

波群の屈折に伴う2次長周期波の伝播変形解析

喜岡 渉*・石原健司**

波群を構成する成分波の方向スペクトルが与えられたとき、各地点の radiation stress を求め2次のオーダーの長周期波の変形計算を行う数値モデルを開発した。ただし、1次のオーダーの成分波については屈折による伝播変形のみを考えた。具体的な計算は、ステップ型断面に入射角の異なる3成分までの合成波を入射させた場合の2次長周期波の変形を対象とし、入射波の交差角および斜面勾配が長周期波の伝播変形に及ぼす影響を調べた。

Key Words: second-order long waves, directional seas, locked long waves, free long waves, short-wave groups

1. ま え が き

浅海で見られる長周期波については、合田¹⁾が砕波後の波高分布に及ぼす影響を指摘して以来すでに数多くの研究が行われており、その発生・伝播特性を説明するための理論モデル^{2),3)}も提案されている。これらの研究は主として砕波帯内の長周期波の挙動と流速場を対象としたものであり、理論モデルも傾斜海浜での断面1次元的な発生機構を説明したものに限られている。一方、砕波帯沖側の長周期波については、振幅自体は非常に小さいものの、浮体式構造物の不規則波浪中における係留安定性を検討する上で重要となることから、主として外力としての長周期変動波漂流力について関心が向けられてきた⁴⁾。また、最近になって、こうした砕波帯外での非線形干渉による長周期波が湾水応答を予測する上でも重要な要因となることが指摘されるようになり、理論的検討も行われている⁵⁾⁻⁷⁾。しかしながら、砕波帯外の比較的深い水深における長周期波の発生・伝播特性については未だ不明な点が多く、わずかに関本ら⁸⁾によって現地観測結果が報告されているに過ぎない。このため、湾水振動や港内の係留浮体の応答を検討するにあたって基礎となる来襲長周期波の性質、すなわち自由長波か2次の非線形干渉による拘束波かという基本的な問題も含めて、振幅、波長および波向きなどを精度良く予測できるまでには至っていない。

砕波帯外での長周期波は、砕波によって2次の非線形干渉による拘束を解かれていないので、その振幅と伝播方向は不規則波群を構成する個々の波（以下、短周期波と呼ぶ）の振幅と波向きに拘束される。一定水深下における長周期波の方向スペクトル理論は、Sand⁹⁾および木

村¹⁰⁾によって発表されており、長周期波の波向きは1次成分波である短周期波の波数ベクトルの差によって決まるため、そのエネルギーは短周期波と比べてより広い角度に分布し、かつなだらかなピークを持つことを示している。個々の1次成分波が屈折や回折によって変形すると、拘束を一部解かれて自由長波が発生し、非線形干渉下での拘束波とは異なる方向へ伝播することが予想される。こうした長周期波の伝播変形を含む長周期波の方向スペクトルの変形理論は現在のところ見当たらない。

本研究では、1次成分波の方向スペクトルが与えられたときの長周期波の変形計算モデルとして、砕波帯の長周期波の挙動計算モデルを平面2次元に拡張したものを検討する。具体的な計算は、入射角のそれぞれ異なる3成分までの合成波を用い、水深急変部における自由波の発生とその伝播方向が問題となるステップ型断面における長周期波の伝播変形に対して行った。

2. 解析理論

(1) 基礎方程式

座標系としては、図-1に示すように、岸沖方向に x 軸、沿岸方向に y 軸をとる。計算領域としては、 x および y 方向に水深が変化するものの、その変動は小さく1次成分波の反射が無視できるような領域を考えるが、実際の計算には沖側水深 h_1 、岸側水深 h_2 の一様水深部をもつような断面1次元のステップ型海浜を設定した。岸側境界と両側面境界は開境界とするが、ここでは後で述べるようにスポンジ層を配置する。不規則波群の個々の1次成分波は、沖側境界で x 軸に対して角度 θ_n で入射し、周期 T_n 、振幅 a_n とする。具体的な計算には、入射角 θ_0 をもつ波とその波に対して角度 $\Delta\theta_0$ をもつ1波または2波を沖側境界から入射させた3成分までの合成波を用いる。

長周期波を記述する基礎方程式としては、長周期水位

* 正会員 Ph. D. 名古屋工業大学助教授 社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

** 学生員 名古屋工業大学大学院 工学研究科

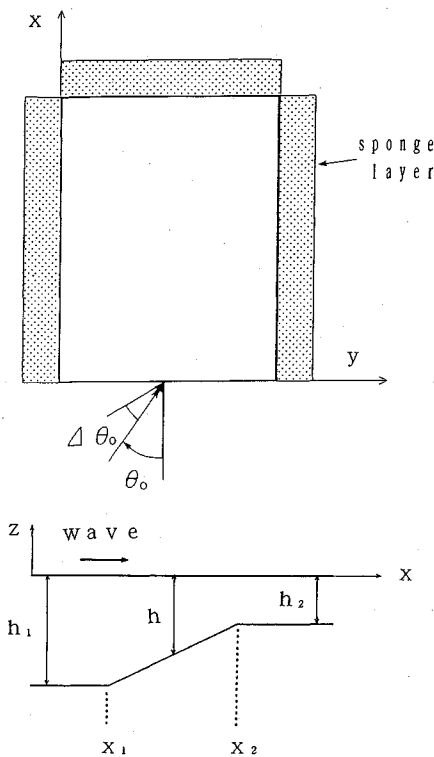


図-1 計算領域と記号の定義

変動 ζ と x 方向, y 方向における鉛直平均の流速 U, V についての線形化した次の連続式 (1), 運動量方程式 (2), (3) を用いる.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + h \frac{\partial U}{\partial x} + h \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = -\frac{1}{\rho h} \left[\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y} \right] - \frac{\tau_{bx}}{\rho h} \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = -\frac{1}{\rho h} \left[\frac{\partial S_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} \right] - \frac{\tau_{by}}{\rho h} \quad (3)$$

