

不規則波群に伴う2次長周期波の湾水振動

喜岡 涉*・柏原謙爾**・岩垣雄一***

小規模な港湾において長周期振動を引き起こす原因を荒天時に不規則波群に伴って来襲する2次長周期波と考え、その応答特性を数値解析および水理実験によって調べた。数値解については、長方形湾に対して厳密である解析解とも比較することによって、共振による長周期波の増幅率の予測に関する適用性を明らかにした。同時に、実際のスペクトルを想定した不規則波計算も行い、狭帯スペクトルの仮定に基づく本解析方法の有用性を示した。

Key Words : harbour oscillations, harbour excitations, wave groups, second-order long waves

1. はじめに

外洋に面したマリーナ、漁港などの比較的小規模な港湾や細長い湾などでは、低気圧、台風の通過や冬期季節風による高波浪時に、周期数分の長周期振動が生じることがある。こうした長周期振動は、港内静穏度に悪影響を与え荷役作業に支障をきたすばかりでなく、船舶の係留を切断する場合もあることが報告されている^{1),2)}。また、高波浪を伴う高潮発生時には、長周期波の共振現象が越波量を増大させ災害を助長する可能性も考えられる。報告例にある港湾の固有周期は数分のオーダーであり、通常の風波の卓越周波数よりかなり長いことから、港内の海面振動の発生原因としては来襲する不規則波群に伴う長周期波の共振現象が考えられる。しかしながら、その共振メカニズムについては不明な点が多く残されており、こうした長周期振動を予測する手法も確立されていないことから、有効な対策方法を講じられないのが実状である。

外海から長周期波が開口部を通じて港内に侵入したときに起こる湾水振動の予測手法としては、すでに Ippen・Goda³⁾, Hwang・Tuck⁴⁾および Lee⁵⁾のものなどがあり、線形理論の枠内では確立されたものになっている。しかし、これらの理論モデルにおいては来襲する長周期波を津波のような自由長波として取り扱っているため、強制振動を引き起こす長周期波を不規則波群に伴う拘束波である2次長周期波とすると適用性に問題が残される。2次長周期波の湾水振動に関して理論的検討を最初に行ったのは Bowers⁶⁾である。彼は、非常に長い水路の一端に幅の狭い長方形湾の模型を設置し、2成分

合成波を入射させた実験を行い、港内では波群に拘束された長波のみならず自由長波も発生し、ある条件下ではこの自由長波が共振を引き起こすことを見い出した。湾内の自由長波は、湾口部における平均水位の不連続性によって生じることを示しているが、自由長波による湾水応答を線形理論に基づいて検討したにとどまっている。来襲する長周期波を2次のオーダーの非線形干渉によって生じる波とすると、その湾水応答の解析にあたっては基本的には非線形回折問題を解くことが必要となることから、喜岡ら⁷⁾は multiple-scale 摂動法を用いた理論的検討を行い、長方形湾の長周期振動特性に及ぼす波の非線形性の影響を調べている。ただし、解析理論においては長周期波のスケールに比べて小規模な港湾への適用を前提とした近似がなされており、高次モードの共振の予測については問題が残されている。Mei・Agnon⁸⁾は、multiple-scale 摂動法に基づき長方形湾に対して高次モードも取り扱うことのできる半解析解を示しているが、理論解の誘導にあたっては湾口の幅は波群中の個々の短周期波の波長に比べて十分に大きく、かつ長周期波の波長に比べると十分に小さいという条件が課せられている。最近になって Wu・Liu⁹⁾は長方形湾に適用は限られているが湾のスケールに対する制約を課さない半解析解を誘導して、具体的に2本の直線状の防波堤に防護された港湾における2次長周期波の応答特性を計算している。ただし、Wu・Liu も指摘しているように、彼らの方法を任意形状の湾に対して適用できるように拡張することはきわめて困難である。また、青木¹⁰⁾は Bowers⁶⁾と同様に2成分合成波を用いた水理実験を行い、長方形湾での長周期波の増幅率を具体的に求めている。

本研究では、任意形状の港湾に対して適用可能な喜岡ら⁷⁾の解析法を用いて、長周期水面振動の一般的な予測手法を検討するものである。解析に用いた基礎方程式と計算方法は前報⁷⁾のものと同様であるが、ここでは来襲

* 正会員 Ph.D. 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

** 学生員 名古屋工業大学大学院工学研究科

*** 正会員 工博 名城大学理学部長

する波群の入射角を任意に設定してあらたに定式化を行うとともに、長方形湾に対しては理論上の取り扱いが最も厳密である Wu・Liu⁹⁾との理論上の違いを明らかにしておく。次いで、水理実験により理論解の妥当性の検証を試みる。また、入射する長周期波も自由長波と見なし、完全に線形理論の枠内での予測値の有用性についても検討を加える。最後に、解析手法の前提となっている狭帯スペクトル近似についても理論的に調べて、一般的なスペクトル形状への適用性を明らかにする。

2. 解析理論

(1) 基礎方程式

不規則波群に伴う長周期波を、Longuet-Higgins・Stewart¹¹⁾に従って波群を構成する1次成分波の弱非線形干渉によって生じる2次のオーダーの波動成分とみなす。このとき、湾境界によって発生する回折波のうち長周期成分のものも非線形であり、不規則波群に拘束される成分と自由波として散乱する成分よりなることが予想される。こうした非線形回折問題を厳密に取り扱うことは多大な計算労力を必要とするため、ここでも喜岡ら^{7), 14)}と同様に multiple-scale 摂動法を用いて長周期波の表示式を誘導し、数値解析を行って湾水応答特性を調べることとする。

座標系としては $x-y$ 平面を図-1 に示すように静止水面と一致させ、 z 軸は鉛直上向きに正とする。定式化を簡潔にするため、波群の入射角は θ で 1 方向とし、水深は一定で h とする。multiple-scale 摂動法を適用するにあたって、波群を構成する個々の短周期波（搬送波）の波形勾配のオーダー量である微小パラメーター ϵ を用いて次の仮定を設ける。すなわち、短周期波の角周波数 ω 、波数 k に対して包絡波の角周波数 Ω 、波数 K のスケールはそれぞれ $\Omega^{-1} = O(\epsilon\omega)^{-1}$, $K^{-1} = O(\epsilon k)^{-1}$ で表わされるものとする。このとき、通常の独立変数 (x, y, z, t) のほかにゆっくりと変動する $(x_1, y_1, t_1) = (\epsilon x, \epsilon y, \epsilon t)$ を導入することによって、速度ポテンシャル Φ や水位変動 ζ はそれぞれ次のように波群を構成する短周期波の平均角周波数 ω についてフーリエ級数表示することができる。

