

比表面積測定に基づく土粒子物性と透気性・透水性の考察

宇野尚雄*・杉井俊夫**・神谷浩二***

透水係数を粒径・間隙比などの状態量から推定する実験公式は多いが、それらの適用性の良否は判断し難い状況にある。本研究では、主に Kozeny-Carman 式を用いた透過法による比表面積測定に基づいて、粒径、粒形、間隙径との関係及びそれらが透気性・透水性に及ぼす影響について考察し、毛細管モデルの管径は平均間隙径とみなせることなどを報告する。

Key Words: coefficient of permeability, air flow, specific surface area, mean diameter of soil void, diameter and shape of soil particles

1. ま え が き

飽和土の透水係数を推定する手段として、粒径・間隙比などの状態量から算出するという実験公式を用いる方法が種々提案されている。そのいくつかは砂質土を対象にしており、均等試料に対してはかなりの精度をもってることが確かめられている¹⁾。それらは最上の紹介した公式の中の4つのタイプで²⁾、以下のようなものである³⁾。

$$\text{Taylor 式}^{4)}: k_w = D_s^2 \frac{\gamma_w}{\eta_w} \frac{e^3}{1+e} C(D_s = D_{10}, D_w) \dots (1)$$

$$\text{Terzaghi 式}: k_w = D_{10}^2 \frac{\gamma_w}{\eta_w} \left(\frac{n-0.13}{\sqrt{1-n}} \right)^2 C_T \dots (2)$$

$$\text{Zunker 式}: k_w = D_w^2 \frac{\gamma_w}{\eta_w} \left(\frac{n}{1-n} \right)^2 C_Z \dots (3)$$

$$\text{Kozeny-Donat 式}: k_w = D_w^2 \frac{\gamma_w}{\eta_w} \frac{n^3}{(1-n)^2} C_K \dots (4)$$

k_w : 透水係数 (cm/s)

D_{10} : 10% 粒径 (cm)

D_w : 粒度分布より $1/D_w = \sum(P_i/D_i)$ によって求められる粒径 (cm) (P_i : ある粒径範囲を代表する平均粒径 D_i の試料が全試料に対して占める含有率)⁵⁾

γ_w : 水の単位体積重量 (gf/cm³)

e : 間隙比

η_w : 水の粘性係数 (g/(cm·s))

n : 間隙率

C, C_T, C_Z, C_K : 形状係数。

最後の Kozeny-Donat の $n^3/(1-n)^2$ は $e^3/(1+e)$ と等しいので、式(1)と式(4)は同型式とみられる。

また、細粒土に対しては堆積構造などが問題となり、式によって透水係数を表すことは困難とされている⁶⁾。しかし、透水係数と間隙比を直接関係づけることがある程度可能であり、Lambe⁷⁾や西田ら⁸⁾の研究においても、 $\log k_w$ と e の関係は直線に近いことが認められている。このように透水係数の支配的要因は粒径と間隙比または間隙率である。しかし、実験公式により飽和透水係数を推定するにあたり、粒度や粒形による形状係数などが影響し、あまりよい結果が得られるとはいえず、また、いずれの実験公式の適合性が高いのか判断し難いのが現状である。

このような現状に対して、本報告は空気透過法により測定された比表面積から推定される平均間隙径を用いると、透気係数、透水係数が良好な精度で表現されることを示し、併せて、透気性や透水性に及ぼす土粒子の形状、比表面積、平均粒径などの物性について考察するものである。比表面積測定には、吸着法による方法もあるので、この結果を最初に述べた後、本論の透過法による結果を基に考察を進める。また、透気性・透水性について基本的関係式を最初に述べ、実験、考察の順に述べる。

2. 透気性と透水性

多孔質媒体中の流体の流れに関する運動の式としてのダルシー則は、 x 軸方向 (水平方向) の一次元流れに関して、Muskat によれば、流体の密度に関係なく次式で与えられている⁹⁾。

$$v_x = -\frac{k}{\eta} \frac{dp}{dx} \dots (5)$$

ここに、 η : 流体の粘性係数 (g/(cm·s))

k : 固有透過度 (cm²)

p : 流体の圧力 (gf/cm²)

式(5)を水と空気のそれぞれについて、本論文では次のように書き改める。

* 正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科
(〒501-11 岐阜市柳戸 1-1)

** 正会員 工博 中央大学講師 工学部土木工学科

*** 正会員 工修 岐阜大学助手 工学部土木工学科

$$v_w = -\frac{k}{\eta_w} \frac{dp_w}{dx} = -k \frac{\rho_w g}{\eta_w} \frac{\partial h_w}{\partial x} = -k_w \frac{\partial h_w}{\partial x} \dots\dots\dots (6)$$

$$v_a = -\frac{k}{\eta_a} \frac{dp_a}{dx} = -k \frac{\rho_w g}{\eta_a} \frac{\partial h_a}{\partial x} = -k_a \frac{\partial h_a}{\partial x} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 v_w, v_a ：水、空気の x 方向流速 (cm/s)

ρ ：流体密度 (g/cm³)

g ：重力加速度 (cm/s²)

h ：圧力水頭 (cm) (記号の添字 w, a は、水、空気を表す)。

k_w は透水係数 (cm/s) であり、透気係数 k_a (cm/s) などを次式のように定義する。

$$k_w = \frac{\rho_w g}{\eta_w} k \dots\dots\dots (8)$$

$$k_a = \frac{\rho_w g}{\eta_a} k \dots\dots\dots (9)$$

$$p_w = \rho_w g h_w \dots\dots\dots (10)$$

$$p_a = \rho_w g h_a \dots\dots\dots (11)$$

式 (7), (9), (11) では ρ_a でなく、 ρ_w を使用している理由は、式 (11) に使用した「空気の圧力水頭」 h_a が「水頭の高さ」として表現すれば、「間隙水の水頭」 h_w と h_a が同じ「水頭 (cm)」の尺度で表現できる利点があるからである。式 (11) を $p_a = \rho_a g H_a$ の形式に表現することができるが、 $\rho_a \ll \rho_w$ のため $H_a \gg h_a$ となり、 H_a は物理的に空気圧を空気重量で除した大きな値となり、工学的に使用しにくい。式 (10), (11) を用いると、水と空気の挙動を連成解析する際には¹⁰⁾、同一の圧力状態は $h_a = h_w$ で表現される。このようにして、式 (5) または式 (8) と式 (9) から次式が得られる。

$$\frac{k_a}{k_w} = \frac{\eta_w}{\eta_a} \dots\dots\dots (12)$$

温度 15°C のとき、 $\eta_w/\eta_a = 0.0114/0.000179$ (いずれも単位は g/(cm·s)) = 63.7 ≒ 64 となる。この値は温度により変化し、0°C の 104.8 から 30°C の 42.8 まで変化する。即ち、透気係数は透水係数より 2 ケタほど大きい。