ここに, h は静水深, ρ は流体の密度, g は重力加速度, S_{xx}, S_{xy}, S_{yx} および S_{yy} は radiation stress, τ_{bx} および τ_{by} は底面摩擦応力を示す. 運動量方程式に含まれる水平拡散項は, ここでの解析は砕波帯外を対象としていることと構造物などの存在による局所的な影響は考えないことから, 式 (2), (3) から除外してある. また, x, y 方向の底面摩擦項 τ_{bx}, τ_{by} は砕波帯外では底面摩擦項の寄与分も他の項と比べると無視できるほど小さいことと, ポテンシャル理論に基づく理論値と比較する上での整合性の点から, 実際の計算では 0 とした.

式 (2), (3) の radiation stress を微小振幅波の諸量を用いて表し, さらに式 (1)~(3) から U, V を消去して ζ のみの式を誘導すると, 得られる式は Mei and Benmoussa¹²⁾ が WKB 法によって求めた非線形干渉理論下での 2 次のオーダーにおける長波方程式と一致す

る. 基礎式 (1)~(3) で省略された非線形項を含める場合, 非線形干渉に基づく理論式との整合性という点からはより高次の WKB の展開が必要となり, 不規則波群の伝播に伴う変調不安定性などの高次の項の影響も無視できない¹²⁾ ことになる.

(2) radiation stress の表示式

運動量方程式中の radiation stress の算定式を導くにあたっては, 方向分散性を有する個々の 1 次成分波の変形はゆるやかで反射は無視できるものとし, 1 次成分波 η は式 (4) および (5) によって与えられるものとする.

$$\eta = \sum_{n=1}^N a_n \cos(\phi_n) \quad (4)$$

$$\phi_n = \int \mathbf{k}_n dx - \omega_n t + \varepsilon_n \quad (5)$$

ここに, a_n は波の振幅, \mathbf{k}_n は波数ベクトル, ω_n は角周波数, ε_n は初期位相角である. また, \mathbf{k}_n と ω_n は次の分散関係式を満足する.

$$\omega_n = g |\mathbf{k}_n| \tanh |\mathbf{k}_n| h \quad (6)$$

このとき, 1 次成分波の速度ポテンシャル Φ は次式で与えられる.

$$\Phi = \sum_{n=1}^N \frac{a_n g}{\omega_n} \frac{\cosh k_n (h+z)}{\cosh k_n h} \sin(\phi_n) \quad (7)$$

不規則波動場における x, y, z 方向の 1 次成分波の流速成分を u, v, w とすると, radiation stress は次式で定義される.

$$S_{xx} = \rho \int_{-h}^0 (\overline{u^2} - \overline{w^2}) dz + \frac{1}{2} \rho g \overline{\eta^2} \quad (8)$$

$$S_{yy} = \rho \int_{-h}^0 (\overline{v^2} - \overline{w^2}) dz + \frac{1}{2} \rho g \overline{\eta^2} \quad (9)$$

$$S_{xy} = S_{yx} = \rho \int_{-h}^0 \overline{uv} dz \quad (10)$$

上式中の $\overline{\quad}$ は長周期波の時間スケールで時間平均することを表す. radiation stress の各項を式 (4) および (7) を用いて表し, 長周期の水位変動を考えているので 1 次成分波の個々の周期で時間平均して, 周波数の差の成分 ($\phi_m - \phi_n$) と定常項のみを残すと次式を得る.

$$\overline{\eta^2} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N a_n^2 + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N a_n a_m \cdot \{ \cos(\phi_m - \phi_n) + \cos(\phi_n - \phi_m) \} \quad (11)$$

$$\overline{u^2} - \overline{w^2} = \frac{1}{2} (A_n^2 - B_n^2) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N (A_m A_n - B_m B_n) \cdot \{ \cos(\phi_m - \phi_n) + \cos(\phi_n - \phi_m) \} \quad (12)$$

$$\overline{v^2} - \overline{w^2} = \frac{1}{2} (C_n^2 - B_n^2) + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N (C_m C_n - B_m B_n) \cdot \{ \cos(\phi_m - \phi_n) + \cos(\phi_n - \phi_m) \} \quad (13)$$

$$\overline{uv} = \frac{1}{2} A_n C_n + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N A_m C_n$$

$$\{\cos(\psi_m - \psi_n) + \cos(\psi_n - \psi_m)\} \dots\dots\dots(14)$$

ここに、

$$A_n = a_n \omega_n \cos \theta_n \frac{\cosh k_n (h+z)}{\sinh k_n h} \dots\dots\dots(15)$$

$$B_n = a_n \omega_n \frac{\sinh k_n (h+z)}{\sinh k_n h} \dots\dots\dots(16)$$

$$C_n = a_n \omega_n \sin \theta_n \frac{\cosh k_n (h+z)}{\sinh k_n h} \dots\dots\dots(17)$$