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \sum_{m=-n}^n \phi_{nm}(x, y, z; x_1, y_1, t_1) e^{-im\omega t} \quad (1)$$

$$\zeta = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \sum_{m=-n}^n \zeta_{nm}(x, y; x_1, y_1, t_1) e^{-im\omega t} \quad (2)$$

ただし、上式の物理量は実数として示されるため、 $\phi_{n,-m}$, $\zeta_{n,-m}$ をそれぞれ ϕ_{nm} , ζ_{nm} の共役複素数とする。上式(1), (2)をラプラス方程式と、自由表面、水底、および湾境界 Γ における各境界条件式に代入して整理すると、 ϵ の各オーダーにおける基礎方程式を得る¹²⁾。

長周期の水位変動は2次のオーダーで現われ、短周期

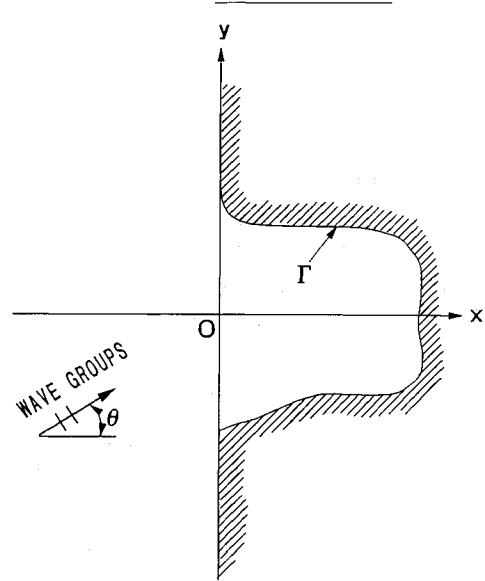


図-1 座標系と記号の定義

波のスケールについて時間平均したベルヌーイ式から次式のように与えられる。

$$\zeta_{20} = -\frac{1}{g} \left[|\nabla \phi_{11}|^2 - \frac{\omega^2}{g} \left(\phi_{11} \frac{\partial}{\partial z} \phi_{1,-1} + * \right) + \frac{\partial \phi_{10}}{\partial t_1} \right] \quad (z=0) \dots \dots \dots \quad (3)$$

ここに、* は括弧内の前項に対する共役複素数であることを示す。上式中、1次のオーダーの基本周波数 ϕ_{11} は次に示す通常の線形境界値問題を解くことによって求められる。

$$\nabla^2 \phi_{11} = 0 \quad (-h < z < 0) \dots \dots \dots \quad (4)$$

$$\frac{\partial \phi_{11}}{\partial z} - \frac{\omega^2}{g} \phi_{11} = 0 \quad (z=0) \dots \dots \dots \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi_{11}}{\partial z} = 0 \quad (z = -h) \dots \dots \dots \quad (6)$$

$$\frac{\partial \phi_{11}}{\partial n} = 0 \quad (\text{on } \Gamma) \dots \dots \dots \quad (7)$$

ここに、 ∂n は流体境界 Γ に対して外向法線方向の微分を示す。遠方 $x \rightarrow -\infty$ における1次ポテンシャル ϕ_{11}^W は、入射波および反射波の波群の包絡波形をそれぞれ A^I , A^R とすると、線形理論により次式で与えられる。

$$\phi_{11}^W = -\frac{ig}{2\omega} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} [A^I e^{i(k\cos\theta x + k\sin\theta y)} + A^R e^{-i(k\cos\theta x - k\sin\theta y)}] \dots \dots \dots \quad (8)$$

ただし、 ϕ_{21} についての非齊次方程式が解を持つ条件から、 A^I や A^R は1次成分波の群速度 $C_g = \Omega/K$ で伝播する任意の関数として次式で与えられる。

$$A^I = A(K \cos\theta x_1 + K \sin\theta y_1 - \Omega t_1) \dots \dots \dots \quad (9)$$

$$A^R = A(-K \cos\theta x_1 + K \sin\theta y_1 - \Omega t_1) \dots \dots \dots \quad (10)$$

ここで、湾境界 Γ によって生じる散乱波の速度ポテンシャルを ϕ_{11}^S とすると ϕ_{11} は $\phi_{11}^W + \phi_{11}^S$ と表され、

$\phi_{\text{II}}^{\text{in}}$ は式 (4)～(6) を満たすとともに次の境界条件と無限遠方での radiation 条件を満足する関数として与えられる。

任意形状の湾に対して上式を満足する ϕ_{11}^s は、通常、数值的に求めてやる必要がある。

次に、long-scale の運動を記述する ϕ_{10} については、Agnon・Mei^[3]の方法に従い 3 次のオーダーまでの連続式と式 (3) を用いて支配方程式を導くと次式を得る^[7]。

$$\frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial t_1^2} - gh \left(\frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial y_1^2} \right) = F(x_1, y_1, t_1) \dots \dots \dots (12)$$

ここに、

$$F(x_1, y_1, t_1) = \frac{\omega^2}{g} \frac{\partial}{\partial t_1} \left(\phi_{11} \frac{\partial \phi_{1,-1}}{\partial z} + * \right) - \frac{\partial}{\partial t_1} |\nabla \phi_{11}|^2 \\ + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(i\omega \frac{\partial \phi_{1,-1}}{\partial x} + * \right) \\ + \frac{\partial}{\partial y_1} \left(i\omega \frac{\partial \phi_{1,-1}}{\partial y} + * \right) \quad (z=0) \cdots (13)$$

式(12)の右辺の強制項 F は、 ϕ_{10} が long-scale (x_1, y_1, t_1) の関数であることから、式(13)の各項のうち short-scale で表わされる項は強制項として寄与しないことになる。すなわち、式(13)の ϕ_{11} には long-scale となる進行波成分(入射波成分と反射波成分)は含まれるが、湾境界によって生じる減衰散乱波は short-scale となるため除外しなければならない。Wu・Liu⁹⁾は、長方形湾を対象として ϕ_{11} を固有関数展開の形で求め、固有値が実数で与えられる進行波成分のみを取り出して強制項を算定している。しかしながら、一般的な形状の湾に対して同様な処理を行うことは困難であり、数値的に ϕ_{11}^S が求められた場合には short-scale について平滑化を行った上で式(13)を算定する必要がある。ここでは、前報⁷⁾と同様に、式(13)の算定には式(8)で与えられた ϕ_{11}^W のみを用いることとし、 ϕ_{11}^S による set-down 波 ϕ_{10} の励起は無視できるものとする。こうした近似が成り立つには、湾の代表長 l に対して包絡波の波長が十分に長く、 $Kl < O(1)$ という条件が課せられることになる。この場合には、set-down 波も入・反射波と湾境界による散乱波に分けて $\phi_{10} = \phi_{10}^W + \phi_{10}^S$ と置くことができて、 $\phi_{10}^W = \phi_{10}^I + \phi_{10}^R$ と ϕ_{10}^S に対する支配方程式はそれぞれ次の各式で与えられる。

