

投稿論文 (和文)
PAPERS

河道網構造に基づく最適追跡順番の決定法

陸 旻皎*・早川典生**・小池俊雄***

分布型降雨流出モデリングにおける河道網内の洪水追跡に関し、最適追跡順番を示す。本研究では近年広く使われるようになった擬河道網のようなツリー構造の河道網を対象とし、その論理構造を上流下流関係を記述するツリー構造と支川本川関係を記述する Horton-Strahler 位数で表現することにより、上流から下流へという基本的な追跡ルールに従い、Horton-Strahler 位数 ω の河道網の洪水追跡に必要なかつ十分なバッファ数が ω 個であることを理論的に示すと共に、計算機によって自動的に決定する方法を得る。

Key Words : distributed runoff model, optimal order of channel routing, channel network, tree structure, binary tree.

1. はじめに

地理情報システム (GIS, Geographical Information System) やリモートセンシング技術から得られる各種水文情報、例えばレーダー雨量計雨量、数値化された地形、地質、植生情報などの充実に伴い、河川流域の諸特性をより忠実に反映した流出解析が可能となってきた。近年では、数値地形モデル (Digital Elevation Model) をベースとする分布型降雨流出モデルの開発¹⁾⁵⁾ および応用⁶⁾⁷⁾ が盛んに行われるようになってきた。特に、グリッド型 DEM (Grid-based DEM) による地形表現に基づく分布型流出モデルが、リモートセンシングデータと GIS データとの整合性の良さ、効率的なデータ管理およびモデルの柔軟性から広く研究されている。

しかし、流域地形を表現する DEM の空間分解能の向上に伴い、流出量計算の単位面積の数が急激に増加し、単位面積内に発生した流出量の集中経路としての河道網における洪水追跡手法の確立が必要となる。河道網での洪水追跡は、洪水流の性質上、河道網の論理構造に従い、上流から下流へ順次計算して行かなければならない。流域分割数が小さいときには、この順番は人間のパターン認識能力により何気なく行われてきたが、流域分割数が大きくなるにつれ、計算機によって自動的に算定する必要性が出てきた。

また、流域分割数の増加により、各河道において入力および出力流量時系列を記憶させるための計算機メモリが膨大となり、計算機の計算能力だけでなく、計算機の記憶能力も大きな制約となる。メモリ不足がより緻密な分布型流出モデリングの障害となることも考えられる。河道網における最適追跡順番、つまり河道網の論理構造

を考慮し、かつ計算に必要な計算機メモリを最小化した追跡順番が分布型降雨流出モデリングにおいてきわめて重要である。

流域の自然境界を用いて流域を細分化する場合に、自然河川と同じような二分木構造を有する河道網を得ることが可能であり、それにおける洪水流の追跡順番の決定法については、高棹・椎葉⁸⁾の方法と Beven et al.⁹⁾の方法がある。高棹・椎葉の方法では、河道網の論理構造に基づいて、最適化が行なわれた。しかし、グリッド型 DEM に基づく分布型流出モデルでは、河道網がメッシュ点の標高 (DEM) から得られた擬河道網⁵⁾¹⁰⁾となり、その構造が二分木構造ではなく、多分木構造となる。上記の理論で対応するために、しきい値を設け、しきい値以上の集水面積 (あるいはメッシュ数) を有するもののみを河道と見なし、二分木構造を有する河道網を得る方法¹¹⁾¹²⁾と、長さ 0 の仮想河道を導入し、多分木構造を二分木構造に帰着させる方法が考えられるが、前者の場合に二分木構造の河道網を得るためのしきい値の設定基準が明らかではない。また、しきい値以下の部分を斜面として扱うことは細部の地形表現を困難にする。後者の場合には仮想河道の最適追跡順番および洪水追跡計算に与える影響について検討する必要がある。多分木構造の擬河道網から直接に追跡順番を決定する試みとして、伊藤⁶⁾、張⁷⁾と陸⁸⁾の研究があるが、最適化は行なっていない。本研究では、二分木構造と多分木構造をまとめてツリー構造と呼び、それを有する河道網に対応する最適追跡順番の一般的な決定法を示す。

