

# 仮想ひびわれモデルを組込んだ分布ひびわれモデルによるコンクリートのひびわれの有限要素解析

内田裕市\*・六郷恵哲\*\*・小柳 洽\*\*\*

無筋コンクリート部材のひびわれの進展にともなう巨視的な挙動を、破壊力学モデルの一つである仮想ひびわれモデルを分布ひびわれモデルに組み込み、有限要素法により解析を行った。ひびわれが局所化して進展する場合と分散して進展する場合で解析結果が異なることを示した。また、分布ひびわれモデルに軟化を組み込んだ場合に生じるロッキングの障害について検討した。

**Key Words** : smeared crack model, fictitious crack model, FEM, fracture mechanics

## 1. ま え が き

有限要素法を用いてコンクリート構造物のひびわれ進展解析を行う場合、ひびわれのモデル化には、よく知られているように2つの代表的な方法がある。一つは、離散ひびわれ (discrete crack) モデルであり、もう一つは分布ひびわれ (smeared crack) モデルである。本来、ひびわれは変位の不連続面であり、モデル化においては離散ひびわれを用いる方が、直接的で明快である。しかし、離散ひびわれモデルを用いる場合には、ひびわれ経路が既知でない限り、ひびわれの進展にともない要素の再分割の作業が必要となる。これに対して、分布ひびわれモデルは、ひびわれ後もコンクリートを連続体として扱い、ひびわれを要素の材料特性の変化としてモデル化するので、初期に設定した幾何学的条件を変更することなくひびわれの進展を追跡できる。このため、特に鉄筋コンクリート構造物を対象した解析では、分布ひびわれモデルが使用されることが非常に多い。

そこで、本研究では、特に無筋コンクリートを対象として、ひびわれの進展にともなう供試体の巨視的な挙動を分布ひびわれモデルを用いて解析することを試みた。その際、特に以下の点について検討した。すなわち、従来、無筋コンクリートにおけるひびわれ進展挙動に関する研究は、その多くが供試体に切欠きを設けることで、あらかじめひびわれが局所化するようにしたものが多く、切欠きのない均一な供試体におけるひびわれの進展、局所化の挙動を扱ったものはほとんど見られない。そこで、ここでは、切欠きのない曲げ供試体の挙動を分布ひびわれモデルを用いて解析する場合に、ひびわれの局所

化が供試体の巨視的な挙動にどのような影響を与えるかを検討した。さらに、分布ひびわれモデルに軟化を組み込んだ場合に、ひびわれの方向と要素分割との関係で生じるロッキングの障害についても検討を加えた。

## 2. ひびわれの破壊力学的モデル

最近、コンクリートのひびわれ進展解析において、破壊力学的なモデルを用いることが注目されている。破壊力学的モデルの特徴は、従来の強度基準 (応力が引張強度に達するとひびわれが発生し、その後は完全に引張抵抗を失うとする基準) に代り、破壊力学的な考察から導かれるエネルギー基準 (軟化を考慮した基準) を導入することであると考えられる。エネルギー基準を導入することで、従来の強度基準を用いた場合の問題の一つである、解析結果の要素寸法依存性が解消されること<sup>1)</sup>、またいわゆる強度の寸法依存性も表現できるようになることなどがすでに報告されている<sup>2)</sup>。エネルギー基準を導入した破壊力学的なモデルとしては、離散ひびわれモデルに対しては、Hillerborg ら<sup>3)</sup>の仮想ひびわれ (fictitious crack) モデルが、また分布ひびわれモデルに対しては Bazant ら<sup>2)</sup>のひびわれ帯 (crack band) モデルが代表的である。また、仮想ひびわれモデルの考え方を分布ひびわれモデルに適用するモデルも Dahlblom ら<sup>4)</sup>によって提案されている。

仮想ひびわれモデル<sup>3)</sup>は、ひびわれの進展を節点の分離で表わし、分離した節点間に、その節点間距離 (ひびわれ幅) に応じて引張軟化曲線から定まる結合力を作用させるものである。引張軟化曲線は、コンクリートの1軸引張試験時に得られるひびわれ幅とひびわれ間伝達応力の関係をモデル化したもので、曲線下の面積は破壊エネルギー  $G_F$  に一致している。

ひびわれ帯モデル<sup>2)</sup>は、ひびわれは有限の幅 (クラックバンド幅  $w_c$ ) を有し、幅方向の特性が一樣な連続体

\*正会員 工修 岐阜大学助手 工学部土木工学科  
(〒501-11 岐阜市柳戸 1-1)

\*\*正会員 工博 岐阜大学助教授 工学部土木工学科

\*\*\*正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科

として表される。クラックバンド内の応力-ひずみ ( $\sigma-\epsilon_{cr}$ ) 関係には軟化が考慮される。この応力-ひずみ関係のひずみ  $\epsilon_{cr}$  は、クラックバンド幅  $w_c$  と仮想ひびわれモデルで用いられる引張軟化曲線 ( $\sigma-\omega$ ) のひびわれ幅  $\omega$  と  $\omega=w_c\epsilon_{cr}$  なる関係で結び付けられ、さらに応力-ひずみ曲線下の面積  $g_f$  と引張軟化曲線下の面積で表される破壊エネルギー  $G_F$  は  $G_F=w_c g_f$  なる関係で結び付けられる。したがって、ひびわれ帯モデルは、形式的には仮想ひびわれモデルと等価なモデルであるが、クラックバンド幅を材料特性値としている点の特徴である。

一方、Dahlblomら<sup>4)</sup>によって提案された仮想ひびわれモデルを分布ひびわれモデルに適用するモデルは、ひびわれが発生した要素を仮想ひびわれと弾性領域からなる要素と考え、要素の応力-ひずみ関係を仮想ひびわれの特性と弾性領域の特性のたし合わせで定めるものである。このたし合わせの際に要素寸法を考慮するために、要素寸法として“等価長さ (equivalent length)”が導入されている。すなわち、このモデルの特徴は、ひびわれ後の応力-ひずみ関係を要素寸法に依存させている点である。

なお、これらのモデルに共通する欠点は、いずれのモデルも、ひびわれ近傍の微視的な挙動あるいは破壊進行領域 (fracture process zone) の挙動といったことは解析できず、あくまでも部材の巨視的な挙動しか解析できないということである。そのような欠点を克服するために、非局所マイクロプレーン (nonlocal microplane) モデル<sup>5)</sup>に代表されるような、巨視的なひびわれの発生を意識することなく材料特性をすべて連続体として扱う非局所連続体モデルが最近注目されている。

