

と書ける。ここに、 α_{cl} : 比例定数である。式(20)より浮遊砂雲の浮遊砂含有量は、

$$\frac{q_{scf}}{q_{scf0}} = \exp \left(-\frac{\zeta_{cl}}{\beta_{cl} T_D} \right) \quad ; \quad \zeta_{cl} = t - t_{cl0} \quad \dots \dots \dots (21)$$

となる($\alpha_{cl} = 1/(\beta_{cl} T_D)$)。ここに、 q_{scf0} : 浮遊砂雲の初期浮遊砂含有量、 T_D : 浮遊砂雲の寿命時間、 β_{cl} : 定数、 t_{cl0} : 浮遊砂雲の発生時刻であり、ここでは主流速が反転する時刻とする。「核」の形成は、剥離渦中に掃流粒子が取り込まれることによって促進されるが、ここでは、剥離渦が底面から切り離される時刻すなわち転流時を「核」の発生時刻と仮定した。実験の際の観察結果によると、浮遊砂雲の寿命時間は1周期程度であるので、 $T_D = T$ とした。また、移動開始後半周期を経過する頃には「核」

* 単一の浮遊粒子の軌跡が実験的に把握できるようになれば、「核」のスケールに関するより詳細な議論も可能となるが、ここでは、問題の本質である移動拡散源としての「核」の存在意義について論じるために、「核」のスケールに一定の仮定を設けた。

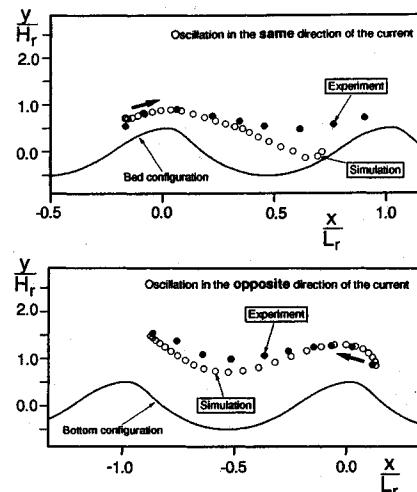


Fig. 7 浮遊砂雲の「核」の移動軌跡

の位置の判別が困難となる程度に拡散が進行していることが観察によって確認されていることを考慮して、 $\beta_c=0.2$ とした。なお、この値は、半周期後の核の浮遊砂含有量が初期含有量の10%程度となることに相当する。

(2) 浮遊砂雲の移動軌跡

本シミュレーションで模擬された浮遊砂雲の「核」の移動軌跡を実験結果とともに示したのが、Fig. 7である。シミュレーション結果は、流速反転時の浮遊砂雲の存在位置を与えて、その後の浮遊砂雲の移動軌跡を追跡したものである。なお、浮遊砂雲の移動軌跡の実験値は、以下の様にして得られた。移動床上での浮遊砂雲の移動過程を水路側方に設置したCCDビデオカメラにより撮影し、記録された画像から1/10秒ごとに浮遊砂雲の位置を読み取り、得られた軌跡群を平均化して各位相における浮遊砂雲の中心の座標を評価した。浮遊砂雲は「雲」のごとく曖昧な境界を有するため、分散範囲の幾何的な中心を浮遊砂雲の中心と定義したのでは境界面の曖昧さを中心の座標決定に持ち込むこととなる。そこで、最も濃度の高い部分を視覚的に判断して中心とした。

逆流の場合には、シミュレーション結果は実験結果をほぼ良好に説明するものである。これに対して、順流の場合には、緩斜面上に浮遊砂雲がさしかかるあたりから、シミュレーション結果と実験結果とに有意な差が生じる。実験においては、浮遊砂雲の「核」の位置を濃度の最大点近傍としているが、実験データの信頼性は浮遊砂雲の中心部の濃度に依存するから、位相が進むにつれて実験データの信頼性は低下する。一方、濃度拡散源としての浮遊砂雲の存在の重要性は「核」の浮遊砂含有量に依存するが、浮遊砂含有量の時間変化率が含有量に比