ただし、 θ_n は各成分波の波向きである。radiation stress の表示式は式 (11)~(14) を水深について積分することによって得られ、次式のように与えられる。

$$S_{xx} = \frac{1}{4} \rho g \sum_{n=1}^N a_n^2 + \frac{\rho}{2} \sum_{n=1}^N \frac{a_n^2 \omega_n^2}{\sinh^2 k_n h} \left\{ \frac{h}{2} (\cos^2 \theta_n + 1) + \frac{\sinh k_n h \cosh k_n h}{2k_n} (\cos^2 \theta_n - 1) \right\} + \frac{1}{4} \rho g \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N a_m a_n \{\cos(\psi_m - \psi_n) + \cos(\psi_n - \psi_m)\} + \frac{\rho}{2} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N \frac{a_m a_n \omega_m \omega_n}{\sinh k_m h \sinh k_n h} \left[\cos \theta_m \cos \theta_n \cdot \left\{ \frac{\sinh(k_m - k_n)h}{2(k_m - k_n)} + \frac{\sinh(k_m + k_n)h}{2(k_m + k_n)} \right\} - \left\{ \frac{\sinh(k_m + k_n)h}{2(k_m + k_n)} - \frac{\sinh(k_m - k_n)h}{2(k_m - k_n)} \right\} \right] \{\cos(\psi_m - \psi_n) + \cos(\psi_n - \psi_m)\} \dots\dots\dots(18)$$

$$S_{xy} = \frac{\rho}{2} \sum_{n=1}^N \frac{a_n^2 \omega_n^2 \cos \theta_n \sin \theta_n}{\sinh^2 k_n h} \left\{ \frac{h}{2} + \frac{\sinh k_n h \cosh k_n h}{2k_n} \right\} + \frac{\rho}{2} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N \frac{a_m a_n \omega_m \omega_n \cos \theta_m \sin \theta_n}{\sinh k_m h \sinh k_n h} \left\{ \frac{\sinh(k_m - k_n)h}{2(k_m - k_n)} + \frac{\sinh(k_m + k_n)h}{2(k_m + k_n)} \right\} \{\cos(\psi_m - \psi_n) + \cos(\psi_n - \psi_m)\} \dots\dots\dots(19)$$

ただし、 S_{yy} については式 (18) 中の $\cos \theta_n$, $\cos \theta_m$ をすべて $\sin \theta_n$, $\sin \theta_m$ に置き換えたものを用いればよい。なお、 $k_m = k_n$ となるとき、すなわちスペクトル形が対称で $\theta_n \neq -\theta_m$ となるときには、式 (18) および (19) における $\sinh(k_m - k_n)h/2(k_m - k_n)$ を $h/2$ と書き換えておく必要がある。

式 (18) および (19) は、個々の波の方向分散性をそのまま残しているの、周波数差に対応する波数ベクトルの差の方向の長周期成分を算定することができる。

3. 計算方法

具体的な計算例として、水深は y 方向に変化しない断面 1 次元問題を対象としたが、解析対象としては一般的な平面 2 次元問題を考えているので、計算方法についても x - y 平面における長周期波の変形計算に適用可能な手法を検討する。

基礎方程式を解くためには、計算領域全体を等間隔の正方形格子で分割し、各メッシュの中央で水深 h 、長周

期水位変動 ζ および radiation stress (S_{xx} , S_{xy} , S_{yx} , S_{yy}) を定義し、流速 U , V は x , y 軸方向に半格子間隔だけずらして格子線を横切るように定義するスタガードメッシュを用いる。定義点が流体境界からずれた位置での U , V は周囲の 2 点または 4 点における値の平均値で与える。そして、時間に対しては前進差分、空間に対しては中央差分をそれぞれとって、陽形式によって計算を行う。計算には、1 次成分波の伝播に伴う振幅 a_n 、波向き θ_n および波数 k_n の変化を別途求めて各点での radiation stress を与えておく必要があるが、ここでは Dalrymple¹¹⁾ によって提案された屈折計算法を用いた。

初期条件としては、計算領域全域で水位変動 ζ と流速成分 U , V がともに 0 という静水状態とする。境界条件のうち、沖側境界では入射波成分 ζ^I と反射波成分 ζ^R を分けて次式のように表す。

$$\zeta = \zeta^I + \zeta^R \dots\dots\dots(20)$$

このうち入射成分 ζ^I は沖側水深 h_1 における 1 次成分波の方向スペクトルから Sand の理論式 (文献 (9) の式 (10)) より与え、沖へ向かう反射波 ζ^R は波速 $(gh)^{1/2}$ の自由長波として次式のように与える。

$$(U^2 + V^2)^{1/2} = \left(\frac{g}{h}\right)^{1/2} \zeta^R \dots\dots\dots(21)$$

なお、 ζ^I に関してあらかじめ実施した予備計算の結果、1 次成分の平均角周波数を ω として $h_1 \omega^2 / g > 0.6$ となる沖側境界では、 ζ^I を 0 と置くことによる計算結果と Sand の理論を用いた結果は誤差 0.5% 以内で一致したことから、実際の計算では沖側水深 h_1 がこの条件より大きいときには $\zeta^I = 0$ とした。

岸側境界と両側面境界では適当な透過境界の設定が必要である。線形長波に対する透過条件としては $(gh)^{1/2}$ で透過していく条件式が一般に用いられるが、こうした境界は包絡波の波速 C_e (後述のように一般には群速度 C_g と異なる) で伝播する拘束波に対しては反射境界として働く。そこで、これら境界には Larsen and Dancy¹³⁾ によって提案されたスポンジ層を配置することとし、スポンジ境界層内では次式が成り立つものとした。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + h \frac{\partial(\nu U)}{\partial x} + h \frac{\partial(\nu V)}{\partial y} + \frac{1-\mu^{-2}}{\Delta t} \zeta = 0 \dots\dots\dots(22)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial(\nu \zeta)}{\partial x} + \frac{1-\mu^{-2}}{\Delta t} U = 0 \dots\dots\dots(23)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial(\nu \zeta)}{\partial y} + \frac{1-\mu^{-2}}{\Delta t} V = 0 \dots\dots\dots(24)$$