さて、一本の管路内の水の流れを決める Hagen-Poiseuille の式は、①「土の間隙を Capillary tube とみなす」毛細管モデルの仮定のもとで、式 (5) から、

$$v_x = -k \frac{\rho_w g}{\eta_w} \frac{dh_w}{dx}, k = \frac{nR^2}{32} \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 R ：tube の直径 (cm)

一方、管内水流の径深 (hydraulic radius) d (cm) は、

$$d = \frac{\pi R^2/4}{2\pi R/2} = \frac{R}{4} \dots\dots\dots (14)$$

となる。また、体積基準の比表面積 S_v (cm²/cm³) は、

$$S_v = \frac{A_s}{U_s} \dots\dots\dots (15 a)$$

A_s, U_s ：ある土粒子部分の表面積、体積

と定義し、質量基準の比表面積 S_w (cm²/g) は、

$$S_w = \frac{A_s}{M_s} \dots\dots\dots (15 b)$$

M_s ：土粒子体積 U_s のときの質量

と定義する。 $M_s = \rho_s U_s$ (ρ_s ：土粒子密度 (g/cm³)) であるから、

$$S_w = S_w \rho_s \dots\dots\dots (16)$$

管の径深 d は、 S_v を使って表すと、

$$d = \frac{\text{管内体積}}{\text{管断面積}} = \frac{U_s e}{A_s} = \frac{e}{S_v} \dots\dots\dots (17 a)$$

式 (17 a) を式 (14) に、更に、それを式 (13) に代入すると、

$$R = 4d = \frac{4e}{S_v} = \frac{4}{S_v} \frac{n}{1-n} \dots\dots\dots (17 b)$$

$$k = \frac{1}{2S_v^2} \frac{n^3}{(1-n)^2} \dots\dots\dots (18)$$

以上のように、固有透過度 (Intrinsic permeability) は、土の比表面積 S_v と間隙率 n でも表現されることが誘導される。しかし、間隙構造が仮定①のようでないこと、換言すると、②土粒子形状の影響を無視していること、③土粒子の粒径と間隙径の關係に配慮していないこと、④水流が直線的と仮定していること (実際には、曲がりくねるはずである)、などの影響を受けるため、式 (18) には、修正係数ともみられる量を乗じて、実験的に決めなければならない。この趣旨で式 (18) の 1/2 の代わりに設定した係数を Kozeny 定数と呼び、Kozeny (1927) は管形が円のとき 0.5、正方形のとき 0.562、正三角形のとき 0.597、細長い形のとき 0.667 を与えた。しかし、Carman (1937) は、実験的に 1/5 が良いことを主張し、

$$v_x = -k \frac{\rho_w g}{\eta_w} \frac{dh_w}{dx}, k = \frac{n^3}{5S_v^2(1-n)^2} \dots\dots\dots (19)$$

を与えた。これが、Kozeny-Carman 式である¹¹⁾。

3. 比表面積と平均粒径、平均間隙径の考察

(1) 平均粒径 (D_m, D_w)

土粒子を球形で平均粒径 D_m の均一粒子と仮定すると、土粒子の表面積は πD_m^2 、土粒子の質量は $D_m^3 \rho_s \pi/6$ であり、比表面積 S_w と D_m の關係は、

$$S_w = \frac{6}{D_m \rho_s}, D_m = \frac{6}{\rho_s S_w} = \frac{6}{S_w} \dots\dots\dots (20 a)$$

で与えられる。土粒子が球形でないとき、式 (20 a) の係数値 6 は、6 以上の係数 K_s に置換できる^{12), 13)}。

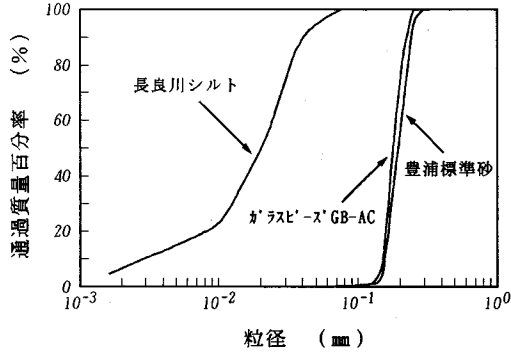
$$D_m = \frac{K_s}{S_w} \dots\dots\dots (20 b)$$

ここに、係数 K_s は立方体で 6、円盤や角盤で厚さが径と等しいとき 6、半分のとき 8、2 割のとき 14、1 割のとき 24、円錐で底面径と高さ が等しいとき 9.7。

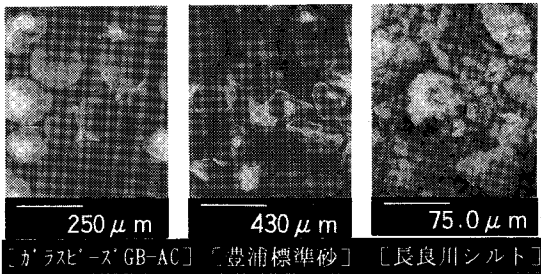
次に、Zunker 式や Kozeny-Donat 式に用いられてい

表一 試料状態

試料名称	粒径	比重
ガラスビーズ GB-AC	105 μm ~ 420 μm	2.498
豊浦標準砂	420 μm 以下	2.645
長良川シルト	75 μm 以下	2.653



図一 粒径加積曲線



図二 SEM (走査型電子顕微鏡) 写真

る平均粒径 D_w は,

$$D_w = \frac{1}{\sum (P_i/D_i)} \left(P_i = \frac{m_i}{\sum m_i}, m_i: \text{試料質量} \right)$$