例すると仮定すると、含有量は位相の進行とともに指数的に減衰するので、浮遊砂雲が拡散源として濃度場に与える影響も指数的に減少するものと判断される。以上のような理由で、「核」の移動過程の後半部における実験結果とシミュレーション結果の不一致は、以下の章で展開される浮遊砂雲を拡散源とした拡散過程のシミュレーション結果に深刻な影響を及ぼさず、以下の章のシミュレーションで要求される予測精度は充分確保されているものと考えられる。

5. 浮遊過程の数値シミュレーション

本章では、浮遊砂雲の存在という場の特殊性と拡散方程式の簡便性とに着目し、生成項を有するMurphy⁸⁾型の拡散方程式(8)を用いて浮遊砂雲を移動拡散源とする拡散過程として砂漣上の浮遊過程を記述する。

(1) 生成項の評価法

生成項については、浮遊砂雲から単位時間あたりに放出される浮遊砂量を式(21)から評価し、

$$S_{cl}(\xi, \eta, t) = -\chi_{cl}(\xi, \eta, t) \frac{dq_{sc1}}{dt} \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

で与えることとした。ここに、 $\chi_c(\xi, \eta, t)$: 浮遊砂雲の中心
周りの浮遊砂の存在確率密度であり、ここでは浮遊砂雲
の中心への集中分布を仮定して、

$$\chi_{cl}(\xi, \eta, t) = \begin{cases} 1 & \text{when } (\xi, \eta) = (\xi_{cl}, \eta_{cl}) \\ 0 & \text{other} \end{cases} \dots \dots \dots (23)$$

で評価することとした。ここに、 (ξ_{ci}, η_{ci}) : 浮遊砂雲の中心の座標である。

(2) 浮遊砂拡散係数の評価法

拡散方程式に基づいて浮遊砂濃度を算定する際には、浮遊砂の拡散係数を評価する必要が生じるが、質量拡散と運動量拡散の相似性を考慮して、渦動粘性係数で代用する方法がよく用いられる。流体中での砂粒子の運動は、流速場の変動特性とそれに対する砂粒子の応答特性により決定されるものであるから、砂粒子の運動は水粒子の運動とは必ずしも同一視できず、浮遊砂の拡散係数の渦動粘性係数での代用には検討すべき点がある。

辻本¹⁵⁾は、浮遊粒子の運動の確率論的記述に基づいて拡散係数を評価し、砂粒子の比重が拡散係数に与える影響を検討している。ここでは辻本の方法にならって、確率論的立場からの拡散係数の評価を行い、浮遊粒子の運動に関する確率過程モデルに対応した拡散係数の分布特性を推定する。

砂粒子の運動領域を $(-\infty, \infty)$ の一様場とすれば、砂粒子が浮遊運動を開始してから t 時間後の砂粒子の存在高さの確率密度 $f(y; t)$ は、次式を満足する。

$$f_s(y; t + \Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_s(y - \zeta; t) g(\zeta) d\zeta \quad \dots \dots \dots \quad (24)$$

ここに, $g(\zeta)$: 砂粒子の微小時間 Δt 内の位置変化 $\{\zeta\}$ の確

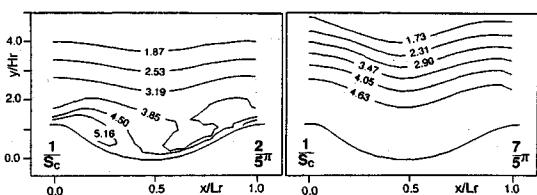


Fig. 8 乱流Schmidt数の逆数の空間分布

率密度関数である。式(24)中の $f_s(y-\zeta; t)$ をTaylor展開し、3次以上の高次項を無視すると、

$$f_s(y+\Delta t) = f_s(y; t) - E[\zeta] \frac{\partial f_s}{\partial y} + \frac{E[\zeta^2]}{2} \frac{\partial^2 f_s}{\partial y^2} \quad (25)$$