ここに、 Δt は時間ステップ間隔を示し、 ν , μ は次式のような関数である。

$$\nu = \alpha + \frac{1-2\alpha}{\mu} + \frac{\alpha}{\mu^2} \dots\dots\dots(25)$$

$$\mu = \exp\{(2^{-n} - 2^{-5}) \ln \beta\} \dots\dots\dots(26)$$

上式中の n はスポンジ層の数を示し、 α , β は任意の係

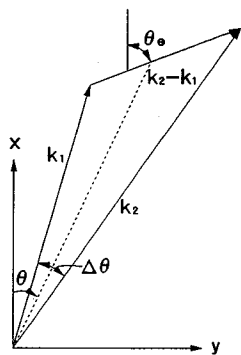


図-2 波数のベクトル

数を示すが、ここでは Larsen and Dancy による計算結果を参考にして $\alpha=0.5$, $\beta=2$ とした。

4. 2成分合成波の表示式

計算結果を検討する前に、波数 \mathbf{k} がわずかに異なり $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}(1 + \varepsilon)$, $\mathbf{k}_2 = \mathbf{k}(1 - \varepsilon)$ で、振幅が a と δa であるような次の2成分合成波に対して理論的考察を加えておく。

$$\eta = \frac{1}{2} a \left\{ \exp \left[i\varepsilon \left(\int \mathbf{K} \cdot d\mathbf{x} - \Omega t \right) \right] + \delta \exp \left[-i\varepsilon \left(\int \mathbf{K} \cdot d\mathbf{x} - \Omega t \right) \right] \right\} \left\{ \exp \left[i \left(\int \mathbf{k} \cdot d\mathbf{x} - \omega t \right) \right] + * \right\} \dots (27)$$

ここに、 \mathbf{K} , Ω はそれぞれ包絡波の波数ベクトルと角周波数、 $*$ は括弧内の前項に対する共役複素数であることを示す。搬送波および包絡波の波数成分はそれぞれ $(k_x, k_y) = (k \cos \theta, k \sin \theta)$, $(K_x, K_y) = (K \cos \theta_0, K \sin \theta_0)$ として与えられる (図-2 参照)。

包絡波の波向 θ_0 は1次成分波の波数ベクトルの差として求められ、 $\Delta \theta$ が小さいとき

$$\Delta \theta = \tan^{-1} \frac{k_x + \varepsilon K_x}{k_y + \varepsilon K_y} - \tan^{-1} \frac{k_x - \varepsilon K_x}{k_y - \varepsilon K_y} \approx \frac{2\varepsilon}{k^2} (k_y K_x - k_x K_y) = \frac{2\varepsilon \Omega}{k C_0} \tan(\theta_0 - \theta) \dots (28)$$

が成り立つので、次式のように表すことができる。

$$\theta_0 = \tan^{-1} \left(\frac{k C_0 \Delta \theta}{2\varepsilon \Omega} \right) + \theta \dots (29)$$

包絡波の伝播速度 C_e は、 $\theta \neq \theta_0$ のとき C_0 とは一致せず、次式のように表される。

$$C_e = \frac{\Omega}{K} = C_0 \cos(\theta - \theta_0) \dots (30)$$

なお、 $\theta - \theta_0 = \pm \pi/2$ となると、上式により時間変動項は0となる。

ここでは、等深線が y 方向に一樣なステップ型断面を仮定したので、 K_y は常に一定であり、長周期波 ζ は定常成分 ζ_0 , 包絡波に拘束されて伝播する成分 ζ_L および自由長波成分 ζ_F の和として次式のように表すことができる。

$$\zeta = \zeta_0 + \frac{1}{2} (\zeta_L + \zeta_F) (\exp [2i(K_y y - \Omega t)] + *) \dots (31)$$

2成分波が1方向からのみ入射する場合、すなわち $\Delta \theta = 0$ のときの ζ_L , ζ_0 および一定水深下での ζ_F の表示式は、Mei and Benmoussa¹²⁾ および Liu¹³⁾ によって示されている。成分波が交差して入射する場合の拘束波 ζ_L については、Sand⁹⁾ によって表示式が与えられているが、multiple-scale 摂動法によって近似的に求めると¹⁴⁾ 次式のように表される。

$$\zeta_L = \frac{C_0^2}{gh - C_0^2} \frac{k \delta a^2}{2 \sinh 2kh} \left(\cosh^2 kh \frac{C_0}{C_0} + \frac{1}{2} \right) \exp \left[2i \left(\pm \int K_x dx \right) \right] \dots (32)$$

式中の \pm は $\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$, $\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ に対応して K_x の符号が変わることを示す。なお、上式には成分波の非線形干渉項のうち radiation stress の定常項 (式 (18) の右辺第1項 および第2項と式 (19) の右辺第1項) に対応する項の寄与分は含まれていないので、定常項の寄与分が相対的に大きくなる相対水深 kh が大きいケースでは近似度が悪くなる。

水深変化が包絡波の波長のスケールに比べて十分に緩やかでない場合、 $\zeta = \zeta_0 + \zeta_L$ では基礎方程式 (1)~(3) (ここでは ζ のみを考えているので、厳密には式 (1)~(3) から U, V を消去して ζ のみとした式) を満足することができず自由長波 ζ_F を発生させる。斜面上 $x_1 < x < x_2$ では ζ_F も radiation stress の変化に伴う強制項の影響を受けるが、 $x < x_1$ ($j=1$) および $x > x_2$ ($j=2$) の一定水深下では拘束を解かれ次式のように表される¹²⁾。

$$\zeta_F = \zeta_F \exp [2i(-1)^j \lambda_j (x - x_j)] \dots (33)$$

ここに、波数ベクトルの x 方向成分は、自由長波の伝播速度が $(gh_j)^{1/2}$ であることから次式のように与えられる。

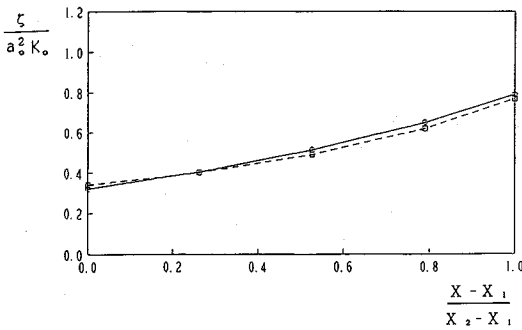
$$\lambda_j^2 + K_y^2 = \frac{\Omega^2}{gh_j} \dots (34)$$