### 3. 要素特性および解析方法

#### (1) 要素特性

##### a) 概要

コンクリートは、ひびわれが発生しない限りすべて線形弾性体と仮定した。すなわち、部材の非線形挙動はコンクリートのひびわれのみに起因するものとした。ひびわれは、最大主応力が引張強度を越えたときに、最大主応力方向と直交する方向に発生するものとした。ひびわれ発生後は、直交異方性体として考え、図-1に示すようにひびわれとそれに直交する座標系で要素特性を定め、座標変換マトリックスを介して全体座標系の特性に変換するようにした。その際、ひびわれ平行方向の応力-ひずみ関係は線形弾性体のままとし、ひびわれ直交方向の応力-ひずみ関係には引張軟化を考慮した。また、ひびわれ発生後に主ひずみ方向が変化する場合の応力評価に関して、固定ひびわれ (fixed crack) モデルと回転ひびわれ (co-axial rotated crack) モデルの2つのモデル

を用いた。固定ひびわれモデルは、ひびわれ発生後、そのひびわれ方向を固定し、主ひずみ方向が変化した場合、ひびわれ面でのせん断伝達を考えるものである。したがって、固定ひびわれモデルは、主ひずみ主応力関係に加え、せん断に関する構成則が必要となる。これに対して、回転ひびわれモデルは、ひびわれ発生後、主ひずみ方向が回転した場合に、ひびわれ方向を最大主ひずみ方向に直交するように回転させ、常に、主ひずみ方向と主応力方向を一致させるようにしたモデルである。したがって、回転ひびわれモデルは、ひびわれが回転するという物理的に理解し難い点はあるものの、ひびわれ面にはせん断応力が生じないので、解析においてせん断特性に関する材料パラメータを必要としない点の特徴である。

##### b) ひびわれ要素の応力-ひずみ関係

仮想ひびわれモデルは、ひびわれ発生以降の挙動を、応力-ひずみ関係でなく、応力とひびわれ幅の関係 (引張軟化曲線) で規定したモデルである。したがって、仮想ひびわれモデルを分散ひびわれモデルに適用するには、ひびわれ幅をひずみ量に変換することが必要となる。そこで、簡単のために長さ  $L$  の1次元要素に1本のひびわれが生じている状態を考える。要素全体の変形は、ひびわれ幅とひびわれ以外の弾性領域の弾性変形の和として与えられるので、要素の平均ひずみと応力の関係は次式で与えられる。

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\omega(\sigma)}{L} \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $\omega(\sigma)$ : 引張軟化曲線 ( $\sigma$ : 応力,  $\omega$ : ひびわれ幅)

$L$ : 要素の長さ

$E$ : 弾性係数

$\epsilon$ : ひびわれ直交方向の平均ひずみ

本研究では、上式を平面要素のひびわれ直交方向の応力-ひずみ関係として採用した。ただし、本研究では定ひずみ三角形要素を使用し、式(1)中の要素寸法  $L$  としては、Dahlblomら<sup>3)</sup>が提案したのと同様に、図-1に示すように要素のひびわれ平行方向の投影長さ  $h$  とした。以下、これをひびわれ要素の“等価長さ”と呼ぶこととする。ひびわれ発生後、除荷 (ひずみの減少) が起きる場合には、図-2に示すように原点指向型とした。引張軟化曲線としては、普通強度のコンクリートに比較的適合の良い1/4モデル (図-3)を採用した。なお、引張軟化曲線が1/4モデルの場合、等価長さがコンクリートの特性長さ  $l_{ch} (=EG_F/f_t^2)$  を越えると、ひびわれ直交方向の応力-ひずみ関係が引張強度以降、スナックバックする。そのため、要素分割の際に等価長さを特性長さより小さくなるようにした。

固定ひびわれモデルの場合のひびわれ面でのせん断伝達モデルとしては、もっとも単純なモデルとして、ひび

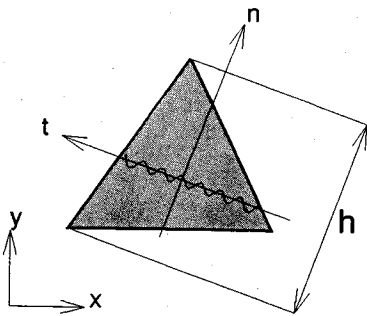


図-1 要素座標系と等価長さ

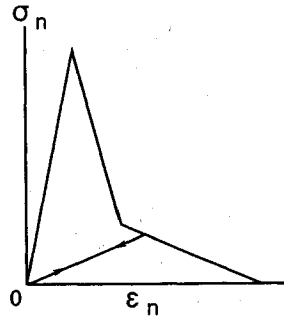


図-2 引張応力-ひずみ関係

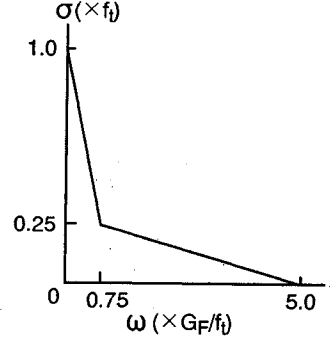


図-3 引張軟化曲線

われ面には全くせん断応力が発生しないとしたモデルを採用した。すなわち、通常の直交異方性モデルを用いた解析で使用されている、せん断低減係数 (shear retention factor) を零としたモデルである。

(2) 要素剛性の評価と求解法

本解析では、非線形求解法として、増分繰返し法 (incremental-iterative solution procedure) を用いた。また、解析の制御は部材の最大耐力点以降も解析できるように、変位制御とした。したがって、載荷中、スナップバックを生じるような問題は解析できない。各荷重(強制変位)増分ステップの、第1回目の収束繰返し計算時のみ、剛性マトリックスを書き換え、2回目以降の繰返し計算では書き換えない、いわゆる修正 Newton-Raphson 法(ただし、接線剛性マトリックスは使用していない)を採用した。

本解析では前節で示したように要素の特性は、増分形でなく、すべて全応力-全ひずみの関係で与えている。そのため、要素の応力は、いわゆる接線剛性を逐次積分して求めるのではなく、与えられた全ひずみから直接計算できる。したがって、各荷重ステップでの収束計算に用いられる材料剛性マトリックス [D] は、単に不平衡力の再配分のためにのみ用いるのであって、応力計算にはまったく関与しないので、必ずしも材料の応力-ひずみ関係の接線剛性である必要はない。[D] マトリックスとしては、安定してかつ効率よく解が収束するものを選択すればよい<sup>9)</sup>。そこで試行錯誤により、次章で示すいずれの問題に対しても、安定して解の得られる [D] マトリックスとして以下のものを採用した。図-4 に計算のフローチャートを示す。

