

# 逆定式化による土留め逆解析法

巢元利博\*・森 嘉仁\*\*・中尾安行\*\*\*

土留め壁の安全管理に関して、現場において、より早く、より安定的に不確定未知量を推定する方法として、簡易モデルを用いた逆定式化による逆解析法を提案した。

そして、その解の妥当性についていくつかの計算例によって検討を行い、変位や軸力について実用的な範囲の解が得られることを示した。

最後に実測例との比較を行い、予測が安全側となることを示した。

**Key Words**: retaining wall, back analysis, inverse formulation method

## 1. ま え が き

地下空間の開発の機運の高まりの中で、土留め工事において安全性の高い施工への要望も増大しつつある。土留め工事においては施工の対象が地盤であり、掘削にともなって壁体に作用する荷重等不確定な要因が多く、これが工事の安全性に対する障害となり、ひいては工事全体の経済性にも影響を及ぼすこととなる。

このような地盤特有の不確定性に対処する方法として、従来より施工の進捗と並行して計測を行い、その結果を適切に評価して安全で経済的な施工を進めようとする情報化施工が提案され、現在広く行われるようになってきている。その場合の一般的な用いられ方としては、計測によって得られたデータより推定される構造物の挙動（変位や応力）が事前の設計結果や許容値の範囲内に収まるか否かをチェックするという、いわゆる現状管理評価が主流であった。しかし、解析技術の発展につれて現在では計測データを基に、元来事前把握の困難な荷重等の不確定要因を推定し、その結果を用いて次段階の施工の安全性等を推定しようという試みも行われるようになってきている。

この計測データを基に荷重等を推定しようとする方法は逆解析と呼ばれ、その手法の定式化に着目すれば大きく二つに分けることができる<sup>1)</sup>。一つは、構造体の順解析プログラムに対して数値計画法の最適化手法を適用し、未知パラメータを仮定して得られた結果による評価関数（計測変位と計算変位の誤差の自乗和が用いられることが多い）が最小となるように未知パラメータを修正し、繰り返し計算により最適パラメータを求めようとする

もので、直接定式化法<sup>2)</sup>と呼ばれる。この方法は構造体の順解析プログラムをブラックボックスのまま使え、また非線形問題にも適用できるという利点を有し、その応用範囲は極めて広いものの、繰り返し計算を必要とするため未知パラメータの数が多い場合計算時間に問題を残す。

一方、構造体の順解析の考えに従って通常の構造解析の逆の定式化を行い未知パラメータを求めようとする逆解析手法もあり、これは逆定式化法<sup>3)</sup>と呼ばれている。

この方法は求めようとする未知パラメータと計測データとが線形関係でなければそのメリットを失うという欠点を有するが、この線形関係が成立する場合は未知パラメータに関する連立一次方程式を一回解くだけで最適解を求めることができ、前述の直接定式化法に比べて計算時間の点で有利な方法である。

また、ベイズ理論による確率論的方法を用いて未知パラメータの推定を行う拡張カルマンフィルターによる逆解析も土留め工事の計測管理に用いられている<sup>4)</sup>。

本論文では、計測結果を現場の施工に迅速にフィードバックすることを目的とし、現場でのリアルタイムの対応が可能で、早く、より安定した解が求まり、次段階の予測にもその解の適用が可能のようにモデルを簡略化した、逆定式化法による逆解析手法について、その定式化と得られた結果の考察を行う。

## 2. 逆定式化法による現状逆解析

### (1) 荷重の変化点を掘削面とした場合

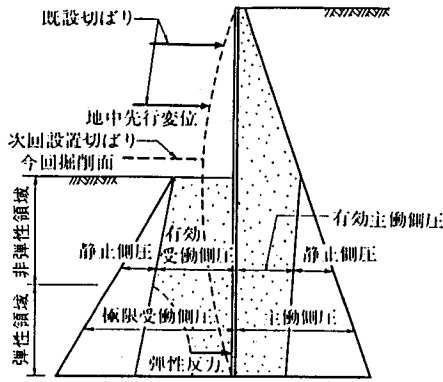
#### a) モデル化

掘削の対象となる地盤は通常不均質であり、作用荷重も同様であるとは限らない。しかし、マクロ的に考えれば、地盤は大きく掘削面より上方の部分と、掘削面下方の塑性域及び弾性域とに3分割され、その区間での荷重が土留め壁に変形を生じさせているととらえることがで

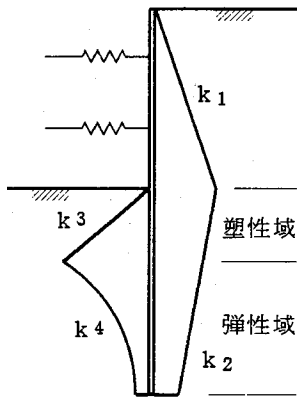
\* 正会員 (株) 大本組技術本部技術研究所技術一課課長  
(〒103 東京都中央区日本橋本町 3-5-11)

\*\* 正会員 (株) 大本組岡山支店第一営業部

\*\*\* 正会員 (株) 大本組技術本部技術研究所技術一課



図一 弾塑性法の概念図<sup>5)</sup>



図二 モデル図 (荷重の変化点が掘削面)

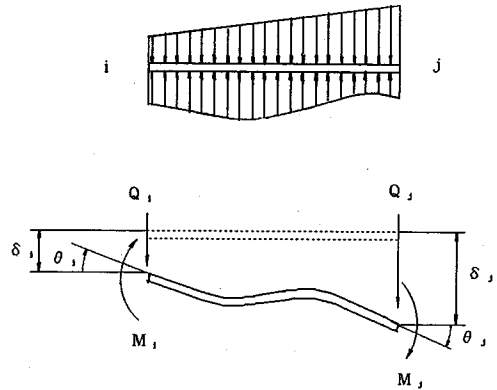
きる。土留め壁の断面計算に用いられる弾塑性法の概念図を図一に示す。同図を参考にして本逆解析における簡略モデルを図二のように定め、求めるべき未知情報として、掘削面上の主動側圧の勾配 ( $k_1$ )、掘削面下の有効主動側圧の勾配 ( $k_2$ )、塑性域における有効受働側圧の勾配 ( $k_3$ )、弾性域における水平方向地盤反力係数 ( $k_4$ ) の4つを選定した。