2. 河道網の論理構造

(1) 河道網のツリー構造

河道網は一般に地図上の河川の集合体を指すが、分布型流出モデリングにおいて、数値地形情報から抽出した河道の集合体を指すことが多い。これらは一般に擬河道

* 工博 長岡技術科学大学建設系助手
(〒940-21 新潟県長岡市上富岡町 1603-1)

** Ph.D. 長岡技術科学大学建設系教授

*** 工博 長岡技術科学大学建設系助教授

網と呼ばれているが、本論文では、特に必要でなければ区別しないことにする。擬河道網の中では、河道は合流点（あるいは最上流点）から合流点までの、数値地形情報から抽出したベクトル群からなる。また、これらのベクトルで表されている河道区間は河道網のもっとも基本的な構成要素であり、それにおける洪水追跡が河道網内の洪水追跡の基本単位ともなる。本論文では、これらの河道区間を単位河道と呼ぶ。

数値地形情報から河道網を抽出する方法として、等高線 DEM (Contour-based DEM) を用いる方法^{13),14)}、グリッド型 DEM を用いる方法⁵⁾と TIN-DEM(Triangular Irregular Network DEM) を用いる方法¹⁵⁾がある。最近では、グリッド型 DEM から TIN-DEM を自動生成し、水の流れ方向の表現の精密化を計る研究¹⁶⁾もある。等高線 DEM および TIN-DEM を用いる場合に、河川の合流点を正確に表現することが可能であるために、二分木構造を有する河道網を得ることが可能であるが、グリッド型 DEM の場合に、メッシュ点でしか合流できないという制約から、三本以上の河川が合流するメッシュ点が多く見られ、得られる擬河道網は一般に多分木構造を有する。どの数値地形モデルから抽出する河道網もツリー構造を有することが分かる。本研究では、ツリー構造を有する河道網を対象とする。なお、二分木構造はその特例として扱う。

(2) 河道網における本川支川関係

理論的に、上流側の単位河道の洪水追跡をその下流側の単位河道より先に行うというルールさえ守れば、河道網における洪水追跡は可能である。しかし、ツリー構造で示される上流下流の関係だけで追跡順番を決めると、すべての単位河道での流量時系列を記憶させることが必要となることも考えられ、流域を細かく分割する場合に、計算機の記憶能力が分布型流出モデリングの物理的な制約となる可能性もある。この問題を解決する方法として、流量時系列を記憶するいくつかの一時的な記憶領域を設け、それを介して、各单位河道の追跡計算の入力および出力を行う方法がある。本研究では、この一時的な記憶領域をバッファ、そしてそれを介した入出力をバッファリングと呼ぶ。後述の理論で示されるように、効率的なバッファリングを行うには、ツリー構造の再帰的な構造を利用し、上流から下流へ、本川から支川へ、小河道網毎に追跡計算を行う必要がある。これは最適河道追跡順番を決定する際に、ツリー構造で示されている河道の上流下流関係の他に、小河道網の相互関係、つまり本川と支川の関係に関する記述が必要であることを意味する。本研究では、Horton-Strahler の河道位数^{17),18)}を用いて、河道網の本川支川関係を記述する。

この河道位数の概念は河道網を定量的に記述するために Horton¹⁷⁾ が提案し、Strahler¹⁸⁾ が改良したものであ

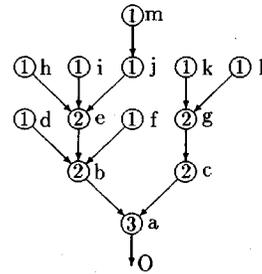


図-1 Result of this adapted stream ordering system

り、その位数化システムが以下ようになる。

1. 最上流河道の位数が1である。
2. 2本の同位数 ω の河道の合流によって位数 $(\omega + 1)$ の河道ができる。
3. 低位数の河道と高位数の河道の合流によって、高位数の河道と同位数の河道ができる。

このシステムは自然河川の河道網を定量的に研究するために考案されたもので、自然河川の二分木構造を前提としている。これを多分木構造を有する河道網に適用するために、本研究では以下のような拡張を行う。