が得られる。さらに、平衡状態($f_s(y-\zeta; t) = f_s(y; t)$)を考えると、

$$\frac{E[\zeta^2] \frac{\partial f_s}{\partial y}}{2} = E[\zeta] \cdot f_s \quad (26)$$

が得られ、定常等流の平衡状態における拡散方程式

$$\varepsilon_s \frac{dC_s}{dy} = -w_0 \cdot C_s \quad (27)$$

と比較すると、浮遊砂の拡散係数は

$$\varepsilon_s = -\frac{E[\zeta^2]}{2} \frac{w_0}{E[\zeta]} \quad (28)$$

と表現される。砂粒子は平均的には、沈降速度 w_0 で沈降している($E[\zeta] = -w_0 \Delta t$)から、浮遊砂の拡散係数は

$$\varepsilon_s = \frac{E[\zeta^2]}{2 \Delta t} = \frac{E[\zeta^2] + \sigma_\zeta^2}{2 \Delta t} = \frac{w_0^2 \Delta t}{2} + \frac{\sigma_\zeta^2}{2 \Delta t} \quad (29)$$

で与えられる。このようにして、浮遊砂の拡散係数は、確率過程モデルにおける砂粒子の追跡時間刻み Δt 、砂粒子の沈降速度 w_0 、砂粒子の Δt 秒間の拡散幅 σ_ζ と関連づけて評価される¹⁵⁾。

砂粒子の Δt 秒間の拡散幅は、1次元マルコフ過程を用いた場合の水粒子の Δt 秒間の拡散幅と関係づけて

$$\sigma_\zeta^2 = 2k_{os}^2 \sigma_v^2 \left[\Delta t \cdot T_L - \Delta t^2 \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{\Delta t}{T_L} \right) \right\} \right] \quad (30)$$

と表現される。ここに、 k_{os} : 砂粒子の応答性を表すパラメータである。式(29)、(30)を用いると、結局、乱流Schmidt数 S_e は、

$$\begin{aligned} S_e &\equiv \frac{\varepsilon_s}{V_t} = \frac{\varepsilon_s}{\sigma_v^2 T_L} = \frac{1}{2} \left(\frac{w_0}{\sigma_v} \right)^2 \Xi_s \\ &+ k_{os}^2 \{ 1 - \Xi_s (1 - e^{-\Xi_s}) \} ; \quad \Xi_s = \Delta t / T_L \end{aligned} \quad (31)$$

と表現される。渦動粘性係数が乱れの速度スケールと長さスケールの積で表され、時間スケールおよび速度スケールが、

$$T_L \equiv \frac{L_1}{V_t} = \frac{V_t}{V_t^2} ; \quad V_t \equiv \sqrt{\frac{2}{3}} k \quad (32)$$

と表現されるので、Lagrange的時間スケールは、

$$T_L \equiv \frac{3V_t}{2k} \quad (33)$$

となり、流れ場のシミュレーション結果から評価される。

式(31)を用いて、乱流Schmidt数の逆数の空間分布を求めた結果をFig. 8に示す。砂粒子の追跡時間刻み Δt について、 $\Delta t=0.01$ 秒を用いている。式(31)により評価された乱流Schmidt数は、砂粒子の追跡時間刻み Δt とLagrange的時間スケール T_L の比の関数となり、流れ場の構造の影響が乱流Schmidt数に反映される。急斜面側で剥離が生じる位相($2/5\pi$)においては、空間的な非一様性が顕著に生じ、等値線は底面付近で大きく屈曲しているが、位相($7/5\pi$)においては、緩斜面側では有意な剥離が生じないため、等値線はほぼ底面形状に平行となる。