ひびわれ発生前は線形弾性体の [D] マトリックスを用いる。ひびわれ発生後、ひびわれ直交方向の剛性は、鉄筋コンクリートを対象とした解析では通常、零に近い値が用いられることが多いようであるが、ここでは、解の収束が安定するように引張強度以降、連続的に徐々に低下させるようにした(式(6)参照)。ひびわれ平行方向については弾性のままとした。また、ポアソン効果

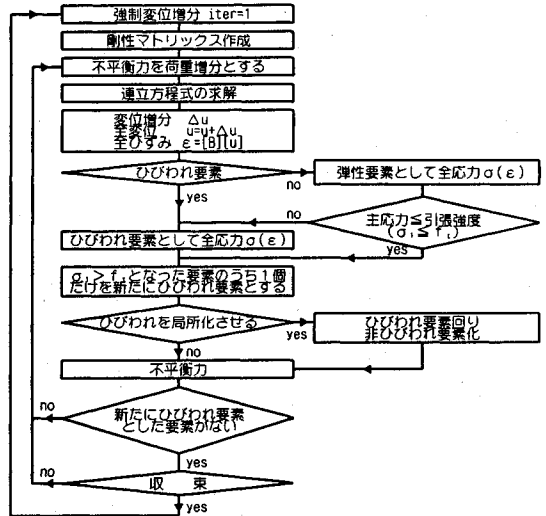


図-4 解析のフローチャート

を表す項は零とした。

固定ひびわれモデルの場合のせん断剛性に関しては、解の安定性のために弾性剛性の 1/1000 の値を用いた。一方、回転ひびわれモデルの場合のせん断剛性の項は、材料の特性には全く関係なく、単に主ひずみ方向と主応力方向を一致させるために導入されるものである。すなわち、あるひびわれ後のつり合い状態(主ひずみ方向と主応力方向が一致し、かつ最小主ひずみ方向とひびわれ方向が一致している状態)から  $\Delta\tau$  だけせん断応力が増加するとすると、主応力方向の変化量  $\Delta\theta_s$  は

$$\tan 2\Delta\theta_s = \frac{2\Delta\tau}{(\sigma_{nn} - \sigma_{tt})} \dots\dots\dots (2)$$

一方、 $\Delta\gamma$  だけせん断ひずみが増加するとすると、主ひずみ方向の変化量  $\Delta\theta_e$  は

$$\tan 2\Delta\theta_e = \frac{\Delta\gamma}{(\epsilon_{nn} - \epsilon_{tt})} \dots\dots\dots (3)$$

したがって、主ひずみ方向と主応力方向が常に一致するためには

$$G_{nt} = \frac{\Delta\tau}{\Delta\gamma} = \frac{(\sigma_{nn} - \sigma_{tt})}{2(\epsilon_{nn} - \epsilon_{tt})} \dots\dots\dots (4)$$

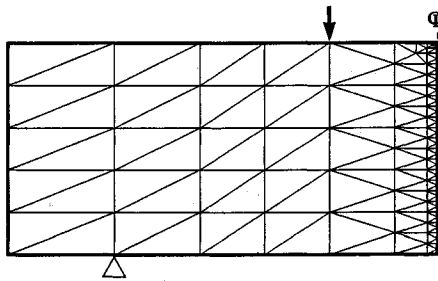


図-5 離散ひびわれと分布ひびわれの解析に用いた要素分割

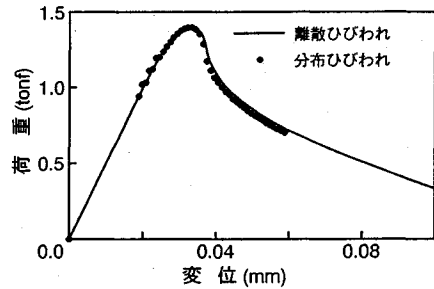


図-6 離散ひびわれと分布ひびわれの解析結果

とすればよい。以上をまとめると次のようになる。

(ひびわれ発生前)

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 $E$ : ヤング係数  
 $\nu$ : ポアソン比

(ひびわれ発生後)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{nn} \\ \sigma_{tt} \\ \tau_{nt} \end{bmatrix} = [D_{ni}] \begin{bmatrix} \epsilon_{nn} \\ \epsilon_{tt} \\ \gamma_{nt} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $\sigma, \epsilon$ : ひびわれ座標系での応力, ひずみ  
 $n$ : ひびわれ直交方向  
 $t$ : ひびわれ平行方向

$$[D_{ni}] = \begin{bmatrix} \mu E & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & G' \end{bmatrix}$$

ここで、 $\mu = \sigma_n / f_t$   
 $(\sigma_n$ : 前荷重ステップでのひびわれ直交方向の応力,  
 $f_t$ : 引張強度)  
 $G' = G/1000$  【固定ひびわれモデル】  
 $(G = E/2(1+\nu)$ : せん断弾性係数)

$$G' = \frac{\sigma_{nn} - \sigma_{tt}}{2(\epsilon_{nn} - \epsilon_{tt})} \quad \text{【回転ひびわれモデル】}$$

解の収束の判定は以下のようにした。

$$\frac{\sum (\Delta f_i)^2}{\sum (f_i)^2} \leq 1.0 \times 10^{-6} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $f_i$ : 節点外力  
 $\Delta f_i$ : 不平衡等価節点力

#### 4. 解析結果と考察

##### (1) モード I 荷重下の解析

解析の対象は、曲げを受ける無筋コンクリートはり(断面  $10 \times 10$  cm, 載荷スパン 30 cm)である。コンクリートは普通強度コンクリートを想定して、引張強度 30 kgf/cm<sup>2</sup>, 破壊エネルギー 0.1 kgf/cm, 弾性係数  $3.0 \times 10^5$  kgf/cm<sup>2</sup>, 引張軟化曲線は 1/4 モデルとした。また、

解析はすべて平面応力状態を仮定した。

##### a) 離散ひびわれモデルと分布ひびわれモデル

まず、離散ひびわれ(仮想ひびわれ)モデルを用いた場合と分布ひびわれモデルを用いた場合とを比較するために、3等分点載荷を想定して、図-5に示す要素分割で両解析を行った。供試体および荷重の対称性により、供試体の半分のみを解析することとした。離散ひびわれモデルを用いた解析では、供試体中央の引張線から1本のひびわれが鉛直に進展するものとした。離散ひびわれモデルを用いた場合の具体的な計算方法は、参考文献<sup>7)</sup>に詳しいので、ここでは省略する。一方、分布ひびわれモデルを用いた解析では、離散ひびわれモデルの場合と条件を合わせるため、すなわち、ひびわれを供試体中央断面に局所化させるため、供試体中央の鉛直1列の要素(図-5中、対称軸に接している要素)のみにひびわれが発生し得るとして、他の要素はひびわれは発生しないものとした。