1. 最上流河道の位数が1である。
2. 流入する河道の中に2本以上の河道が最高位数 ω をもつなら、位数 $(\omega + 1)$ の河道ができる。
3. 流入する河道の中に1本だけが最高位数をもつなら、その最高位数と同位数の河道ができる。

これらのシステムの2番目と3番目のルールはいずれも

$$\omega^d = \max(\omega_1^u, \omega_2^u + 1, \dots, \omega_m^u + 1) \dots \dots \dots (1)$$

で表される。ここで ω^d は合流でできる河道の位数で、 ω_i^u ($i = 1, 2, \dots, m$) は合流する河道の位数で降順に並べるとする。二分木構造は $m = 2$ にあたる。図-1はこの位数決定システムの概略を示すもので、丸の中の数字はその河道の位数を表している。

(3) 河道網に関する Horton の法則

Horton-Strahler の河道位数理論に基づき、以下のような Horton の法則と呼ばれる河川流域の地形則が得られている。

河道数則 $N_i = R_B^{1-i} \times N_1 \dots \dots (2)$

河道長則 $L_i = R_L^{i-1} \times L_1 \dots \dots (3)$

集水面積則 $A_i = R_A^{i-1} \times A_1 \dots \dots (4)$

河道勾配則 $S_i = R_S^{1-i} \times S_1 \dots \dots (5)$

ただし、 i は位数、 R_B, R_L, R_A, R_S は河道網の特性を表わす無次元量であり、それぞれ分岐比、河道長比、面積比、勾配比である。 N_i, L_i, A_i, S_i は位数 i の河道数、平均河道長、平均集水面積、平均勾配である。

本研究で拡張した Horton-Strahler の河道位数化システムを、魚野川、安曇川、永源寺川と高時川において、1/25000 地図上の実河道網とグリッド型 DEM から得られた擬河道網に適用して得られた結果が表-1 と図-2 に示されている。図-2 は魚野川の実河道網及び擬河道網の結果であり、位数の異なる河道網のデータを比較するために、横軸を最大河道位数と河道位数の差とした。この図から実河道網と擬河道網のいずれに対しても、地形形が成り立つことが分かる。また、表-1 に示されている擬河道網の分岐比、河道長比、面積比、勾配比値が実河道網の値にかなり近いことから、擬河道網が実河道網をよく表現していると言える。

3. 河道網における洪水追跡

本論文では、河道網における洪水追跡を、単位河道での追跡と各单位河道の追跡計算の順番の決定に分けて考える。

(1) 単位河道での追跡

a) 河道追跡の基礎方程式

河道流の基礎方程式、St. Venant の式が

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad \dots (6)$$

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} = i_0 - i_f \quad \dots (7)$$

である。ここに、 A : 流れの断面積、 Q : 流量、 v : 断面平均流速、 h : 水深、 q : 側方流入量、 i_0 : 河床勾配、 i_f : 摩擦勾配で、 t, x は時間と流下方向の距離である。しかし、この方程式を解くには計算時間がかなりかかる。そのため、実際に分布型流出モデリングを行う際に、式(7)の左辺を 0 とする Kinematic Wave 近似を用いることが多い^{4),5),6),7)}。式(7)の右辺の第一項と第二項を 0 とする拡散波近似を用いることもある¹⁾。

著者らの分布型流出モデル⁵⁾では

1. 単位河道が広巾矩形断面を有する。
2. 単位河道への側方流入を単位河道の上流端へ集中させても差しつかえがない。
3. 単位河道での洪水波が Kinematic Wave であり、Manning の抵抗則に従う。