上式から λ_j が実数として与えられるとき斜面から外向きに伝播していく長波を表し、 λ_j が虚数となるときには指数的に減衰する長波を表す。その波向 θ_j は次式で与えられ、 ζ_L の波向 θ_0 とは一般に異なる。

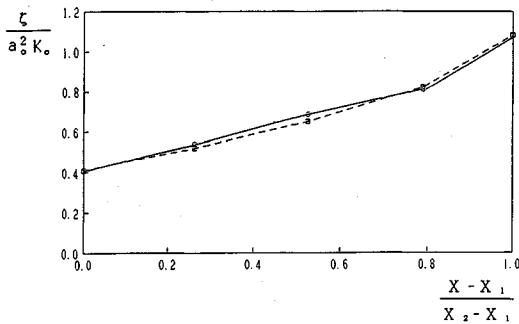
$$\theta_j = \tan^{-1} \frac{K_y}{|\lambda_j|} \dots (35)$$

式 (33) の ζ_F および斜面上 $x_1 < x < x_2$ における ζ_F は、最も簡単な2成分合成波に対しても数値的に解いてやる必要がある。

ここでは、式 (31) のように長周期成分を分離して求めるのではなく、式 (1)~(3) から直接 ζ を計算することとする。



(a) $\theta=30^\circ$



(b) $\theta=45^\circ$

図-3 Liu¹⁵⁾の計算結果との比較

5. 計算結果とその考察

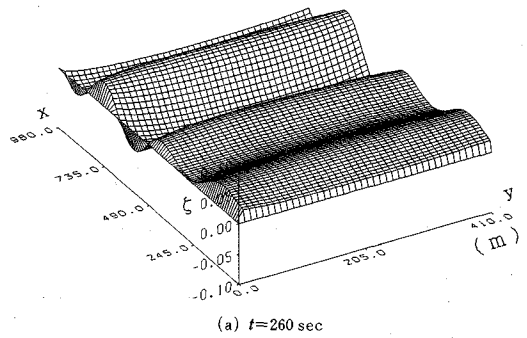
(1) 計算条件

計算に用いた格子間隔 Δs は、ステップ断面の斜面区間において x 方向に 40 分割程度になるようにとり、 Δt は Courant の安定条件から決めた。岸側および両側面境界におけるスポンジ層としては、幅 $5\Delta s$ のものを 1 層または 2 層配置した。計算結果に及ぼすスポンジ層の影響については、各時間ステップごとに全領域の平均水位を出力させることによってモニターしたが、すべてのケースにおいて 2 周期程度で定常状態に達しており、開境界として有効に働いていることが確認された。

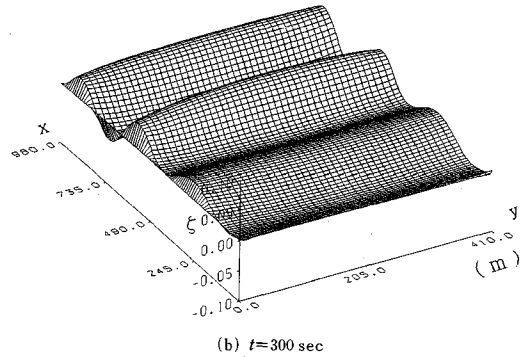
(2) 断面 1 次元モデル¹⁵⁾との比較

計算方法の妥当性を検討するために、 x 方向 980 m、 y 方向 410 m の海域にステップを設け方向分散性のない 2 成分合成波を入射させて各点での ζ を計算し、Liu¹⁵⁾ の断面 1 次元モデルによる計算結果と比較した。同様な計算は Mei and Benmoussa¹²⁾ によっても行われているが、ここでは水深の不連続部分の接続条件の取り扱いがより厳密である Liu の結果を用いた。

図-3 は、沖側水深 $h_1=19.4$ m、岸側水深 $h_2=9.7$ m で勾配 1/20 のステップ断面に、周期と振幅がそれぞれ $T_1=9.3$ sec、 $a_1=0.5$ m と $T_2=8.4$ sec、 $a_2=0.5$ m の 2 成分合成波を入射させたときの $y=205$ m におけるス



(a) $t=260$ sec



(b) $t=300$ sec

図-4 2成分合成波による計算結果

トップ斜面上の各点での ζ の振幅を入射角 $\theta_0=30^\circ$ と 45° について示したものである。図中の点線で示した Liu の計算値と比較するために、計算値は $\omega=4\pi/(T_1+T_2)$ から求めた $k_0=\omega^2/g$ を用いて無次元表示してある。図より両計算結果はよく一致しており、ここで用いた計算手法は計算精度上も妥当であるといえる。ただし、両側境界付近、特に $y=0$ の境界付近では、後述の方向分散を考慮した合成波の計算結果と同様(図-4 参照)、 ζ の振幅値は幾分か小さく計算される。スポンジ層による計算上の回折効果と、境界での radiation stress の不連続性の影響と考えられるが、影響範囲は境界近傍 ($\theta_0=45^\circ$ のケースで $y<15$ m) に限られている。