$$\frac{\partial \phi_{10}^I}{\partial X^I} = \frac{1}{C_g^2 - gh} \left(\frac{2\omega^3}{k \tanh^2 kh} + \frac{C_g \omega^2}{\sinh^2 kh} \right) |A^I|^2 \dots \dots \dots (14)$$

$$\frac{\partial \phi_{10}^R}{\partial X^R} = \frac{1}{C_a^2 - gh} \left(\frac{2\omega^3}{k \tanh^2 kh} + \frac{C_g \omega^2}{\sinh^2 kh} \right) |A^R|^2 \dots \dots \dots (15)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_{10}^S}{\partial t_1^2} - gh \left(\frac{\partial^2 \phi_{10}^S}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi_{10}^S}{\partial y_1^2} \right) = 0 \dots \dots \dots \quad (16)$$

$$\frac{\partial \phi_{10}^S}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_{10}^W}{\partial n} = -\frac{\partial}{\partial n} (\phi_{10}^I + \phi_{10}^R) \quad (\text{on } \Gamma) \dots\dots\dots (17)$$

ただし、 X^I , X^R はそれぞれ包絡波の反射および入射方向を示す。上式から、包絡波の入射波形 A^I が与えられれば式 (14) と (15) からそれぞれ入射および反射方向へ C_0 で伝播する拘束波 (式 (12) の右辺の強制項 F に拘束される波) のポテンシャル ϕ_{10}^I , ϕ_{10}^R が求められ、境界条件式 (17) と radiation 条件を満たし式 (16) を満足する関数として、 $(gh)^{1/2}$ で伝播して行く自由波 (強制項 F の影響を受けない波) のポテンシャル ϕ_{10}^S を算定することができる。

湾内各点の長周期波の水位変動は、以上により与えられた ϕ_{11} および ϕ_{10} を用いて式(3)から算定することができる。

(2) 計算方法

ϕ_{10} の支配方程式 (14)～(17) から明らかなように、数値計算が必要となる ϕ_{10}^S に関する境界値問題は線形化されているので、1 次の散乱波ポテンシャル ϕ_{10}^S を求めたための従来の種々の計算方法をそのまま適用することが可能である。

ここでは、前報⁷⁾と同様に、湾口における境界形状の任意性の対応が比較的容易な Hwang・Tuck⁴⁾の方法を用いることとする。すなわち、式(8)の ϕ_H^* を z について変数分離して

$$\varphi_{11}^W = e^{i(k \cos \theta x + k \sin \theta y)} + e^{-i(k \cos \theta x - k \sin \theta y)} \dots \dots \dots \quad (18)$$

と置くことによって、対応する散乱波ポテンシャル φ_{11}^S は次式のように流体境界 Γ に沿う線積分で表わされる。

$$\varphi_{11}^s(x,y) = \frac{1}{4\pi} \int_F f(\xi,\eta) G(x,y;\xi,\eta) dF \dots \dots \quad (19)$$

ただし、 (x, y) , (ξ, η) はそれぞれ計算点およびわき出し点を示し、 f はわき出し分布関数である。グリーン関数 G は 0 次の第 1 種ハンケル関数 $H_0^{(1)}$ により次式で与えられる。

$$G = i\pi H_0^{(1)} [k((x-\xi)^2 + (y-\eta)^2)^{1/2}] \dots \dots \dots (20)$$

分布関数 f は Γ 上での境界条件式 (11) から次式により与えられる.

$$-f + \frac{1}{2\pi} \int_r f \frac{\partial G}{\partial n} d\Gamma = -2 \left(n_x \frac{\partial \varphi_{11}^W}{\partial x} + n_y \frac{\partial \varphi_{11}^W}{\partial y} \right) \quad (\text{on } \Gamma) \quad (21)$$

ここに, n_x , n_y はそれぞれ外向法線ベクトル n の x 方向, y 方向成分を示す.

一方の set-down 波の ϕ_{10}^S に対しても同様な方法を用いることができるが、計算にあたっては式 (9) の関数形 A が具体的に与えられて、式 (14) や (15) で与えられる ϕ_{10}^R と ϕ_{10}^P を包絡波の角周波数 Ω を用いてフーリエ級数表示しておく必要がある。具体的な計算としては 2 成分合成波を考えて、入射波群は次式のように正弦波で表されるものとする。

$$A^I = A_0 \cos K (\cos \theta x_1 + \sin \theta y_1 - C_g t_1) \dots \dots \dots (22)$$

ここで、包絡波の振幅 A_0 は、2成分合成波の各振幅が a_0 , δa_0 (振幅比が $1:\delta$) であるような合成波に対しては $A_0 = a_0(1+\delta)$ で与えられる。このとき、 ϕ_{10}^l と ϕ_{10}^R は長周期成分のみを考えるとそれぞれ $\phi_{10}^l e^{-2i\Omega t_1}$, $\phi_{10}^R e^{-2i\Omega t_1}$ と表されるので、対応する散乱波成分 $\phi_{10}^S e^{-2i\Omega t_1}$ は次の線積分で表すことができる。

$$\varphi_{11}^s(x_1, y_1) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma} f(\xi_1, \eta_1) G(x_1, y_1, \xi_1, \eta_1) d\Gamma \dots \quad (23)$$

ここに、グリーン関数 G は次式で与えられる.

$$G = i\pi H_0^{(1)} [2\Omega(gh)^{-1}((x_1 - \xi_1)^2 + (y_1 - \eta_1)^2)^{1/2}] \quad \dots \dots \dots \quad (24)$$

また、分布関数 f も同様に境界条件式 (17) から次式により与えられる。

$$-f + \frac{1}{2\pi} \int_r f \frac{\partial G}{\partial n} d\Gamma = -2 \left(n_x \frac{\partial \varphi_{10}^W}{\partial x_1} + n_y \frac{\partial \varphi_{10}^W}{\partial y_1} \right) \quad (\text{on } \Gamma) \quad (25)$$

積分方程式 (21) および (25) は数値的に解く必要があるが、その離散化の方法については Hwang・Tuck¹¹ に従った。本来は非線形の set-down 波に対しても 1 次ポテンシャルを解くための式 (21) と同様な式 (25) を解くだけでも、グリーン関数 (20) および (24) を比較してもわかるように、低周波数領域で解く式 (25) の方が分割要素数などの面でむしろ数値的には扱い易い。