とし、上記の方程式を

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \dots (8)$$

$$v = \frac{h^{2/3} i_0^{1/2}}{n} \quad \dots (9)$$

$$Q = Bhv \quad \dots (10)$$

に簡略化し、特性曲線法で洪水の追跡計算を行なっている。つまり、単位河道における各流量の伝達時間を計算し、その下流端への到達時刻を求める。そして、到達時間に従って流量を再配分し、下流端での流量時系列と得る。なお、後続流量が大きく、下流端にたどり着く前に先行する流量を追い越す場合には、特性曲線の交点を求め、そこで流量を合併させ、追跡を続行する。

b) 洪水追跡におけるバッファリング

本研究では、後に述べる各河道の入力バッファと出力バッファの番号を用いて、単位河道の入力および出力流量時系列のバッファリングを以下のように行う。

1. 入力バッファから上流側の単位河道からの流量時系列を得、そのバッファをクリアする。
2. 上流から流入する流量時系列に単位河道への側方流入を加算し、単位河道への入力流量時系列を得る。
3. 前記の河道追跡計算を行う。
4. 得られた下流端での流量時系列を出力バッファに加算する。

なお、初期状態では、すべてのバッファがクリアされているとする。このバッファリングにおいて、1 の手順のバッファクリアと 4 の手順の足し算により、単位河道の合流処理が自動的に行われる。

このように、各河道単位における入力及び出力流量時系列を記憶する計算機容量を省くことにより、洪水の追跡計算に必要な計算機メモリを減らすことが可能である。また、最適追跡順序を用いれば、必要となる計算機メモリを最小となる。

(2) 最適追跡順序の決定

ここでは、記述を簡単にするために、各单位河道にもその所属する河道と同じ位数を賦すると共に、河道網の位数をその最下流河道の位数で定義する。

a) 最小バッファ数に関する定理

[Theorem] ツリー構造を有する河道網の洪水追跡に必要な十分なバッファ数はその河道網の位数と等しい。

[証明] 河道網の位数 ω に関する数学的帰納法を用いる。 $\omega = 1$ の場合に、その河道を構成する各单位河道の入出力バッファの番号を 1 とすれば前節のバッファリングにより、河道網の追跡計算ができることは明らかである。ここで、 $\omega = n - 1$ のときにこの定理が成立するとして、 $\omega = n$ のときも成立することを示す。

まず $\omega = n$ の河道網の最下流単位河道が $m (m \geq 1)$ 本の河道の合流によってできるものとする。 i 番目の単位河道の位数は ω_i 、それより上流の河道網を K_i と記し、 $\omega_1 \geq \omega_2 \geq \dots \geq \omega_m$ とする。この場合に、以下の二つのケースが考えられる。

表-1 Constant characteristics of Uono River, Ado River, Eigenji River and Takatoki River

流域	データソース	単位河道数	最大位数	分岐比	河道長比	面積比	勾配比
魚野川 355.3km ²	1/25000 地形図	120	4	4.219	2.073	4.312	2.000
	100m DEM	36226	7	4.917	1.759	4.721	1.621
	141m DEM	18116	7	4.431	1.610	4.297	1.517
	国土数値情報	5349	6	4.396	1.531	4.394	1.736
	500m DEM	1452	6	4.344	1.671	4.611	1.885
安曇川 187.0km ²	1/25000 地形図	79	4	4.509	2.961	5.439	2.928
	100m DEM	18943	7	4.991	2.019	5.037	1.760
永源寺川 129.5km ²	1/25000 地形図	45	4	3.317	2.418	4.116	1.928
	100m DEM	13140	7	4.986	2.036	5.125	1.876
高時川 100.9km ²	1/25000 地形図	46	4	4.123	3.346	5.399	2.505
	100m DEM	10253	7	4.770	1.892	4.998	1.639