モデルの仮定条件等は以下の通りである。

- ① はり要素モデルを用い、変位関数を3次式と仮定して定式化を行う。
- ② 解析領域を、図に示すように大きく3つに区分する。  
この場合、各区分境界において、荷重強度は連続するものとする。
- ③ 未知パラメータは上述のように荷重に関する4個とする。
- ④ 切りばり設置点はばね支点としてばね定数と初期変位を与えることによりモデル化する。
- ⑤ 土留め壁の曲げ剛性は一定値で既知とする。

b) はり要素の節点変位・作用荷重関係式

土留め壁をはり要素と考えて、仮想仕事の原理により節点変位と作用荷重との関係式を導く。この場合、はり



図三 弾性域要素に作用する荷重および節点変位、節点荷重

に作用する荷重として、土留め壁背面からの作用荷重として台形分布荷重を、また掘削面側からの作用荷重として塑性域では台形分布荷重を、弾性域では壁の変位形状に比例した曲線形状荷重を仮定する。図三に弾性域におけるはり要素に作用する荷重と節点荷重及び節点変位を示す。

本逆定式化においては最終的に未知パラメータの線形結合の形で任意点変位を表現し、それと計測データとの誤差の2乗和を最小にするように未知パラメータを決定するため、任意点変位を未知パラメータの線形結合で表現することが必要となる。求めようとする未知パラメータのうち  $k_1, k_2, k_3$  の3つは、それ自体が直接荷重の強度を表すものであり、変位はそれらの荷重の線形結合で表現することができるため、任意点変位  $\{y\}$  と未知パラメータ  $k_1, k_2, k_3$  の間には、次の線形関係が成立する。

$$\{y\} = \{\alpha\}k_1 + \{\beta\}k_2 + \{\gamma\}k_3 + \{\varepsilon\} \dots \dots \dots (1)$$

一方、未知数  $k_4$  は直接荷重の強度を表すものではなく、弾性域の変位 ( $\{y_e\}$ ) との積が荷重強度となる。従って、 $k_1, k_2, k_3, k_4$  を考慮した場合の任意点変位  $\{y\}$  は、

$$\{y\} = \{\alpha\}k_1 + \{\beta\}k_2 + \{\gamma\}k_3 + [\delta]\{y_e\}k_4 + \{\varepsilon\} \dots \dots \dots (2)$$

となるため、変位  $\{y\}$  を未知パラメータ  $k_1 \sim k_4$  の線形結合で表現することができなくなる。すなわち式 (2) において左辺  $\{y\}$  の部分ベクトルである  $\{y_e\}$  が右辺第4項に存在している。この点を解消するために、計測変位データを用いて弾性域における変位曲線の近似を行い、得られた値  $\{y_0\}$  を式 (2) 右辺第4項の弾性域変位  $\{y_e\}$  の近似値として採用する。すなわち、式 (2) 右辺第4項の弾性域変位  $\{y_e\}$  を、入力データより得られる  $\{y_0\}$  によって近似し、この変位と相似形の地盤反力が生じると仮定すると任意点変位  $\{y\}$  は近似的に、

$$\{y\} \doteq \{\alpha\}k_1 + \{\beta\}k_2 + \{\gamma\}k_3 + [\delta]\{y_0\}k_4 + \{\varepsilon\} \dots \dots \dots (3)$$

表一 はり要素の変位-荷重関係式対応表 (荷重の変化点が掘削面)

	掘削面より上方	掘削面下塑性域	掘削面下弾性域
$[K_e]$	$[C^{-1}]^T[B][C^{-1}]$	同左	同左
$\{f_1\}$	$[C^{-1}]^T(x_1\{L_1\}+\{L_2\})$	$x_0[C^{-1}]^T\{L_1\}$	同左
$\{f_2\}$	0	$[C^{-1}]^T(x_1\{L_1\}+\{L_2\})$	同左
$\{f_3\}$	0	$-[C^{-1}]^T(x_1\{L_1\}+\{L_2\})$	0
$\{f_4\}$	0	0	$-[C^{-1}]^T[S][C^{-1}]\{\delta_0\}$
	$x_1$ ははり要素の上部点の座標	$x_0$ は掘削面の座標	$x_1$ ははり要素の上部点の掘削面を基準とした時の座標

となる。 $\{y_0\}$ は既知量となるので任意点変位 $\{y\}$ と未知パラメータ $k_1 \sim k_4$ の間に線形関係が成立することとなる。すなわち、弾性域において入力データより求められた変位形状に相似形の地盤反力が生じると仮定することによって、未知パラメータの線形性が確保される。仮想仕事の原理より導かれるはり要素の節点変位と作用荷重との関係を示す基本式は、次式によって表される。

$$[C^{-1}]^T[B][C^{-1}]\{d_0\} = \{f_0\} + a[C^{-1}]^T\{L_1\} + b[C^{-1}]^T\{L_2\} - k[C^{-1}]^T[S][C^{-1}]\{d_0\} \dots (4)$$