3. 計 算 例

図-2に示すように、 x 軸に対称に一直線上に並んだ2本の防波堤をもつ長方形港湾に対して、入射波群の条件を変えた数値実験を行った。ただし、防波堤の厚さは常に $0.025 l$ とし、波群の入射方向は x 方向 ($\theta=0$) のみとした。このとき、入・反射による set-down 波の水位変動 ζ_{sw} は式 (14) および式 (15) より次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\tilde{\zeta}_{20}^W &= -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_{10}''}{\partial t_1} = \frac{1}{g} \left(C_a \frac{\partial \phi_{10}}{\partial X_I} + C_g \frac{\partial \phi_{10}^g}{\partial X_R} \right) \\ &= -\tilde{a}_{20}^W \cos 2Kx_1 \cos 2Qt_1 \dots \quad (26)\end{aligned}$$

ここに、短周期波の波速を C として振幅 a_{20}^W は次式で表わされる。

$$\tilde{a}_{20}^W = \frac{C_g^2}{gh - C_g^2} \cdot \frac{kA_0^2}{2 \sinh 2kh} \left(\cosh^2 kh \frac{C}{C_g} + \frac{1}{2} \right) \dots \dots \dots (27)$$

式(3)の右辺第1項と第2項の ϕ_{11} の自己干渉によって生じる寄与分を加えると、重複波動場における長周期波として次式を得る。

٢٣٦

$$a_{20}^W = \frac{gA_0^2}{gh - C_z^2} \left(\frac{C_g}{C} - \frac{1}{4} \right) \dots \dots \dots \quad (29)$$

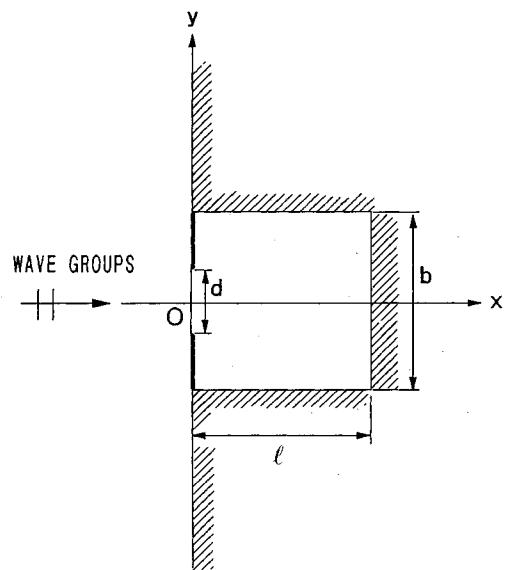


図-2 計算モデル

重複波の長周期成分の振幅 a_{20}^W に対する自己干渉項の寄与分は小さく、相対水深 kh の減少に伴って a_{20}^W は急増するが、これには set-down 波の振幅 \bar{a}_{20}^W の増加の寄与分がほとんどを占める¹⁴⁾

正方形港湾 $b/l=1.0$ で防波堤開口部を $d/l=0.4$ としたときの湾奥隅 ($x=l$, $y=-b/2$) における長周期波の振幅 a_{20} についての周波数応答を図-3 に示す。図では、同一条件下における Wu・Liu⁹⁾ の計算結果と比較するために、増幅率は彼らと同様に式(27) の set-down 波の振幅 $\bar{a}\%$ に対する比率として表示してある。搬送波の波数 k についての回折パラメーター kl と水深 kh の値は一定としているので、包絡波の波数 K についての回折パラメーター Kl を変化させることは波群を構成する搬送波の数 k/K を変化させることを意味する。

計算範囲においては2つのピーク(基本モード： $KI=0.45$ ，2次モード： $KI=1.90$)が現われ，2次モードのピーク値も基本モードのものにほぼ等しくなっている。実線で示したWu・Liuの計算結果と比べると，2次モードのピーク値はいくぶん大きく $KI>2.0$ では両者の差異は大きくなる傾向が見られるものの，両者は比較的よく一致している。計算値の差は，本計算結果においては無視された湾内での搬送波の応答に伴う拘束波の增幅または抑制によるもので， $KI<0(1)$ とした本解析法の近似による。図中の破線は，Wu・Liuが湾口における接続条件で拘束波成分をすべて除外して得た計算結果を示す。拘束波をはずして自由長波の応答を計算したことになるため，長周期波の角周波数は 2Ω でありこのときの自由長波の波数 k_0 は次の式(30)で与えられることから，同様な結果は横軸の KI を式(30)を用いて自由長波の回折パラメーター k_0l に換算して従来の線形

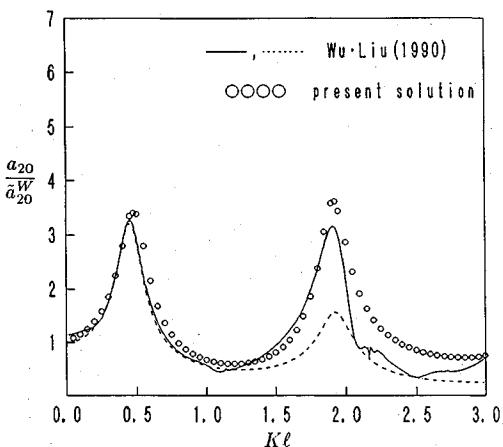
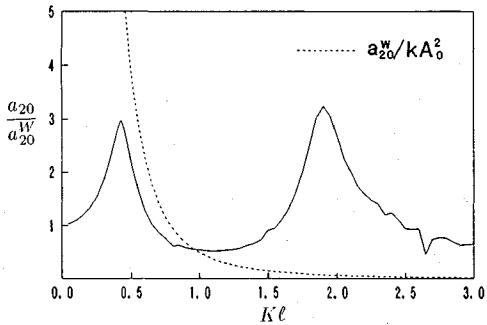
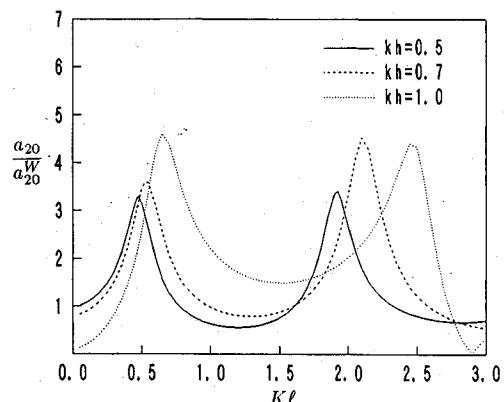
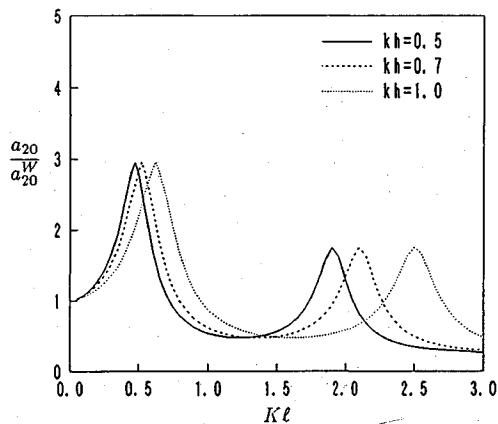
図-3 波群中の搬送波数を変化させたときの応答特性
($kl=40$, $kh=0.5$)図-4 波群長を変化させたときの応答特性
($k/K=10$, $h/l=0.025$)図-5 相対水深による応答特性の変化 ($kl=40$)