によって求めたものである。これは,

$$D_w = \frac{\sum m_i}{\sum (m_i/D_i)} \dots \dots \dots (21)$$

と書きかえられる。一方、土粒子を粒径 D_m で均等な球形とすると、土試料の比表面積 S_w は式 (20 a) と同じ関係が得られる。粒度分布のある土試料に対応した比表面積 S_w は,

$$S_w = \frac{\sum S_i}{\sum m_i} = \frac{\sum (N_i \pi D_i^2)}{\sum (N_i \pi D_i^3 \rho_s / 6)} = \frac{6 \sum (m_i/D_i)}{\rho_s \sum m_i} = \frac{6}{\rho_s D_w}$$

$$S_w = \frac{6}{D_w} \dots \dots \dots (22)$$

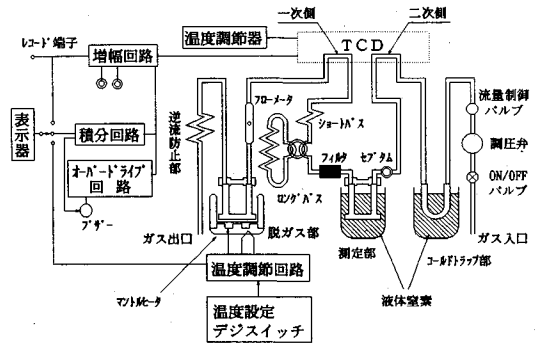
S_i : 土粒子の表面積

N_i : 粒径 D_i の土粒子の個数

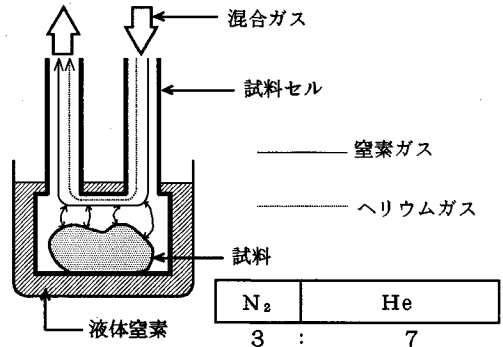
となり、式 (20 a) と式 (22) を比較すると,

$$D_w = D_m \dots \dots \dots (23)$$

即ち、球形粒子ならば粒度に関係なく D_w は D_m と等しくなる。球形でなければ $D_m \leq D_w$ となる。



図三 FlowSorb II 2300 ブロックダイアグラム



図四 気体吸着法原理図

(2) 平均間隙径 (R)

間隙を毛細管モデルとみなした式 (13) の管径 R は、式 (13) から式 (18) にかけての展開で明らかのように、土の間隙径の平均値としての意義を有しているの、本論文では平均間隙径と呼ぶ。式 (17 b) と式 (20 a) によると,

$$\frac{R}{D_m} = \frac{2}{3} e \dots \dots \dots (24)$$

即ち、平均間隙径は平均粒径と間隙比によって決まる。しかし、以上の関係は、土粒子を球と仮定したり、間隙を管と仮定しているの、以下で実験的に確認する。

4. 比表面積測定

(1) 実験試料

実験試料には、表一に示すガラスビーズ GB-AC、豊浦標準砂、長良川シルト (以下 GB-AC、標準砂、シルトと略称) の3種類を用いた。また、各試料の粒径加積曲線を図一に、SEM (走査型電子顕微鏡) 写真を図二に示す。

(2) FlowSorb II 2300 (気体吸着法) による方法

測定に用いたFlowSorb II 2300 (島津製作所製) のブロックダイアグラムを図三に示す。この吸着法の原理図を図四に示す。窒素ガスとヘリウムガスの混合ガス ($N_2:He=3:7$) を試料部に流動させ、試料部を液体

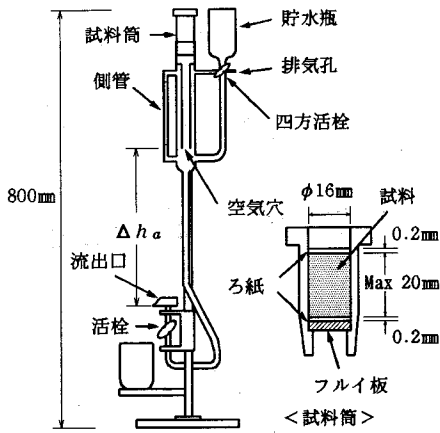


図-5(a) SS-100 装置図

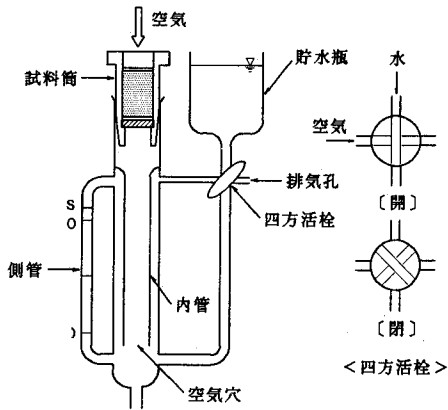


図-5(b) SS-100 上部図

窒素により冷却することで窒素ガス分子を試料表面に物理吸着させる。この吸着量を TCD (熱伝導度検出器) により検知し、BET 一点法に従って比表面積 S_w' を求める¹⁴⁾。

(3) SS-100 (空気透過法) による方法 (透気試験)

SS-100 (島津製作所製) により比表面積を求めるには、式 (7), (9), (11) 及び式 (19) の k を用いる。装置の概要を示す図-5 の試料部上下端に与える空気圧の水頭差 Δh_a が試料高さ L に負荷される。空気の水頭は鉛直上向き z 座標を考えると、 $(\rho_a + \rho_a g z) / (\rho_w g) = h_a + (\rho_a / \rho_w) z$ であるが、SS-100 では第 2 項が微小なため無視でき、動気勾配 i_a は次式で与えられる。

$$i_a = \frac{\Delta h_a}{L} \dots \dots \dots (25)$$

t (s) 時間の間の空気流量 Q_a (cm³)、試料断面積 A (本装置では 2.01 cm²) とすると、

$$Q_a = k_a i_a A t, \quad k_a = \frac{Q_a L}{\Delta h_a A t} \dots \dots \dots (26)$$

により透気係数が求まる。

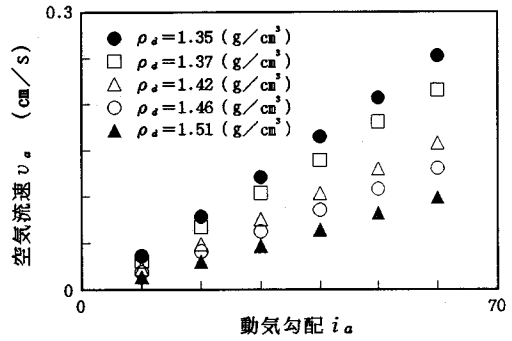


図-6 空気流速と動気勾配 (シルト)

式 (7) と式 (19) の k 及び式 (25), (26) を用いると、透過法による体積基準の比表面積 S_v が求まるが、式 (16) により質量基準の比表面積 S_w を求めると、

$$S_w = \frac{1}{\rho_s} \sqrt{\frac{\rho_w g \Delta h_a A t}{5 \eta_a L Q_a} \frac{n^2}{(1-n)^2}} \dots \dots \dots (27)$$

S_w : 比表面積 (cm²/g)

ρ_s : 土粒子密度 (g/cm³)

Q_a : 試料層透過空気量 (cm³)

L : 試料層厚さ (cm)

η_a : 空気の粘性係数 (g/(cm·s))

n : 間隙率

Δh_a : 空気圧の水頭差 (cm)

g : 重力加速度 (cm/s²)

t : Q_a cm³ の空気が試料層を透過するに要する時間 (s)