ここに、

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & L & L^2 & L^3 \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \quad [B] = EI \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4L & 6L^2 \\ 0 & 0 & 6L^2 & 12L^3 \end{bmatrix}$$

$$[S] = \begin{bmatrix} L & L^2/2 & L^3/3 & L^4/4 \\ L^2/2 & L^3/3 & L^4/4 & L^5/5 \\ L^3/3 & L^4/4 & L^5/5 & L^6/6 \\ L^4/4 & L^5/5 & L^6/6 & L^7/7 \end{bmatrix}$$

$$\{L_1\} = \begin{bmatrix} L \\ L^2/2 \\ L^3/3 \\ L^4/4 \end{bmatrix} \quad \{L_2\} = \begin{bmatrix} L^2/2 \\ L^3/3 \\ L^4/4 \\ L^5/5 \end{bmatrix}$$

- $a, b$ : 分布荷重を表す係数
- $k$ : 地盤反力係数
- $EI$ : 壁の曲げ剛性
- $L$ : はり要素長

- $\{d_0\}$ : 節点変位 ( $=\{\delta_i, \theta_i, \delta_j, \theta_j\}^T$ , 図-3参照)
- $\{f_0\}$ : 節点荷重 ( $=\{Q_i, M_i, Q_j, M_j\}^T$ , 図-3参照)
- $\{d_0\}$ : 実測データを最小自乗処理して得られるはり要素の計算節点変位 (既知量)

式(4)における $a, b, k$ は各領域ごとに未知パラメータ $k_1, k_2, k_3, k_4$ によって表され(表-1参照)、はり要素の節点変位と作用荷重(未知パラメータ)との間の関係式は、次の形で表すことができる。

$$[K_e]\{d_0\} = \{f_0\} + k_1\{f_1\} + k_2\{f_2\} + k_3\{f_3\} + k_4\{f_4\} \dots (5)$$

c) 系全体のつりあい式

前節で求められた各要素ごとの変位-荷重関係式を重ね合わせるにより、系全体のつりあい式を求める。

$$[K]\{d\} = \{F\} + [A]\{k\} \dots (6)$$

ここに $[K]$ : 構造全体剛性マトリクス

$\{d\}$ : 節点変位ベクトル

$\{F\}$ : 節点荷重ベクトル

$[A]$ : 未知パラメータに関するマトリクス

$\{k\}$ : 未知パラメータベクトル

b) 実測変位データと未知パラメータを結び付ける観測方程式

3次式に仮定した変位関数の式を用いると、実測変位ベクトル $\{y\}$ と節点変位ベクトル $\{d\}$ とを結び付ける次式を得る。

$$\{y\} = [T]\{d\} \dots (7)$$

ここに $[T]$ : 実測変位と節点変位を結び付けるマトリクスで変位関数の座標変数に対応点の座標値を代入して得られる。

式(6)と式(7)を用いて、実測変位データ $\{y\}$ と未知パラメータ $\{k\}$ との関係式を導く。

各々の境界条件に応じて変位ベクトル $\{d\}$ を既知変位ベクトル $\{d_2\}$ と未知変位ベクトル $\{d_1\}$ に分けると式(6)および式(7)は次のように表される。

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \{k\} \dots (8)$$

$$\{y\} = [T_1 T_2] \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

式(8)を展開すると、

$$[K_{11}]\{d_1\} + [K_{12}]\{d_2\} = \{F_1\} + [A_1]\{k\} \dots\dots\dots (10)$$

$$[K_{21}]\{d_1\} + [K_{22}]\{d_2\} = \{F_2\} + [A_2]\{k\} \dots\dots\dots (11)$$

式(9)を展開すると、

$$\{y\} = [T_1]\{d_1\} + [T_2]\{d_2\} \dots\dots\dots (12)$$

式(10)を未知変位ベクトル $\{d_1\}$ について解いて、その結果を式(12)に代入すると、実測変位データ $\{y\}$ と未知パラメータ $\{k\}$ を結び付ける次の観測方程式を得る。

$$\{y\} = [T_1][K_{11}]^{-1}[A_1]\{k\} + [T_1][K_{11}]^{-1}\{F_1\} + [[T_2] - [T_1][K_{11}]^{-1}[K_{12}]]\{d_2\} \dots\dots\dots (13)$$

上式を簡略に次式で表す。

$$\{y\} = [X]\{k\} + \{z\} \dots\dots\dots (14)$$

式(14)を最小自乗法処理することによって、未知パラメータ $\{k\}$ を求めることができる。

e) 最小自乗法による未知パラメータの求解<sup>6)</sup>

2.(1)a)節において仮定した荷重強度の連続性より、未知パラメータのうち、 $k_3$ と $k_4$ の間には弾塑性境界において受働側圧と地盤反力が等しいという条件式が成立しなければならない。

未知パラメータに関するこれらの条件式を次式の形で表すことにする。

$$[B]\{k\} = \{b\} \dots\dots\dots (15)$$

従って、観測方程式(14)に対して、式(15)で示される条件方程式を満足するような最適解を最小自乗法によって求めることとなる。ここに、条件式の数は未知パラメータの数より少なくなければならない。

まず、条件式を無視して式(14)に最小自乗法を適用して、未知パラメータの近似解を求める。

式(14)の両辺に $[X]^T$ を乗じて $\{k\}$ について解けば、それが近似解 $\{k'\}$ となる。求められた $\{k'\}$ を新たな測定値と見なして、式(15)で表される条件式を満足するように調整測定値を求めれば、それが条件付きの最小自乗法の解を与えることとなる。

$$\{k'\} = ([X]^T[X])^{-1}[X]^T(\{y\} - \{z\}) \dots\dots\dots (16)$$

$$\{k\} = \{k'\} + ([X]^T[X])^{-1}[B]^T[B]([X]^T[X])^{-1}[B]^T)^{-1}(\{b\} - [B]\{k'\}) \dots\dots\dots (17)$$