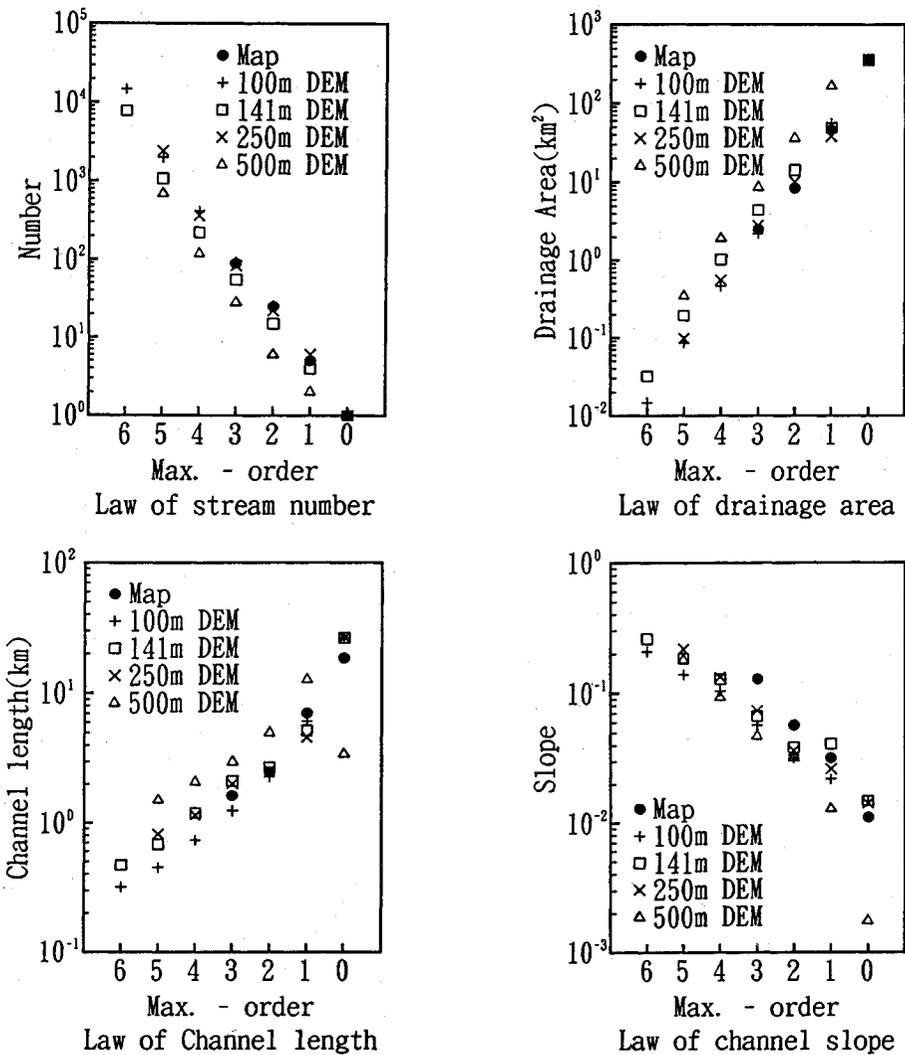


図-2 Horton Diagram

1. $\omega_i < n$ ($1 \leq i \leq m$)
2. ($\omega_1 = n$) and ($\omega_i < n$ ($1 < i \leq m$)).

ケース 1 の場合に、河道網 K_i ($i = 1, \dots, m$) を 1 から $\omega_i (< n)$ 番目のバッファを使って追跡計算し、その出力を n 番目のバッファに加算すれば、最下流河道の入力は n 番目のバッファから得ることができる。

ケース 2 の場合に、まず河道網 K_1 について考える。 K_1 についても、二つのケースがある。このように K_1 から繰り返し、 l 回上流へ遡って、ケース 1 となったとする。以下に上付き添え字で遡った回数を表わす。よって、 K_1^l の追跡計算は n 個のバッファでできる。 K_1^{l-1} の追跡計算は K_1^l を計算してから、残りの河道網 K_i^l ($i = 2, \dots, m$) を計算し、全ての計算結果を順に n 番目のバッファに加算すればよい。 K_1^l を先に計算することによって n 番目のバッファの競合を避けることができる。この手続きを繰り返すことにより、ケース 2 の場合でも n 個のバッファで追跡計算できることが分かる。

逆に、 n 個のバッファが必要であることを示すには、 $(n-1)$ のバッファでは、追跡計算が不可能であることを示せばよい。これは $(n=1)$ の場合、明らかである。