図-5 のように、内径 16 mm、試料高さ 20 mm の試料筒 (ただし、シルトのときのみ試料高さ 10 mm) に、所定の乾燥密度になるように土試料を詰め、試料筒を SS-100 にセットする。セットした試料筒上部を手でふさぎながら四方活栓を開き、貯水瓶から水を側管の標線 S まで満たし、四方活栓を閉じる。このとき、内管には水が入らず側管及び内管周りが水で満たされる。そして、流出口の活栓を開くと満たされた水が流出し、空気が試料層を通過する。 ρ_s, η_a, L, A, n は試料・装置により決められ、その空気量 Q_a を側管の水面の変化で測定し、そのときの透過に要する時間 t 及び水頭差 Δh_a を測定することにより式 (27) によって比表面積 S_w が求められる。

図-5 に示した SS-100 では、水頭差 Δh_a が最低でも 10 cm のため、動気勾配も最小で $i_a = 5$ となっている。このため、GB-AC と標準砂は最小の $i_a = 5$ で実験したが、シルトについては $i_a = 10 \sim 60$ の範囲で実験し、空気流速との関係は図-6 のようである。図-6 によれば、実験値は原点を少しずれるが、ほぼ直線関係を示し、層流状態とみなされ、ダルシー則が成立していると考え

表—2 吸着法による比表面積 S_w' (cm^2/g)

ケース	GB-AC	標準砂	シルト
1	779	7124	75087
2	752	7699	73379
3	782	7311	74711
4	766	7386	73684
5	681	7440	73643
平均値	752	7392	74101

られる。また、透水の場合と同様にレイノルズ数を $R_e = Dv_a/\nu_a$ (代表粒径 D は D_w とし、 v_a は空気流速、空気の動粘性係数 $\nu_a = \eta_a/\rho_a = 0.146$ (cm^2/s) (15°C のとき)) で定義して、レイノルズ数を試算すると、GB-AC で 0.74~1.46、標準砂で 0.56~1.73 及びシルトで 0.000078~0.0014 の各範囲にある。種々の流体に対する Muskat の整理によれば¹⁵⁾、空気も水と同様に層流と乱流の境界値はレイノルズ数にして 1~10 であるので、層流とみなしてよい。

5. 実験の結果と考察

(1) 吸着法による比表面積

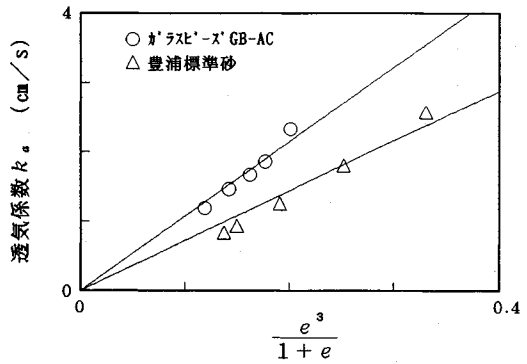
測定結果を表—2 に示す。吸着法による比表面積は、後述する図—8, 9 に示す透過法による比表面積に比べ、かなり大きな値を示している。吸着法による比表面積は、土粒子の外周に相当する部分と亀裂や細孔といった内部の比表面積であり、実際の比表面積であると考えられるのに対し、透過法による比表面積は空気の流れに寄与する部分の比表面積、換言すると、土粒子の外周に相当する部分の比表面積であると考えられる¹⁴⁾。

(2) 透気係数の測定結果

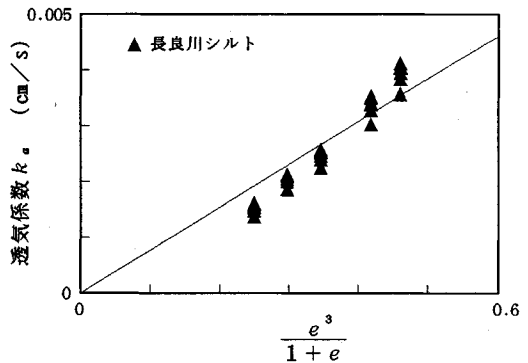
図—7 (a), (b) に、透気試験より得られた透気係数を Taylor 式における間隙関数 $e^3/(1+e)$ に対して示す。透気試験において、試料層透過空気量 $Q_a = 20 \text{ cm}^3$ に対して測定時間 t は、GB-AC、標準砂では数秒、シルトでは 1 分程度とかなり短時間であった。

(3) 形状係数

本研究では、飽和透水係数を推定する実験公式において、 γ_w はそのまま、 $\eta_w \rightarrow \eta_a$ (η_a : 空気の粘性係数) として透気係数 (乾燥状態) を推定する式とした。Taylor 式 (1)、Terzaghi 式 (2)、Zunker 式 (3) の 3 種について、透気係数 k_a と各式の間隙関数 $e^3/(1+e)$ 、 $((n-0.13)/\sqrt{1-n})^2$ 、 $(n/(1-n))^2$ との関係は、図—7 (a), (b) に示すように (ここでは、Taylor 式の間隙関数について示してあるが、他の式についても同様の傾向がみられる) はほぼ原点を通る直線関係にある。その傾きから算出した各試料の形状係数を D_{10} 、 D_w の値とともに表—3 に示す。 $\eta_a = 0.000179$ ($\text{g}/(\text{cm}\cdot\text{s})$) (気温が 15°C の場合) を用いた。形状係数は γ_w を含めて



図—7 (a) 透気係数測定結果 (GB-AC, 標準砂)



図—7 (b) 透気係数測定結果 (シルト)

表—3 透気係数の形状係数 ($\times 10^{-3}$)

試料名称	D_{10} (cm)	D_w (cm)	C		C_T		C_Z
			D_{10}	D_w	D_{10}	D_w	
GB-AC	0.0158	0.0178	7.8	6.2	13.4	2.4	
標準砂	0.0162	0.0191	5.0	3.6	9.3	1.5	
シルト	0.000295	0.000806	16.1	2.2	33.7	1.0	

表すと、本論文で報告している値の約 1000 倍 (重力加速度の 980 倍) になり、一般に使用されている値に匹敵する⁵⁾。

表—3 において、Taylor 式については、代表粒径 D_s に D_{10} 、 D_w のいずれをとるかにより、また、それぞれの式によって、試料による形状係数の傾向にばらつきがみられる。また、SEM 写真と形状係数を比較すると、Taylor 式の $D_s = D_w$ の場合の形状係数 C や Zunker 式の C_Z の傾向のように、土粒子が球形のとき形状係数は最大となり、角ばるにつれて減少する。