ここで誘導された式(31)の関係は $(-\infty, \infty)$ の一様場を対象としたものであるので、式(31)を用いて浮遊砂の拡散係数を渦動粘性係数と結び付けて評価したとしても、確率過程モデルを用いて砂粒子のLagrange的追跡を実施したときと完全に等価な状況を拡散方程式で記述することにならないのは言うまでもない。しかし、式(31)は運動量拡散と質量拡散の局所的関係を推定するには有効であると期待され、式(31)の適用により、適当な経験定数を用いる場合に比べて、流れ場の構造と砂粒子運動の特性を濃度分布推定によりよく反映させることができとなる。そこで、以下の濃度場のシミュレーションにおいては、式(31)によって乱流Schmidt数を算定し、浮遊砂の拡散係数を渦動粘性係数と関連づけて評価する。

6. 数値シミュレーション結果と考察

繰り返し計算により安定した周期解が得られた場合の濃度の等値線をFig. 9に示す。図中の数字は、浮遊砂雲の「核」の初期濃度(C_{eo})に対する相対濃度であり、図中に示す位相は、余弦波型で与えたクレスト部の断面平均流速と同じものである。Fig. 3の平均流速ベクトル図と比較すると、顕著な剥離渦が見られる位相($2/5\pi$)では浮遊砂雲から放出される浮遊砂による高濃度領域が見られず、剥離渦が顕著でない位相($7/5\pi$)では高濃度領域が見られるが、これは浮遊砂雲の発生時刻を主流速の反転時と仮定していることによる。実際には、剥離渦の形成に伴い底面付近を運動する砂粒子の多くが剥離渦内に取り込まれて高濃度部が形成されるが、剥離渦が底面から切り離されて浮遊砂雲が出現するまでは、剥離渦内に取り込まれた砂粒子は渦の外に出てランダム運動することはないので、浮遊砂に含めないこととして、この仮定を用いた。

逆方向の浮遊砂雲は、位相($3/5\pi$)に発生し、高濃度部を残しながら上流側(図では左側)へと移動し、位相($4/5\pi$)

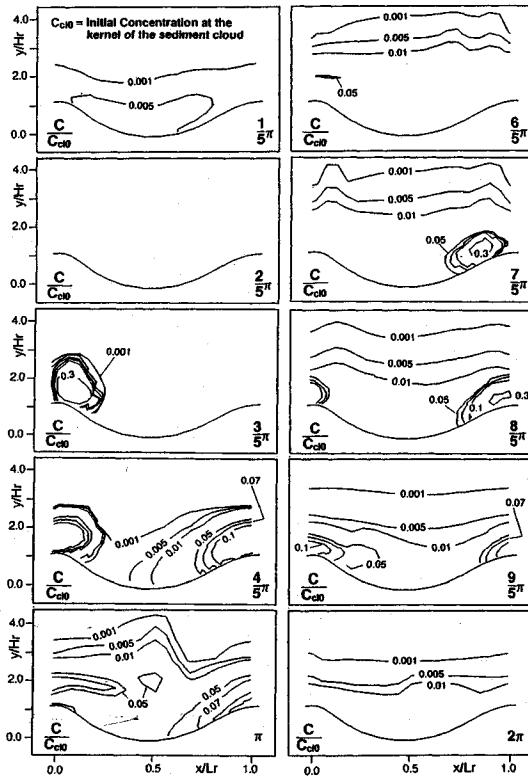


Fig. 9 浮遊砂濃度の等値線

5)πには浮遊砂雲の先端は1波長上流側の砂漣の緩斜面（図では右側の緩斜面）上に達している。さらに、位相πには浮遊砂雲はトラフ付近にまで達し、濃度の等値線を押し上げながら上昇している様子が示されている。位相(6/5)πでは、急斜面上に浮遊砂雲を示すものと思われる僅かな濃度の高まりが見られるが、濃度の等値線はほぼ水平方向に平行に並び、主流方向に濃度が一様化している。位相(7/5)πにおいて緩斜面側に発生した浮遊砂雲は、下流側に進行し、位相(8/5)πには浮遊砂雲の先端は1波長下流側の砂漣の急斜面上に達している。位相(9/5)πになると、先端がさらに下流側に進行し、高濃度部を示す等値線が張り出していくが、位相2πには、トラフ上に浮遊砂雲の存在を示すものと思われる僅かな濃度の高まりが見られ、等値線は上方に膨らむものの、全体としてはほぼ水平方向に平行に並び、主流方向に濃度が一様化している。位相2πから(2/5)πにかけては、浮遊砂供給源である浮遊砂雲が存在しないため、砂粒子の沈降が促進されて濃度の等値線は降下していく。これに対して、位相(7/5)πから2πにかけては、緩斜面側の浮遊砂雲の影響で濃度の等値線の降下が抑制される様子が認められる。緩斜面側の浮遊砂雲は急斜面側に比べて規模が小