図-6に解析で得られた荷重-変位曲線を示す。同図より、離散ひびわれを用いた場合と分布ひびわれを用いた場合で、解析結果はまったく一致することが確認された。なお、ここで注意しておかなければならないことは、この解析では対称性により供試体の半分のみをモデル化し、しかも対称軸とひびわれ経路が一致しているため、分布ひびわれを用いた場合、対称軸に接するひびわれ要素の等価長さ、ひびわれ方向投影長さとして計算される値の2倍としなければならないことである。そのようにしないと、供試体全体では、設定した破壊エネルギーの2倍が、解析上、消散することになるからである。同様に、離散ひびわれを用いた場合には、ひびわれ節点の節点変位の2倍をひびわれ幅とし、そのひびわれ幅から定まるひびわれ間結合力を等価節点力として作用させなければならない、すなわち、対称性を考慮してモデルの一部分のみを解析する場合に、ひびわれが対称軸に沿って進展するときには、一般部に発生するひびわれの処理とは異なった処理が必要となる。

##### b) 要素寸法依存性

要素寸法が解析結果に与える影響を調べる目的で、中央集中載荷を想定して、図-7に示す3通りの要素分割

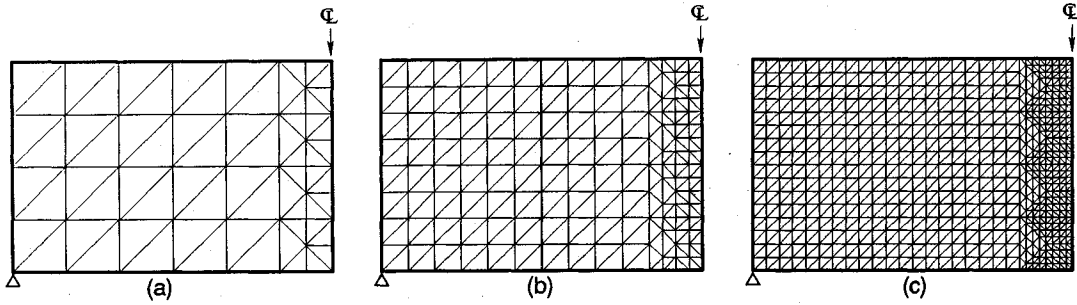


図-7 要素寸法の影響に関する解析に用いた要素分割

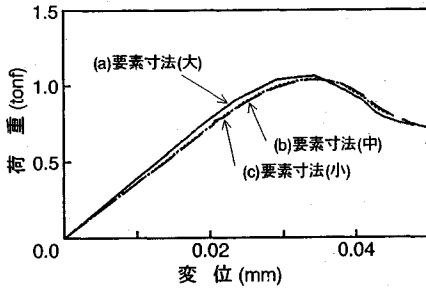


図-8 要素寸法の影響

を用いて解析を行った。なお、この場合も供試体中央の鉛直1列の要素のみにひびわれが発生するとして解析した。図-8に解析結果を示す。要素寸法が大きい(a)の場合に初期剛性が高くなっているが、荷重-変位曲線の概形および最大耐力は3種類の要素寸法でほぼ一致しており、等価長さを組込んだモデルを用いたことで、要素寸法依存性は解消されていることが確認された。なお、要素寸法が大きい(a)の場合に初期剛性が高いのは、要素分割が粗いことにより、弾性領域の解析精度が低下しているためと考えられる。

c) ひびわれの局所化

上述の分布ひびわれモデルの場合、ひびわれを供試体中央に局所化させるために、供試体中央1列の要素以外はひびわれが発生しないとした。しかし、はり供試体の最大荷重は、引張軟化を考慮しているため、引張縁の応力がちょうど引張強度に達するときの荷重より4割程度大きくなっている。したがって、供試体中央断面以外の要素には、応力が引張強度を上回っているものが存在している。そこで、分布ひびわれモデルを用い、ひびわれ経路をあらかじめ定めることなく、しかも、ひびわれの局所化を考慮せずに、単に、ひびわれの発生判定に主応力基準のみを適用して解析を行った。ただし、この解析では、前節で述べた理由により、図-9に示すように供試体全体をモデル化した。また、荷重は3等分点載荷と中央集中載荷の2ケースについて解析した。

図-10には3等分点載荷の場合の解析結果を示す。比較のために、供試体中央の要素のみにひびわれが局所

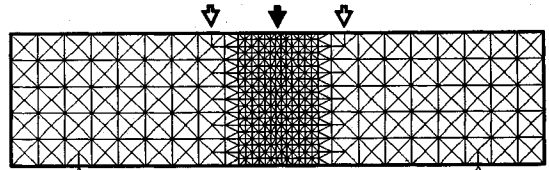


図-9 局所化の影響に関する解析に用いた要素分割

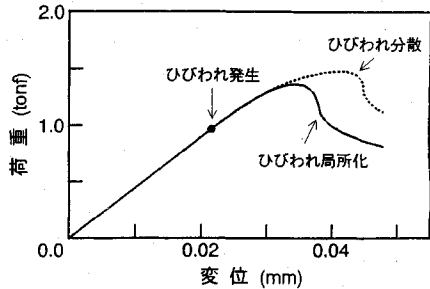
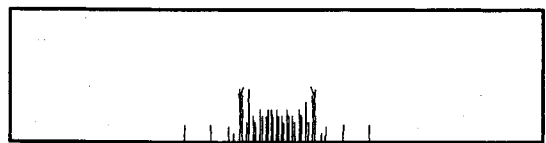


図-10 3等分点載荷の場合の荷重-変位曲線



(a) 全ひびわれ



(b) 載荷状態のひびわれ

図-11 ひびわれ状況(3等分点)

化するとした場合の結果を併記した。なお、解析時の変位増分は、ひびわれを局所化させないケースでは、ひびわれ発生直前まで1ステップで載荷し、それ以降1/2000 mmとし、解が発散、振動するような場合にはさらに増分を小さくして、式(7)に示した収束条件を満足するまで繰返し計算を行った。そのため、ひびわれ発生後、最大荷重点に達するまでに約70ステップを要した。一方、ひびわれを局所化させたケースでは、ひびわ