図-6 自由長波近似による湾水応答

理論の応答計算を行うことによっても得られる。

$$k_0 = \frac{C_g}{(gh)^{1/2}} (2K) \\ = \frac{(\tanh kh)^{1/2}}{(kh)^{1/2}} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) K \quad (30)$$

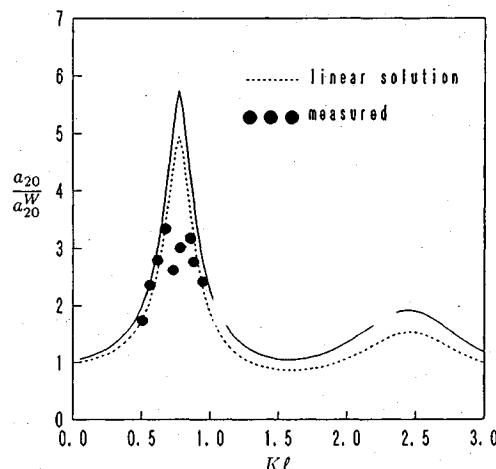
線形理論による近似は、本来、拘束波である振幅 \tilde{a}_{20}^W の長周期波を同一の振幅 a_{20}^W と角周波数 2Ω の自由長波と見なし、その増幅率を求めることがある。基本モード付近では自由長波による近似も近い値を与えており、2次モード付近ではかなり過小評価となっている。

図-4 は、波群中の波の数を 5 個で固定、すなわち $k/K=10$ で一定に保ったまま波群長を変化させたときの計算結果で、図-3 と同じ湾奥隅における長周期波の応答を式 (29) で与えられた重複波の長周期波の全振幅 a_{20}^W との比率で示したものである。この場合、 Kl に伴って kh の値も変化するため、図中の破線で示すように Kl の増加に伴って a_{20}^W の値も急激に減少する。計算結果は、ほぼ図-3 の結果と一致したものになっていることから、長周期波の湾水応答を支配するパラメータは Kl であることがわかる。

図-5 は、図-3 と同じ条件で相対水深 kh の値を変化させたときの計算結果で、全振幅 a_{20}^W に対する増幅率を示したものである。相対水深の影響は大きく、特に 2 次ピークが発生する Kl の値が kh の増加に伴い右へシフトしていく傾向が見られる。ピークの増幅率は kh の増加に伴って大きくなっているが、 kh の増加に伴って入射する長周期波の振幅自体が急激に減少するため、応答振幅そのものは小さくなる。図-5 の横軸の値を式 (30) から換算して自由長波の応答計算を行った結果を図-6 に示す。基本モードについては比較的良い近似を与えており、 kh が大きくなるとその近似度はわるくなる傾向が見られる。ただし、2 次モードについてもその共振周期は自由長波近似によるものと図-5 の結果はほぼ等しくなっている。

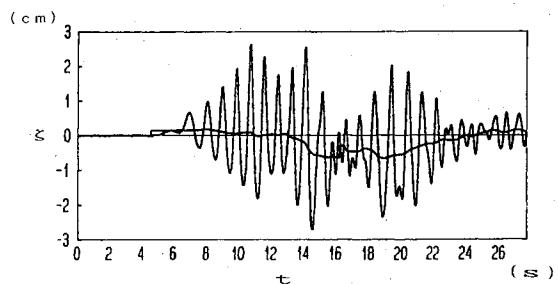
4. 実験結果との比較

実験には長さ 23 m、幅 0.6 m および高さ 1.2 m の両面ガラス張り造波水槽を用いた。ここでは非線形干渉によって生じる拘束長波を入射波として考えているので、2 次のオーダーまでを考慮した非線形理論に基づく造

図-7 長方形湾での実験結果との比較
($kh=0.91$, $kl=5.48$)

波^[15]を行う必要があるが、造波装置の都合上線形的な制御を行い、搬送波の周期 T は一定で 0.78 s および 1.0 s の2種類とし、個々の波の振幅変化の周期を変えることによって波群長を変化させた。包絡波の振幅 A_0 は常にほぼ 2 cm になるようにした。水深は一定で $h=45\text{ cm}$ としたが、入射する長周期波の振幅を増幅させるため途中に勾配 $1/20$ の斜面を設置し、斜面に続く水深 $h=10\text{ cm}$ の一様水深部に幅 $b=24\text{ cm}$ 、長さ l が 120 cm と 60 cm の2種類の長方形湾の木製模型を設置した。斜面とそれに続く $h=10\text{ cm}$ の一様水深部の長さはそれぞれ 3.5 m および 6.2 m である。湾模型と造波板間の多重反射の影響をできるだけ避けるため、波群の数は湾水応答がほぼ定常に達するに必要な $3\sim 4$ 個程度とした。長周期波の計測は、湾奥中央部の水位変動を記録することによって行い、搬送波の周期で移動平均をかけることによって長周期成分を抽出した。また、湾口を板で塞いであらかじめ重複波の長周期成分を測定し、その振幅に対する比率として增幅率を求めた。なお、波群周期は伝播過程で生じる radiation 波や速度分散の影響によって変わるので湾口部における時間波形から求めることとし、搬送波の周期が異なる波群の両端付近の波は除いて波群周期を読み取り Ω を算定した。

図-7 は、長さ $l=60\text{ cm}$ のケース、すなわち $b/l=0.4$ の長方形湾で $T=0.78\text{ s}$ のケースの実験結果を計算結果と比較したもので、包絡波の波数 K は Ω より $h=10\text{ cm}$ における値として微小振幅波理論より求めた。実験値は理論値と比べると、ピークの発生する kl はほぼ一致しているものの、全体に小さく現われている。図中の破線は kl を式(30)によって $k_0 l$ に換算した値に対する自由長波の応答曲線を示したもので、この場合もピークの発生する kl はほぼ一致している。理論値が過大となる原因としては、湾口における個々の波のエネル

図-8 湾口部における実験波形
($kh=0.91$, $kl=5.48$, $Kl=0.46$)