以上の証明により、ツリー構造を有する河道網の洪水追跡に必要なかつ十分なバッファ数はその河道網の位数と等しい。 [証明終]

b) 最適追跡順番の計算アルゴリズム

前節の証明から、各単位河道の入力バッファ番号にその位数を、出力バッファ番号にその下流単位河道の位数を与え、高位数単位河道から順次計算すれば、最適追跡順番、使用バッファ数の最も少ない追跡順番が得られることが分かる。本研究では、以下のアルゴリズムで最適計算順番を決定する。

1. 流域出口、河道網の最下流端を現在点とする。
2. 現在点に流入する単位河道の中で最も高位数の単位河道を探す。流入する単位河道が存在しなければ、4 の手順へ進む。ただし、河道網において単位河道が全部消えた時点で、計算を終了する。
3. 現在点をスタックへ一時退避し、現在点を新たに探し出した単位河道の上流端に移し、2 の手順へ進む。
4. 現在点 (座標或は単位河道番号) 及びその入出力バッファ番号を実行順番ファイルに書き出し、河道網からその単位河道を消す。そして、スタックから一つ前の現在点を取り出し、現在点をそれに移し、2 の手順へ進む。

ここで、スタックとは入れる順番と逆の順番でしか取り出せない記憶領域で、その大きさは最上流端から最下流

表-2 Determination of optimal routing order

CP	Stack	Output		
		point	B _{in}	B _{out}
O				
a	O			
b	O, a			
e	O, a, b			
h	O, a, b, e			
e	O, a, b	h	1	2
i	O, a, b, e			
e	O, a, b	i	1	2
j	O, a, b, e			
m	O, a, b, e, j			
j	O, a, b, e	m	1	1
e	O, a, b	j	1	2
b	O, a	e	2	2
d	O, a, b			
b	O, a	d	1	2
f	O, a, b			
b	O, a	f	1	2
a	O	b	2	3
c	O, a			
g	O, a, c			
k	O, a, c, g			
g	O, a, c	k	1	2
l	O, a, c, g			
g	O, a, c	l	1	2
c	O, a	g	2	2
a	O	c	2	3
O		a	3	

CP: current point
 B_{in}: Number of input buffer
 B_{out}: Number of output buffer

端までの単位河道数を取ればよいが、計算上は十分な大きな値を取っておけばよい。表-2は 図-1 に示す河道網にこのアルゴリズムを適用した場合の計算経過を示している。この計算例では、流入河道のサーチは左から始まるとしているが、理論上、洪水追跡に必要なバッファ数はサーチ順番に無関係である。

4. おわりに

本研究では、河道網のツリー構造及び Horton-Strahler 位数に基づく河道網の最適追跡順番に関する理論とその自動決定法が示され、位数 ω の河道網の洪水追跡がわず

か ω 個のバッファで実現できることが明らかになった。

分布型流出モデリングにおいて、計算機の計算能力の他に、メモリの不足も大きな問題であった。これは流域分割数とともに、河道網の位数が増加し、単位河道の数が急増するからである。Horton の河道数則により、位数 ω の河道網の河道数 N が

$$\begin{aligned} N &= 1 + R_B + R_B^2 + \dots + R_B^{\omega-1} \\ &= \frac{R_B^\omega - 1}{R_B - 1} \quad (4 \leq R_B \leq 6) \quad \dots (11) \end{aligned}$$

で、洪水追跡を行う単位河道の数がさらにその数倍である。本研究で示された最適追跡順番とバッファリング技術により、この問題が解決され、パーソナルコンピュータレベルでも、分布型流出モデリングが可能となる。表-1に示されている各河道網の単位河道数と最大位数から本方法の有効性が分かる。