(3) 2成分および3成分合成波による計算結果

図-4 (a), (b) は、沖側水深 $h_1=19.4$ m、岸側水深 $h_2=9.7$ m、 $x_1=330$ m から $x_2=520$ m までが勾配 1/20 のステップ型海浜に沖側から入射角 0° の波 ($a_1=0.5$ m、 $T_1=9.3$ sec) に対して $\Delta\theta_0=10^\circ$ の波 ($a_2=0.5$ m、 $T_2=8.4$ sec) を入射させた 2 成分合成波を用いたときの計算結果で、それぞれ計算開始後 $t=260$ sec、 $t=300$ sec での長周期波の空間波形を示す。側面境界 $y=0$ 付近で振幅が幾分か小さく抑えられる傾向が見られるものの、 y 方向にはほぼ一樣な波形が得られている。

斜面直後 $x=530$ m の一様水深部 $h_2=9.7$ m における時間波形を図-5 に示す。図の (a) は短周期波の波形を示すもので、図の (b) に示した長周期波の方が式(32)

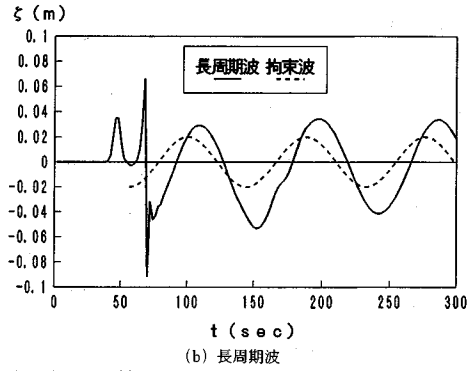
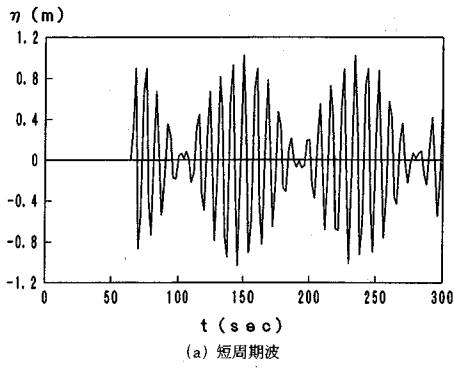


図-5 一定水深部における時間波形の比較

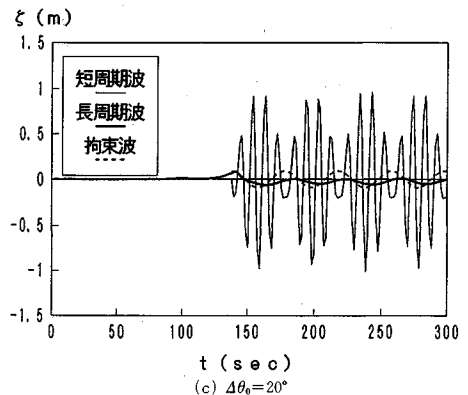
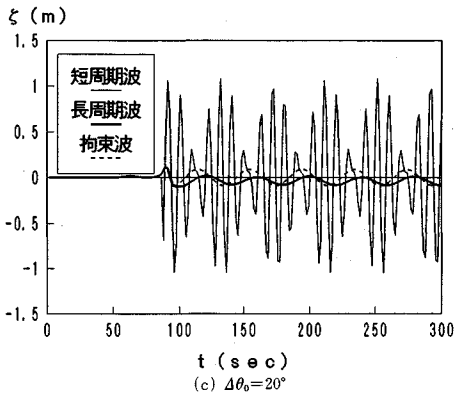
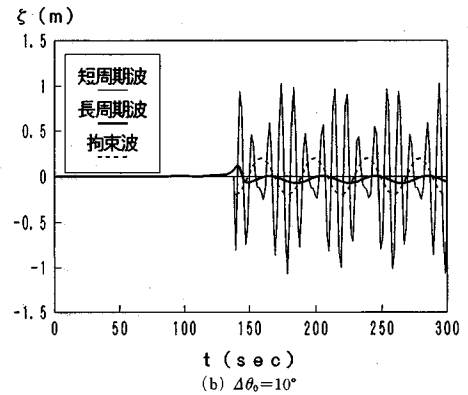
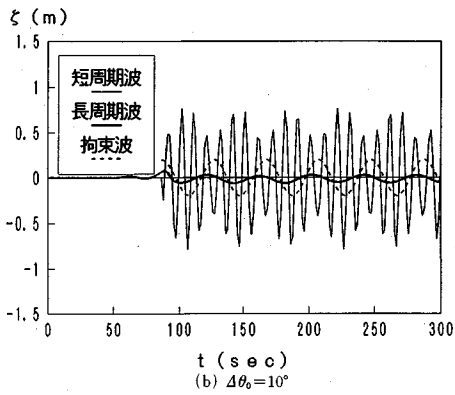
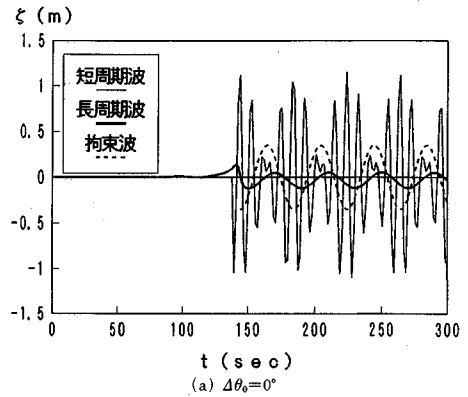
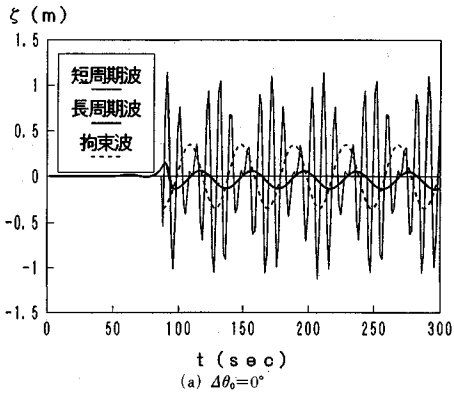