ギー損失や水槽側壁の影響が挙げられるが、搬送波の周期から判断するとこれらは2次的な要因と考えられ、造波時に生じた自由長波のほかに斜面によって生じた自由長波の影響^[16]によるものと考えられる。基本モードでは図-7に示したように自由長波もほぼ同じ応答特性を有するので、入射する長周期波の自由波成分と拘束波成分の位相差と振幅が与えられれば、両成分を考慮した応答の予測は可能であるが、計測結果から入射波の自由波成分と拘束波成分を分離することは困難であった。図-8は湾口における計測結果の一例で、拘束長波が式(28)で与えられるるとすると自由長波の位相は拘束波に対して 180° 近くずれていることになり、湾奥での増幅も両者の位相差によって小さく抑えられることが考えられるが、測定値から自由長波を分離することはできなかったので位相差の影響については明らかでない。

造波板付近の水深を深くとて、拘束長波以外の長周期波の入射をある程度まで抑制した同様な実験が、青木^[19]によって実施されている。青木の実験では、勾配 $1/10$ 斜面に勾配 $1/75$ 斜面を接続させてその上に幅 20 cm 、長さ $l=1.1\sim 4.0\text{ m}$ の長方形湾模型を設置し、2成分合成波を用いて湾奥中央での増幅率を測定している。入射波の条件は同じで湾長 l を変化させた実験を行っているので、数値計算においても同様に l を変化させて湾奥中央での増幅率を計算した。ただし、計算では水深 h は一定としているので、実験においても常に一定としている湾口における水深 $h=25\text{ cm}$ を用いた。図-9は、 $T_1=1.60\text{ s}$ 、 $T_2=2.01\text{ s}$ の2成分波による実験結果と計算結果を比較したものです。造波板付近の水深 $h=1.12\text{ m}$ におけるエネルギー平均値から求めた短周期波の代表振幅 $A_{rms}=2.03\text{ cm}$ のケースの結果を示す。計算にあたっては、搬送波の周期 T を $T=(T_1+T_2)/2$ として与えて $h=25\text{ cm}$ における波数 k を求め、微小振幅波理論による浅水係数を乗じて $h=25\text{ cm}$ での A_{rms} を求めてその値を $\sqrt{2}$ 倍して包絡波の振幅 A_0 とした。ただし、実験値の A_{rms} は湾長 l の変化によってほぼ $1.6\text{ cm}\sim 2.5\text{ cm}$ の範囲で変動していることと、2成分波の振幅比も $1:1$ とはならず変動していることから、計算結

果は平均的な値を与えない可能性がある。図の横軸の k_0 は長周期波の周期 $T_0 = 7.88$ s から求めた $h = 25$ cm での自由長波の波数を示しており、図中の実線で示した理論計算には図-7 とは逆に $k_0 l$ の値から式(30)より換算した Kl の値を用い、点線で示した自由長波の計算にはそのままの $k_0 l$ の値を用いている。図から、両理論値はほぼ一致するものの、両理論曲線ともに実験値と比べるといくぶん過大となっていることがわかる。この実験も斜面によって自由長波が生じるが、斜面勾配が 1/75 と小さく、また拘束波との位相差の影響が現われやすい一定水深部を設けていないために応答値に及ぼす自由長波の影響は図-7 の実験結果と比べると小さいものと推定される¹⁶⁾。ただし、搬送波の波長に対して湾口幅がより小さいので、湾入り口でのエネルギー損失による拘束波の振幅の減少は図-7 のものよりも大きく現われる可能性がある。また、回折パラメーター $k_0 l$ が大きいとき両理論値とも過小になるのは、実験では湾長 l の増加に伴い湾奥で水深が減少することによると考えられる。すなわち、水深減少分は湾内の平均水深で $kh = 0.55$ から 0.47 とわずかな範囲にとどまっているものの、その間に拘束波の振幅 a_{20} は約 1.6 倍になることによる。図に一点鎖線で示した理論値は水深 h として湾内の平均水深を用いた計算結果で、実線の $h = 25$ cm の結果と比べると $k_0 l$ が大きいときの実験値の傾向をよりよく再現している。

5. 不規則波計算

以上の解析は、入射波の 1 次スペクトルが狭帯域で定義されているという前提で行われているため、実際の不規則波への適用にあたってはスペクトル形状による影響を明らかにしておく必要がある。しかしながら、任意の周波数差の波に対して非線形干渉による 2 次長周期波の回折計算を行うことは極めて困難であるため、ここでは 2 次長周期波のうち入射成分のみに着目して 1 次のスペクトル形状に対する適用性の検討を行った。

計算には、次式で与えられる合田¹⁷⁾の 5 パラメーター型周波数スペクトルを用い、 $m=5$, $n=4$ として γ を可変とする JONSWAP 型のものを 1 次スペクトルとした。

$$S^{(1)}(f) = \alpha_1 H_{1/3}^2 T_p \left(\frac{f}{f_p}\right)^{-m} \exp\left[-\frac{m}{n}\left(\frac{f}{f_p}\right)^{-n}\right] \cdot \gamma \exp\left[-\frac{\left(\frac{f}{f_p}-1\right)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (31)$$

ここで、 $f_p = 1/T_p$ はピーク周波数で、 $f < f_p$ では $\sigma = 0.07$, $f \geq f_p$ では $\sigma = 0.09$ とし、比例定数 α_1 はスペクトルの 0 次モーメント m_0 と有義波高 $H_{1/3}$ の関係が $H_{1/3} = 4.004 (m_0)^{1/2}$ となるように決める。ピークの鋭さを変える γ の値は $\gamma = 1, 3.3$ および 10 の 3 種類とし、 $H_{1/3} = 1.0$ m,

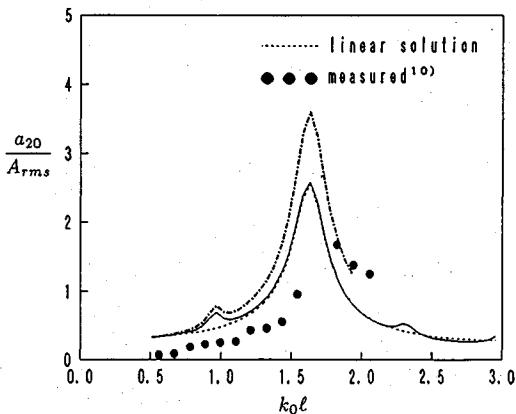


図-9 長方形湾での実験結果との比較
($kh = 0.59$, $kA_{rms} = 0.048$)

$T_{1/3} = 8$ s, 水深 $h = 5$ m とした。

狭帯スペクトルを前提としないいわゆる broad band の理論に基づく 2 次スペクトルの計算は浜田¹⁸⁾によって行われており、ここでも彼に従って次式を用いて計算する。

$$S^{(2)}(\lambda) = \int_0^\infty K(\omega, \lambda) S^{(1)}(\lambda - \omega) S^{(1)}(\omega) d\omega \quad (32)$$