式(17)が未知パラメータ $\{k\}$ の最確値を与える。

f) 塑性深さの逆解析法

本研究における逆解析手法は逆定式化法を採用している。これは、観測データと未知パラメータとを結び付ける関係式を導出し、その関係式が線形となるように近似的な仮定を設けて、基本的には1回の計算のみにて未知パラメータを求めようとするものである。例えば、本質

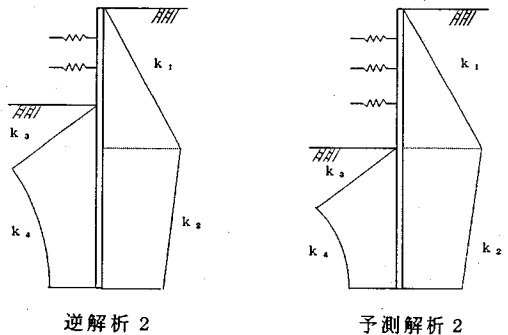
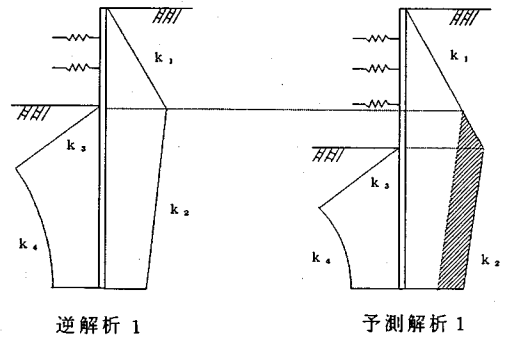


図-4 解析1と解析2の差違

的には変位に対して非線形の関係にある地盤反力係数に対しては、実測データによる変位形状に相似な形で地盤反力が生じると仮定することにより、変位との間に線形関係が成立するようにしている。しかし、弾塑性深さに関しては反復計算を回避できる適切な方法が見あたらず、これを未知パラメータとした場合には反復計算を行わねばならない。すなわち、弾塑性深さを仮定して他の未知パラメータに関する最適解を求め、その時の計算変位と計測変位の誤差の自乗和が最小となるように、弾塑性深さを修正しなおして、繰り返し計算を行うこととなる。この場合の修正法は、直接定式化法で用いられている最適化手法の基本である1次元探索法による。

(2) 荷重の変化点を次段階掘削予定面とした場合

前節の方法により求められた未知パラメータを用いて次段階掘削時の土留め壁の変形や切りばり軸力を予測する場合、次段階掘削予定面より上方の主働側圧の勾配、次段階掘削予定面より下方の有効主働側圧の勾配、塑性域における有効受働側圧の勾配、弾性域における水平方向地盤反力係数として、逆解析で得られた値をそのまま採用する(以下、本法を解析1と呼ぶ)と、主働側の側圧が大きめに評価されて、過大な土留め壁の変形や切りばり軸力を与える傾向となりがちであった。このため、現状解析と次段階予測解析において、主働側の側圧は不変とし、予測の場合は受働側の抵抗部分が掘削深さ分だけ減少すると考える(これは主働側の側圧の変化点が現

表-2 はり要素の変位-荷重関係式対応表 (荷重の変化点が次段階掘削予定面)

	掘削面より上方	掘削面～ 次段階掘削予定面	次段階掘削予定面 ～弾塑性深さ	弾塑性深さ～
$[K_e]$	$[C^{-1}]^T[B][C^{-1}]$	同左	同左	同左
$\{f_1\}$	$[C^{-1}]^T\{x_1\{L_1\} + \{L_2\}\}$	$[C^{-1}]^T\{(x_0+x_1)\{L_1\} + \{L_2\}\}$	$(x_0+h_0)[C^{-1}]^T\{L_1\}$	同左
$\{f_2\}$	0	0	$[C^{-1}]^T\{(x_1-h_0)\{L_1\} + \{L_2\}\}$	同左
$\{f_3\}$	0	$-[C^{-1}]^T\{x_1\{L_1\} + \{L_2\}\}$	同左	0
$\{f_4\}$	0	0	0	$-[C^{-1}]^T[S][C^{-1}] \cdot \{\delta_0\}$
	$x_1$ ははり要素の上部点の座標	$x_0$ は掘削面の座標 $h_0$ は掘削面と次段階掘削予定面との距離 $x_1$ ははり要素の上部点の掘削面を基準とした時の座標		

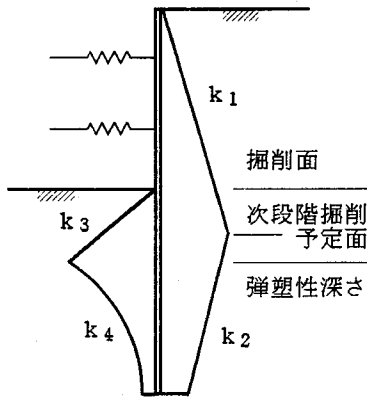


図-5 モデル図 (荷重の変化点が次段階掘削予定面)

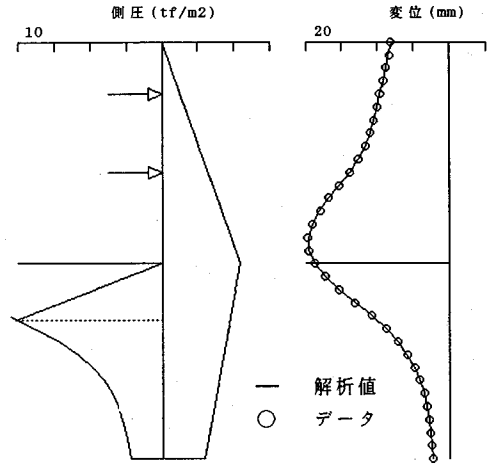


図-6 均質地盤逆解析結果

状の掘削面ではなく、次段階掘削予定面であることを意味する。以下、本法を解析2と呼ぶ) ことで、便宜的に予測解をより現実解に近づけることが考えられる。両者の考え方の差違を図-4に示す。すなわち、逆解析と予測解析において主動側の側圧が、解析2では不変なのに対し、解析1では予測時に図のハッチングした分だけ増大していることになる。