図-6 3成分合成波による計算結果
(勾配 1/20, $x-x_2=0$)

図-7 3成分合成波による計算結果
(勾配 1/40, $x-x_2=0$)

から予測される拘束波のものよりわずかに遅く、かつ振幅は大きくなっている。一様水深部 $h_2=9.7\text{ m}$ で予測される拘束波と自由波を波数・周波数スペクトル解析によって直接分離することは困難であるので、図の (b) から逆に自由波の寄与分を推定すると、自由波の位相は実線で示す長周期波のものより幾分遅く、振幅は拘束波のものより小さくなっている。

図-6は、沖側水深 $h_1=25\text{ m}$ 、岸側水深 $h_2=5\text{ m}$ 、 $x_1=300\text{ m}$ から $x_2=700\text{ m}$ までが勾配 $1/20$ のステップ型海浜に、沖側から入射角 0° の波 ($a_1=0.5\text{ m}$ 、 $T_1=10\text{ sec}$) に対して角度 $\pm \Delta\theta_0$ を持つ対称な2波 ($a_2=a_3=0.25\text{ m}$ 、 $T_2=T_3=8\text{ sec}$) を入射させた3成分合成波による計算結果を示す。図の (a)、(b) および (c) は、それぞれ $\Delta\theta_0=0^\circ$ 、 10° 、 20° の波を入射させたときの斜面直後 $x=700\text{ m}$ の $h_2=5\text{ m}$ における短周期波と長周期波の時間波形をそれぞれ細い実線と太い実線で示したもので、図-5と同様に包絡波の位相から式 (32) を用いて計算した拘束波成分を比較のために点線で示してある。ただし、3成分波間のうち周期の等しい a_2 、 a_3 間の干渉は寄与しないので、 a_1 と a_2 および a_1 と a_3 の2成分波に式 (32) を適用し、それらを合成した結果を示してある。長周期波の振幅は短周期波が交差角 $\Delta\theta_0$ を持つと急激に減少するが、 $\Delta\theta_0=10^\circ$ および 20° ではほぼ同じ値となっている。

図-7は、計算領域として $x_1=300\text{ m}$ から $x_2=1100\text{ m}$ の区間に勾配 $1/40$ の斜面を設定したときの計算結果を示すもので、他の計算条件は図-6のものと同じである。図-6の結果と比べると、図の (b) に示す $\Delta\theta_0=10^\circ$ の結果を除いて、図-7に示した長周期波の振幅の方が幾分小さい。式 (32) から決まる拘束波の振幅は斜面勾配によらず一定であり、自由波の振幅は図 (a) では $1/20$ 勾配より小さく、図 (b) および (c) では $1/20$ 勾配とほぼ同じ値をとる。長周期波の振幅は拘束波と自由波の位相差にもよるため、図 (a) および (c) では $1/40$ 勾配における振幅の方が小さくなっている。

図-8は、ステップの斜面勾配を $1/20$ から $1/40$ まで変化させたときの斜面端 $x=x_2$ における長周期波の振幅のうち、自由長波成分についてのみ示したものである。自由長波の振幅は、 $\Delta\theta_0=0$ のケースでは勾配が緩やかになるに従ってほぼ単調に減少しているのに対し、成分波の波数ベクトルの差の方向 θ_e が比較的大きく、かつ沖側へ向かう拘束波成分も伴う $\Delta\theta_0=10^\circ$ および 20° のケースにおいては勾配による変動が大きい。ただし、勾配によらず $\Delta\theta_0$ が大きいほど自由波の振幅も小さくなっている。

自由長波の振幅は、 $\Delta\theta_0=0^\circ$ のケースでは式 (34) の λ は常に実数となり水深 h_1 または h_2 では一定値をとるが、 $\Delta\theta_0=10^\circ$ および 20° のケースでは λ が虚数となる

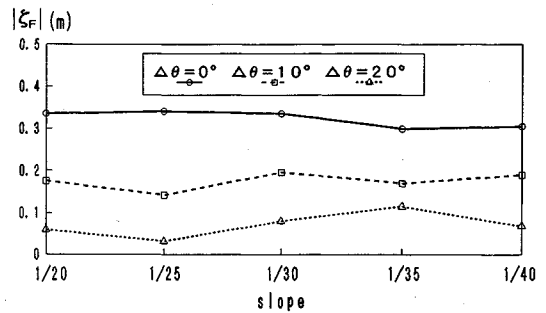
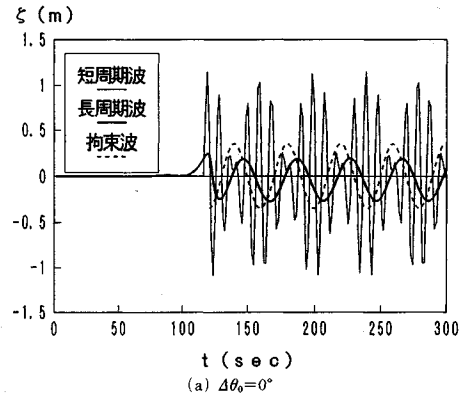
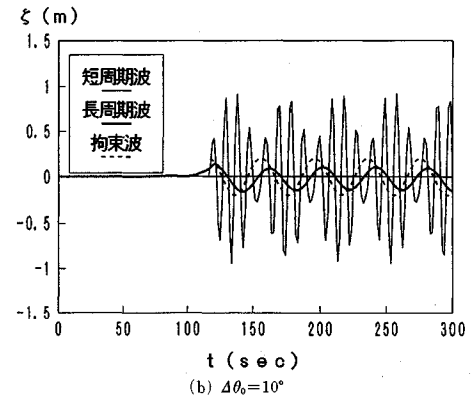