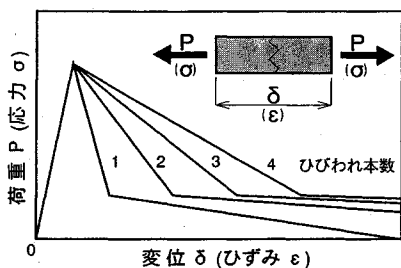


図-12 1要素の荷重-変位 (応力-ひずみ) 関係

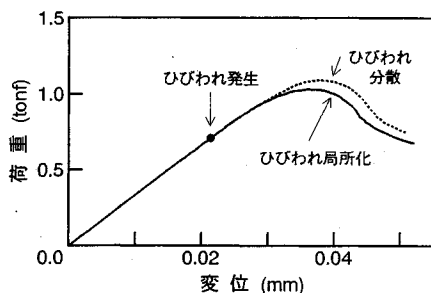


図-13 中央集中載荷の荷重-変位曲線

れ発生後の変位増分を 1/1 000 mm とした。このケースではひびわれ発生後、12 ステップで最大荷重に達した。図-10 より、ひびわれを局所化させない場合には、最大荷重およびその時の変位が局所化させた場合に比べて大きくなっていることがわかる。

図-11 にはひびわれを局所化させない場合の最大荷重時のひびわれ状況を示す。図-11 (a) には、それまでに発生した全ひびわれを、(b) には載荷状態にある(すなわち、応力、ひずみ状態が図-2 に示した応力-ひずみ曲線の包絡線上にある) 要素のひびわれのみを示す。この図より、ひびわれを局所化させない場合には、モーメントスパン内の引張縁全域にひびわれが生じ、最大荷重時には多くのひびわれは除荷状態に入るが、載荷状態のひびわれは1箇所に局所化することなく、2箇所に分散してしまうことがわかる。

ここで、ひびわれを局所化させない場合に荷重が高くなる理由を述べる。簡単のために図-12 に示すような1軸引張を受ける均一な棒部材を考える。棒部材全体の荷重-変位関係(平均の応力-ひずみ関係)の軟化域の形状は、ひびわれが局所化しないとすれば、部材中に発生するひびわれの数に依存し、その数が多くなるほど、勾配は緩やかになる。同様に、はり供試体の引張側に複数のひびわれが発生すれば、引張側の平均の応力-ひずみ曲線の軟化域の勾配は緩やかになるため、離散ひびわれモデルにおいて引張軟化曲線の勾配が緩やかになると曲げ強度が増大するのと同様の効果が現れ、その結果、耐力が上昇すると考えられる。

次に、中央集中載荷の場合にひびわれを局所化させな

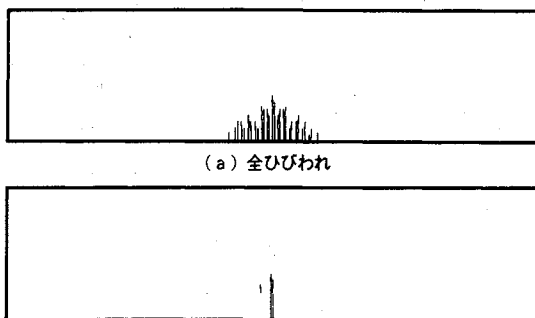


図-14 ひびわれ状況 (中央集中)

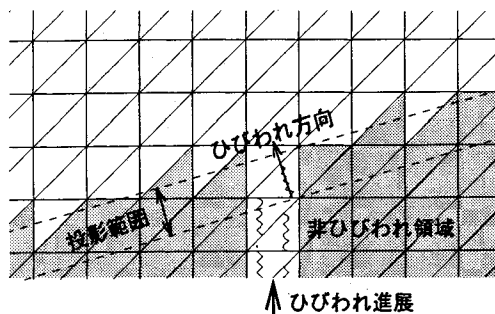


図-15 ひびわれの局所化

い場合とさせた場合の解析結果を図-13 に示す。また、最大荷重点でのひびわれ状況を図-14 に示す。なお、この解析では回転ひびわれモデルを用いている。また、解析時の変位増分は3等分点載荷の場合と同様とした。中央集中載荷の場合には、作用モーメントが供試体中央断面で最大となるため、ひびわれを特に局所化させなくても、ひびわれは自然に供試体中央に集中する傾向にある。また、ひびわれを局所化させない場合の荷重-変位曲線と局所化させた場合の曲線の差は、3等分点載荷の場合に比較すると小さくなっていることがわかる。

以上のことより、3等分点載荷を受ける無筋コンクリートはりのように、ひびわれ直前の応力状態が一樣な区間でひびわれが発生し、局所化をともなって進展するような場合を、本研究で採用した分布ひびわれモデルを用いて解析するには、ひびわれを1要素列に局所化させるための操作が必要であり、さらにその局所化の影響範囲(ひびわれ直交方向の影響範囲)を規定するためのパラメータ、localization limiterを導入する必要があると考えられる。ひびわれを局所化するための一つの方法として、ここでは、図-15 に示すように、ひびわれ要素のひびわれ直交方向の投影範囲に要素重心が入る周囲の要素を、ひびわれの進行にともない逐次ひびわれの入らない要素にするようにした。ただし、ひびわれ要素に隣接し、ひびわれの進行方向に位置する要素はひびわれの発生し得る要素のままとした。この方法により、曲げ供

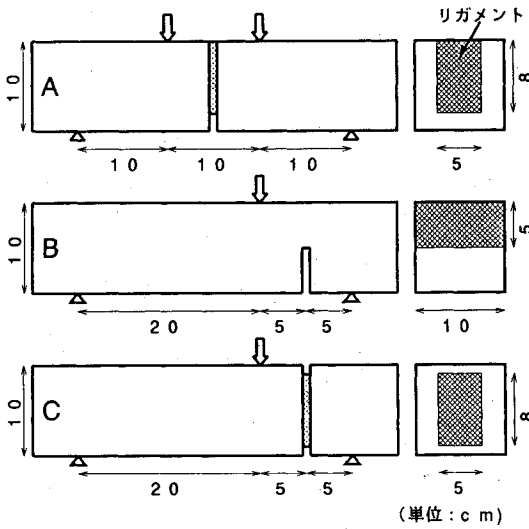


図-16 供試体の種類

試体の場合には、あらかじめひびわれ経路を決めておかなくても、ひびわれを1要素列に局所化させることができ、あらかじめひびわれ位置を決めておいた解析と同様の結果が得られた。なお、このように、ひびわれを局所化させるとしても、等応力区間内でひびわれが発生する場合の初ひびわれ位置の決定には、確率論等を導入せざるを得ない。ここでは、簡単のために初ひびわれ要素は、供試体中央最下縁として解析した。また、局所化の影響範囲を規定する localization limiter は、供試体よりも十分大きい（すなわち、ひびわれは供試体中に1本しか発生しない）として解析したが、これは、離散ひびわれモデルを用いて解析する場合にも当然必要なパラメータであり、離散ひびわれを設置する間隔に相当するものである<sup>8)</sup>。なお、中央集中荷重のように、もともと応力に変化がある場合には、特にひびわれを局所化させなくても、局所化させた場合にほぼ近い結果が得られる可能性がある。ただし、本研究では変位増分をかなり小さく採っているが、変位増分が解析結果に与える影響については検討していないので、この点については今後の検討が必要であると考えられる。