(4) 透過法による比表面積と粒径、間隙径

比表面積 S_w と乾燥密度の関係を図—8 に、 S_w と粒径 D_w との関係を図—9 に示した。先述のように、吸着法による表—2 の結果に較べて、透過法による比表面積は非常に小さいことがわかる。式 (22) の関係を調べた図—9 によると、粒形が球の GB-AC は、ほぼ直線上にあ

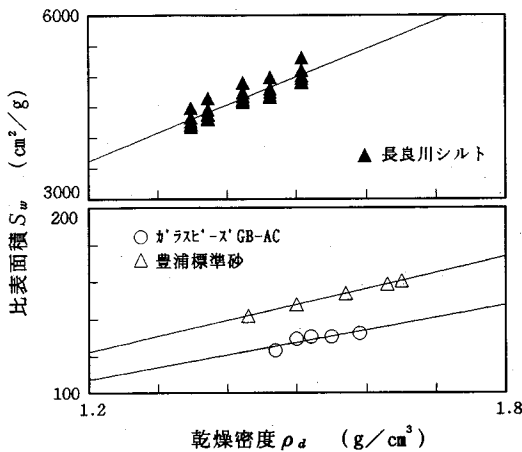


図-8 比表面積と乾燥密度

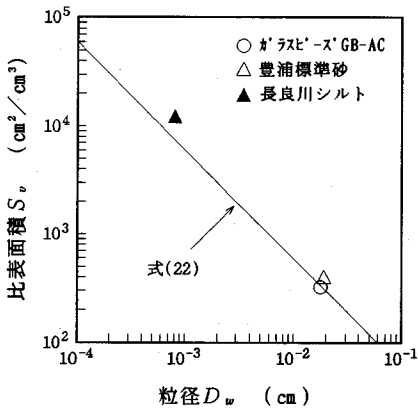


図-9 比表面積と粒径

り、標準砂、シルトの順でこの直線からずれてくる。このずれの度合いは、SEM 写真にみる粒形と対応しており、先に求めた Taylor 式の D_w の場合の形状係数 C や Zunker 式の C_z の違いの度合いとはほぼ等しい。一方、式 (18) と Kozeny-Donat 式 (4) を比較すれば、透過法による比表面積の 2 乗の逆数は、形状係数と粒径 (D_w) の 2 乗の積と等価のものであると解釈される。

比表面積 S_v と平均粒径 D_m 、 D_w および平均間隙径 R の間には次の関係があった。

$$R = \frac{4e}{S_v} \dots\dots\dots (17b)$$

$$D_m = D_w = \frac{6}{S_v} \dots\dots\dots (20a), (22), (23)$$

$$\frac{R}{D_m} = \frac{2}{3}e \dots\dots\dots (24)$$

S_v と e は測定値であり、 R と D_m は上式による推定値であるので、 $R/D_m \sim e$ の直線関係は当然成立するが、 $R \sim D_m$ の関係と $R \sim e$ の関係はそれぞれ図-10(a), (b) のように若干のずれが認められる。

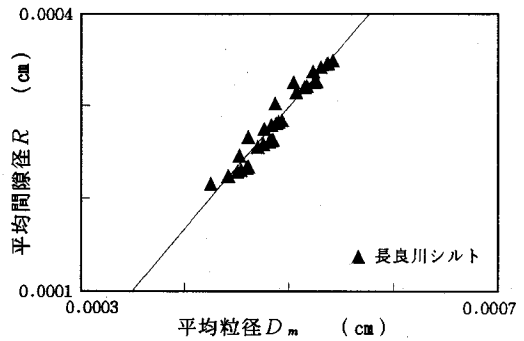


図-10(a) 平均間隙径 R 、平均粒径 D_m (シルト)

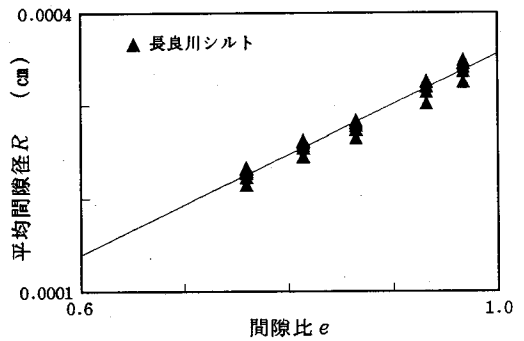


図-10(b) 平均間隙径 R と間隙比 e (シルト)

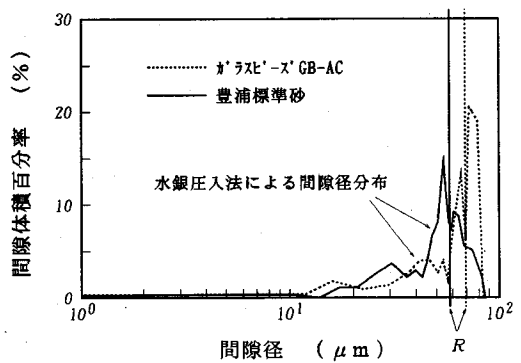


図-11 間隙径分布と平均間隙径 R (GB-AC, 標準砂)

表-4 各種粒径と平均粒径

(cm)	GB-AC	標準砂	シルト
D_{10}	0.0158	0.0162	0.000295
D_{20}	0.0165	0.0171	0.000806
D_{50}	0.0183	0.0196	0.00204
D_w	0.0178	0.0191	0.000806
D_m	0.0181~0.0195	0.0141~0.0160	0.000425~0.000542

平均間隙径 R が実際に間隙の大きさをどの程度の精度で表現しているかを示したのが図-11 である。間隙径分布の測定はポロシメーターを用いた水銀圧入法によるもので¹⁶⁾、本文で述べている平均間隙径 R は分布頻度の高い間隙径に匹敵していることがわかる¹⁷⁾。

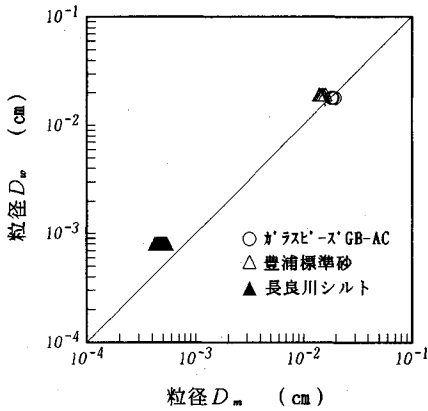


図-12 平均粒径 D_m , D_w

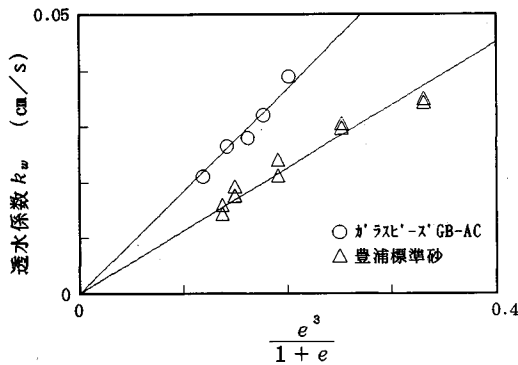


図-13 透水係数測定結果 (GB-AC, 標準砂)