上式の伝達関数 $K(\omega, \lambda)$ は浜田の論文に示されている。式(32)による結果と比較すべき narrow band の理論に基づく計算には、1000 個の周波数成分を用いて式(31)から不規則波をサンプリング間隔 0.2 s で 3300 s 間シミュレートして、その時間波形 A を用いて式(28)および(29)の入射成分に対応する次式¹¹⁾によって行う。

$$\zeta_0^{(2)} = -\frac{g}{gh - C_g^2} \left(\frac{C_g}{C} - \frac{1}{4} \right) (|A|^2 - \overline{|A|^2}) \quad (33)$$

ここに、 $\bar{\cdot}$ は時間平均を表し、 C と C_g は $T_{1/3}$ から求めた。

γ 値ごとの計算結果を図-10 に示す。図は長周期領域での 2 次スペクトルのみを示したもので、予想されたように γ 値が小さくスペクトルが相対的に broad となるケースでは両理論値の差異は大きくなっているものの、(a) の $\gamma = 1$ の結果においても式(33)による近似ははあるくはない。 γ 値が大きくスペクトルが鋭くなるほど長周期波の r.m.s. はいくぶん大きくなっている。

図-10 に示した narrow band 近似による計算結果を入射スペクトルと仮定して、図-4~図-6 で検討したような開口部 $d = 80$ m の 2 本の防波堤をもつ一辺が $l = 200$ m の正方形港湾の湾奥隅における長周期波の応答スペクトルを計算してみる。図-11 に周波数応答曲線の計算結果を示す。計算にあたって必要となる k , C および C_g の各値は $T_{1/3}$ から求め、回折パラメーター Kl は長周期波の周波数 f から $Kl = (\pi f/C_g)l$ として求めた。搬送波の周期を $T_{1/3}$ で代表させているので回折パラメ

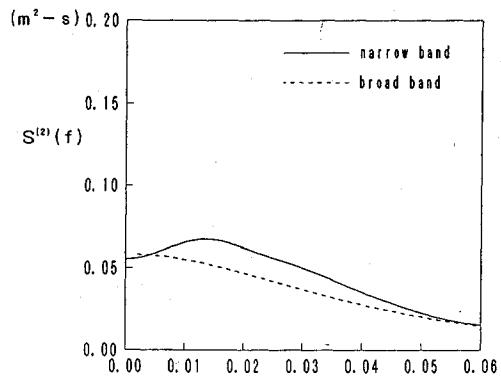
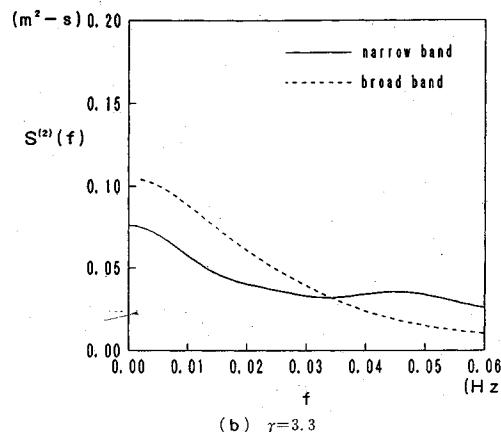
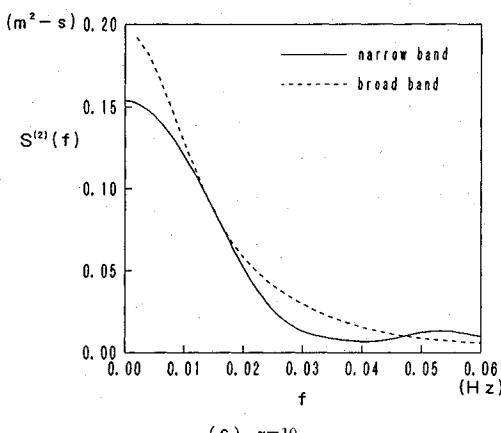
(a) $\gamma=1$ (b) $\gamma=3.3$ (c) $\gamma=10$

図-10 2次スペクトルの計算結果

ター kl は不变で $kl=23.7$ である。図に示した共振によるピークのうち高周波数側のものについては、理論解においては無視されている1次散乱波 ϕ_1^S による拘束長波の励起をもはや無視することはできなくなるため、計算結果はいくぶん応答値を過大または過小評価している可能性がある。周波数 f から自由長波の波数 $k_0=2\pi f/(gh)^{1/2}$

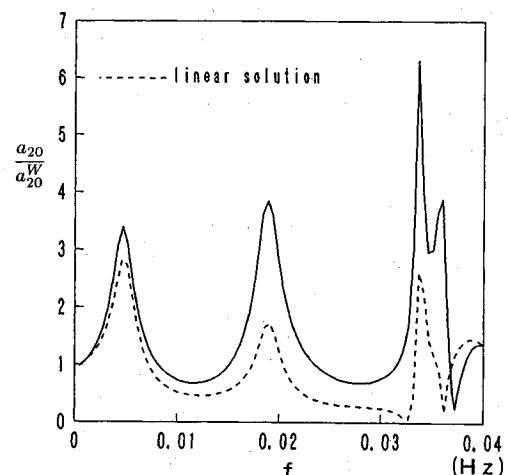


図-11 周波数応答の計算結果

を計算して、回折パラメーター k_0l について線形理論に基づき応答計算を行った結果を図中に点線で示す。最も低周波数側の基本モードについては、両理論による増幅率がほぼ等しくなっていることから、拘束波である長周期波の入射波スペクトルを自由長波と見なし、その応答を線形理論に基づき計算したスペクトルもほぼ同様な結果を与えることがわかるが、2次モード以上についてはかなり過小なものとなる。

周波数応答曲線は narrow band 近似下では回折パラメーター kl および kl と相対水深 kh のみに依存するので、港湾形状および水深 h が同じ場合には来襲する不規則波の $T_{1/3}$ が変わらなければ同一のものになる。また、自由長波近似による応答値は回折パラメーター k_0l のみに依存するので、 $T_{1/3}$ によっても変化しない。具体的な応答スペクトルは、図-10 に示したような長周期波の入射スペクトルが与えられればただちに算定することができる。一例として図-10 (c) に実線で示したスペクトルを入射スペクトル $S^{(2)}(f)$ と仮定し、重複波のスペクトル $4S^{(2)}(f)$ に図-11 の応答値の自乗を乗じて応答スペクトルを求め、基本モード付近 ($0 \leq f \leq 0.0125$ Hz) および 2 次モード付近 (0.0125 Hz $\leq f \leq 0.0275$ Hz) の応答スペクトルの積分値の平方根をとって長周期波の波形の r.m.s. を算定するとそれぞれ $(\zeta_{20})_{rms}=0.143$ m および 0.107 m となり、線形理論解を用いるとそれぞれ $(\zeta_{20})_{rms}=0.122$ m および 0.043 m と 2 次モードでは過小な値として評価される。なお、このときの入射波全体の長周期成分は、長周期波を $f \leq 0.045$ Hz と定義して入射スペクトル $S^{(2)}(f)$ から求めると、 $(\zeta_{20})_{rms}=0.052$ m である。来襲する不規則波の波高を $H_{1/3}=1.5$ m に変えてそのほかの計算条件は同じにしたまま 2 次スペクトルを求め、図-11 の結果を用いて同様な計算を行うと、入射波全体の長周期波は $(\zeta_{20})_{rms}=0.104$ m