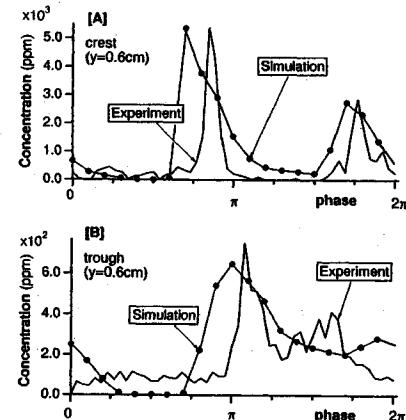


Fig. 10 浮遊砂濃度の時系列

さく、含有粒子数も少ないことについては5章で述べた通りであるが、急斜面側の浮遊砂雲により形成された濃度分布を維持するという副次的役割を担っていることが、シミュレーション結果から推察される。

Fig. 10は、実験から得られた濃度の時系列とシミュレーション結果とを比較したものである。[A] クレストの底面付近の浮遊砂雲の通過位置と思われる測点と[B] トラフの底面付近の測点について示している。絶対濃度を議論する場合、浮遊砂雲の「核」の初期濃度をどのように決定するかが問題となるが、ここでは[A]における順方向の浮遊砂雲によるピークの値が一致するように浮遊砂雲の「核」の初期濃度を設定している。したがって、[A]において実験とシミュレーションの濃度の絶対値が一致していることは当然のことである。

[A]を見ると、シミュレーションではピークの位相がやや早くなっているが、順方向と逆方向の浮遊砂雲によるピークの比は、良好に模擬されている。[B]については、シミュレーションは実験結果を詳細に説明するには至らないものの、位相π付近でピークを示した後に2次的なピークを示すという実験値の傾向については模擬されている。

7. 結 論

本研究では、振動流・一方向流共存場での砂漣上の浮遊過程における浮遊砂雲の役割の重要性に注目して、浮遊砂雲による浮遊砂生成過程と浮遊砂雲から解放された後の拡散過程の2段階の過程から成るシミュレーションモデルを提案した。浮遊砂雲の移動過程の簡便なシミュレーションを実施するとともに、生成項を有する拡散方程式により浮遊砂雲による浮遊砂生成効果を考慮した濃度分布の推定を試みた。

本章で得られた主要な成果を以下に要約する。

(1) $k-\epsilon$ 乱流モデルによる数値シミュレーションを用いて、振動流・一方向流共存場における砂漣上の流れ場の構造を推定した。非対称砂漣の場合、僅かな砂漣形状の非対称性により平均流速場の顕著な非対称性が誘起され、底面付近の流れ場の構造が大きく変化する様子が流れのシミュレーション結果から明らかとなった。

(2) 移動拡散源としての浮遊砂雲の運動を模擬するため、浮遊砂雲の中心部に「核」を想定し、「核」の運動を円柱の運動方程式を用いて模擬することを試みた。このシミュレーション結果は、可視化実験から得られた浮遊砂雲の移動軌跡をほぼ良好に説明するものであった。

(3) 確率過程モデルと拡散方程式の等価性を利用して、流れ場の数値シミュレーション結果から乱流 Schmidt 数の推定を試みた。乱流 Schmidt 数は時空間的に大きく変化し、その変化は特に底面付近で顕著で、流れ場の特性と砂粒子の運動特性とを考慮に入れた推定が重要であることが示された。