表-5 透水係数の形状係数 ($\times 10^{-3}$)

試料名称	C		C_T		C_Z	
	D_{10}	D_w	D_{10}	D_w	D_{10}	D_w
GB-AC	8.5	6.7	14.8	2.6		
標準砂	5.0	3.6	9.4	1.5		

3種類の試料に関して、種々の粒径を対比したのが、表-4である。球に近いGB-ACでは、 $D_m \approx D_w \approx D_{50}$ であるが、標準砂では、 $D_m < D_{10} < D_{20} < D_w \approx D_{50}$ であり、シルトでは、 $D_{10} < D_m < D_{20} \approx D_w < D_{50}$ である。表-3と図-9から認められる「球形からずれるほど形状係数が小さくなり、比表面積が大きくなる」傾向を是認すると、実験公式における粒径としては、 D_{10} 、 D_{20} より D_w または D_{50} が良さそうである。

しかし、球形ならば成立する式(23)の $D_m = D_w$ は、図-12に示すように、標準砂やシルトでは成立しない。このずれの原因は、粒形の影響と考え、式(20b)の係数 K_s の差にある。表-4によると、 D_w/D_m の比が、標準砂で1.19~1.35、シルトで1.39~1.90、であるから、粒形を円盤で考えると、標準砂は粒径の半分程度の厚さ、シルトは粒径の3~4割程度の厚さ、となっていると想

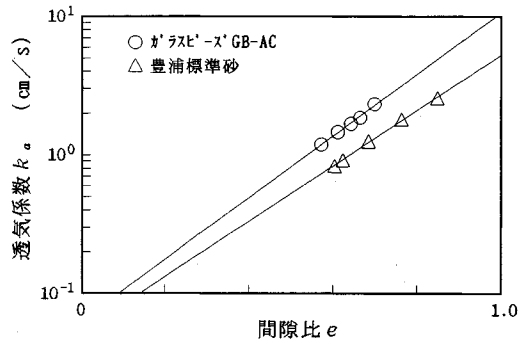


図-14(a) 透気係数と間隙比 (GB-AC, 標準砂)

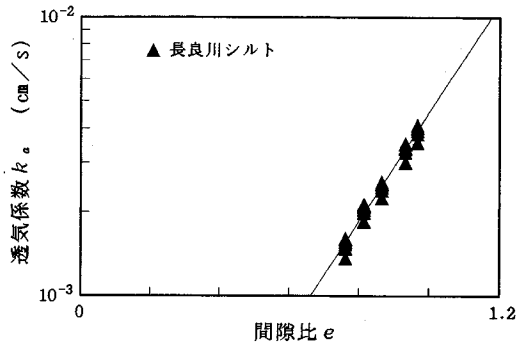


図-14(b) 透気係数と間隙比 (シルト)

像される。

6. 透気係数と透水係数との関係

式(12)によれば両者の関係は粘性係数に逆比例するが、以下では粒径、粒形、間隙径、間隙比、などとの関係について考察する。

(1) 形状係数

図-13に、透水管(内径51.5mm、長さ300mm)に試料を詰めた定水位透水試験により得られた透水係数をTaylor式における間隙関数 $e^3/(1+e)$ に対して示す¹⁾(ただし、GB-AC、標準砂についての透水係数)。透水試験の測定時間は、GB-AC、標準砂で[分]単位であり、シルトのような細粒土については、一般に、[時間]単位であり、透気試験に比べかなりの時間がかかる。

図-13に示したように、透水係数 k_w と実験公式の間隙関数との関係は(ここでは、Taylor式の間隙関数について示してあるが、他の式についても同様の傾向がみられる)ほぼ原点を通る直線関係にあり、その傾きから係数C、 C_T 、 C_Z を算出する。算出した結果を表-5に示す。 $\eta_w = 0.0114$ (g/(cm·s)) (水温が15°Cの場合)を用いた。

算出した透気係数の形状係数(表-3)及び透水係数の形状係数(表-5)を比較すれば、両者における形状係数はほぼ等しい。Taylor, Terzaghi, Zunker式の中

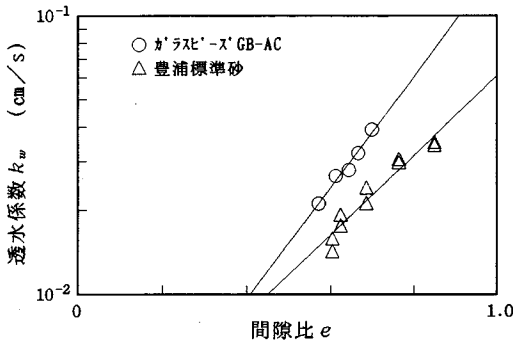


図-15 透水係数と間隙比 (GB-AC, 標準砂)

では、試料による形状係数の差が比較的小さいため形状係数に左右されにくく粒径に D_w を用いている Zunker 式が安定していると考えられる。シルトのような細粒土については、実験公式により透水係数を推定することは難しいが $\log k_w$ と e は直線関係に近いといわれており、透気係数 (GB-AC, 標準砂, シルト) 及び透水係数 (GB-AC, 標準砂) について整理すると図-14 (a), (b), 図-15 のようになる。いずれの場合も直線関係が認められ、平均粒径 D_w を用いて式で表すと、

$$\log k_a = \alpha D_w e + \beta \dots\dots\dots (28)$$

$$\log k_w = \alpha' D_w e + \beta' \dots\dots\dots (29)$$

$\alpha, \beta, \alpha', \beta'$: 形状係数を含んだ定数

でも表される。粘土の場合、西田らは同様の関係について調べて、係数 α', β' が塑性指数と相関があることを見出している⁸⁾。しかし、式 (28), (29) は、先と同様に形状係数による影響を個々の土質に対して求める必要がある不便さを避けられない。

(2) 平均間隙径、間隙比との関係

上述のように、透気係数や透水係数の実験公式における形状係数の取扱いはわずらわしい。Kozeny-Carman 式によれば透水係数は、

$$k_w = \frac{\rho_w g}{\eta_w} k, \quad k = \frac{n^3}{5 S_v^2 (1-n)^2} = \frac{n}{5} \left(\frac{e}{S_v} \right)^2 \dots\dots\dots (30)$$