となり、基本モード付近においては $(\zeta_{20})_{rms} = 0.247 \text{ m}$, 2次モード付近では $(\zeta_{20})_{rms} = 0.196 \text{ m}$ (線形理論解ではそれぞれ $(\zeta_{20})_{rms} = 0.190 \text{ m}$, 0.078 m) と, $H_{1/3}=1 \text{ m}$ の場合と比べてほぼ 2 倍に増加する。

6. おわりに

不規則波群に伴って来襲する長周期波が弱非線形干渉下における拘束長波と見なされる場合の湾水の応答解析を, multiple-scale 摂動法を用いて行い, その応答特性を調べた. 本解析法では, 港内で増幅または低減される個々の短周期波によって励起される拘束長波については厳密に取り扱っていないので, 予測値は高次モードの共振では過大または過小となる可能性がある. しかしながら, 任意形状の港湾でこうした拘束長波を厳密に取り扱うのは困難であり, 港内で水深が変化する場合にはさらに困難となることから, ここで示した解析方法は比較的小規模港湾における共振の予測に対して是有用であるといえよう. 拘束長波を自由長波と見なす線形理論による近似方法も, 相対水深が比較的小さい場合は基本モードについては有用であるといえるが, 2 次以上の高次モードでは過小評価する恐れがある.

水理実験による理論解の検証については, 実験値が基本モード付近のものに限られたことと, 造波上や水深変化に伴って発生する自由長波や水路内での多重反射系の制御といった実験上の問題から不明な点もあり, 定量的な比較については課題を残している. 2 次以上の高次モードの湾水応答に対する適用性については, 水理実験による検証はきわめて難しく, 現地観測データーを用いた検討が望まれる. なお, ここでは不規則波群を構成する個々の 1 次成分波は 1 方向から来襲するものとしているが, 2 次長周期波の湾水応答の定量的な評価には 1 次成分波の方向分散性の影響についても明らかにしておく必要があろう.

最後に, 本研究をまとめるにあたり, 大阪大学工学部青木伸一氏には実験データの詳細を直接ご教示いただいた. また, 本論文の査読委員には貴重なコメントを賜った. ここに感謝の意を表します. なお, 本研究は文部省科学研究費重点領域研究(1)(伊勢湾台風による高潮災害の解析と対策手法の研究, 代表 岩垣雄一)の補助を受けたことを付記して謝意を表す.

参考文献

- 1) 山本正昭・菅原輝男: 銚子漁港長周期波の現地観測, 第 26 回海岸工学講演会論文集, pp. 134~138, 1979.
- 2) 広瀬宗一・橋本典明: 田子の浦港における長周期波の特性, 第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 163~167, 1983.
- 3) Ippen, A. T. and Y. Goda: Wave induced oscillation in harbors: The solution for a rectangular harbor connected to the open-sea, Hydrodynamics Lab. Rep. No. 59, MIT, 90p., 1963.
- 4) Hwang, L. S. and E. O. Tuck: On the oscillations of harbours of arbitrary shape, J. Fluid Mech., Vol. 42, Part 3, pp. 447~464, 1970.
- 5) Lee, J. J.: Wave induced oscillations in harbors of arbitrary geometry, J. Fluid Mech., Vol. 45, Part 2, pp. 375~394, 1971.
- 6) Bowers, E. C.: Harbour resonance due to set-down beneath wave groups, J. Fluid Mech., Vol. 79, pp. 71~92, 1977.
- 7) 喜岡涉・飯田耕三・石田昭: 非線形長周期波の湾水振動, 第 35 回海岸工学講演会論文集, pp. 242~246, 1988.
- 8) Mei, C. C. and Y. Agnon: Long-period oscillations in a harbour induced by incident short waves, J. Fluid Mech., Vol. 208, pp. 595~608, 1989.
- 9) Wu, J. -K. and P. L. -F. Liu: Harbour excitations by incident wave groups, J. Fluid Mech., Vol. 217, pp. 595~613, 1990.
- 10) 青木伸一: 港内係留船の波浪動搖の予測とその低減化に関する研究, 大阪大学学位論文, 258p., 1990.
- 11) Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart: Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to 'surf beats', J. Fluid Mech., Vol. 13, pp. 481~504, 1962.
- 12) Mei, C. C.: The applied dynamics of ocean surface waves, Wiley-Interscience, 740p., 1983.
- 13) Agnon, Y. and C. C. Mei: Slow-drift motion of a two-dimensional block in beam seas, J. Fluid Mech., Vol. 151, pp. 279~294, 1985.
- 14) 喜岡涉・飯田耕三・水谷隆夫: 離岸堤まわりの長周期水位変動の変形特性, 海岸工学論文集, 第 37 卷, pp. 609~613, 1990.
- 15) 佐藤慎司・斎藤栄一・上月晃生: 波の連なりが漂砂量におよぼす影響に関する研究, 海岸工学論文集, 第 38 卷, pp. 246~250, 1991.
- 16) Mei, C. C. and C. Benmoussa: Long waves induced by short wave groups over an uneven bottom, J. Fluid Mech., Vol. 139, pp. 219~235, 1984.
- 17) 合田良実: 波浪の統計的性質に関する二, 三の数値的検討, 港湾技術研究所報告, 第 24 卷 2 号, pp. 65~102, 1985.
- 18) 浜田徳一: 表面波の 2 次干渉(2), 第 12 回海岸工学講演会論文集, pp. 1~6, 1965.

(1992.9.28 受付)

RESONANCE OF LONG WAVES IN A HARBOUR BY GROUPS OF SHORT WAVES
Wataru KIOKA, Kenji KASHIHARA and Yuichi IWAGAKI

Nonlinear resonance in a low-frequency range induced by incident wave groups is investigated numerically using the multiple-scales perturbation method. In the numerical analysis, the length of the harbour is assumed smaller than the long wavelength, but no other restrictions on the horizontal dimensions are imposed. Numerical results of the amplification factor for a rectangular harbour basin are compared with the experimental results. The agreements are, however, not satisfactory partially due to the difficulties in handling spurious free long waves. Random-wave numerical calculations are also carried out assuming the first-order spectrum of JONSWAP shape. The narrow-band approximation implied in the present analysis is found to be very acceptable in long-period harbour response problems.