解析2の場合、領域は4つに分割されるが、考え方は基本的に(1)と同じである。

モデル図とはり要素の変位-荷重関係対応表を図-5および表-2に示す。(弾塑性深さは次段階掘削予定面以深に生じると仮定している)。

### 3. 計算例

#### (1) 均質地盤の場合

本解析法は均質地盤に対しての定式化となっており、その正当性について以下に検討を行う。

均質地盤に対する土留め壁の計算を弾塑性法によって行い、得られた変位を計測データとして採用し、作用荷重、地盤反力係数および弾塑性深さを推定した。

順解析に用いた弾塑性法の基本仮定は、以下の通りである。

①掘削面側の抵抗土圧は、土留め壁の変位に比例しか

表-3 均質地盤逆解析結果比較表

未知パラメータ	逆解析結果	真 値	逆解析結果／真値
$k_1$ (kN/m <sup>2</sup> )	6.17	6.20	0.995
$k_2$ (kN/m <sup>2</sup> )	-3.08	-3.10	0.994
$k_3$ (kN/m <sup>2</sup> )	46.5	46.6	0.998
$k_4$ (kN/m <sup>2</sup> )	9690	9800	0.989
弾塑性深さ (m)	2.14	2.15	0.995

表-4 土層データ

深さ (m)	層厚 (m)	内部摩擦角 (°)	粘着力 (kN/m <sup>2</sup> )	地盤反力係数 (kN/m <sup>3</sup> )
GL~GL-8	8	30	0	9,800
~GL-16	8	10	39	3,920
~GL-25	9	45	0	98,000
~GL-35	10	10	196	39,200

切りばり軸力

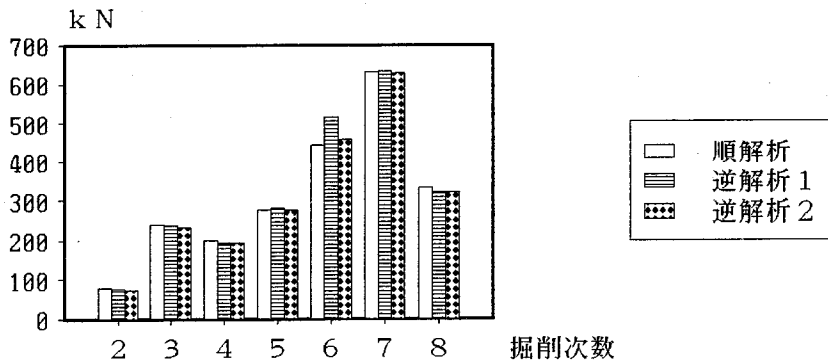


図-7 不均質地盤逆解析結果比較図 (切りばり軸力)

つ有効受働土圧を超えない。

②切りばりは設置後弾性支承となる。

③掘削に伴い発生する土留め壁の変位を考慮し、施工順序に従って計算を進める。

土留め壁の曲げ剛性は  $3.38 \times 10^4 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$  で壁長は 16 m、切りばりは GL-2 m と GL-5 m に設置され、ばね定数は共に  $9.49 \times 10^4 \text{ kN/m}$ 、初期変位は 0.94 cm と 1.21 cm である。

3次掘削時の計算変位を計測データとして与えた場合の逆解析結果を図-6に示す。図において左側が逆解析結果として得られた作用荷重を、右側が変位を示している。変位図において○印が入力変位データ、実線が逆解析で得られた荷重作用時の計算変位を示している。逆解析結果と真値の比較表を表-3に示すが、両者はきわめて良く合っている。

(2) 不均質地盤の場合

本解析に用いるモデルは2.(1)で示したように均質地盤に対して定式化が行われている。

ここでは、実地盤の代表として4層からなる不均質地盤モデルを考え、順解析された土留め壁変位を計測データとして用いた時の逆解析及び次段階予測解析の結果について検討する。順解析においては(1)で述べた基本仮定に基づいて計算を行った。

計算に用いた土層データを表-4に示す。土留め壁は長さ 35 m、曲げ剛性  $1.13 \times 10^6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$  である。切りばりは頭部より 3 m ピッチに7段設置され、ばね定数は全

て  $9.49 \times 10^4 \text{ kN/m}$  とした。

2.(1)で述べた方法による逆解析(逆解析1)とその結果を用いた予測解析(予測解析1)、及び2.(2)で述べた方法による逆解析(逆解析2)とその結果を用いた予測解析(予測解析2)をそれぞれ行い、結果を切りばり軸力の値で計算値(順解析)と比較した。

各ステップの最下段切りばり軸力について、逆解析1および2と順解析の比較を図-7に、また、予測解析1および2と順解析の比較を図-8に、それぞれ示す。

2つの比較図において、逆解析の結果は1も2も共に順解析の結果と比較的よく合っている。すなわち、非均質な地盤においても計測データを最も誤差を少なく近似できるような簡易均質地盤モデルへの置き換えが可能であることが分かる。

一方、予測解析の結果では、各ステップの最下段切りばりの軸力に注目すると、予測解析1は順解析の値に比べて大きめの値を与えるが、予測解析2は比較的その誤差が小さくなっている。予測の場合は逆解析に比べて誤差は大きくなるものの、予測解析2の方法によれば次段階掘削によって最下段の新設切りばりに作用する軸力を比較的うまく推定できると思われる。