(2) 混合モード荷重下のひびわれ進展解析

鉄筋コンクリート部材を対象とした場合、モードⅠ(引張)とかモードⅡ(面内せん断)とかいった呼び方はされていないが、いわゆるせん断破壊(せん断荷重下での破壊)については、現在も精力的に研究が行われている。とくに、解析を対象とした場合には、ひびわれ面でのせん断伝達の問題として多くの研究がこれまでになされ、幾種ものモデルが提案されてきた。しかし、これらはいずれも、幅が0.1 mm 程度以上の目視可能なひびわれ面において、ひびわれ面に鉄筋が交差しているか、あるいは、ひびわれ面直交方向に拘束力が作用している場

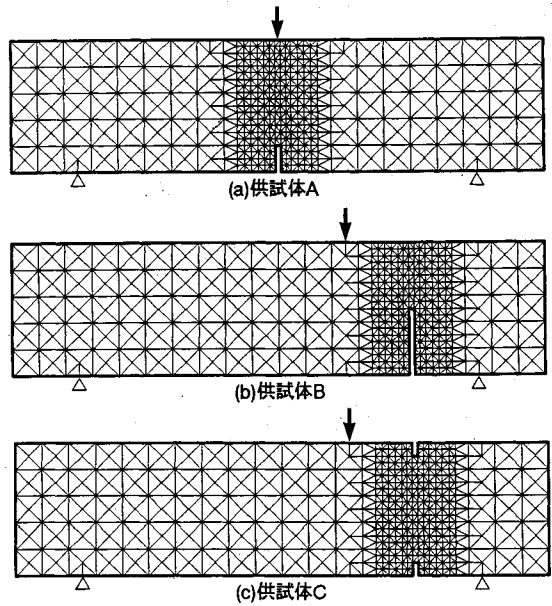


図-17 混合モード荷重下の解析に用いた要素分割

合をモデル化したものであり、いわゆる骨材のかみ合わせ効果のモデル化である。

一方、無筋コンクリートを対象とした場合には、モードⅡの破壊が実際に有り得るのかどうか自体、まだ明確な結論は出ていないような状態であり、破壊進行領域、あるいは引張軟化直後の非常にひびわれ幅が小さい状態でのせん断特性に関しては実験データすらほとんど報告されていないのが現状のようである。ちなみに、本研究で用いている引張軟化曲線で、普通コンクリートの場合、折れ点(応力が引張強度の1/4 まで下がった点)のひびわれ幅は、0.025 mm 程度であり、このような小さなひびわれ幅を制御してせん断試験を実施することは、非常に難しいと思われる。また、解析的研究では、Rots<sup>9)</sup>、Boccaら<sup>10)</sup>が混合モードの荷重を受ける無筋コンクリート供試体の解析を報告している。しかし、彼らの報告によれば、結局、無筋コンクリートでは混合モードの荷重下ではあっても、モードⅠの破壊のみを考慮して解析すればほぼ実験結果をシミュレートできている。

ここでは混合モードの荷重を受ける無筋コンクリート供試体への本解析法の適用性および問題点について示す。なお、解析では Rots, Bocca らの研究を参考にして、ひびわれ発生条件、発生方向および要素特性は、モードⅠの場合と同じとし、特にモードⅡの破壊条件等は組込んでいない。

a) 実験概要

実験には、図-16 に示すような部分的に切欠きを入れた3種類の供試体を用いた。混合モードの試験法としては、はりの逆対称荷重試験や push-off 型の供試体を

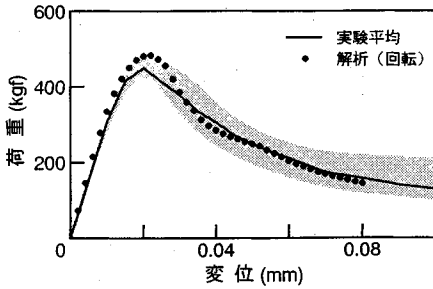


図-18 供試体 A の荷重—変位曲線

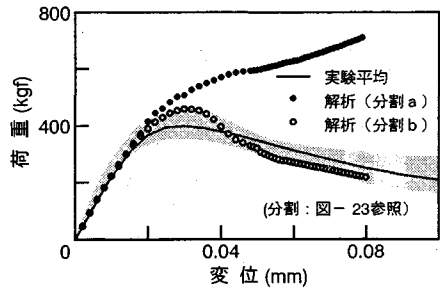


図-20 供試体 B の荷重—変位曲線 (ひびわれの局所化)

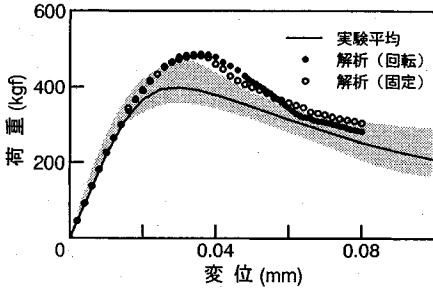


図-19 供試体 B の荷重—変位曲線

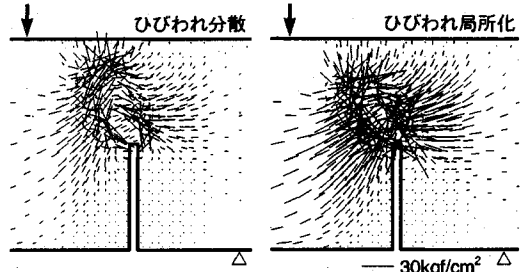


図-21 引張主応力の分布 (変位 0.08 mm 時)