(4) 生成項を有する Murphy 型の拡散方程式により、浮遊砂雲からの浮遊砂生成を考慮した濃度場の数値計算を行った。シミュレーション結果を通じて浮遊砂雲の濃度形成における役割的重要性が確認されるとともに、濃度の点計測から得られた濃度時系列との比較から、本シミュレーションの有効性が確認された。

謝 辞：本研究にあたり、実験・データ整理に関して、当時の京都大学大学院生・仙波 克君（現、鹿島建設）、渡辺幹広君（現、鹿島建設）の協力を得たことを付記して、謝意を表する。

参考文献

- 1) 砂村継夫・阪東浩造・堀川清司：非対称砂漣上の砂移動機構と漂砂量に関する実験的研究、第25回海岸工学講演会論文集、pp.250-254, 1978.
- 2) 沢本正樹・山口清一：進行波による砂漣上の境界層流れおよび浮遊砂に関する研究、東京工業大学研究報告、No. 23, pp.1-30, 1978.
- 3) Sunamura: A laboratory study on-offshore transport of sediment and a model for eroding beaches, Proc. 17th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.1051-1070, 1980.
- 4) 早川典生・多仁正芳・涌井正樹：砂漣上の砂移動機構と岸冲漂砂量式の検討、第32回海岸工学講演会論文集、pp.288-292, 1985.
- 5) 沢本正樹・山口清一：波によって生じる砂漣近くの流れのモデル化と浮遊砂濃度の算定法、土木学会論文報告集、第288号、pp. 107-113, 1979.
- 6) 佐藤慎司・上原啓史・渡辺 明：乱流モデルによる砂漣上の振動流境界層の数値シミュレーション、第32回海岸工学講演会論文集、pp.26-30, 1985.
- 7) 辻本剛三・早川典生・市山 誠・福嶋祐介：砂漣を有する海底上の乱流構造に関する研究、土木学会論文集、第423号/II-14, pp.141-150, 1990.
- 8) Murphy, P.J.: Equilibrium boundary condition for suspension, J. Hydraul. Eng., ASCE, Vol. 111, No. 1, pp.1613-1640, 1984.
- 9) Launder, B.E. and Spalding, D.B.: The numerical computation of turbulent flow, Computer Method in Applied Mech. & Eng., Vol. 3, pp.269, 1974.
- 10) 沢本正樹：波状底面上の半無限領域の写像関数、土木学会論文報告集、第216号、pp.29-35, 1978.
- 11) 田中 仁・首藤伸夫：波状曲面上の一方向流を伴う振動流に関する実験、第31回海岸工学講演会論文集、pp.301-305, 1984.
- 12) 渡辺 明・先灘正成・磯部雅彦：波・流れ共存場における砂漣形状と漂砂量、海岸工学論文集、第36巻、pp.299-303, 1989.
- 13) Patankar, S.V. and Spalding, D.B.: A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows, Int. J. Heat Mass Transfer, 15, pp.1787, 1972.
- 14) Gosman, A.D. and Ideriah, J.K.: TEACH-T, A general computer program for two-dimensional, turbulent, recirculating flows, Dept. of Mechanical Eng., Imperial College of Technology, London S.W. 7, 1976.
- 15) 辻本哲郎：乱流による土砂輸送－浮遊砂の拡散係数に関する検討、第30回水理講演会論文集、pp.637-642, 1986.

(1992.12.3 受付)

SUSPENSION OVER RIPPLES IN OSCILLATION-CURRENT COEXISTING FLOW

Hitoshi GOTOH, Tetsuro TSUJIMOTO and Hiroji NAKAGAWA

Role of the sediment cloud is very important in sediment suspension over ripples in an oscillating flow field. In this paper, sediment suspension over ripples is divided into two subprocesses: (i) entrainment process from a bed by forming a sediment cloud, and (ii) diffusion process of sediment particles released from the cloud. Oscillation-current coexisting flow is simulated by $k-\epsilon$ model of turbulence, and the motion of a sediment cloud is traced on the simulated flow field. Numerical analysis of sediment suspension is performed by a diffusion equation with a source term, where a sediment cloud is regarded as a moving source of diffusion.