参考文献

- 1) Abbott, M. B., Bathurst, J. C., Cunge, J. A., O'Connell, P. E. and Rasmussen, J.: An introduction to the European Hydrological System— Systeme Hydrologique European, 'SHE', 2: structure of a physically-based distributed modelling system, J. Hydrol., 87(1986)45-59
- 2) Fortin, J. P., Villeneuve, J. P., Guilbot, A. and Seguin, B.: Development of a modular hydrological forecasting model based on remotely sensed data, for interactive utilization on a microcomputer, IAHS Publ. no. 160, 1986.
- 3) Kouwen, N.: WATFLOOD: a micro-computer based flood forecasting system based on real-time weather radar, Canadian Water Resources Journal, Vol. 13, No. 1, 62-77, 1988.
- 4) 高棹琢馬・椎葉充晴・立川康人: 流域微地形に対応した準3次元斜面要素モデルと流域規模モデルの自動作製, 第33回水理講演会論文集, pp. 139-144, 1989.
- 5) 陸 旻皎・小池俊雄・早川典生: 分布型水文情報に対応する流出モデルの開発, 土木学会論文集, 第411号/II-12, pp. 135-142, 1989.
- 6) 伊藤 晃・笹本 誠・堺 茂樹・平山健一: 国土数値情報とレーダー雨量情報を用いた流出解析の自動化, 水工学論文集第36巻, pp. 671-676, 1992.
- 7) 張 旭紅・首藤伸夫・石川忠晴: 国土数値情報を用いる流出及び濁質発生量の解析, 水工学論文集第36巻, pp. 665-670, 1992.
- 8) 高棹琢馬・椎葉充晴: 河川流域の地形構造を考慮した出水系モデルに関する研究, 土木学会論文報告集第248号, pp. 69-82, 1976. pp. 677-684, 1992.
- 9) Beven, K., Calver, A. and Morris, E. M.: Institute of hydrology distributed model, Internal Report, Institute of Hydrology, Wallingford, 1987.
- 10) 川谷健・中野啓真・菊田勝之: 地表流出解析モデルへの地形要素の導入に関する研究, 土木学会第32回水理講演会論文集, pp. 43-48, 1988.
- 11) 嶋田啓一・山田 正・藤田陸博・洪 延芳: 流域の地形特性が降雨流出に及ぼす影響について, 土木学会第32回水理講演会論文集, pp. 43-48, 1988.
- 12) 宝 馨・高棹琢馬・溝渕伸一: 水文地形解析の自動化の試み, 土木学会第32回水理講演会論文集, pp. 25-30, 1988.
- 13) O'Loughlin, E. M.: Prediction of surface saturation zones in natural catchments by topographic analysis, Water Resources Research, Vol. 22, No. 5, pp. 794-804, 1986.
- 14) Moore, I. D., O'Loughlin, E. M. and Burch, G. J.: A contour-based topographic model for hydrological and ecological applications, Earth Surface Processes and Landforms, Vol. 13, pp. 305-320, 1988.
- 15) Palacios-Velez, O. L. and Cuevas-Renaud, B.: Automated river-course, ridge and basin delineation from digital elevation data, Journal of Hydrology, Vol. 86, pp. 299-314, 1986.
- 16) 高棹琢馬・椎葉充晴・立川康人・大江郁夫: Tin-DEM データ形式を用いた流域場情報システムの開発, 水工学論文集第36巻, pp. 677-684, 1992.
- 17) Horton, R. E.: Erosional development of streams and their drainage basins; hydrophysical approach to quantitative morphology, Bulletin of the Geological Society of America, Vol. 56, pp. 275-370, 1945.
- 18) Strahler, A. N.: Hypsometric (area-altitude) analysis of erosional topograph, Bulletin of the Geological Society of America, Vol. 63, pp. 1117-1142, 1952.

(1992. 7. 28 受付)

DETERMINATION OF OPTIMAL ORDER OF CHANNEL ROUTING CONSIDERING STRUCTURE OF CHANNEL NETWORK

Minjiao LU, Norio HAYAKAWA and Tosio KOIKE

The objective of this paper is to show a theoretical approach to the determination of optimal order of channel routing within a channel network. The channel network with tree structure, widely used in distributed hydrological modelling, is studied. In addition to tree structure, the structure of drainage system which indicates the relation of upstream subnetworks is used to represent its logical structure. Under the basic rules of channel routing, namely from upstream to downstream, the theory about optimal order of channel routing is established, and an algorithm to obtain this order automatically is developed by considering the logical structure of channel network. The result shows that for a channel network with Horton-Strahler order ω , necessary and enough number of buffers storing series of discharge is only ω .