(3) 他方法との比較

土留めの逆解析に関して逆定式化によるものは少なく、大部分は直接定式化等の方法によっている。

ここではそれら他方法の代表としてカルマンフィルター理論を用いた土留めの逆解析例<sup>9)</sup>を参考に、それと

切りばり軸力

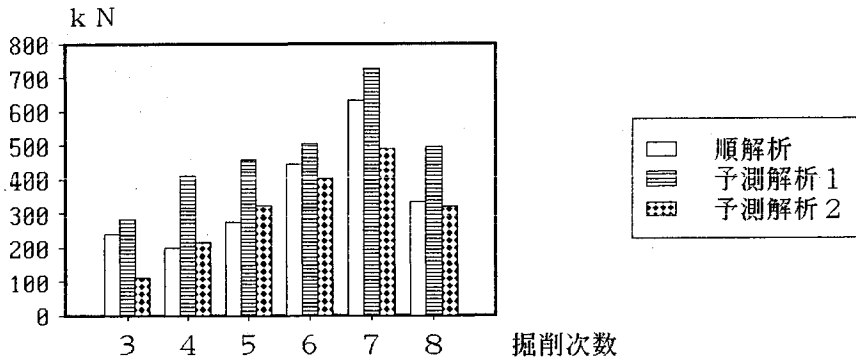


図-8 不均質地盤予測解析結果比較図(切りばり軸力)

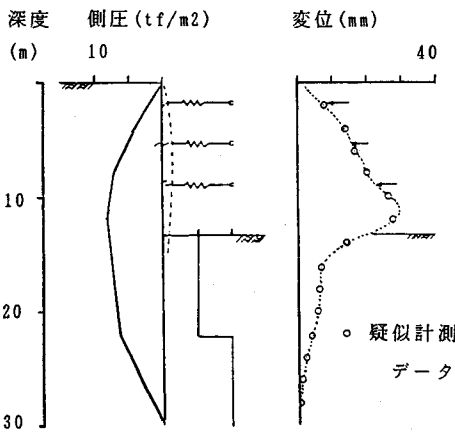


図-9 比較モデル図と疑似計測データ

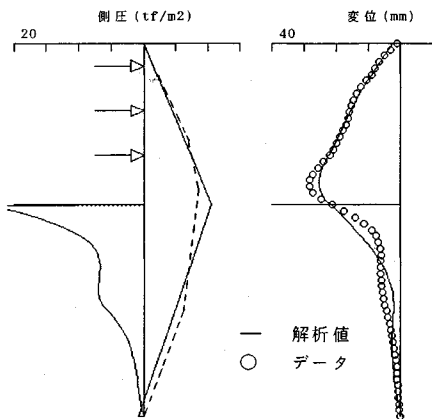


図-10 逆解析結果(文献4)との比較計算

の比較を行う。文献4)による土留め壁の変位分布は図-9に示すとおりである。同変位を図上より読み取って入力変位データとして採用し、逆定式化による逆解析を行った。

土留め壁の曲げ剛性  $6.17 \times 10^4 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ 、壁長 30 m、掘

表-5 誤差を含むデータの逆解析結果比較表

未知パラメータ	逆解析結果	真 値	逆解析結果/真値
$k_1 (\text{kN/m}^3)$	5.22	6.20	0.84
$k_2 (\text{kN/m}^3)$	-2.88	-3.10	0.93
$k_3 (\text{kN/m}^3)$	36.2	46.6	0.78
$k_4 (\text{kN/m}^3)$	9070	9800	0.93
弾塑性深さ (m)	1.99	2.15	0.93

削深さ 13 m とした。切りばりのばね定数は 3 段共  $9.80 \times 10^4 \text{ kN/m}$  で、初期変位は同文献に示された値 (1 段目 0.67 cm, 2 段目 1.41 cm, 3 段目 1.89 cm) とし、壁先端の境界条件は自由とした。逆解析の計算結果を図-10 に示す。

右側の変位図において計算結果(実線)と計測データ(○印)は比較的良好に合っている。左側の作用土圧図において実線が逆解析によって求めた値であり、破線が同文献において示された作用荷重である。両者はよく合っているといえる。また、同文献における地盤反力係数の値は根入れ部の上半分が  $9.80 \times 10^3 \text{ kN/m}^3$ 、下半分が  $1.96 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$  の 2 層地盤であるが、本逆解析(一様地盤)の結果は  $1.16 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$  であった。

(4) 計測データが誤差を含む場合

3.(1) で用いたのと同じモデルを用いて、均質地盤に対する土留め壁の計算を行い、得られた変位(最大 2 cm)に対して、平均 0.0 cm、標準偏差 0.2 cm のばらつきを持つ誤差を付加して得られた計測データを用いて逆解析を行った結果を図-11 および表-5 に示す。

図において、左側が逆解析結果として得られた作用荷重を、右側が変位を示している。変位図において○印が誤差を含む入力データであり、実線が逆解析で得られた荷重作用時の計算変位を示している。この時の誤差の自乗和は  $8.1 \times 10^{-5} \text{ m}^2$  であった。