用いた試験等があるが、ここでは、境界条件が単純明快で、かつ載荷が容易となるものを選定した。供試体 A はモード I の供試体であり、切欠き(幅 4.5 mm)を供試体の下縁および両側面に入れてある。供試体 B および C は混合モードの荷重を受ける供試体である。供試体 B は、供試体の下縁のみに切欠きが入れてあり、ひびわれが切欠き先端から斜めに進展すると予測されるものである。供試体 C は、供試体破壊断面の全周に切欠きを入れたものである。これは、ひびわれ経路を規定することで、モード II の影響をできるだけ大きくすることを目的としたものである。載荷試験では荷重と載荷点変位を計測した。コンクリートは最大粗骨材寸法が 15 mm で、圧縮強度 ( $\phi 10 \times 20$  cm)、割裂引張強度 ( $\phi 15 \times 15$  cm) および弾性係数がそれぞれ、 $317 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $28.5 \text{ kgf/cm}^2$  および、 $3.3 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$  の普通コンクリートを用いた。供試体数は、それぞれ 4~6 本である。

b) 実験および解析結果

図-17 (a) に供試体 A の要素分割を、また図-18 に荷重—変位曲線を示す。図-18 中、実験値のばらつきの範囲を影を付けて示した。解析は破壊エネルギーを  $0.1 \text{ kgf/cm}$ 、引張軟化曲線を 1/4 モデルとし、平面応力状態を仮定して行った。この供試体の場合には、モード I のひびわれしか発生せず、固定ひびわれモデルと回転ひびわれモデルでは結果に差が生じないので、回転ひびわれモデルを用いた解析の結果のみを示した。図-18 より、実験結果と解析結果はよく一致しており、解析で仮定した破壊エネルギーの値および引張軟化曲線のモデ

ルが本実験で用いたコンクリートに対してはほぼ妥当であると考えられる。したがって以下に示す供試体 B および C の解析でも、同一の破壊エネルギーおよび引張軟化曲線モデルを用いることとした。なお、供試体 A では、側面にも切欠きがあり、しかもリガメント部を 1 列の要素で分割しているため、解析ではひびわれを局所化させる操作をしなくても、ひびわれは 1 列要素にしか発生しなかった。

図-17 (b) には供試体 B の要素分割を示す。図-19 には固定と回転の両ひびわれモデルを用い、ひびわれを局所化させずに解析した結果を示す。最大荷重およびその時の変位は実験に比べると、解析の方が大きくなっているが、荷重—変位曲線の概形は実験と解析ではほぼ一致している。供試体 B の場合には、ひびわれモデルによる解析結果の差はほとんど見られず、モード II の影響は小さく、モード I の影響が卓越していると推察される。

図-20 には回転ひびわれモデルを用い、ひびわれを局所化させて解析した結果を示す(図中、分割 a)。この場合には、実験値に比べてかなり耐力が大きくなった。これは、Rots<sup>10)</sup>が指摘している、ストレスロッキング(stress locking)によるものと考えられる。図-21 に引張主応力の分布状況を示すが、ひびわれを局所化したことにより、ひびわれ要素の周囲の要素の応力状態が著しく乱れていることがわかる。この原因は、以下のように説明することができる。分布ひびわれモデルに軟化を組み込んだ場合、図-22 に示すように、ひびわれ要素とそれに隣接するひびわれのない要素との境界線がひび



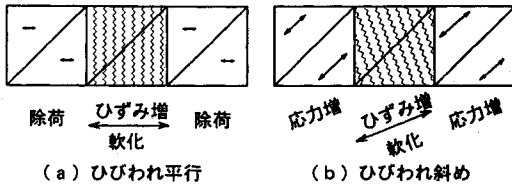


図-22 変形適合によるロッキング現象

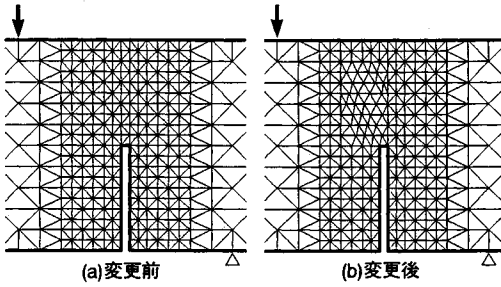


図-23 要素分割の変更

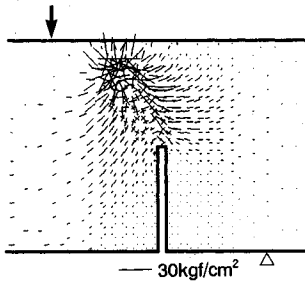


図-24 要素分割変更後の引張主応力分布

われ方向と平行であれば、ひびわれ要素が軟化すると、隣接要素は除荷をすることで力のつり合いと変形の適合条件は満足される。一方、境界線とひびわれの方向が平行でない場合には、ひびわれ要素の軟化（ひびわれ直交方向の主ひずみの増大）は、適合条件の拘束により、隣接要素のせん断ひずみを増大させ、それが周辺要素の直応力の低下を上回って主応力を増大させることになる。すなわち、ひびわれ要素が軟化しようとする、逆に隣接要素は応力が上昇し、変形（軟化）をさせにくくする現象、すなわちロッキング現象が生じ、その結果、耐力が増大してしまうのである。

このロッキングは、分布ひびわれモデルに軟化を組込んだ場合には避けられない問題である。しかし、ひびわれの方向と要素分割の方向ができるだけ平行になるように要素分割をすれば、ロッキングの影響は小さくなるものと考えられる。そこで、ひびわれを局所化させずに解析した場合のひびわれ進展方向を考慮し、図-23に示すようにひびわれの進展領域のみ要素分割を変えて解析を行った。その結果、図-24に示すようににロッキングはかなり改善され、図-20に示すように、荷重-変位曲線も、ひびわれを局所化させずに解析した場合（図-