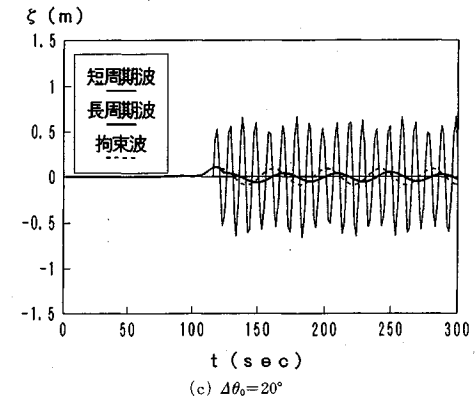
図-8 斜面勾配による自由長波成分の振幅の変化 ($x-x_2=0$)



(a) $\Delta\theta_0=0^\circ$



(b) $\Delta\theta_0=10^\circ$



(c) $\Delta\theta_0=20^\circ$

図-9 3成分合成波による計算結果 (勾配 $1/20$, $x-x_2=200\text{ m}$)

水深が存在するために場所的に変動する。自由長波が減衰を伴わない進行波の場合も、式(29)の C_0 と $(gh)^{1/2}$ の位相速度差があるときには、一定水深下を伝播する長周期波は非定形波となり場所的に変動する。図-9は、図-6の計算結果を斜面端から200m離れた地点について示したもので、長周期波の振幅は $\Delta\theta_0=20^\circ$ のケースを除いて図-6の結果より大きくなっている。

6. あとがき

波群を構成する個々の1次成分波が屈折によって変形する場合の2次長周期波の伝播変形を数値計算によって調べた。計算モデルの定式化にあたっては、1次成分波の方向分散性を仮定し、周波数差に対応する波数ベクトルの差の方向へ伝播する長周期波(拘束波成分)を算定できるようにした。

断面1次モデルとの比較が可能なステップ型断面に対してここで開発した平面2次元モデルを適用して計算方法の妥当性を確認した。次いで、入射波として入射角の異なる3成分合成波を用いた計算を行い、入射波の交差角やステップ型断面の斜面勾配が長周期波に及ぼす影響を調べた。計算結果は、1次成分波の非線形干渉によって生じる拘束波成分とともに斜面によって発生する自由波成分の寄与分も大きく、長周期波は両成分波の振幅と位相差によって決まることを示した。

参考文献

- 1) 合田良実：浅海における波浪の砕波変形，港湾技術研究所報告，第14巻，第3号，pp.59-106，1975。
- 2) Symonds, G., D.A. Huntley, and A.J. Bowen : Two-dimensional surf beat : Long wave generation by a time varying breakpoint, J. Geophys. Res., Vol.87, No.C1, pp.492-498, 1982.
- 3) Schäffer, H.A. and I.A. Svendsen : Surf beat generation,

- Proc. 21th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.1058-1072, 1988.
- 4) 例えば, Pinkster, J.A. : Low frequency second order wave exiting forces on floating structures, Netherland Ship Model Basin Pub., No.650, 1980.
- 5) 喜岡 渉・飯田耕三・石田 昭：非線形長周期波の湾水振動，第35回海岸工学講演会論文集，pp.242-246，1988。
- 6) Mei, C.C. and Y. Agnon : Long-period oscillations in a harbour induced by incident short waves, J. Fluid Mech., Vol.208, pp.595-608, 1989.
- 7) Wu, J.-K. and P.L.-F. Liu : Harbour excitations by incident wave groups, J. Fluid Mech., Vol.217, pp.595-613, 1990.
- 8) 関本恒浩・清水琢三・窪 泰浩・今井澄雄・島津昌央：港湾内外のサーフビートの発生・伝播に関する現地調査，海岸工学論文集，第37巻，pp.86-90，1990。
- 9) Sand, S.E. : Long waves in directional seas, Coastal Eng., Vol.6, pp.195-208, 1982.
- 10) 木村 晃：非線型長周期波の2次元スペクトル，第32回海岸工学講演会論文集，pp.154-158，1985。
- 11) Dalrymple, R.A. : Model for refraction of water waves, J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., Vol.114, No.4, pp.423-435, 1988.
- 12) Mei, C.C. and C. Benmoussa : Long waves induced by short wave groups over an uneven bottom, J. Fluid Mech., Vol.139, pp.219-235, 1984.
- 13) Larsen, J. and H. Dancy : Open boundaries in short wave simulations—a new approach, Coastal Eng., Vol.7, pp.285-297, 1983.
- 14) Agnon, Y. and C.C. Mei : Trapping and resonance of long shelf waves due to groups of short waves, J. Fluid Mech., Vol.195, pp.201-221, 1988.
- 15) Liu, P.L.-F. : A note on long waves induced by short-wave groups over a shelf, J. Fluid Mech., Vol.205, pp.163-170, 1989.

(1992.8.3 受付)

SECOND-ORDER LONG WAVES INDUCED BY THE REFRACTION OF SHORT-WAVE GROUPS

Wataru KIOKA and Kenji ISHIHARA

A numerical model has been developed for the prediction of second-order long waves due to the refraction of wave groups. The effect of angular spread of the incident waves is also included. In the formulation of second-order equations, special care is taken to account for the locked long waves propagating together with the envelope of the short waves in the direction of the difference of the wave-number vectors of the short waves. The model has been applied to a step-type beach with straight and parallel contours. The present numerical model is verified by the one-dimensional model for oblique incidence but with no angular spread. Numerical results are also presented to demonstrate the effects of short-wave angular spread.