最大変位の約 1 割の標準偏差を与えればばらつきデータに対して行った逆解析の結果は、真値に対して 10~20%

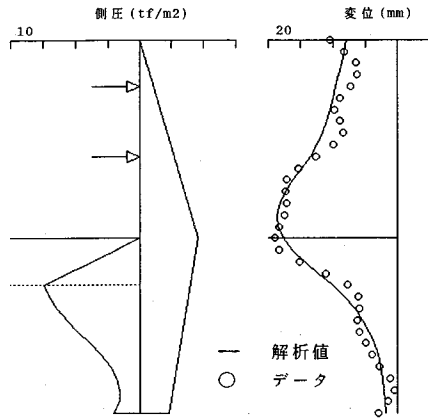


図-11 データが誤差を含む場合の逆解析結果

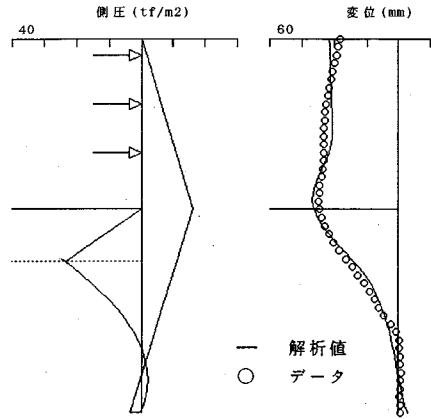


図-12 4次掘削逆解析1結果

程度小さ目の値を示しているものの、実用上問題は小さいものと考えられる。

#### 4. 適用例

実現場における計測データに本解析法を適用した例について述べる。

土留め工事は平面規模 $8.4 \times 5.8$  m、掘削深度GL-18.5 mである。土留め壁はSMW連続柱列壁 $\phi 550$  (mm)で、芯材はH-400 $\times 200 \times 8 \times 13$  (mm)が450 mmピッチで配置されており、壁長は23 mである。地盤はGL-9.4 mまで平均N値5の砂層、それ以深は平均N値3の粘性土層となっており、壁根入れ部のGL-19.2 mから壁先端までの地盤はC・J・Gによる地盤改良を行っている。計測項目は壁体傾斜角による壁変形量と切りばり軸力である。計算に用いる切りばりのばね定数は、計測軸力と変位増分の関係を整理し、その平均値を採用した。また、切りばりの初期変位は、上述のばね定数と実測軸力および実測変位より、計算によって求めている。ただし、予測値の最下段切りばりについては逆解析で求めた荷重を用いて順解析を行い、得られた切りばり設置予定点の計算変位を初期変位とした。壁の曲げ剛性としては芯材の曲げ剛性を採用した。

全体で6段切りばり架設の7次掘削となるが、以下では4, 5次掘削時の土留め壁変位データをもとに現状逆解析を行い、その結果より5, 6次掘削時の変形の予測解析を行った結果について述べる。

図-12と図-13が4次掘削時のデータによる逆解析結果を示している。○印が計測データ、実線が計算値を示す。図-12が逆解析1の結果であり、図-13が逆解析2の結果である。逆解析の近似度では両解析法にそれほどの差は認められない。図-14は上述の逆解析の結果を用いて5次掘削時の壁の変位を予測した結果を示している。○が予測解析1、●が予測解析2、実線が実測データをそれぞれ示す。予測データは掘削面付近において実

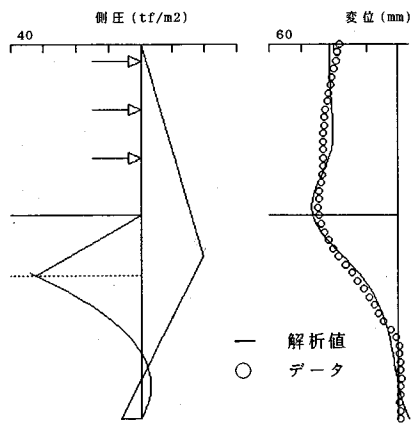


図-13 4次掘削逆解析2結果

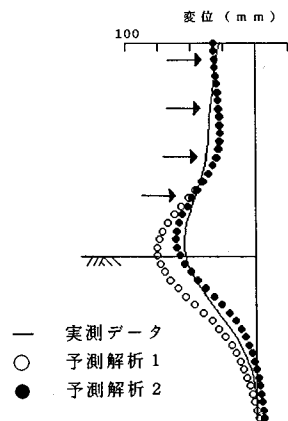


図-14 5次掘削予測解析結果

測データより大きめの変形量を示しているが、近似度は予測解析2の方がよい結果となっている。

同様に、5次掘削時のデータによる逆解析1と逆解析2の計算結果およびそれらを用いた6次掘削時の壁の変位の予測結果を、図-15～図-17に示す。逆解析、予測解析とも4次掘削時と同様の傾向を示している。しか