で与えられ、形状係数と間隙径の影響が $1/(5 S_v^2)$ の要因に取り込まれている。式 (17 b) を用いると、

$$k_w = \frac{\rho_w g}{\eta_w} \frac{n}{5} \left(\frac{R}{4} \right)^2 = \frac{g}{80} \frac{\rho_w}{\eta_w} R^2 n \dots\dots\dots (31)$$

式 (31) の間隙率 n は式 (13) に起因するものであるが、「流れに直行する面の単位断面積あたりの毛細管の間隙部分が間隙率割合である」と考えたことに起因して、 R に含まれる間隙比とは少し意味を異にしている。このため、式 (31) を次のように書き改める。

$$k_w = T \frac{\rho_w}{\eta_w} R^2 n \dots\dots (32), \quad \text{or} \quad k_w = T^* \frac{\rho_w}{\eta_w} R^2 \dots\dots (33)$$

ここに、 $T = g/80 \approx 12.3 \text{ (cm/s}^2\text{)}$, $T^* = Tn$

透気係数についても同様に、

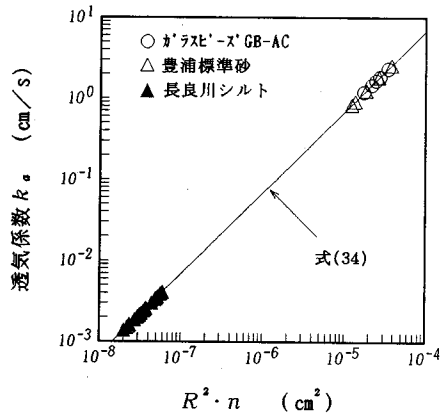


図-16 (a) 透気係数と平均間隙径・間隙率

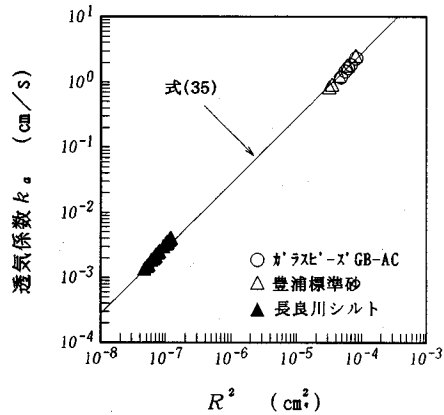


図-16 (b) 透気係数と平均間隙径

$$k_a = T \frac{\rho_w}{\eta_a} R^2 n \dots\dots (34), \quad \text{or} \quad k_a = T^* \frac{\rho_w}{\eta_a} R^2 \dots\dots (35)$$

本研究での実験値の間隙率は、GB-AC で 0.36 ~ 0.41, 標準砂で 0.38 ~ 0.46, シルトで 0.43 ~ 0.49 であるが、 $n \approx 0.41$ とすると、 $T^* \approx 5.0 \text{ (cm/s}^2\text{)}$ である。この値を用いて、式 (32) ~ (35) の適合性を調べたのが、図-16, 17 である。透気の図-16 (a) は、逆算によるものであるから当然合うが、式 (33) や式 (35) の近似でも相当な精度が認められる。透気係数に較べると、透水係数が直線式と少し合いにくい理由は定かでないが、空気に対して水の粘性係数が大きい間隙構造の微妙な変化が浸透水流の方に大きく影響していることが想像される。

図-18 (a), (b) は、式 (33) 及び Taylor 式 (1), Terzaghi 式 (2), Zunker 式 (3) (各式の形状係数は表-5 に示した値を用いた) の有用性を調べたものであるが、従来式も良い結果を得ている。これは一見すると、従来式が式 (33) と較べて優劣のないようにみえるが、従来式の形状係数を図-13 に示す整理により推定した値として用いているため良い結果となっているのである。

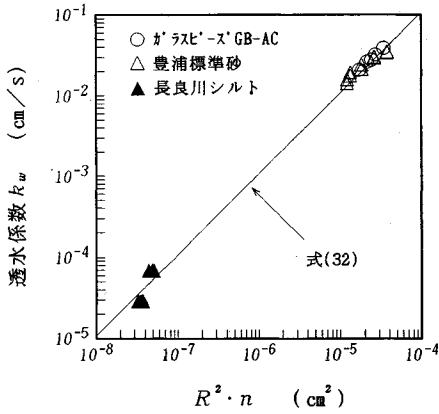


図-17 (a) 透水係数と平均間隙径・間隙率

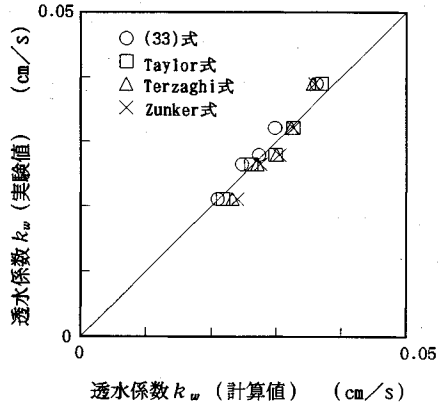


図-18 (a) 透水係数の実験値と計算値 (GB-AC)

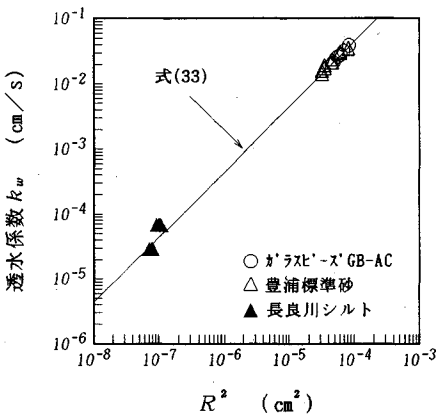


図-17 (b) 透水係数と平均間隙径

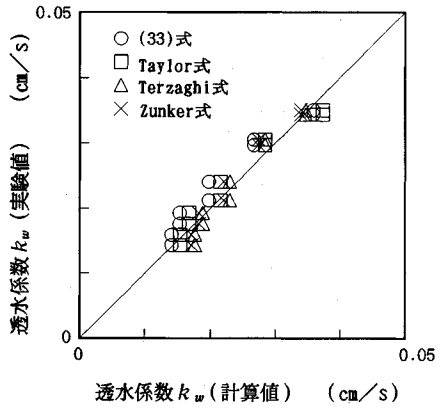


図-18 (b) 透水係数の実験値と計算値 (標準砂)