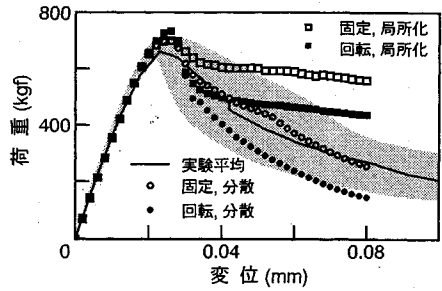


図-25 供試体Cの荷重-変位曲線

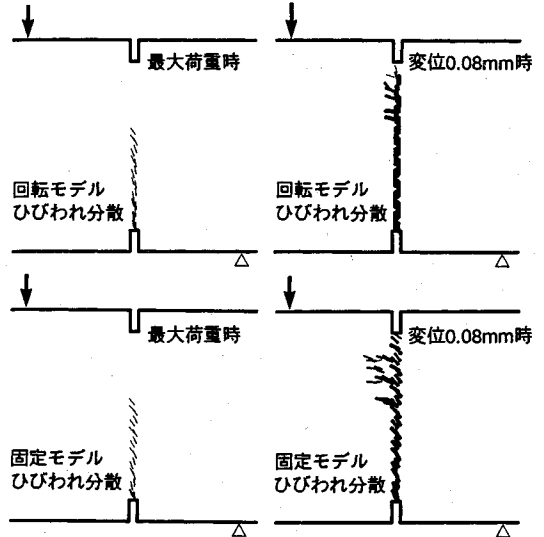


図-26 供試体Cのひびわれ

19) に比べ、より実験値に近い結果が得られた。このことより、ロッキングの影響を避けるためには、ひびわれの進展方向を考慮して、要素を分割し直して解析してみるのも一つの有効な方法であると考えられる。

図-25に、供試体Cの荷重-変位曲線を示す。この場合には、最大荷重点までは回転ひびわれモデルと固定ひびわれモデルで差がないが、下降域では固定ひびわれモデルの方が荷重が大きくなった。ただし、ひびわれモデルによる差はあるが、ひびわれを局所化させずに解析した結果は、いずれも実験のばらつき範囲に入った。一方、ひびわれを局所化させた場合には、下降域での荷重が高くなり、実験値から離れる結果となった。この原因は、図-26に示すように、解析では最大荷重以降ひびわれの進行にともないひびわれが切欠き断面から載荷点側に逸れる傾向があり、そこで著しいロッキングを生じてしまうためである。なお、実験においても、図-27に示すように破断面が載荷点側にめり込むことが観察されており、この供試体の場合には厳密な解析は3次元で行う必要があると考えられる。

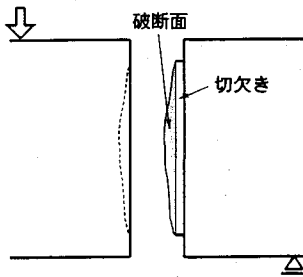


図-27 供試体C破壊状況

## 5. 結 論

本研究では、ひびわれの進展にともなう無筋コンクリート供試体の巨視的な破壊現象を有限要素法により解析することを目的として、分布ひびわれに仮想ひびわれモデルの考え方を適用したモデルにより種々の解析を行った。その結果、まず、モードIの荷重下における破壊を対象とした場合に、以下のことを確認した。

(1) 分布ひびわれモデルに仮想ひびわれモデルの考え方を適用して解析した結果は、離散ひびわれモデルに仮想ひびわれモデルを直接適用した解析結果と一致する。

(2) 分布ひびわれモデルに仮想ひびわれモデルの考え方を適用する場合には、要素の等価長さを導入することによって、解析結果の要素寸法依存性を解消できる。

また、新たに得られた知見は、以下の通りである。

(1) ひびわれが複数の要素に分散して発生する場合とひびわれを1要素列に局所化させた場合では、解析結果が異なる。また、解析中にひびわれを局所化させる方法の一例を示した。

(2) 本研究で用いた混合モードの荷重を受ける供試体の荷重-変位関係は、分布ひびわれに仮想ひびわれモデルの考え方を適用したモデルを用いることでほぼ推定できる。ただし、解析ではロッキングが生じないように注意しなければならない。

(3) 分布ひびわれモデルに軟化を組込むとロッキングが問題になるが、要素分割をひびわれの進展方向と平行になるようにすることで、ロッキングの影響をある程度避けられる。

最後に、本研究で用いた分布ひびわれモデルは、以上のように要素分割(特に、要素分割の方向)に依存する可能性があるため、使用にあたってはこの点に注意しなければならない。また、今後、本研究のモデルを含め、解析モデルの要素分割依存性に関する詳細な検討が必要であると考えられる。

## 参 考 文 献

- 1) Rots, J.G., Nauta, P., Kusters, G.M.A. and Blaauwendraad, J. : Smeared Crack Approach and Fracture Localization in Concrete, HERON, Vol. 30, No.1, p.48, 1985.
- 2) Bazant, Z.P. and Oh, B.H. : Crack Band Theory for Fracture of Concrete, Materials and Structures, Vol.16, No.13, pp.155-177, 1983.
- 3) Hillerborg, A., Modeer, M. and Petersson, P.E. : Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements, Cement and Concrete Research, Vol.6, pp.773-782, 1976.
- 4) Dahlblom, O. and Ottosen, N.S. : Smeared Crack Analysis Using Generalized Fictitious Crack Model, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.116 No.1, pp.55-76, 1990.
- 5) Bazant, Z.P. and Ozbolt, J. : Nonlocal Microplane Model for Fracture, Damage and Size Effect in Structures, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.116, No.11, pp.2485-2505, 1990.
- 6) 前川宏一：有限要素法による鉄筋コンクリート非線形解析の数値計算上の特徴、コンクリート構造物の設計にFEM解析を適用するためのガイドライン、日本コンクリート工学協会, pp.127-134, 1989.
- 7) コンクリートの破壊力学研究委員会：コンクリート構造の破壊力学に関するコロキウム第1部・委員会報告、日本コンクリート工学協会, JCI-C19, p.176, 1990.
- 8) Bazant, Z.P. : Mechanics of Distributed Cracking, Applied Mechanics Reviews, ASME, Vol.39, No.5, pp.675-705, 1986.
- 9) Rots, J.G. : Computational Modeling of Concrete Fracture, Ph.D. Thesis, Delft University of Technology, 1988.
- 10) Bocca, P., Carpinteri, A. and Valente, S. : Mixed Mode Fracture of Concrete, International Journal of Solids and Structures, Vol.27, No.9, pp.1139-1153, 1991.

(1992. 6. 29 受付)

## FE-ANALYSIS OF CRACK PROPAGATION IN PLAIN CONCRETE USING SMEARED CRACK MODEL WITH CONCEPT OF FICTITIOUS CRACK MODEL

Yuichi UCHIDA, Keitetsu ROKUGO and Wataru KOYANAGI

FE-analyses of cracks in plain concrete specimens were carried out using the smeared crack model including the concept of the fictitious crack model. For the localized Mode I cracking, the numerical results of this crack model were identical with that of the fictitious crack model. The differences of the numerical results between the localized and distributed cracking were demonstrated. The stress locking phenomenon caused by strain softening was also discussed.