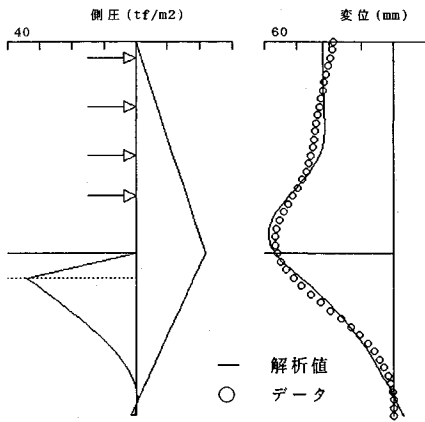


図-15 5次掘削逆解析1結果

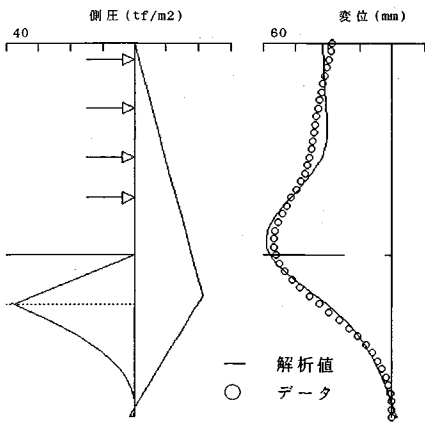


図-16 5次掘削逆解析2結果

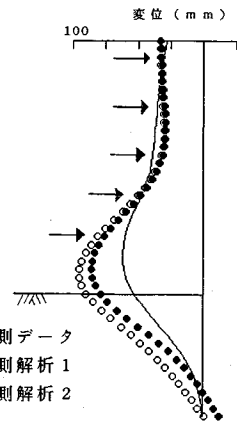


図-17 6次掘削予測解析結果

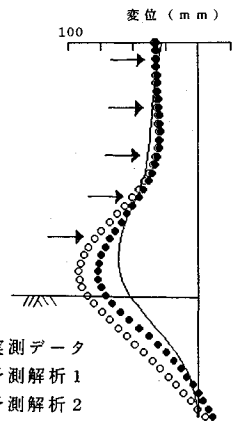


図-18 修正予測解析結果

し、予測解析（6次掘削時）の精度がかなり悪くなっている。そこで、以下のようなパラメータの修正を行い、再度予測解析を行った。すなわち、4次掘削時の逆解析結果と5次掘削時の逆解析結果を比較し、4次から5次にかけて各パラメータが変化した比率（逆解析1では0.75~2.93、逆解析2では0.75~1.39）と同じ比率で5次から6次に対しても各パラメータが変化するものと仮定して、5次掘削時の逆解析結果にこの比率を乗じて修正した値を6次掘削時の予測用パラメータとして採用した。これは、掘削の進行と共に側圧の勾配等の未知パラメータが変化してゆく傾向を、直前のデータ傾向を外挿することで予測に取り入れようとするものである。

計算結果を図-18に示す。予測変位は実測値よりも大きいものの、逆解析結果をそのまま使用した予測（図-17）に比べて若干近似度が向上している。

予測変位が実測変位より大きくなった原因としては、対象土留めが立坑で、掘削深度が増すにしたがって地盤や土留め架構の3次元効果により荷重や変形が低減する傾向や、壁下端付近の地盤改良部の変形抑止効果等も考えられる。これらを全て前述の簡易モデルにおいて考慮

することは不可能であるが、予測値は一般に安全側の結果を与えており、安全管理として本法を用いる場合には有効な方法と考えられる。

## 5. むすび

本解析においては、より早く、より安定的に解を得るためにいくつかの仮定条件が設けられている。それらについては本文中において述べたが、ここで基本的なものについて以下にまとめて示す。

### I) より早く解を得るための仮定条件

①逆定式化による線形解析を可能とするために、弾性域における地盤反力の形が、実測変位データによる変位曲線の形に相似であるとする。

II) より安定的に解を得て、その結果を次段階の予測に適用可能とするための仮定条件

②解析領域は均質一様な地盤中の3つの領域（図-2参照）より構成され、各領域の境界において荷重強度は連続する。

③未知パラメータは側圧に関する3個と地盤反力に関する1個の計4個とする。

Ⅲ) 均質地盤という仮定のもたらす限界を改善し、現実的な解に近付けるための便宜的な仮定条件

④主働側の側圧の変化点を、次段階の掘削予定面とする(解析2の場合)。

以上の4点が本解析における特徴的かつ基本的な仮定条件であり、その他の仮定条件は全て通常の弾塑性法に付随する仮定条件と同じである。

このような基本的な仮定のもとで、本論文においては、土留め壁の計測データを基にして、逆定式化法により、早く、より安定的に未知パラメータ(作用側圧の勾配、地盤反力係数)を求める方法について述べ、同解析法の妥当性について計算例および現場への適用例により検討を行った。

その結果、多少の誤差はあるが、作用側圧およびすぐ次の段階における掘削時の変形および最下段切りばり軸力の推定に関しては、実用的な範囲の解が得られることが分かった。

すなわち、掘削の段階ごとに得られる最新のデータを用いて常に作用側圧を修正しながら、その一つ先のステップの土留め壁の挙動を予測することが可能である。本解析は弾塑性深さの計算を除いては基本的に1回のみの計算で未知パラメータが決定するため、パソコンを用いて現場でのリアルタイムでの管理が可能であり、今後実際の現場で本手法による計測管理を実施し、より良いものに改良してゆきたいと思う。

終わりに、本論文は建設省土木研究所の地下総プロ「大規模土留め、立坑の設計・施工技術に関する共同研究」における研究の成果の一部であり、土木研究所基礎研究室(岡原美知夫室長)、(財)先端建設技術センター並びに共同研究参加民間企業11社(大林組、大本組、鴻池組、新日本製鉄、大成建設、竹中工務店、東急建設、日本鋼管、日本国土開発、不動建設、三井三池製作所)の皆様に、心より深く感謝する次第である。

#### 参 考 文 献

- 1) 桜井春輔・武内那文：トンネル掘削時における変位計測結果の逆解析法，土木学会論文報告集，第337号，pp.137～145，1983.
- 2) 幾田悠康・丸岡正夫・青木雅路・佐藤英二：根切り山留めの観測施工法に関する研究，竹中技術研究報告第38号，pp.89～110，1987.
- 3) 渠元利博・森嘉仁：逆定式化による山留め逆解析法について，土木学会第44回年次学術講演会講演概要集第3部，pp.906～907，1989.
- 4) 斉藤悦郎・古賀重利・鎌田正孝：拡張カルマンフィルター支援による山留め工事の計測管理手法，土木学会論文集第391号，pp.115～124，1988.
- 5) 土木学会：トンネル標準示方書(開削編)・同解説，p.86，1986.
- 6) 土木学会編：新体系土木工学51 土木測量，pp.54～55，技報堂出版，1980.

(1992.5.6 受付)

## BACK ANALYSIS FOR EARTH RETAINING STRUCTURES BY INVERSE FORMULATION METHOD

Toshihiro SUMOTO, Yoshihito MORI and Yasuyuki NAKAO

On a method for safety control of retaining wall, this paper proposes a back analysis based on inverse formulation method with simple model to estimate unknown parameters (such as lateral pressures acting on retaining wall and elastic constant of soil) more quickly and more stably at construction site. And after investigation with some calculation examples about the validity of this method, it is verified that practical solution of wall displacements and axial forces can be gained. Finally, compared with measurement data, it is shown that the result of prediction analysis based on these assumed parameters is on the safer side.