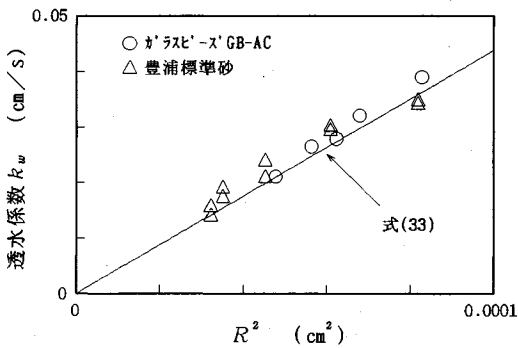


図-17 (c) 透水係数と平均間隙径 (GB-AC, 標準砂)

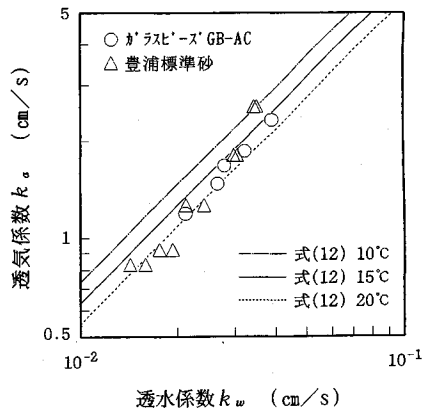


図-19 透気係数と透水係数 (GB-AC, 標準砂)

なお、透気係数について図-18と同様の整理を示さないのは、さらに良い結果が得られることが図-16から明らかのためである。

最後に、透気係数と透水係数の関係は、2試料について温度 15°C に換算してプロットし、式 (12) の関係を比較したものが図-19である。

7. あとがき

本文は、比表面積測定 (主に透過法によるもの) に基づいて、比表面積と平均粒径、平均間隙径の関連性及び透気性、透水性との関係、実験公式中の形状係数などについて論じた。透気性は乾燥試料に対して、また、透水

性は飽和試料に対して、ともに低圧力レベルの範囲で検討したものであることを付言する。本研究で得られた事項を整理すると以下のようなものである。

(1) 毛細管モデルでいう管路の直径は、透過法により測定した比表面積と間隙比によって表され(式(17b)), 水銀圧入法のポロシメーター測定によっても平均間隙径としての意義を有することが判明した。

(2) 透過法による比表面積測定は透気試験としての意義をもち、測定される比表面積は、間隙径、間隙比のほかに土粒子の形状の影響を含んだものと考えられ、透気係数や透水係数がKozeny-Carman式により良く表現される。この結果、平均間隙径を用いると、透水性、透気性が式(33), (35)でもよく近似される。

(3) 平均粒径については、従来から提案されている粒度から算出する方法に従って算出した D_w が、実験公式における粒径として良好と考えられた。粒子を球と考えて比表面積から算出した粒径 D_m は、土試料が球形でなければ D_w より小さく、そのずれによって、粒子形状の概略が想像されることが判った。

(4) 透過法による比表面積に対して、吸着法により測定される比表面積は著しく大きく、土粒子に含まれる細孔も計測しているとみられる値で、一般に報告されているものに相当する。両者の関係は今後の研究課題であるが、透過法によるものは、流体の流れに寄与する比表面積という意味をもつのではないかと考えられた。

本研究は文部省科学研究費(平成2, 3年度試験研究(B)(2)), 課題番号: No. 02555109, 研究代表者: 宇野尚雄)の補助を受けた。関係各位に謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) 宇野尚雄・杉井俊夫・稲垣弘二: 透水係数に及ぼす諸要因との関係, 第24回土質工学研究発表会講演集, pp. 1655~1656, 1989.
- 2) 最上武雄編著: 土質力学(第8章粒状体の力学), 技報堂

- 出版(株), pp. 893~940, 1969(昭和44年).
- 3) 久保田敬一・河野伊一郎・宇野尚雄: 透水-設計へのアプローチ, 鹿島出版会, pp. 77~79, 1976.
 - 4) Taylor, D.W.: *Fundamentals of Soil Mechanics*, John Wiley & Sons, pp. 97~123, 1948.
 - 5) 土質工学会編: 土質工学ハンドブック, 土質工学会, pp. 68~69, 1982.
 - 6) 石原研而: 土質力学, 丸善, pp. 66~72, 1988.
 - 7) Lambe, T.W. and Whitman, R.V.: *Soil Mechanics*, John Wiley & Sons, p. 286, 1969.
 - 8) 西田義親・堀文二: 粘土の透水係数の一推定式, 土と基礎, Vol. 9, No. 3, pp. 34~36, 1961.
 - 9) Muskat, M.: *The Theory of Homogeneous Fluids Through Porous Media*, McGraw-Hill Book Co., pp. 69~74, 1937.
 - 10) 宇野尚雄・杉井俊夫・柘植浩史: 土中の間隙水と間隙空気の流動について, 混相流シンポジウム91講演論文集, pp. 147~150, 1991.
 - 11) Bear, J.: *Dynamics of Fluids in Porous Media*, American Elsevier Publ. Co., pp. 50~52 and pp. 161~167, 1972. [Bearは定数を本文のように記しているが, 次述する文献でCarmanは式(19)の分母の定数部分5をKozeny定数と称している。[Carman, P.C.: *Fluid Flow Through Granular Beds*, Trans. Inst. Chem. Eng. (London), Vol. 15, pp. 150~166, 1937.]]
 - 12) 三輪茂雄: 粉体工学通論, 日刊工業新聞社, pp. 1~10, 1981.
 - 13) 三輪茂雄: 粉体工学ハンドブック, 朝倉書店, pp. 61~62, 1965.
 - 14) 宇野尚雄・杉井俊夫・神谷浩二: 比表面積測定に基づく土の物性に関する考察, 第26回土質工学研究発表会講演集, pp. 1693~1694, 1991.
 - 15) i. b. i. d. 9), p. 60 (Fig. 8)
 - 16) 佐藤健・曾場昭之・桑山忠・宇野尚雄: 水銀圧入式ポロシメーターによる粒状材料の間隙径分布の測定, 土木学会論文集, No. 445, III-18, pp. 139~142, 1992.
 - 17) 宇野尚雄・杉井俊夫・服部元: 浸透破壊における混合粒径による不均質性の影響, 第27回土質工学研究発表会講演集, pp. 1945~1946, 1992.

(1992. 4. 30 受付)

CONSIDERATIONS OF PERMEABILITY RELATED TO PHYSICAL PROPERTIES OF PARTICLES BASED ON THE MEASUREMENT OF SPECIFIC SURFACE AREA

Takao UNO, Toshio SUGII and Kohji KAMIYA

Several experimental equations by which the coefficient of permeability can be estimated from the physical properties like diameter of soil particle and void ratio, have been proposed so far. It is, however, difficult to judge which equation is better. In the present paper it is shown that the measurement of specific surface area according to the Kozeny-Carman Equation is very valid to estimate the relationship between permeability of soil and the mean diameter of soil void, and to consider the effect of physical properties like size and shape of soil particles on permeability.